F 1812
F 1812
R
4

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI

SERIE NOUĂ

1965 AUG 3

Tomul X (XIV)

FASC. 1—2

1964

R F1812

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC

DIN IAȘI

SERIE NOUĂ

1965 OKT

Tomul X (XIV)

FASC. 3—4

1964

1989

F

1812

Budapesti Műszaki Egyetem
Központi Könyvtára
Folyóiratleltár
219/1966

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. D. ATANASIU, prof. C. CALISTRU, conf. Gh. CHIRIȚĂ,
prof. TOMA FĂRCAȘ, prof. TIBERIU GOLGOȚIU,
prof. ILIE MATEI, membru corespondent al Academiei R.P.R.,
prof. D. MANGERON, conf. AUREL MARCHIȘ,
prof. D. RUSU, prof. GH. VASILIU

Redactor responsabil: acad. prof. CRISTOFOR SIMIONESCU

Secretar: lector ALFRED BRAIER

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
VOL. X (XIV), Fasc. 3—4 1964

CONTENTS

Pag.

EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENTS XV

METHEMATICS. THEORETICAL MECHANICS. PHYSICS

AL. CLIMESCU, Une nouvelle classe d'anneaux faibles (roum.; rés. fr.). 1

R. BELLMAN, (USA), An Approximate Procedure in Control Theory based on Quasilinearization (English; Rumanian summary) . . . 5

R. de POSSEL (France), Sur les variétés à deux dimensions, les ensembles de capacité maximale et le prolongement des variétés conformes (fr.; rés. roum,) 11

F. MARCUS, Surfaces dont les directrices de Wilczynski ont des foyers confondus (fr.; rés. roum.) 15

M. PICONE (Italia), Criteri sufficienti in generali problemi di calcolo delle variazioni riguardanti integrali pluridimensionali d'ordine qualsivoglia nel vettore minimante a più componenti (ital.; sunto rom.) . . 21

TH. VOGEL (France), Sur différentes classes de systèmes évolutifs (fr.; rés. roum.) 27

L. I. MOZGOVAIA (SSSR), On a Class of Univalent Function in the Circle $|z|<1$ (Russian; Rumanian summary) 37

J. W. BLATTNER (USA), On the Convergence of a certain Matrix Iteration (English; Rumanian summary) 43

C. IMAZ (Mexico), Sobre ecuaciones diferenciales funcionales (esp.; res. rom.) 47

J. LEGRAS (France), Une écriture mathématique adaptée à la programmation: l'Algool (fr.; rés. roum.) 51

D. MANGERON (RPR) and EM. ROXIN (Argentina), The Existence of Optimal Controls and some Applications (English; Rumanian summary) 61

B. SCHWEIZER (USA), Equivalence Relations in Probabilistic Metric Spaces (English; Romanian summary) 67

A. HUAUX (Belgique), Sur la stabilité des solutions constantes de l'équation autonome de Liénard $\ddot{x} + a(x)\dot{x} + \varphi(x) = 0$. Exemples et généralisations (fr.; rés. roum.) 71

Pag.

K. JAGADEESAN (India), Hydromagnetic Flow against a Rotating Disc (English; Rumanian summary) 81

C. R. B. LISTER (England), On the Vertical Motion of Equipment lowered by Wire into the Deep Sea (English; Rumanian summary) . 87

GH. INDREAŞ (RPR) et P. I. RILTCHEV (URSS), Calcul du champ magnétique d'une bobine plane annulaire parcourue par un courant électrique (russe; rés. roum.) 97

CHEMISTRY

A. M. KIRGINTSEV and P. I. VLASOB, (USSR), Three Problems of the Mathematical Theory of Zone Melting Procces and Chromatography (Russian; Rumanian summary) 101

S. SAVENCU et I. ANTONESCU, Méthode microphotométrique de dosage de quelques réducteurs (roum.; rés. russe) 107

EL. DIACONESCU und M. DIMA, Die Beziehungen zwischen dem Austauschvermögen von aus Kohlen erzeugten Ionenaustauschen und dem alter der Kohlen (II) (rumän.; deutsch Zuzamm.) . . . 111

I. MATEI et M. GRIGORAŞ, Transformations polymère- analogues de la cellulose (II) (roum.; rés. fr.) 123

E. COCEA, M. GRIGORAŞ et M. TUTOVEANU, Polymères analogues (IV) (roum.; rés. fr.) 129

H. I. ARECHIDZE et G. O. TCHIVADZE, (URRS), Obtention des monomères oléfiniques par décomposition thermique du mélange d'alcans C_5—C_8 séparés de l'essence par des tamis moléculaires (russe; rés. roum). 135

GH. BOTEZ et C. ONISCU, Sulfamides des acides phénoxiacétiques (V) (roum.; rés. fr.) 139

CR. SIMIONESCU et S. DUMITRIU, Sur le mécanisme du greffage de la cellulose avec des monomères vinyliques par l'intermédiaire des colorants réactifs (fr.; rés. roum.) 149

GH. ALEXA, L. BORŞ et EM. MATEI, Contributions à la connaissance des espèces Alnus Glutinosa et Alnus Incana comme matériel tannant (roum.; rés. russe). 167

GH. BURGHELEA, Sur la formation du sédiment dans la composition du mélange de tannage (roum.; rés. russe) 165

O. NICHITA et M. APOSTOLESCU, L'utilisation comme amendament agricole d'une roque de la région de Jassy (roum.; rés. fr.) . . 177

ELECTRICAL ENGINEERING. ELECTRONICS

E. LUCA, Effets de polarisation à basse tension aux férites (I) (roum.; rés. fr.) 183

N. I. CHERNOPIATOW (USSR), A Group Scheme of Three-Phase Motors Action in a Single-Phase Net (Russian; Rumanian summary) 187

N. GAVRILAŞ, Simulation de la transmission des phénomènes de choc dans le transfomateur à deux enroulements (roum.; rés. fr.) . . 193

Pag.

GH. SAVIN, Considérations sur la mesure de la fréquence à l'aide de deux courants en quadrature (roum.; rés. russe) 207

M. ANTONIU, Ohmmètre électrostatique du type logomètre (roum.; rés. russe) 211

I. BEJAN, Contributions concerning the Errors of Measure introduced at Variable Frequency by the Hysteresis in Magnetic Modulators (Rumanian; English summary) 225

H. ROSMAN, A. BRAIER et C. SAAL, Résonance dans les systèmes du type quadripôle (I) (roum.; rés. fr.) 233

MECHANICAL ENGINEERING

D. MANGERON, C. DRAGAN i V. HANGANU, Teoria generale delle approssimazioni succesive nello studio dei meccanismi e delle macchine tramite il nouvo metodo matriciale-tensoriale tradotto nei linguaggi matematici artificiali (I) (ital.; sunto rom.) 243

L. HARRISBERGER (USA), A General Scheme for Mechanism Identification (English; Rumanian summary) 247

N. IRIMICIUC, Une nouvelle manière de présenter la mécanique analytique pour les systèmes mécaniques holonomes (roum.; rés. fr.) . 255

R. CHALÉAT (France) et D. MANGERON (RPR), Approximations d'ordre supérieur dans la théorie des perturbations (I) (fr.; rés. roum.) . 263

A. BRAIER, Méthode graphique pour l'étude du mouvement de certains systèmes non-linéaires à plusieurs degrés de liberté (roum.; rés. fr.) 271

D. HORBANIUC, Abakus zur Abmessung der Geraden auf schräge Biegung beanspruchten Balken (rumän.; deutsch Zusamm.) . . . 285

N. S. MELNIKOVA (USSR), On the Unsteady Motion of a Gas roced out by a Piston at a zero Temperature Gradient (Russian; Roumanian summary 289

A. JAUMOTTE (Belgique), Calcul aérodynamique simplifié du coefficient de débit d'un tuyère de profil elliptique-cylindrique (fr.; rés. roum.) 303

B. R. SETH (India) and D. MANGERON (RPR), On the Problem of Transition Phenomenon (II) (English; Rumanian summary) . . 311

C. LINDE, AL. ROR et V. BAUŞIC, Étude experimentale de la capacité de traction des transmissions à frottement avec du câble d'acier (I) (roum.; rés. russe) 323

G. E. CIHLADZE (USSR), The Influence of Rate Factors on the Contact Rigidity of Steel Parts (Russian; Rumanian summary) . . 329

CONSTRUCTIONS. HYDROTECHNICS

A. ŞESAN, I. CIONGRADI, D. DIACONU and L. STRAT, Experimental Determinations of Natural Periods and Damping in Buildings (Rumanian; English summary) 337

L. MEJZLÍK (RS Tchécoslovaque), L'influence de l'élasticité de la fondation sur les contraintes des barrages-voûtes (fr.; rés. roum.) . . 345

Pag.

D. ATANASIU, V. CIUBOTARU et L. VASILESCU, Sur les déformations des systèmes routiers nonrigides (roum.; rés. fr.) . . 361

V. P. TARASENKO (USSR), Rigidity and the Angle Vibrations of loaded Girder Bridges (Russian; Rumanian summary) 367

A. MIHUL, M. MARINESCU, A. BOGHIAN, C. LEONTE, C. CAPATU et A. BRĂDĂŢEANU, Recherches sur le renforcement des constructions et des éléments préfabriqués en béton armé à l'aide des mortiers et des bétons contenant de l'acétat de polyvinyle (roum.; rés. fr.) 377

V. BĂLOIU, Les particularités de l'aménagement des torrents sur le territoire agricole (roum.; rés. russe) 389

V. V. VAINAUSKAS (URSS), La triangulation aérienne dans l'espace à l'aide des instruments optiques-mécaniques en considérant les conditions des azimutes, des bases et des surfaces horizontales (russe; res. roum.) 393

E. PĂUNEL. AL. CHELĂRESCU, O. NICHITA, L. GROLL, F. VASILESCU and L. VASILESCU, Local Materials of Construction from Gorban and Gura-Bohotin (Huşi) (Rumanian; French summary) . 401

LIGHT INDUSTRY ENGINEERING

M. GRINDEA, R. ZEIDMAN et C. NISTOR, L'influence du milieu et de l'électrolyte neutre sur la teinture des fibres de relon avec des colorants de dispersion (roum; rés. russe) 409

D. MANGERON (RPR), C. GAMREKELI (USSR), V. HANGANU (RPR), Theory and Practice of Devices and Mechanisms of Interest in Light Industry Engineering (I) (Russian; Rumanian summary) . . 415

T. FORST und M. GRINDEA, Das selektive Verhalten der Zonen der Wollfasern beim Färben (rumän.; deutsch Zusamm.) . . . 421

V. A. USILOV, N. V. TCERNOV, (URSS), Dépendence de l'allongement à la rupture de la limite de résistance de la substance dermique contenue dans la peau soumise à la tension (russe; rés. roum.) . 427

ECONOMICS

D. RUSU, R. DAVIDEANU, T. NEAGU, L'actualité de la mécanographie dans l'économie des entreprises (roum.; rés. russe) . . . 431

E. POPA, S. RIMER, E. FLOREA, M. NICOLAE, R. MANDACHE, Utilisation de la programmation linéaire à l'approvisionnement des fabriques d'huile de la région de Jassy avec des graines de héliotrope (roum.; rés. russe) 437

I. HĂLĂLĂU, T. NEAGU, A. CUCIUREANU, Mesures concernant la réduction de la consommation spécifique dans les entreprises de cotton et leur efficacité économique (roum.; rés. russe) . . 443

BOOK REVIEWS 451

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ

Том X (XIV), выпуск 3—4 1964 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ОТ РЕДАКЦИИ XV

МАТЕМАТИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ФИЗИКА

АЛ. КЛИМЕСКУ, Новый класс слабых колец (рум.; рез. франц.) . 1

Р. БЕЛЛМАН (США), Приближенный метод в контрольной теории основанной на квазилинеаризации (англ.; рез. рум.) . . . 5

Р. де ПОССЕЛЬ (Франция), О многообразиях двух измерений, множествах максимальной емкости и продолжении конформных многообразий (франц.; рез. рум.) 11

Ф. МАРКУС, Поверхности, у которых директриссы Вильчинского имеют совпадающие фокусы (франц.; рез. рум.) 15

М. ПИКОНЕ (Италия), Достаточные критерии в общих задачах вариационного исчисления относящиеся к интегралам любых измерений любого порядка, содержащих минимизируемый вектор с многими составляющими (итал.; рез. рум.) 21

Т. ВОЖЕЛЬ (Франция), О различных классах эволютивных систем (франц., рез. рум.) 27

Л. И. МОЗГОВАЯ (СССР), Об одном классе функций однолистных в круге $|z|<1$ (русск., рез. рум.) 37

ДЖ. В. БЛАТТНЕР (США), О сходимости некоторой итерации матриц (англ.; рез. рум.) 42

К. ИМАЗ (Мексика), О функциональных дифференциальных уравнениях (исп.; рез. рум.) 47

Ж. ЛЕГРАС (Франция), Алгол — математическая запись принятая в программировании (франц.; рез. рум.) 51

Д. МАНЖЕРОН (РНР) и ЕМ. О. РОКСИН (Аргентина), Проблема существования в оптимальном контроле и некоторые ее применения (англ.; рез. рум.) 61

Б. ШВАЙЦЕР (США), Равносильные соотношения в вероятностных метрических пространствах (англ.; рез. рум.) 67

Стр.

А. ЮО (Бельгия), Об устойчивости постоянных решений автономного уравнения Льенара $\ddot{x} + a(x)\dot{x} + \varphi(x) = 0$. Примеры и обобщения (франц.; рез. рум.) 71

К. ЖАГАДЕЕСАН (Индия), Гидромагнитное течение обтекающее вращающийся диск (англ.; рез. рум.) 81

К. Р. Б. ЛИСТЕР (Англия), О вертикальном движении исследовательского снаряжения опущенного в море на кабеле (англ.; рез. рум.) . 87

Г. ИНДРЕАШ (РНР) и П. И. РЫЛЬЦЕВ (СССР), Расчет магнитного поля плоской кольцевой катушки с током (русск.; рез. рум.) . 97

ХИМИЯ

А. Н. КИРГИНЦЕВ и П. Я. ВЛАСОВ, (СССР), Три задачи математической теории процессов зонной плавки и хроматографии (русск.; рез. рум.) 101

С. САВЕНКУ и И. АНТОНЕСКУ, Микрофотометрический метод дозировки некоторых восстановителей (рум.; рез. русск.) 107

Е. ДИАКОНЕСКУ и М. ДИМА, Соотношения между способностью обмена ионообменников угля и его возрастом (II) (рум.; рез. нем.) . 111

И. МАТЕЙ и М. ГРИГОРАШ, Превращения целлюлозы аналог-полимерами (II) (рум.; рез. франц.) 123

Е. КОЧА, М. ГРИГОРАШ и М. ТУТОВЯНУ, Анолог-полимеры (IV) (рум.; рез. франц.) 129

Х. И. АРЕШИДЗЕ и Г. О. ЧИВАДЗЕ, (СССР), Получение олефиновых мономеров термическим разложением смеси алканов C_5 — C_8 выделенных из бензина с помощью молекулярных сит (русск.; рез. рум.) 135

Г. БОТЕЗ и К. ОНИСКУ, Сульфамиды фенокси-уксусных кислот (V) (рум.; рез. франц.) 139

КР. СИМИОНЕСКУ и С. ДУМИТРИУ, О механизме прививки целлюлозы виниловыми мономерами при посредстве реактивных красителей (франц.; рез. рум.) 149

Г. АЛЕКСА, Л. БОРШ и ЕМ. МАТЕЙ, К познанию местных ольховых рядов Alnus Glutinosa и Alnus Incana как дубильного материала (рум.; рез. русск.) 157

Г. БУРГЕЛЯ, Об образовании осадков в составе таннидного букета (рум.; рез. русск.) 165

О. НИКИТА и М. АПОСТОЛЕСКУ, Использование одной из горных пород Яеской области как почвенная добавка в местном сельском хозяйстве (рум.; рез. франц.) 177

ЭЛЕКТРОТЕНИКА. ЭЛЕКТРОНИКА

Е. ЛУКА, Эффект поляризации в низком напряжении у ферритов (I) (рум.; рез. франц.) 183

Н. И. ЧЕРНОПЯТОВ (СССР), Групповая схема работы трехфазных двигателей в однофазной сети (русск.; рез. рум.) 187

Стр.

Н. ГАВРИЛАШ, Моделирование передачи напряжения в трансформаторе с двумя обмотками (рум.; рез. франц.) 193

Г. САВИН, Об измерении частоты приведением двух токов в квадратуру (рум.; рез. русск.) 207

М. АНТОНИУ, Электростатический ометр логометрического типа (рум.; рез. русск.) 211

И. БЕЖАН, К погрешностям измерений вызванных гистерезисом в магнитных модуляторах при изменениях частоты (рум.; рез. англ.) . 225

Г. РОСМАН, А. БРАЙЕР и К. ЗААЛ, Резонанс в системах четырехполюсного типа (I) (рум.; рез. франц.) 233

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Д. МАНЖЕРОН, С. ДРЭГАН и В. ХАНГАНУ, Общая теория последовательных приближений в изучении механизмов и машин матрично-тензорным методом выраженная на искусственных математических языках (I) (итал.; рез. рум.) 243

Л. ХАРРИСБЕРГЕР (США), Общая схема определения механизмов (англ.; рез. рум.) 247

Н. ИРИМИЧУК, О новой форме представления аналитической механики для механических систем подверженных голономной связи (рум.; рез. франц.) 255

Р. ШАЛЕА (Франция) и Д. МАНЖЕРОН (РНР), Приближение высшего порядка в теории возмущений (I) (франц.; рез. рум.) . . 261

А. БРАЙЕР, Графический метод для изучения некоторых нелинейных систем с несколькими степенями свободы (рум.; рез. франц.) . 273

Д. ХОРБАНЮК, Абака для расчета прямых балок подверженных косому изгибу (рум.; рез. нем.) 285

Н. С. МЕЛЬНИКОВА (СССР), О неустановившемся движении газа, вытесняемого поршнем, при нулевом градиенте температуры (русск.; рез. рум.) 289

А. ЖОМОТТ (Бельгия), Упрощенный аэродинамический расчет коэффициента дебита трубы элиптико-цилиндрического профиля (франц.; рез. рум.) 303

Б. Р. СЕТТ (Индия) и Д. МАНЖЕРОН (РНР), Задача феноменов транзиции (II) (англ.; рез. рум.) 311

КР. ЛИНДЕ, АЛ. РОР и В. БАУШИК, Экеспериментальное исследование тяговой способности передачи с канатоведущим шкивом (I) (рум.; рез. русск.) 323

Г. Е. ЧИХЛАДЗЕ (СССР), К вопросу влияния масштабного фактора на контактную жесткость стальных деталей (русск.; рез. рум.) . . 329

СТРОИТЕЛЬСТВО. ГИДРОТЕХНИКА

А. ШЕСАН, И. ЧОНГРАДИ, Д. ДИАКОНУ и Л. СТРАТ, Экеспериментальные исследования естественного периода колебаний в зданиях и их затухание (англ.; рез. рум.) 337

Стр.

Л. МЕЗЖЛИК (Чехословацкая СР), Влияние эластичности фундамента на усилия в ярочных плотинах (франц.; рез. рум.) . . . 345

Д. АТАНАСИУ, В. ЧУБОТАРУ и Л. ВАСИЛЕСКУ, К деформации некоторых нежестких дорожных систем (рум.; рез. франц.) . . 361

В. П. ТАРАСЕНКО (СССР), Жесткость и пространственные колебания загруженных железнодорожных балочных мостов (русск.; рез. рум.) 367

А. МИХУЛ, М. МАРИНЕСКУ, А. БОГЯН, К. ЛЕОНТЕ, К. КАПАТУ и А. БРЭДЭЦЯНУ, Исследование укрепления построек и железобетонных блоков растворами и цементо-бетонами с ацетат-поливиниловыми добавками (рум.; рез. франц.) 377

В. БЭЛОЮ, Особенности водного хозяйства на культивируемых территориях (рум.; рез. русск.) 389

В. В. ВАЙНАУСКАС (СССР), Пространственное фототриангулирование на оптико-механических приборах с учетом условий азимутов, базисов и горизонтальных плоскостей (русск.; рез. рум.) . . . 393

Е. РЭУНЕЛ, АЛ. КЭЛЭРЕСКУ, О. НИКИТА, Л. ГРОЛЛ, Ф. ВАСИЛЕСКУ и Л. ВАСИЛЕСКУ, Местные строительные материалы из Горбан и Гура-Бохотин (район Хушь) (рум.; рез. русск.) . . 401

ЛЕГКАЯ ПРОМЫШЛЕННОСТЬ

М. ГРИНДЯ, Р. ЗЕЙДМАН, К. НИСТОР, Влияние среды и нейтрального электролита на крашение релоновых волокон дисперсными красителями (рум.; рез. русск.) 409

Д. МАНЖЕРОН (РНР), К. ГАМРЕКИЛИ (СССР) и Г. ХАНГАНУ (РНР), Теория и практика установок и механизмов интересующих легкую промышленность (I) (русск.; рез. рум.) 415

Т. ФОРСТ, М. ГРИНДЯ, Селективное поведение зон шерстяного волокна при хроматировании и крашение (рум.; рез. нем.) . . . 421

В. А. УСИЛОВ и Н. В. ЧЕРНОВ, (СССР), Зависимость предела прочности гольевого вещества кожи при деформации растяжения от величины удлинения при разрыве (русск.; рез. рум.) 427

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Д. РУСУ, Р. ДАВИДЯНУ и Т. НЯГУ, Механографическая актуальность в экономике предприятий (I) (рум.; рез. русск.) . . . 431

Е. ПОПА, Ш. РИМЕР, Е. ФЛОРЯ, М. НИКОЛАЕ и Р. МАНДАКЕ, Применение линейного программирования в снабжении маслозаводов Яеской области семенами подсолнуха (рум.; рез. русск.) . . 437

И. ХЭЛЭЛЭУ, Т. НЯГУ и А. КУЧУРЯНУ, Возможности снижений специфических расходов в хлопчатобумажных объединенных предприятиях и их экономическая выгоды (рум.; рез. русск.) . . . 443

РЕЦЕНЗИИ 451

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

REDACŢIONALE

ОТ РЕДАКЦИИ

EDITORSCHIP'S ANNOUNCEMENTS

Articole ale colaboratorilor străini primite la redacţia revistei *Buletinul Institutului politehnic din Iaşi*

Статьи иностранных сотрудников полученные редакцией журнала *Известия Ясского политехнического института*

Papers received from abroad by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy*

GODEAUX L., (Présidence du Groupement des Mathématiciens d'Expression latine, Liège, Belgique), *Le diviseur de Severi d'une surface algébrique.*

CHATTERJEE R. N., (Department of Mathematics, Visva-Bharati, Santiniketan, India), *Flexure of Nonhomogeneous Cylindrical Beam.*

FRANK H., (Humboldt-Universität, Berlin, D.D.R.), *Invarianten isometrischer Flächen in Räumen konstanter Krümmung.*

v. KRZYWOBLOCKI M. Z., (Michigan State University, Ann Arbor, Michigan, U.S.A.), *Present and possible future Analytical Status of the most general Supersonic Three-Dimensional Flow Pattern around thick blunt Finite Bodies. I. Angles of Attack and Yaw not limited to Zero.*

DAVIS WILLIAM J., (The Ohio State University, Columbus, U. S. A.), *Solutions Representations for Linear Initial Value Problems.*

GREUB W., STAMN E., (University of Toronto, Canada), *On the Multiplication of Tensor Fields.*

DENJOY A., (Académie des Sciences, Paris, France), *Métrique sans topologie. Le théorème de Vitali dans un espace dénombrablement mesurable, et où tous les voisinages sont de mesure infinie.*

LOWAN A. N., (Yeshiva University, New York, U.S.A.), and MANGERON D., (Polytechnic Institute of Jassy, Rumanian People's Republic), *On the Picone's Method by solving some new Partial Differential Systems.*

GRÖBNER W., (Universität Innsbruck, Österreich), *Lösung allgemeiner partieller Differentialgleichungen mittels Lie-Reihen.*

GRIOLI G., (Università di Padova, Italia), *Su alcuni problemi concernenti moti giroscopici.*

PICONE M., (Accademia Nazionale dei Lincei, Roma, Italia), *Criteri sufficienti nel calcolo delle variazioni e loro applicazioni.*

NOEL PH., (Université de Nancy, France), *Application à la méthode de collocation du problème de la réduction des erreurs de chute par la représentation lagrangienne des polynomes.*

WILLIAMS J. G., FORD H., (City and Guilds College, Sout Kensington, London, England), *Stress-Strain Relationships for some unreinforced Plastics.*

МЕЛЬНИКОВА, Н. С., (Математический институт им. В. А. Стеклова АН СССР, Москва), *О неустановившемся движении газа, вытесняемого поршнем, при нулевом градиенте температуры.*

ЖИВОЙИНОВ Й. М. и МАНДИЧ С. М., (Физический институт, Белград, Югославия), *Давление насыщенного пара некоторых одноатомных элементов.*

СЕМАК Б. Д., (Львовский торгово-экономический институт, СССР), *Исследование динамики износа летних платьевых тканей.*

МАРИНОВ Ю. П., БАЙНОВ Д. Д., СТАНЕВ Х. И., (Машинно-электротехнический институт, София, Н. Р. Болгария), *Метод теоретического анализа процессов в автогенераторе с частотноопределяющими колебательными контурами под действием внешних синусоидальных напряжений.*

SANDOR GEORGE N., (Yale University, New Haven, Conn, U.S.A.), *On Computer-Aided Graphical Kinematic Synthesis.*

ROXIN E., (University of Buenos Aires, Argentina) and Mangeron D., (Polytechnic Institute of Jassy, Rumanien People's Republic), *On generalized Dynamical Systems.*

STANIŠIĆ M. M., (Purdue University, West Lafayette, U.S.A.), *The Velocity Distribution in Transition of a Moving viscous turbulent Flow.*

FAVARD J., (Université de Paris, France), *Quelques théorèmes concernant les équations polyvibrantes, dites „équations de Mangeron".*

LOWAN A. N., (Yeshiva University, New York, U.S.A.), *On a direct Method in the Calculus of Variations.*

СТАРЖИНСКИЙ В. М., (Всесоюзный заочный институт текстильной и легкой промышленности, Москва, СССР), *Об одном методе в теории нелинейных колебаний.*

АРАБАДЖИ В. И., (Тульский педагогический институт, СССР), *Об эффективном режиме торможения.*

СУШКОВ К. В., (Казахский политехнический институт, Алма-Ата, СССР), *Некоторые физико-химические закономерности выделения металлов из сульфидов висмута, свинца, меди и железа при взаимодействии последних с карбонатами натрия и калия.*

УСИЛОВ В. А. ЧЕРНОВ Н. В., (Московский технологический институт легкой промышленности, СССР), *Зависимость предела прочности гольевого вещества кожи при деформации растяжения от величины удлинения при разрыве.*

SETH B. R., (Indian Institute of Technology, Kharagpur, India), MANGERON D. (Polytechnic Institute of Jassy, Romanian People's Republic), *On the Problem of Transition Phenomenon (II).*

KIM ZONG WAN, (Université Kim Ir Sen, Phénian, R.D.P.C.), *Sur la forme Sakai — un des patrimoines de la culture nationale.*

RI WON GUIONG, (Université Kim Ir Sen, Phénian, R.D.P.C.), *Le système Daian et le développement créateur de la théorie marxiste-léniniste dans la gestion de l'économie.*

MATZKE H., (Hochschule für Architektur und Bauwesen, Weimar, D.D.R.), *Anwendungen elektronischer Rechenautomaten im Bauwesen.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI

SERIE NOUĂ

Tomul X (XIV)

FASC. 1—2

1964

COMITETUL DE REDACŢIE

Prof. D. ATANASIU, prof. C. CALISTRU, conf. Gh. CHIRIŢĂ,
prof. TOMA FĂRCAŞ, prof. TIBERIU GOLGOŢIU,
prof. ILIE MATEI, membru corespondent al Academiei R.P.R.,
prof. D. MANGERON, conf. AUREL MARCHIŞ,
prof. D. RUSU, prof. GH. VASILIU

Redactor responsabil: acad. prof. CRISTOFOR SIMIONESCU

Secretar: lector HUGO ROSMAN

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
TOMUL X (XIV), fasc. 1—2 1964

SUMAR

Pag.

REDACŢIONALE XV

D. RUSU, La a XX-a aniversare a eliberării patriei XVII

MATEMATICI. MECANICĂ TEORETICĂ. FIZICĂ

AL. CLIMESCU, Programarea algebrică. III. Complimente asupra programării pătratice 1

J. DIEUDONNÉ, Asupra produsului măsurilor 5

H. J. HOEHNKE, Asupra radicalului unei congruenţe primare într-un semigrup comutativ 9

IU. I. GRIBANOV, Asupra teoriei funcţiilor măsurabile 15

M. HOSSZU, Asupra ecuaţiei funcţionale a lui Fréchet 27

E. O. ROXIN şi D. MANGERON, Închiderea şirului de urmărire în probleme de control optimal 29

F. NEUMAN, Asupra ecuaţiilor diferenţiale liniare oscilatorii de ordinul al doilea, cu dispersia fundamentală $\varphi(t) = t + \pi$ 37

D. BORŞ, Asupra unei varietăţi neolonome unidimensionale 43

J. LEGRAS, ALGOL, notaţia informaticei 47

S. NIANG, Principiu variaţional corespunzător formelor lagrangiene ale ecuaţiilor lui Mangeron-Ţenov 53

D. K. SINHA, Asupra vibraţiei longitudinale a unei bare semiinfinite elastice într-un cîmp magnetic, solicitată la un capăt de o forţă dată 59

S. BASULI, Încovoierea sensibilă a unei plăci circulare de grosime variabilă, supusă la sarcini laterale 63

J. P. AGARWAL, Efect magnetohidrodinamic în lubrificaţie. II. Efecte de inerţie în suportul masiv al rulmenţilor 67

D. MANGERON, A. F. ŞESTOPAL şi A. OPREA, Problema vibraţiilor plăcilor şi a învelişurilor subţiri. I. Studiul spectrelor plăcilor triunghiulare 73

I. de BROGLIE, Cîteva consecinţe ale termodinamicii particulei izolate 81

Pag.

J. AROESTY, R. BELLMAN, R. KALABA şi S. UENO, Înfăşurarea invariantă şi dinamica gazelor rarefiate 85

E. J. SCOTT, Asupra ecuaţiei difuziei neliniare unidimensionale cu o sursă sau puţ 91

CHIMIE

A. N. KIRGHINŢEV, Rezolvarea problemelor de teorie matematică a cromatografiei prin metoda de deplasare continuă a zonei . . . 97

GH. BURLACU şi C. IOAN, Reducerea pe picătură de Hg a ionilor Ni^{2+}, Co^{3+}, Cr^{3+}, în soluţii de nitriţi 105

T. GOLGOŢIU, I. HÎNCU, J. LINDE, A. LUCA, I. ANTONESCU şi V. CIUBOTARU, Studiul agresivităţii solurilor şi a mijloacelor de protecţie contra coroziunii conductelor din oraşul Iaşi. I. . . . 113

J. LINDE, A. LUCA, I. HÎNCU şi I. ANTONESCU, Studii asupra coroziunii conductei de alimentare cu apă din staţia Ghidigeni . . 119

M. DIMA, IG. POINESCU şi GH. COTRUŢ, Asupra determinării capacităţii de schimb a schimbătorilor de cationi pe cale iodometrică . 123

TH. SĂVEANU şi I. IBĂNESCU, Asupra cantităţii de lichid reţinut pe un perete vertical în curgere peliculară 139

I. MATEI şi M. GRIGORAŞ, Transformări polimer-analoge ale celulozei I. Transesterificarea diacetatului de celuloză cu *p*-amino-benzoat de etil 145

H. I. AREŞIDZE şi E. P. HECINAŞVILI, Hidrocarburi aromatice condensate din petrolul din Saţhenisi 151

E. POPPEL, S. PETROVAN şi Cr. SIMIONESCU, Studiul unor fenomene electrocinetice în tehnologia hîrtiei 155

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ, A. CHIRIŢĂ, M. MANCIU, H. SCHIFTER şi V. NĂNESCU, Asupra stabilităţii în timp a caracteristicilor chimice şi fizico-mecanice ale pieilor tăbăcite combinat formol-crom . 169

GH. CHIRIŢĂ, M. MANCIU, E. BOŢI, C. TONEGARU şi M. NIERGHEŞ, Contribuţii la studiul obţinerii extractului de valonee . . . 175

ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ

E. LUCA, O. SCUTARU, F. TRIFAN şi I. LUCA, Studiul dispersiei permitivităţii la unele produse tehnice de policlorură de vinil iradiate cu raze X 185

GH. SAVIN şi V. PETRESCU, Metodă de măsurare în punte, a cărei echilibrare se realizează prin aducerea a doi curenţi în cuadratură . 193

M. P. ZLATEV şi D. N. ŢVETKOV, Determinarea momentului rezistent la sistemele de inducţie cu disc şi magnet 199

I. BEJAN, Contribuţiuni experimentale la studiul funcţionării amplificatorului magnetic, cu ieşirea la frecvenţă dublă, ca element de măsură 203

A. NICOLAIDE, Stabilirea funcţiei de transfer a sistemului de urmărire pentru maşini de copiat 221

Pag.

I. N. POPOV, Studiul experimental al cinematicii mecanismelor, cu ajutorul filmării 231

H. ROSMAN şi A. BRAIER, Impedanţa în circuite electrice liniare şi neliniare în regim permanent periodic, nesinusoidal . . . 237

MECANICĂ TEHNICĂ

S. N. KOJEVNIKOV şi D. MANGERON, Asupra efectului dinamic al acceleraţiilor de ordin superior 243

B. R. SETH, Problema fenomenelor de tranziţie. I. 255

GY. LUDVIG, Excitaţie armonică cu amplitudine stabilizată . . 263

I. PLANDER şi J. GRUSKA, Programarea la maşina electronică de calcul a calculului vibraţiilor forţate în sisteme mecanice vibratorii supuse la torsiune 269

E. G. GUDUŞAURI, Condiţiile de existenţă a unei sau a două manivele într-un mecanism articulat cu cinci elemente 279

W. WUNDERLICH, Asupra traiectoriei baricentrului tribarului şi a mecanismului bielă-manivelă 285

K. TOMAŞEVSKI, Posibilitatea de realizare a unor mişcări de rotaţie şi de mişcări paralele cu un plan fix, a corpurilor de revoluţie . . 293

A. P. KOVREVSKI, Oscilaţia şi stabilitatea conductelor de ţiţei . . 299

B. GRÜNWALD, Calculul procesului de ardere din motorul cu aprindere prin scînteie, pe baza unui model fizic nou al propagării flăcării turbulente 309

C. PICOŞ, B. GHEORGHIU şi V. BURGARD, Asupra jocului de montaj al pistoanelor pentru motoare cu ardere internă . . . 323

A. RĂILEANU şi D. NICOLESCU, Determinarea constantelor şi a exponenţilor din relaţiile momentului de torsiune şi a forţei axiale la burghierea oţelurilor romîneşti VII. Oţelurile standardizate STAS 1700/50 327

CONSTRUCŢII. HIDROTEHNICĂ

M. BOTEZ şi M. ATUDOREI, Contribuţii la metoda geodezică a variaţiei coordonatelor în trilateraţie 329

N. ORLOVSCHI, Calculul la stabilitate al cadrelor plane . . . 335

G. ZUMPE, Funcţiile de descreştere şi aplicaţiile lor în problema privitoare la momentele de încovoiere a grinzilor de poduri de şosele . . 341

Z. G. ROITBURD, Comportarea bolţilor sistemului Maillard sub sarcini dinamice 353

A. MIHUL, C. LEONTE, C. CAPATU şi A. BOGHIAN, Contribuţii la studiul unor grinzi-arc din panouri prefabricate, asamblate prin precomprimare 361

V. BOGHIAN, D. DIACONU, S. COVALI, V. JERGHIUŢĂ şi T. PATELLI, Cercetări privind capacitatea portantă a panourilor mari din blocuri ceramice, cu gol de fereastră, la acţiunea forţelor orizontale acţionînd în planul lor 373

Pag.

A. MIHUL, M. PATRAŞ, A. BOGHIAN, C. CAPATU, C. LEONTE şi A. BRĂDĂŢEANU, Influenţa încălzirii electrice şi a întinderii barelor din oţel peste limita de curgere, asupra proprietăţilor mecanice ale armăturilor cu profil periodic, folosite în construcţiile de beton precomprimat 385

L. GUŞTIUC, E. GHEORGHIU şi M. POENESCU, Solurile salinizate din delta Dunării 399

V. BLIDARU, G. POPESCU şi M. GOBJILĂ, Amenajări de orezării bazate pe principii noi de proiectare şi exploatare, în scopul creşterii eficienţei economice 419

INDUSTRIE UŞOARĂ

R. ZEIDMAN şi M. GRINDEA, Folosirea coloranţilor reactivi pentru aminarea fibrelor celulozice 427

M. GRINDEA şi T. FORST, Acţiunea bicromatului de potasiu şi a formaldehidei asupra lînei. II. 435

S. IFRIM şi M. GRINDEA, Interacţiunea lînă-acid sulfuric, urmărită pe cale radioactivă 443

ŞTIINŢE ECONOMICE

D. RUSU şi V. COCIU, Cu privire la diviziunea muncii în producţia de serie 449

E. POPA şi V. RĂUŢU, Relaţii între ritmurile de creştere a indicatorilor planului de muncă şi salarii 461

P. MÎLCOMETE şi D. RUSU, Unele aspecte ale comerţului exterior al Republicii Populare Romîne 465

I. ŞTEFĂNESCU, V. COPILU şi V. COCIU, N. BĂDAN . . . 473

RECENZII 475

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ

Том X (XIV), выпуск 1—2 1964 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ОТ РЕДАКЦИИ XV

Д. РУСУ, К XX-тилетию освобождения родины XVII

МАТЕМАТИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ФИЗИКА

АЛ. КЛИМЕСКУ, Алгебраическое программирование. III. К квадратичному программированию 1

Ж. ДЬЁДОННЕ, К произведению мер 5

Г. Ю. ГЁНКЕ, О корне первичной конгруэнции в коммутативной полугруппе 9

Ю. И. ГРИБАНОВ, К теории измеримых функций 15

М. ГОССУ, О функциональном уравнении Фреше 27

Э. О. РОКСИН и Д. МАНЖЕРОН, Закрытие следящего ряда в задачах оптимального контроля 29

Ф. НЕЙМАН, Об осцилляторных линейных дифференциальных уравнениях второго порядка с фундаментальной дисперсией $\varphi(t) = t + \pi$. 37

Д. БОРШ, О некотором одноразмерном неголономном многообразии . 43

Ж. ЛЕГРА, АЛГОЛ, нотация информатики 47

С. НИЯНГ, Вариационный принцип соответствующий лагранжевым формам уравнений Манжерона—Ценова 53

Д. К. СИНХА, О продольной вибрации упругой полубесконечной балки в магнитном поле, нагруженной в одном конце некоторой данной силой 59

С. БАСУЛИ, О значительном изгибе круглой пластинки различной толщины подверженной боковым нагрузкам 63

Ж. П. АГАРВАЛ, Магнитногидродинамический эффект в смазке. II. Эффекты инерции в массивной подставке подшипников качения . 67

Д. МАНЖЕРОН, А. Ф. ШЕСТОПАЛ и А. ОПРЯ, Задачи о вибрациях пластинок и тонких оболочек. I. Изучение спектров треугольных пластинок 73

Л. де БРОЙЛЬ, Некоторые следствия термодинамики изолированной частицы 81

стр.

Ж. ЭРЕСТИ, Р. БЕЛЛЬМАН, Р. КАЛАБА и С. УЕНО, Инвариантная обтекаемость и динамика разреженных газов 85

Е. Ж. СКОТТ, О нелинейном одноразмерном уравнении диффузии с источником или колодцем 91

ХИМИЯ

А. Н. КИРГИНЦЕВ, Решение задач математической теории хроматографии методом непрерывного движения зоны 97

Г. БУРЛАКУ и К. ИОАН, Восстановление ионов Ni^{2+}, Co^{3+}, Cr^{3+}, на капле ртути в растворе нитрата 105

Т. ГОЛГОЦИУ, И. ГЫНКУ, Ж. ЛИНДЕ, А. ЛУКА, И. АНТОНЕСКУ и В. ЧУБОТАРУ, Исследование агрессивности почв и способов защиты трубопроводов от коррозии, в г. Яссах. I. . . . 113

Ж. ЛИНДЕ, А. ЛУКА, И. ГЫНКУ и И. АНТОНЕСКУ, Исследование коррозии питающего водопровода, на станции Гидиджень . . 119

М. ДИМА, И. ПОИНЕСКУ и Г. КОТРУЦ, Определение обменной емкости катионообменников иодометрическим путем 123

Т. СЭВЯНУ и И. ИБЭНЕСКУ, О количестве жидкости задерживаемой на вертикальной стенке при пленочном течении 139

И. МАТЕЙ и М. ГРИГОРАШ, Преобразования полимер-аналоги целлюлозы. I. Трансэстерификация диацетата целлюлозы с этиловым п-амино-бензоатом 145

Х. И. АРЕШИДЗЕ и Е. П. ХЕЧИНАШВИЛИ, Конденсированные ароматические углеводороды сацхенией нефти 151

Э. ПОППЕЛ, С. ПЕТРОВАН и К. СИМИОНЕСКУ, Изучение электрокинетических явлений в технологии бумаги 155

Г. АЛЕКСА, Г. КИРИЦЭ, А. КИРИЦЭ, М. МАНЧУ, Г. ШИФТЕР, и В. НЭНЕСКУ, О стабильности во времени химических и физико-механических характеристик кож в комбинированном дублении . 169

Г. КИРИЦЭ, М. МАНЧУ, Е. БОЦ, К. ТОНЕГАРУ и М. НЬЕРГЕШ, К вопросу получения экстракта из валонеи 175

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА. ЭЛЕКТРОНИКА

Э. ЛУКА, О. СКУТАРУ, Ф. ТРИФАН и И. ЛУКА, Изучение дисперсии абсолютной диэлектрической проницаемости у некоторых технических полихлорвинилистых изделий иррадиированных Х-лучами . 185

Г. САВИН и В. ПЕТРЕСКУ, Метод измерения мостом, уравновешивание которого сделано приведением двух токов в квадратуру . . 193

М. П. ЗЛАТЕВ и Д. Н. ЦВЕТКОВ, Определение момента сил сопротивления в индукционных системах с диском и магнитом . . 199

И. БЕЖАН, Экеспериментальные данные к изучению работ магнитного усилителя с двойным выходом частоты, как элемент измерения . 203

А. НИКОЛАИДЕ, Выведение функции переноса следящей системы для копировальных машин 221

стр.

И. Н. ПОПОВ, Экспериментальное исследование кинематики механизмов с помощью киносъемки 231

Г. РОСМАН и А. БРАЙЕР, Импеданс в линейных и нелинейных электрических цепях в установившемся периодическом несинусоидальном режиме 237

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

С. Н. КОЖЕВНИКОВ и Д. МАНЖЕРОН, О динамическом эффекте действия ускорений высшего порядка 243

Б. Р. СЕТ, Задача феноменов транзиции. I. 255

Г. ЛЮДВИГ, Гармоническое возбуждение с установившейся амплитудой 263

И. ПЛАНДЕР и И. ГРУСКА, Программирование на счетной электронной машине расчета вынужденных колебаний в механических колебательных системах подверженных кручению 269

Э. Г. ГУДУШАУРИ, Условия наличия одного и двух кривошипов в пятизвенном шарнирном механизме 279

В. ВУНДЕРЛИХ, О траектории центра тяжести четырехзвенного и кривошипно-шатунного механизмов 285

К. ТОМАШЕВСКИЙ, Возможность осуществления некоторых случаев вращательного и плоского движения вращательных тел . . 293

А. П. КОВРЕВСКИЙ, Колебания и устойчивость трубопроводов . . 299

Б. ГРЮНВАЛЬД, Расчет процесса горения в двигателе зажигаемом искрой, основанный на новой физической модели распространения турбулентного пламени 309

К. ПИКОШ, Б. ГЕОРГИУ и В. БУРГАРД, О сборном зазоре поршней для двигателей внутреннего сгорания 323

А. РЭИЛЯНУ и Д. НИКОЛЕСКУ, Определение параметров сил резания и крутящих моментов в процессе сверления румынских сталей. VII. Стали группы СТАС 1700–50 327

СТРОИТЕЛЬСТВО. ГИДРОТЕХНИКА

М. БОТЕЗ и М. АТУДОРЕЙ, К геодезическому методу изменения координат в триангуляции 329

Н. ОРЛОВСКИЙ, Расчет плоских рам на устойчивость . . . 335

Г. ЦУМПЕ, Убывающие функции и их применение в задачах относящихся к изгибающим моментам балок дорожных мостов . . . 341

З. Г. РОЙТБУРД, Работа сводов системы Майяра под динамической нагрузкой 353

А. МИХУЛ, К. ЛЕОНТЕ, К. КАПАТУ и А. БОГЯН, К изучению некоторых сборных арочных балок соединенных предватительным напряжением 361

В. БОГЯН, Д. ДЬЯКОНУ, С. КОВАЛИ, В. ЖЕРГИУЦЭ и Т. ПАТЕЛЛИ, К исследованию несущей способности крупноблочных керамических панелей с оконной пустотой под действием в их плане горизонтальных сил 373

стр.

А. МИХУЛ, М. ПАТРАШ, А. БОГЯН, К. КАПАТУ, К. ЛЕОНТЕ и А. БРЭДЭЦЯНУ, Влияние электронагрева и удлинения, сверх нормы течения, стальных балок на механические свойства арматуры с периодическим профилем, пользуемой в постройках из предварительно-напряженного бетона 385

Л. ГУШТЮК, Е. ГЕОРГИУ и М. ПОЕНЕСКУ, Засоленные почвы Дунайской дельты 399

В. БЛИДАРУ, Г. ПОПЕСКУ и М. ГОБЖИЛЭ, Новые принципы в проектировании и эксплуатации рисовых полей поднимающие их экономичную эффективность 419

ЛЕГКАЯ ПРОМЫШЛЕННОСТЬ

Р. ЗЕЙДМАН и М. ГРИНДЯ, Пользование реактивных красителей для аминирования целлюлозных волокон 427

М. ГРИНДЯ и Т. ФОРСТ, Действие натриевого бихромата и формальдегида на шерсть. II. 435

С. ИФРИМ и М. ГРИНДЯ, Взаимодействие шерсть-серная кислота, исследованое радиоактивным путем 443

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Д. РУСУ и В. КОЧУ, О распределении труда в серийном производстве 449

Е. ПОПА и В. РЭУЦУ, Зависимость между ритмами роста показателей плана труда и зарплаты 461

П. МЫЛКОМЕТЕ и Д. РУСУ, Некоторые аспекты внешней торговли в Румынской Народной Республике 465

И. ШТЕФЭНЕСКУ, В. КОПИЛУ и В. КОЧУ, Н. БЭДАН . . . 473

РЕЦЕНЗИИ 475

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
VOL. X (XIV), Fasc. 1–2 1964

CONTENTS

Pag.

EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENTS XV

D. RUSU, Au XX-e anniversaire de l'élibération de la patrie . . XVII

MATHEMATICS. THEORETICAL MECHANICS. PHYSICS

AL. CLIMESCU, La programmation algébrique. III. Compléments sur la programmation quadratique 1

J. DIEUDONNÉ, Sur le produit de mesures 5

H. I. HOEHNKE, Über das Radikal einer Primärkongruenz in einer kommutativen Halbgruppe 9

I. I. GRIBANOV, Sur la théorie des fonctions mesurables . . . 15

M. HOSSZU, On the Fréchet's functional equation 27

E. O. ROXIN and D. MANGERON, The closure of the attainable set for problems in optimal control 29

F. NEUMAN, Sur les équations différentielles linéaires oscillatoires du deuxième ordre avec la dispersion fondamentale $\varphi(t) = t + \pi$. 37

D. BORŞ, Sur une variété nonholonome unidimensionelle . . . 43

J. LEGRAS, L'ALGOL, notation de l'informatique 47

S. NIANG, Principe variationnel correspondant aux formes lagrangiennes des équations de Mangeron-Tzénoff 53

D. K. SINHA, Note on longitudinal vibration of a semi-infinite elastic bar in a magnetic field with a prescribed force at one end . . 59

S. BASULI, Note on the large deflection of a circular plate of variable thickness under lateral loads 63

J. P. AGARWAL, Magnetohydrodynamic effect in lubrication. II. Full journal bearing with inertia effects 67

D. MANGERON, A. F. SHESTOPAL and A. OPREA, Vibrations problems concerning plates and shells. I. The problem of triangular plate spectra 73

L. de BROGLIE, Quelques conséquences de la thermodynamique de la particule isolée 81

Pag.

J. AROESTY, R. BELLMAN, R. KALABA and S. UENO, Invariant imbedding and rarefied gas dynamics 85

E. J. SCOTT, On the non-linear one-dimensional diffusion equation with a source or sink 91

CHEMISTRY

A. N. KIRGUINTZEV, Résolution des problèmes de la théorie mathématique de la chromatographie par la méthode du mouvement continu de la zone 97

GH. BURLACU e C. IOAN, Riduzione sulla goccia di Hg degli ioni di Ni^{2+},Co^{3+}, Cr^{3+}, nelle soluzioni dei nitriti . . . 105

T. GOLGOȚIU, I. HÎNCU, J. LINDE, A. LUCA, I. ANTONESCU et V. CIUBOTARU, Étude de l'agressivité des sols et des moyens de protection contre la corrosion des conduites de la ville de Jassy. I. . 113

J. LINDE, A. LUCA, I. HÎNCU and I. ANTONESCU, Studies concerning the corrosion of the water pipe-line of Ghidigeni . . 119

M. DIMA, I. POINESCU et GH. COTRUȚ, Sur la détermination de la capacité d'échange des échangeurs d'ions par voie iodométrique . 123

TH. SĂVEANU und I. IBĂNESCU, Über din anhaftende Quantität einer Flüssigkeit in Filmströmung auf einem senkrechten, rauhen Wand . 139

I. MATEI et M. GRIGORAȘ, Transformations polymère-analogues de la cellulose. I. Réesterification du diacétate de cellulose avec *p*-aminobenzoate d'éthyle 145

H. I. ARESCIDSE e E. P. KHECINASVILI, Idrocarburi aromatici condensati del petrolio grezo di Sazkhenisi 151

E. POPPEL, S. PETROVAN und Cr. SIMIONESCU, Zum Studium von elektrokinetischen Erscheinungen in der Technologie der Papierfabrikation 155

GH. ALEXA, GH. CHIRIȚĂ, A. CHIRIȚĂ, M. MANCIU, H. SCHIFTER et V. NĂNESCU, Sur la stabilité en fonction du temps des caractéristiques chimiques et physico-mécaniques des cuirs de tannage combiné formol-chrôme 169

GH. CHIRIȚĂ, M. MANCIU, E. BOȚI, C. TONEGARU e M. NIERGHEȘ, Sullo studio concernenti la preparazione dell'estratto di valoneea 175

ELECTRICAL ENGINEERING. ELECTRONICS

E. LUCA, O. SCUTARU, F. TRIFAN et I. LUCA, Étude de la dispersion de la permitivité chez certains produits techniques de polychlorure de vinil irradiés par rayons X 185

GH. SAVIN and V. PETRESCU, Bridge measurement methode dont equilibrium is reached by bringing of two currents in quadrature . . 193

M. P. ZLATEV et D. N. TZVETKOV, Détermination du moment de force résistant des systèmes à induction à disque et à aimant . . 199

I. BEJAN, Experimental contributions about the service as measure element of magnetic amplifyers with double frequency output . . 203

A. NICOLAIDE, Établisement de la fonction de transfert du système d'asservissement des machines à copier 221

I. N. POPOV, Untersuchung der Kinematik der Getriebe mit Hilfe des Kinoapparates. 231

H. ROSMAN et A. BRAIER, Impédance des circuits électriques linéaires et nonlinéaires en régim permanent périodique nonsinusoïdal . . 237

MECHANICAL ENGINEERING

S. N. KOJEVNIKOV and D. MANGERON, On the dynamic effects caused by accelerations of higher order 243

B. R. SETH, On the problem of transition phenomenon. I. . . . 255

GY. LUDVIG, Harmonische Erregung mit stabilisierter Amplitude . 263

J. PLANDER and J. GRUSKA, Programme for calculating forced vibrations in torsional vibrating systems by an automatic computer . . 269

E. G. GOUDOUCHAOURI, Conditions d'existence de l'une ou de deux manivelles dans un mécanisme articulé à cinq éléments . . 279

W. WUNDERLICH, Über die Schwerpunktsbahn des Dreistab- und Schubkurbelgetriebes 285

K. TOMASZEWSKI, Sulla possibilita di realizzazione di alcuni casi concernenti i moti di rotazione e moti piani dei solidi di rotazione . . 293

A. P. KOVREVSKI, Oscillations and stability of pipe-lines . . 299

B. GRÜNWALD, Il calcolo del processo di combustione coll'accesione a scintilla basato su di un nuovo modello fisico concernente la propagazione turbulente della fiamma 309

C. PICOŞ, B. GHEORGHIU et V. BURGARD, Sur le jeu de montage des pistons des moteurs à combustion 323

A. RĂILEANU et D. NICOLESCU, Détermination des paramètres des forces de coupe et des moments de torsion concernant les aciers roumains soumis au perçage. VII. Les aciers standardisés STAS 1 700-50 327

CONSTRUCTIONS. HYDROTECHNICS

M. BOTEZ et M. ATUDOREI, Sur la méthode géodésique de la variation des coordonnées en triangulation 329

N. ORLOVSCHI, Le calcul de la stabilité des cadres plans . . 335

G. ZUMPE, Die Abminderungsfunktionen für die extremalen Biegemomente durchlaufender Strassenbrückenträger und ihre Anwendung 341

Z. G. ROITBURD, Sur le comportement des voutes du système de Maillard soumis à un effort dynamique 353

A. MIHUL, C. LEONTE, C. CAPATU und A. BOGHIAN, Beitrag zum Studium einiger Zugbandbogenträger aus zusammengespannten Fertigteilen 361

V. BOGHIAN, D. DIACONU, S. COVALI, V. JERGHIUȚĂ et T. PATELLI, Recherches concernant la capacité portante des grands panneaux en blocs céramiques, avec une fenêtre, à l'action des forces horizontales, en actionnant dans leur plan 373

A. MIHUL, M. PATRAȘ, A. BOGHIAN, C. CAPATU, C. LEONTE und A. BRĂDĂȚEANU, Der Einfluss der elektrischen Einheizung und der Ausdehnung der Stahlstäbe über Fliessgrenze, auf die mechanischen Eigenschaften der in den vorgespannten Stahlbeton-konstruktionen angewandten Rippenbewehrung . . . 385

L. GUȘTIUC, E. GHEORGHIU et M. POENESCU, Sols salinisés dans le delta du Danube 399

V. BLIDARU, GR. POPESCU et M. GOBJILĂ, Considérations concernants l'efficience économique des aménagements des plantations de riz . 419

LIGHT INDUSTRY ENGINEERING

R. ZEIDMAN et M. GRINDEA, Utilisation des colorants réactifs pour l'obtention des fibres cellulosiques aminées 427

M. GRINDEA et T. FORST, Action du bichromate de potassium et de la formaldéhyde sur la laine. I. 435

S. IFRIM e M. GRINDEA, Interazione tra la lana e l'acido sulfurico seguita per via radioattiva 443

ECONOMICS

D. RUSU et V. COCIU, Sur la division du travail dans la production de série 449

E. POPA et V. RĂUȚU, Relations entre les rhytmes d'accroissement des indicateurs du plan de travail et les salaires 461

P. MÎLCOMETE et D. RUSU, Quelques aspects du commerce extérieur de la République Populaire Roumaine 465

I. ȘTEFĂNESCU, V. COPILU and V. COCIU, N. BĂDAN . . 473

BOOK-REVIEWS 475

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

REDACŢIONALE

ОТ РЕДАКЦИИ

EDITORSCHIP'S ANNOUNCEMENTS

Articole ale colaboratorilor străini primite la redacţia revistei *Buletinul Institutului politehnic din Iaşi*

Статьи иностранных сотрудников полученные редакцией журнала *Известия Ясского политехнического института*

Papers received from abroad by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy*

BEGGS J. S., (University of California, Los Angeles, U. S. A), *Rendezvous simulator kinematics.*

BOTTEMA O., (Technische Hogesschool, Delft, Holland), *On a motion of a disc.*

CHAMBERS LL. G., (University College of North Wales, Bangor, Caernavonshire, England), *Modes in Wave Guides containing gyrational Media.*

CHALÉAT R., (Université de Besançon, France), *La théorie des perturbations ; ses approximations d'ordre supérieur et leurs applications.*

CHALÉAT R., (Université de Besançon, France), *Période des petites oscillations en fonction de leur amplitude.*

CHALÉAT R., (Université de Besaçon, France), *La théorie générale de la synchronisation.*

JULLIEN Y., (Centre de Recherches Physiques, CNRS, Marseille, France), *Les montages élastiques anti-vibratielles en excitation aléatoire.*

SIDÉRIADÈS L., (Université de Marseille, France), *Résonance non lineaire d'un circuit série à ferrite.*

KAPUR J. N., (Indian Institute of Technology, Kanpur, India), *Some aspects of magnetohydrodynamics.*

LEGATOS G. G., (Université d'Athènes, Grèce), *Équations differentielles non linéaires dont certaines fonctions de la dérivée appartiennent à la classe* L^2.

ДЮНИН А. К., (Сибирский научно-исследовательский институт энергетики Государственного производственного комитета по электрификации и энергетике СССР, Новосибирск, СССР), *Фактор взвешивания в двухфазном потоке.*

ГЕНДЕЛЬ Э. М., (Московский инженерно-строительный институт, СССР), *Передвижка зданий.*

БЕЛЕНЬКИЙ И. М., (Всесоюзный заочный институт текстильной и легкой промышленности, Москва, СССР), *Приложение теоремы независимости Гильберта к задачам механики.*

БЕЛЕНЬКИЙ И. М., (Всесоюзный заочный институт текстильной и легкой промышленности, Москва, СССР), *Об одном классе потенциальных движений.*

ЗУБОВ В. И., (Ленинградский Государственный университет им. А. А. Жданова, СССР), *К решению проблемы синтеза.*

ЧЕРКАСОВ И. Д., (Нижне-Тагильский педагогический институт, СССР), *Обобщенная интегральная предельная теорема и ее применение к теории интерполяции.*

DELPORT J., (Faculté libre des Sciences de Lille, France), *Techniques de prolongement par continuité; applications à l'étude de la continuité des fonctions aléatoires normales.*

FORD H., (Imperial College of Science and Technology, University of London, England), *Some Problems in the Application of Plasticity to Metal working Processes.*

JAUMOTTE A., (Université de Bruxelles, Belgique), *Calcul aérodynamique simplifié du coefficient de débit d'une tuyère de profil elliptique-cylindrique.*

BALARAM M., (Indian Institute of Technology, Kharagpur, India), *Forced Flow of a non-newtonian Liquid against a rotating Disk with large Suction.*

PICONE M., (Academia Nazionale dei Lincei, Roma, Italia), *Criteri sufficienti in generali problemi di calcolo delle variazioni rigvardante integrali pluridimensionali d'ordine qualsivoglia nel vettore minimante a più componenti.*

BELLMAN R., (The RAND Corporation, Santa Monica, California, USA), *An approximate Procedure in Control Theory based on Quasiliniarization.*

DE POSSEL R., (Faculté des Sciences, Paris, France), *Sur les variétés à deux dimensions, les ensembles de capacité maximale et le prolongement des variétés conformes.*

VOGEL TH., (Centre des Recherches Scientifiques, CNRS, Marseille, France), *Sur différentes classes de systèmes evolutifs.*

IMAZ C., (Instituto Politecnico Nacional, Mexico), *Sobre ecuaciones diferenciales funcionales.*

SCHWEIZER B., (University of Arizona, Tucson, Arizona, USA), *Equivalence Relations in Probabilistic Metric Spaces.*

LISTER C. R. B., (University of Cambridge, England), *On the vertical Motion of Equipment lowered by Wire into the Deep Sea.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

LA A XX-A ANIVERSARE A ELIBERĂRII PATRIEI

În cei 20 de ani care au trecut de la Eliberare, în țara noastră s-au produs profunde transformări revoluționare. Aceste transformări au culminat cu cea mai mare cucerire a poporului romîn — victoria definitivă a socialismului. Într-un termen istoricește scurt a fost construită în țara noastră o economie socialistă unitară, în plină dezvoltare.

Tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej arăta la conferința organizației de partid a orașului București: „În anii celei de a XX-a aniversări a eliberării, Romînia socialistă se înfățișează ca o țară în continuu progres, cu o economie complexă și o cultură înfloritoare, puse pe de-a întregul în slujba creșterii bunăstării celor ce muncesc".

Partidul Muncitoresc Romîn, folosind în mod creator legile generale ale revoluției și construcției socialismului, ținînd seama de posibilitățile și nevoile economiei noastre naționale, a concentrat eforturile principale ale poporului în direcțiile hotărîtoare pentru victoria socialismului: crearea bazei tehnice materiale a noii orînduiri prin industrializarea socialistă a țării, dezvoltarea continuă a industriei grele și în deosebi a ramurilor ei hotărîtoare, înzestrarea ramurilor cu tehnica modernă, introducerea automatizării, sporirea continuă a productivității muncii și creșterea venitului național.

Înfăptuirea procesului de industrializare a constituit singura cale pentru asigurarea dezvoltării armonioase și echilibrate a întregii economii naționale.

Pentru înflorirea și dezvoltarea continuă a economiei naționale există în țara noastră premisele necesare: a învins orînduirea socialistă, cea mai înaintată formă de organizare socială și cea mai dreaptă, care oferă toate posibilitățile pentru un avînt fără de seamăn al forțelor de producție. poporul romîn este înzestrat cu remarcabile calități, harnic, sîrguincios, dornic de a munci, perseverent, iar în fruntea sa are un conducător încercat, P.M.R., partid leninist, care îndrumă cu pricepere și răspundere poporul spre înfăptuirea măreților idealuri de bunăstare și fericire.

În procesul industrializării socialiste s-a asigurat creşterea potenţialului economic al ţării, valorificarea la un nivel tot mai ridicat a resurselor naturale, un ritm rapid de creştere a produsului social şi venitului naţional.

Rezultatul politicii de industrializare s-a concretizat în schimbări în structura pe ramuri şi subramuri a industriei, a crescut producţia industrială pe cap de locuitor. Edificator pentru politica de industrializare este ritmul înalt de dezvoltare a producţiei industriale faţă de ritmul de dezvoltare a produsului social. În perioada 1950... 1963 produsul social a crescut de 3,3 ori iar producţia globală industrială a sporit de peste 5 ori.

În anul 1963 producţia industrială a anului 1938 s-a realizat în numai 7 săptămîni.

Indicele grăitor şi de necontestat al industrializării ţării noastre îl constituie faptul că cea mai mare parte a venitului naţional este astăzi produs de industria socialistă.

În politica de industrializare s-a acordat o atenţie deosebită dezvoltării cu prioritate a industriei grele.

Primatul producţiei mijloacelor de producţie a creat condiţiile pentru dezvoltarea şi perfecţionarea neîncetată a producţiei socialiste pe baza tehnicii celei mai înalte, pentru creşterea rapidă şi neîntreruptă a productivităţii muncii sociale, pentru asigurarea unui belşug de bunuri materiale şi spirituale în scopul satisfacerii tot mai depline a cerinţelor crescînde ale oamenilor muncii.

S-a înregistrat o creştere a greutăţii specifice a industriei producătoare de mijloace de producţie în totalul industriei. Ramurile industriale care condiţionează creşterea bazei tehnico-materiale a socialismului şi introducerea tehnicii moderne s-au dezvoltat într-un ritm mai rapid decît celelalte ramuri ale economiei naţionale. Astfel, ritmul de creştere a industriei energiei electrice, termice, siderurgice, construcţii de maşini, chimice a fost între 1951... 1963 de 17,5% faţă de 13,2% ritmul mediu pe întreaga industrie, fapt care a determinat creşterea ponderii acestor ramuri în producţia globală industrială de la 18% în 1938 la 43% în 1963.

Pornind de la faţul că industria constructoare de maşini este pivotul industriei grele, partidul şi guvernul au acordat o atenţie deosebită dezvoltării acestei ramuri deoarece ea înzestrează toate ramurile economiei naţionale. În primii ani ai şesenalului industria constructoare de maşini s-a dezvoltat cu 16,9%. Atenţie s-a acordat şi industriei energiei electrice care a sporit cu 17,6%, întrucît fără o bază energetică puternică nu este posibilă dezvoltarea industriei sau a altei ramuri, energia electrică constituind factorul principal în mecanizarea şi automatizarea producţiei. În ceea ce priveşte ritmul de dezvoltare a industriei chimice este mai mult decît convingător saltul făcut de această ramură în anii puterii populare. În ultimii 13 ani sporul mediu

anual de dezvoltare a industriei chimice a fost de 22,2%, iar în anii șesenalului de 25,1%.

Ritmul de creștere a producției industriale în primii 4 ani ai șesenalului a fost de 15%, ritm superior celui prevăzut pentru întregul șesenal, de 13%.

Pentru dezvoltarea complexă și multilaterală a economiei naționale sînt importante schimbările intervenite în structura producției industriale constructoare de mașini și prelucrării metalelor, pentru că pe această cale se asigură înzestrarea fiecărei ramuri a economiei naționale cu tipuri de mașini cît mai perfecționate, cu performanțe tehnice ridicate. Astfel, producția de tractoare, mașini agricole, utilaj petrolier, utilaj chimic, mașini unelte, utilaj energetic sînt deja ramuri apreciate pentru produsele lor nu numai în țară, ci și peste hotare.

Față de trecut cînd Romînia importa marea majoritate a utilajelor, astăzi putem acoperi două treimi din necesarul de utilaje ale economiei naționale.

Acordîndu-se prioritate industriei grele, nu s-a neglijat dezvoltarea industriei bunurilor de consum. Ca urmare a acțiunii generale de valorificare superioară a resurselor materiale ale economiei, a crescut ponderea țesăturilor și tricotajelor din fibre artificiale și sintetice precum și a celor din in și cînepă. De asemenea, a crescut ponderea tricotajelor și a industriei confecțiilor în totalul industriei ușoare. Industria alimentară se remarcă printr-o creștere a ponderii produselor care conțin factori nutritivi complecși, precum și a produselor cu un grad de prelucrare mai ridicat.

Politica partidului a asigurat nu numai dezvoltarea complexă a industriei care constituie ramura hotărîtoare, dar și dezvoltarea intensivă și multilaterală a agriculturii și realizarea unor proporții judicioase între producția industrială și agricolă. Politica P.M.R. de transformare socialistă a agriculturii și-a găsit confirmarea strălucită în terminarea cu aproape 4 ani înainte de termen a cooperativizării agriculturii, fapt care a deschis mari posibilități pentru dezvoltarea rapidă a forțelor de producție în agricultură. Spre deosebire de anul 1938 cînd un plug revenea la 3 ha, iar mașinile agricole erau aproape inexistente, la sfîrșitul anului 1963 pe ogoarele patriei lucrau 65 000 tractoare (fizice), 61 600 semănători mecanice, 32 100 combine pentru păioase.

În agricultură s-a acordat o mare atenție și creșterii animalelor, ramură care contribuie la sporirea însemnată a eficacității muncii în agricultură și la îmbunătățirea aprovizionării populației cu produse alimentare. În anul 1962 producția animală a fost cu 50% mai mare decît în anul 1938.

Dezvoltarea neîntreruptă și multilaterală a economiei naționale este nemijlocit legată de înfăptuirea unui vast program de investiții care asigură dezvoltarea economiei în proporțiile și ritmul stabilit. În perioada 1950... 1963 statul a investit în economie peste 240,6 miliarde lei din care mai mult de jumătate (54,1%) au fost alocate industriei.

Au fost obținute succese însemnate și în domeniul repartizării forțelor de producție pe teritoriul țării, ceea ce a dus la creșterea potențialului economic al regiunilor și raioanelor mai puțin dezvoltate. Repartiția socialistă a forțelor de producție pe teritoriul țării duce la punerea în valoare a noi bogății naturale, la apropierea industriei de sursele de materii prime sau de centrele de consum a producției finite, la folosirea rațională a forței de muncă și la dezvoltarea economică și social-culturală a întregii țări.

Urmărind dezvoltarea armonioasă a tuturor regiunilor țării, P.M.R. a acordat o atenție deosebită dezvoltării regiunilor rămase în urmă în timpul regimului burghezo-moșieresc ca Bacău, Oltenia, Dobrogea, Iași, acestor regiuni alocîndu-li-se mijloace materiale și bănești în volum sporit care au avut ca efect un ritm superior de dezvoltare celui înregistrat de producția industrială pe ansamblu.

Creșterea producției industriale, dezvoltarea tuturor ramurilor economiei naționale, mărirea productivității muncii, reducerea prețului de cost și-au găsit reflectarea în creșterea venitului național. Ritmul mediu de creștere a venitului național în R.P.R. a depășit pe cel înregistrat în vechea Românie.

Pe această bază au sporit veniturile oamenilor muncii, salariul real a crescut de peste 2 ori în perioada 1950... 1963, iar volumul mărfurilor desfăcute prin comerțul socialist a fost de peste 4 ori mai mare în 1963 decît în 1950. În cei 4 ani ai șesenalului s-au construit numai din fondurile statului circa 162 000 apartamente, iar țărănimea a construit 383 000 case noi.

În perioada 1950... 1963 au crescut în ritm intens și cheltuielile statului pentru nevoi social-culturale: pentru învățămînt, cultură, ocrotirea sănătății, asigurări sociale de stat, alocații de stat pentru copii. În 1963 acestea au reprezentat aproape 24% din totalul cheltuielilor bugetare, ceea ce înseamnă 1 005 lei pe un locuitor față de 665 lei în 1959.

Dezvoltarea rapidă a economiei a creat condiții ca țara noastră să exporte un volum crescut de mărfuri. Volumul comerțului exterior în perioada 1950... 1963 a crescut de peste 4,2 ori. Astăzi R.P.R. oferă la export o gamă variată de produse industriale cu un nivel de tehnicitate ridicat, iar piața noastră este capabilă să absoarbă cantități sporite de produse.

Un rol important în dezvoltarea complexă și armonioasă a economiei îl are lărgirea schimburilor comerciale cu țările socialiste, pe baza principiilor diviziunii internaționale socialiste a muncii.

R.P.R. întreține relații comerciale cu peste 100 de țări, iar în anul 1964 a participat la 30 de tîrguri internaționale din Europa, Asia, America și Africa.

Multiplele probleme ridicate de înzestrarea tehnică în noile condiții nu pot fi soluționate fără aportul susținut al științei. Noile ramuri de o mare importanță cum sînt: energetica atomică, industria maselor plastice, a semiconductorilor etc. se dezvoltă pe baza rezultatelor obținute în munca de cercetare științifică și aplicarea acestora în practică.

Fiind un factor important pentru dezvoltarea bazei tehnico-materiale a socialismului, știința și aplicațiile sale se bucură de o mare atenție din partea partidului și guvernului nostru.

Economia țării noastre a luat un asemenea avînt încît reține atenția presei de peste hotare precum și a unor foruri internaționale de mare prestigiu. Recent într-un studiu despre economia țărilor europene al comisiei economice a O.N.U. pentru Europa se scria că „printre țările est-europene... Romînia a înfăptuit în anii din urmă trecerea spre o dezvoltare industrială rapidă și constantă, sprijinită prin punerea în funcțiune a unor noi capacități de folosință îndelungată și printr-o creștere intensă în domeniul comerțului exterior". Iar Philippe de Seynes, șeful departamentului pentru problemele economice și sociale al O.N.U., cu prilejul vizitei pe care a făcut-o în țara noastră a declarat următoarele: „Mi-am format convingerea că poporul romîn muncește cu mult avînt, cu pricepere, depune eforturi pentru construirea unei societăți noi, că de pe acum el a obținut rezultate considerabile... Romînia a atins un nivel tehnic din cele mai înalte". Poporul romîn sub conducerea partidului, pe temelia trainică a industrializării socialiste, a construit o economie socialistă puternică, o cultură socialistă înfloritoare.

Victoriile mărețe obținute de oamenii muncii în construcția socialistă sînt rodul conducerii înțelepte, clar văzătoare, a partidului, a Comitetului său Central în frunte cu tov. Gh. Gheorghiu-Dej. De-a lungul celor 20 de ani care au trecut de la eliberarea țării, milioane de oameni ai muncii s-au convins că partidul clasei muncitoare este trup din trupul poporului, că politica partidului întruchipează năzuințele lor cele mai scumpe pentru o viață liberă și fericită.

Faptele însești confirmă justețea politicii științifice a partidului care se caracterizează prin fidelitatea nestrămutată față de marxism-leninism, unită cu spiritul profund creator întemeiat pe cunoașterea profundă a realității, pe studierea condițiilor concrete ale țării noastre.

Așa se explică încrederea și entuziasmul cu care oamenii muncii înfăptuiesc politica partidului, unitatea dintre popor, partid și guvern.

*

Păşind în cel de al III-lea deceniu al tinereții sale, țara noastră se află în plin avînt economic și înaintează pe o linie mereu ascendentă.

Sub conducerea gloriosului Partid Muncitoresc Romîn, eroica noastră clasă muncitoare, harnica țărănime, intelectualitatea, dăruiesc patriei socialiste o activitate bogată în fapte măreți.

Industrializarea este o mărturie a superiorității de necontestat a societății noi socialiste și în același timp o expresie a eroismului oamenilor muncii din țara noastră, a energiei lor creatoare trezită de conștiința libertății, de sentimentul lor de stăpîni și făuritori ai soartei proprii, de încredere în puterea lor și în viitorul luminos pe care-l făuresc.

Pe acest drum vom obține noi și minunate izbînzi pentru a face patria socialistă tot mai puternică și îmbelșugată.

D. Rusu

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Matematici, Mecanică teoretică, Fizică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 1—2, 1964

Математика, Теоретическая механика, Физика

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Mathematics, Theoretical Mechanics, Physics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. D. 517.27

LA PROGRAMMATION ALGÉBRIQUE

III. COMPLÉMENTS SUR LA PROGRAMMATION QUADRATIQUE

PAR

AL. CLIMESCU

1. Dans la Note [2] nous avons traité le problème de la programmation quadratique à restrictions linéaires, qui se réduit toujours à un problème du type suivant, du moins si le domaine convexe déterminé par les restrictions est borné.

Soit D le domaine défini par les conditions

$$x_i \geqslant 0, \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \quad x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1.$$

Trouver $\inf_D F$, $\sup_D F$, où F est une forme quadratique.

Si le domaine initial n'est pas borné, on arrive à un problème similaire pour une forme quadratique $F(x_1, \ldots, x_n; y_1, \ldots, y_n)$, les conditions étant cette fois-ci

$$x_i \geqslant 0, \quad y_j \geqslant 0, \quad x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1.$$

Nous dirons que les variables x_i sont liées et les variables y_j sont libres.

Ce problème a été laissé de côté dans [2] et nous nous proposons de le résoudre ici.

2. La question est tranchée par la

Proposition I. *Le problème de la programmation quadratique à variables libres se réduit à l'étude de la variation de deux fonctions $M(k)$, $m(k)$, sur le demi-axe $0 \leqslant k < \infty$.*

Posons $y_1 + y_2 + \cdots + y_p = k = k(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$ et $y_i = kz_i$; si $k = 0$ on a $y_1 = y_2 = \cdots = y_p = 0$ et si $k > 0$ on a d'après [1]:

$$z_i = \sum_{j=1}^{n} u_{ij}, \quad x_i = \sum_{j=1}^{p} u_{ji}, \quad \text{donc } y_i = k \sum_j u_{ij}, \quad (u_{ij} \geqslant 0).$$

Après l'introduction des valeurs de x_i et y_i, F devient une fonction quadratique de u_{ij} avec la restriction $\sum_{i,j} u_{ij} = 1$, dont la détermination

des deux bornes M_k, m_k a été faite dans [2]. Il suffit ensuite de calculer inf m_k, sup M_k, $(k \in [0, \infty))$ pour résoudre complètement le problème.

Exemple. Soit $F(x, y, z) = x^2 - y^2 + z(x - y) + xy$ avec $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $z \geqslant 0$, $x + y = 1$.

On a d'abord $F(x, y, k) = x^2 - y^2 + k(x - y) + xy = x^2 - y^2 + k(x - y)(x+y) + xy = (1+k)x^2 - (1+k)y^2 + xy$; évidemment $M_k = 1 + k$, $m_k = -(1 + k)$ donc $M = \infty$, $m = -\infty$.

3. La méthode ci-dessus exposée présente le désavantage d'introduire un nombre plus grand de variables et, par conséquent, de compliquer les calculs. Dans un certain nombre de cas on peut l'éviter, comme il résulte de la proposition II, ci-dessous démontrée.

Posons $F(x_1, ..., x_n; y_1, ..., y_p) = F_1(x_1, x_2, ..., x_n) + F_2(y_1, y_2, ..., y_p) + F_3(x_1, ..., x_n; y_1, ..., y_p)$, F_3 ne contenant que des termes du type $ax_i y_j$.

Proposition II. *Le changement de variables est inutile dans les cas suivants*:

a) $F_2 = a_i y_i^2 - a_j y_j^2 + \cdots$, $(a_i > 0,\ a_j > 0)$;

b) F_2 *est privé de termes quadratiques et*

$$F_2 = a y_i y_j - b y_k y_l + \cdots,\ (a > 0,\ b > 0);$$

c) *tous les termes de* F_2 *et* F_3 *ont le coefficient* $\geqslant 0$ *ou* $\leqslant 0$.

d) $F_2 \equiv 0$ *et dans* F_3 *il n'existe que des termes du type* $y_i(a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n)$, $(a_i \geqslant 0$ ou $a_i \leqslant 0)$;

e) $F_2 \equiv 0$ *et* $F_3 = y_i(a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n) + \cdots$, *avec* $a_i > 0$, $a_j < 0$.

En effet on a:

a) $M = \infty$, $m = -\infty$ (on prend $y_i \to \infty$ et les autres $y_j = 0$, respectivement $y_j \to \infty$, $y_k = 0$, $(k \neq j)$).

b) $M = \infty$, $m = -\infty$.

Il suffit de prendre $y_i = y_j \to \infty$, $y_k = 0$, $(k \neq i, j)$, respectivement, $y_k = y_l \to \infty$, $(y_m = 0$ si $m \neq k, l)$.

c) Si tous les coefficients sont $\geqslant 0$ (au moins l'un d'entre eux étant > 0) on a évidemment $M = \infty$ et $m = \inf F_1$ (si tous les coefficients sont $\leqslant 0$, au moins un < 0, on a $m = -\infty$, $M = \sup F_1$).

d) Si $a_i \geqslant 0$ (l'un au moins > 0) on a sup $F = \infty$ et inf $F =$ inf F_1 (si $a_i \leqslant 0$, un a_i au moins < 0, sup $F = \sup F_1$, inf $F = -\infty$).

e) $M = \infty$, $m = -\infty$. Il suffit, par exemple, de prendre $x_1 = \cdots = x_{i-1} = x_{i+1} = \cdots = x_n = 0$, $x^i = 1$, $y_j = 0$, $(j \neq i)$, et $y_j \to \infty$ pour obtenir $M = \infty$.

4. L'exemple traité au § 2 rentre dans le cas e) de la proposition. Soit

$F(x, y, z) = x^2 + xy - y^2 + z^2 - z(x + 2y)$, $x \geqslant 0$, $y \geqslant 0$, $z \geqslant 0$, $x + y = 1$. Ici la proposition II ne s'applique pas, donc il faut employer la méthode générale.

$$F(x, y, k) = x^2 + xy - y^2 + k^2 - k(1 + y) = x^2 + xy - y^2 - ky(x + y) +$$
$$+ k^2 - k = x^2 + (1 - k)xy - (1 + k)y^2 + k^2 - k.$$

Comme on a $M = \infty$, il suffit de déterminer m_k:

$$F(x, y, k) + (1 + k) = F(x, y, k) + (1 + k)(x + y)^2 =$$
$$= (2 + k)x^2 + (3 + k)xy + k^2 - k \geqslant k^2 - k, \text{ donc}$$
$$F(x, y, k) \geqslant (2 + k)x^2 + (3 + k)xy + k^2 - k - (1 + k) \text{ et}$$
$$F(0, 1, k) = k^2 - k - (1 + k) = k^2 - 2k - 1, \text{ donc}$$
$$m_k = k^2 - 2k - 1.$$

L'étude de la variation de m_k donne immédiatement $m = -2$, valeur atteinte pour

$$x = 0, \; y = 1, \; z = 1.$$

Reçu le 27 V 1964

Institut Polytehnique, Jassy,
Chaire de Mathématiques I

BIBLIOGRAFIE

1. Climescu Al., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *1—2*, pp. 1—4.
2. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *1—2*, pp. 5—8.

PROGRAMAREA ALGEBRICĂ
III. Complemente asupra programării pătratice

(Rezumat)

În [2] s-a rezolvat problema următoare:
Fie D domeniul definit de către condiţiile

$$x_i \geqslant 0, \; (i = 1, 2, \ldots, n), \; x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1.$$

Să se găsească $\inf\limits_{D} F$, $\sup\limits_{D} F$, unde F este o formă pătratică.

În Nota de faţă se rezolvă problema similară pentru forma pătratică $F(x_1, x_2, \ldots, x_n; y_1, y_2, \ldots, y_p)$, condiţiile fiind:

$$x_i \geqslant 0, \; y_j \geqslant 0, \; x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1.$$

Se demonstrează următoarele propoziţii:
Propoziţia I. *Problema programării pătratice cu variabile libere se reduce la studiul variaţiei a două funcţii $M(k)$, $m(k)$ pe semiaxa $0 \leqslant k < \infty$.*
Propoziţia II. *Schimbarea de variabile este inutilă în următoarele cazuri:*

a) $F_2 = a_i y_i^2 - a_j y_j^2 + \cdots$, $(a_i > 0, \quad a_j > 0)$;

b) F_2 *nu posedă termeni pătratici şi*

$$F_2 = a y_i y_j - b y_k y_l + \cdots, \ (a > 0, \ b > 0);$$

c) *toţi termenii lui* F_2 *şi* F_3 *au coeficientul* $\geqslant 0$ *sau* $\leqslant 0$.

d) $F_2 \equiv 0$ *şi în* F_3 *nu există decît termenii de tip* $y_i (a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n)$, $(a_i \geqslant 0$ sau $a_i \leqslant 0)$;

e) $F_2 \equiv 0$ *şi* $F_3 = y_i (a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n) + \cdots$, *cu* $a_i > 0$, $a_j < 0$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. D. 517.51

SUR LE PRODUIT DE MESURES

PAR
JEAN DIEUDONNÉ

1. C'est un fait d'expérience que, dans la plupart des questions d'Analyse fonctionnelle où les espaces vectoriels topologiques qui interviennent ne sont pas des espaces normés on ne peut guère s'attendre à ce que les applications *bilinéaires* que l'on rencontre naturellement soient *continues*; il faut en général se contenter d'une propriété plus faible, *l'hypocontinuité* par rapport à des ensembles convenables de parties bornées. Nous nous proposons dans cette Note d'indiquer un caz d'exception à cette régle.

2. Pour tout espace localement compact X, nous désignerons par $\mathscr{C}(X)$ l'espace des fonctions continues à valeurs complexes, définies dans X, muni de la topologie de la *convergence compacte* (convergence uniforme dans chaque partie compacte de X). On sait que le *dual* $\mathscr{C}'(X)$ de cet espace localement convexe séparé est l'espace des *mesures* (complexes) *à support compact* sur X. Nous supposerons dans ce qui suit (sauf mention expresse du contraire) que $\mathscr{C}'(X)$ est muni de la topologie de la *convergence compacte*: on a donc un système fondamental de voisinages de O dans $\mathscr{C}'(X)$ en prenant dans cet espace les *polaires* H^0 des parties relativement compactes H de $\mathscr{C}(X)$. On rappelle qu'en vertu du théorème d'Ascoli ([1, ch. **X**, p. 32], corrolaire 3 du théorème 2) ces dernières sont les parties H de $\mathscr{C}(X)$ vérifiant les deux propriétés suivantes:

(i) H est *équicontinue*.

(ii) Pour tout $x \in X$, l'ensemble $H(x)$ des $f(x)$, où f parcourt H, est *borné*.

Considérons maintenant deux espaces localement compacts X, Y, et l'application bilinéaire canonique

$$(1) \qquad (\mu, \nu) \to \mu \otimes \nu$$

de $\mathscr{C}'(X) \times \mathscr{C}'(Y)$ dans $\mathscr{C}'(X \times Y)$. Nous nous proposons de prouver la

Proposition. *Lorsque X et Y sont des espaces localement compacts dénombrables à l'infini, l'application bilinéaire* (1) *est continue dans* $\mathscr{C}'(X) \times \mathscr{C}'(Y)$.

On sait que, même lorsque X et Y sont compacts, l'application (1) n'est pas continue lorsqu'on prend sur les espaces $\mathscr{C}'(X)$, $\mathscr{C}'(Y)$ et $\mathscr{C}'(X \times Y)$ la topologie *vague* ([4, p. 101], exercice 6 c)).

3. Il suffit évidemment de prouver la continuité de (1) à l'origine; étant donné un ensemble relativement compact C dans $\mathscr{C}(X \times Y)$, tout revient, en vertu de la relation

$$\iint f(x,y)\, d\mu(x)\, d\nu(y) = \int d\mu(x) \int f(x,y)\, d\nu(y)$$

à définir un ensemble relativement compact B dans $\mathscr{C}(Y)$ tel que, lorsque f parcourt C et ν l'ensemble B^0, l'ensemble A des fonctions

$$x \to \int f(x, y)\, d\nu(y) \tag{2}$$

soit *relativement compact* dans $\mathscr{C}(X)$. L'image par (1) de $A^0 \times B^0$ sera en effet alors contenue dans C^0.

Le reste de la démonstration va consister en la construction de B, de sorte que cet ensemble et l'ensemble correspondant A vérifient tous deux les conditions (i) et (ii) du theorème d'Ascoli.

4. On sait ([1, ch. I...II, p. 113], corrolaire du théorème 5) qu'il existe un recouvrement dénombrable *localement fini* (R_m) (resp. (S_n)) de X (resp. Y) formé d'ensembles compacts ($m \geqslant 1$, $n \geqslant 1$); comme X et Y sont paracompacts (*loc. cit.*), donc normaux, il y a une partition continue de l'unité (g_m) (resp. (h_n)) subordonnée au recouvrement (R_m) (resp. (S_n)) ([2, p. 89], propriété 3). L'ensemble B va être réunion de deux ensembles B', B'' que nous allons définir séparément.

5. Pour m, n fixés, l'ensemble des fonctions $g_m(x) f(x, y) h_n(y)$ (sur $X \times Y$), lorsque f parcourt C, est équicontinu, borné en tout point, et formé de fonctions de support contenu dans le compact fixe $R_m \times S_n$. Cet ensemble est donc *uniformément équicontinu*, et pour tout entier p donné, il y a par suite un entourage symétrique $V_{m,n,p}$ de la structure uniforme de R_m tel que, pour tout couple $(x', x'') \in V_{m,n,p}$, on ait

$$|(g_m(x') f(x', y) - g_m(x'') f(x'', y))\, h_n(y)| \leqslant 1/(mnp^2), \tag{3}$$

quels que soient $y \in S_n$ et $f \in C$. Cela étant, l'ensemble B' sera défini comme réunion d'une famille dénombrable d'ensembles $B'_{m,n,p}$, où les triplets (m, n, p) parcourent tous les triplets d'entiers $\geqslant 1$, et où, pour chacun de ces triplets (m, n, p), $B'_{m,n,p}$ est l'ensemble des fonctions

$$v_{x',x''} : y \to p(g_m(x') f(x', y) - g_m(x'') f(x'', y))\, h_n(y) \tag{4}$$

de $\mathscr{C}(Y)$, où f parcourt C et où le couple (x', x'') parcourt $V_{m,n,p}$.

Montrons que B' est *relativement compact* dans $\mathscr{C}(Y)$, en vérifiant successivement les conditions (ii) et (i) du § 2. La vérification de (ii) est triviale, car en vertu de (3), toutes les fonctions $v_{x',x''}$ sont en valeur absolue $\leqslant 1$, quels que soient m, n, p et $(x', x'') \in V_{m,n,p}$. De plus, comme $|v_{x',x''}| \leqslant 1/(mnp)$, pour tout $\varepsilon > 0$ donné, il n'y a qu'un ensemble *fini* $\mathscr{J}$ de triplets (m, n, p) pour lesquels les fonctions de $B'_{m,n,p}$ ne sont pas toutes $\leqslant \varepsilon/2$ en valeur absolue dans Y. Pour vérifier l'équicontinuité de B' en un point $y_0 \in Y$, on peut donc remplacer B' par la réunion des $B'_{m,n,p}$ pour les triplets $(m, n, p) \in \mathscr{J}$. Mais comme, pour m et n fixés, l'ensemble des $g_m f h_n$, où f parcourt C, est uniformément équicontinu dans $X \times Y$, il est clair que chacun des $B'_{m,n,p}$ est équicontinu dans Y.

6. L'ensemble B'' va de même être réunion d'une famille dénombrable d'ensembles $B''_{m,n}$, pour $m \geqslant 1, n \geqslant 1$, où $B''_{m,n}$ est défini comme suit : si $n \geqslant m$, $B''_{m,n}$ est l'ensemble des fonctions

$$w'_x : y \to n^2 g_m(x) f(x,y) h_n(y), \tag{5}$$

où x parcourt R_m et f parcourt C. Pour $n < m$, $B''_{m,n}$ est l'ensemble des fonctions

$$w''_x : y \to a_{m,n} g_m(x) f(x,y) h_n(y), \tag{6}$$

où x parcourt R_m et f parcourt C, et où la constante $a_{m,n} > 0$ est prise telle que toutes ces fonctions w''_x soient $\leqslant 1/m$ en valeur absolue ; cela est possible puisque l'ensemble des $g_m f h_n$ pour $f \in C$ est *uniformément borné* dans le compact $R_m \times S_n$ par hypothèse.

Montrons que B'' est *relativement compact* dans $\mathscr{C}(Y)$ en vérifiant encore les conditions (i) et (ii) du § **2**. Pour un $y_0 \in Y$ donné, il y a un voisinage W de y_0 qui ne rencontre qu'un nombre *fini* d'ensembles S_n, donc, sauf pour ces valeurs de n en nombre fini, toutes les fonctions de $B''_{m,n}$ sont *nulles* dans W. La définition de $B''_{m,n}$ montre donc que pour un $\varepsilon > 0$ donné, il n'y a qu'un nombre *fini* de couples (m,n) pour lesquels les fonctions de $B''_{m,n}$ ne sont pas toutes $\leqslant \varepsilon/2$ en valeur absolue dans W. On est donc ramené à vérifier les conditions (i) et (ii) pour chacun des $B''_{m,n}$, ce qui résulte aussitôt de leur définition.

7. L'ensemble relativement compact $B = B' \cup B''$ étant ainsi défini, il reste à montrer que l'ensemble $A \subset \mathscr{C}(X)$ correspondant, défini au § **3**, est relativement compact, c'est-à-dire vérifie aussi (i) et (ii).

Vérification de (i). Pour un $x_0 \in X$ donné, il y a un voisinage U de x_0 qui ne rencontre qu'un nombre *fini* d'ensembles R_m. Il y a donc un ensemble fini $\mathfrak{J}$ de valeurs de m tel que l'on ait $\int f(x,y)\,d\nu(y) = \sum_{m \in \mathfrak{J}} g_m(x) \int f(x,y)\,d\nu(y)$ pour $x \in U$, et l'on est donc ramené à prouver que pour un m *donné*, l'ensemble A_m des fonctions $x \to g_m(x) \int f(x,y)\,d\nu(y)$ est équicontinu au point x_0, lorsque f parcourt C et ν parcourt B^0. Or, on peut écrire

$$\begin{aligned} &g_m(x) \int f(x,y)\,d\nu(y) - g_m(x_0) \int f(x_0,y)\,d\nu(y) = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \int (g_m(x) f(x,y) - g_m(x_0) f(x_0,y)) h_n(y)\,d\nu(y). \end{aligned} \tag{7}$$

En vertu de (5), pour $n \geqslant m$, $f \in C$ et $\nu \in B^0$, on a

$$\left| \int (g_m(x) f(x,y) h_n(y)\,d\nu(y) \right| \leqslant 1/n^2 \tag{8}$$

pour tout $x \in R_m$. Pour tout $\varepsilon > 0$ donné, il y a donc un entier $n_0 \geqslant m$ tel que la somme des valeurs absolues des termes du second membre de (7) d'indice $n \geqslant n_0$, soit $< \varepsilon/2$ *quels que soient* $x \in R_m$, $f \in C$ et $\nu \in B^0$. D'autre part par définition de $B'_{m,n,p}$, la relation $(x_0, x) \in V_{m,n,p}$ entraîne

$$(9) \qquad \left| \int (g_m(x) f(x, y) - g_m(x_0) f(x_0, y)) h_n(y) \, d\nu(y) \right| \leqslant 1/p,$$

quels que soient $f \in C$ et $\nu \in B^0$. Il suffit donc de prendre $p \geqslant 2n_0/\varepsilon$ et x appartenant à l'intersection de V et des voisinages $V_{m,n,p}(x_0)$ pour les $n < n_0$ pour que le second membre de (7) soit en valeur absolue $\leqslant \varepsilon$ *quels que soient* $f \in C$ et $\nu \in B^0$, ce qui achève de prouver (i).

Vérification de (ii). Avec les mêmes notations, on est ramené à prouver que pour un *m donné*, l'ensemble $A_m(x_0)$ est borné. Compte tenu de (8), il suffit encore de prouver que pour un *n donné* $\leqslant m$, l'ensemble des nombres $\int g_m(x_0) f(x_0, y) h_n(y) \, d\nu(y)$ est borné lorsque f parcourt C et que ν parcourt B^0. Mais en vertu de (6), ces nombres sont en effet bornés par $1/a_{m,n}$ en valeur absolue, ce qui achève la démonstration.

8. La proposition ainsi démontrée *ne s'étend pas* au cas où l'on ne suppose plus X et Y dénombrables à l'infini. Bornons-nous en effet au cas où X et Y sont *discrets*. En effet, il résulte alors aussitôt des définitions que $\mathscr{E}'(X)$ s'identifie à l'espace somme directe $\mathbf{C}^{(X)}$ muni de la topologie localement convexe *la plus fine*. Il suffit donc de donner un exemple où (1) n'est pas continue même lorsqu'on munit $\mathscr{E}'(X \times Y)$ de la topologie *vague*, ou encore un exemple de forme bilinéaire u sur $\mathbf{C}^{(X)} \times \mathbf{C}^{(Y)}$ qui n'est pas continue pour le produit des topologies localement convexes les plus fines sur $\mathbf{C}^{(X)}$ et $\mathbf{C}^{(Y)}$. L'existence d'une telle forme est signalée sans démonstration dans ([3, p. 67], exercice 5 b)); pour être complet, nous allons en donner rapidement une démonstration. On prend X dénombrable, Y ayant la puissance du continu, de sorte que $\mathbf{C}^{(Y)}$ s'identifie (algébriquement) au *dual algébrique* E^* de $E = \mathbf{C}^{(X)}$; considérons alors sur $E \times E^*$ la forme bilinéaire canonique $\langle x, x^* \rangle$. Si elle était continue pour le produit $\mathscr{T}_X \times \mathscr{T}_Y$ des topologies localement convexes les plus fines sur E et E^*, cela signifierait qu'il existerait dans E^* un voisinage V de O pour $\mathscr{T}_Y$ qui serait *équicontinu* pour $\mathscr{T}_X$. Mais E^* s'identifie à l'espace vectoriel produit $\mathbf{C}^X$ et les parties équicontinues de E^* aux parties *relativement compactes* pour la topologie produit. Or il est immédiat qu'une telle partie *n'est pas absorbante* dans E^*, donc ne peut contenir un voisinage de O pour une topologie localement convexe sur E^*.

Reçu le 15 III 1964

Institut des Hautes Études Scientifiques,
Bures-sur-Yvette (S. & O.), France

BIBLIOGRAPHIE

1. Bourbaki N., *Topologie générale.* 3e éd., Hermann, Paris, 1961.
2. — *Topologie générale.* 2e éd., Hermann, Paris, 1958, chap. **IX.**
3. — *Espaces vectoriels topologiques.* Hermann, Paris, 1953, chap. **I—II.**
4. — *Intégration.* Hermann, Paris, 1952, chap. **I—IV.**

ASUPRA PRODUSULUI MĂSURILOR

(Rezumat)

Se demonstrează că pentru spațiile vectoriale topologice care nu sînt normate, aplicațiile *biliniare* ce se întîlnesc în mod natural *nu sînt neapărat continue.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. K. 512.8

ÜBER DAS RADIKAL EINER PRIMÄRKONGRUENZ IN EINER KOMMUTATIVEN HALBGRUPPE

VON

HANS-JÜRGEN HOEHNKE

1. Es bedeute $\operatorname{rad} S$ die in einer beliebigen Halbgruppe S definierte Kongruenz [2]

$$\operatorname{rad} S = \bigcap_{M \in I} \delta_M, \tag{1}$$

wo $\delta_M \subseteq S \times S$ die durch das S-System M definierte Kongruenz in S,

$$(a, b) \in \delta_M \Leftrightarrow \forall x \in M\colon xa = xb, \tag{2}$$

und I die Gesamtheit aller irreduziblen S-Systeme ist. Für eine Kongruenz C in S sei $\sqrt{C}$ die durch

$$C \subseteq \sqrt{C}, \quad \sqrt{C}/C = \operatorname{rad}(S/C)\,^{1}), \tag{3}$$

definierte Kongruenz in S. Wir wollen einige Eigenschaften von $\sqrt{C}$ angegeben und danach $\sqrt{C}$ für eine Primärkongruenz C (vgl. [1], [6]) in einer kommutativen Halbgruppe S bestimmen (Satz 9). Zur Vorbereitung darauf benötigen wir einige Sätze, die wir unter möglichst allgemeinen Voraussetzungen beweisen werden, da sie in dieser Form für die allgemeine Strukturtheorie der Halbgruppen von Bedeutung sind. Gleichzeitig wird in dieser Note das Radikal einer kommutativen Halbgruppe charakterisiert (Satz 5). Wir verwenden die gleichen Bezeichnungen wie in [6]. Insbesondere sei $\mathcal{C}(S)$ der Kongruenzenverband einer Halbgruppe S.

2. Es sei $\varphi\colon x \to \varphi x$ ein Homomorphismus von S auf die Halbgruppe S' und $C \in \mathcal{C}(S)$. Mit φC bezeichnen wir die Bildmenge von $C \subseteq S \times S$ bei der durch φ gemäss $(a, b) \to (\varphi a, \varphi b)$ definierten Abbildung von $S \times S$ auf $S' \times S'$. Offenbar ist dann φC eine Kongruenz in S'.

[1]) Für zwei Kongruenzen $C \subseteq D$ in S sei D/C die in [2] definierte Kongruenz in der Restklassenhalbgruppe S/C von S bez. C.

Analog zu [5, Satz 9, S. 5] beweist man das

Lemma 1. a) *Wenn φ ein Homomorphismus von S auf S' ist, so gilt* $\varphi(\operatorname{rad} S) \subseteq \operatorname{rad} S'$; b) $\operatorname{rad} S' = \mathbf{0} \Leftrightarrow \varphi(\operatorname{rad} S) = \mathbf{0}$, c) *ist φ ein Isomorphismus, so ist* $\varphi(\operatorname{rad} S) = \operatorname{rad} S'$.

Hierin bezeichnet $\mathbf{0}$ die Nullkongruenz in S'. Eine Ergänzung zu Lemma 1 wird in Satz 2 angegeben.

Lemma 2. *Für zwei Kongruenzen $C \subseteq D$ ist S gilt*: a) $\sqrt{D/C} = \sqrt{D}/C$; b) $\sqrt{C} \subseteq \sqrt{D}$.

Beweis. a) Wir setzen $\lambda = (\sqrt{D}/C)/(D/C)$. Ist φ der kanonische Isomorphismus von S/D auf $(S/C)/(D/C)$, so folgt aus Lemma 1. c) $\varphi(\operatorname{rad}(S/D)) = \operatorname{rad}((S/C)/(D/C))$. Wegen $\varphi(\sqrt{D}/D) = (\sqrt{D}/C)/(D/C) = \lambda$ und $\sqrt{D}/D = \operatorname{rad}(S/D)$ ist daher

$$\lambda = \operatorname{rad}((S/C)/(D/C)) = (\sqrt{D/C})/(D/C)$$

und $\sqrt{D}/C = \sqrt{D/C}$.

b) Es sei φ der kanonische Homomorphismus von S/C auf $(S/C)/(D/C)$. Dann ist nach a) Lemma 1. a)

$$\varphi(\sqrt{C}/C) = \varphi(\operatorname{rad}(S/C)) \subseteq \operatorname{rad}((S/C)/(D/C)) = \sqrt{D/C}/(D/C) = (\sqrt{D}/C)/(D/C),$$

folglich $(\sqrt{C} \vee D)/C \subseteq \sqrt{D}/C$ und erst recht $\sqrt{C} \subseteq \sqrt{D}$.

Lemma 3. *Für endlich viele Kongruenzen $C_i \in \mathcal{C}(S)$ gilt*

$$\sqrt{\bigcap_i C_i} = \bigcap_i \sqrt{C_i}.$$

Beweis. Zufolge Lemma 2. b) ist $\sqrt{\bigcap_i C_i} \subseteq \bigcap_i \sqrt{C_i} = D$. Nach (4) lässt sich $\operatorname{rad}(S/C_i)$ wie folgt charakterisieren:

$$([a]_{C_i}, [b]_{C_i}) \in \operatorname{rad}(S/C_i) \Leftrightarrow \text{Für alle } z \in S^1 \text{ gilt}$$

$$((az)^{k_i} a, (az)^{k_i} b) \in C_i, ((bz)^{k_i} a, (bz)^{k_i} b) \in C_i,$$

mit geeigneten, von a, b und z abhängigen $k_i \geqq 0$, (S^1 bedeutet die aus S durch Adjunktion eines Einselementes 1 hervorgehende Halbgruppe mit Eins). Für $k = \operatorname{Max}_i k_i$ gilt

$$((az)^k a, (az)^k b) \in C_i, ((bz)^k a, (bz)^k b) \in C_i,$$

für alle i, und damit auch

$$((az)^k a, (az)^k b) \in D, ((bz)^k a, (bz)^k b) \in D$$

und $([a]_D, [b]_D) \in \operatorname{rad}(S/D)$, q. e. d.

Bemerkung 1. Lemma 2. b) und Lemma 3 sind bzw. Analoga zu den Regeln (2.2) und (2.5) von [1] für das Symbol $[C]$.

Satz 1 [2]. *Es sei a ein rechtsreguläres Element einer Halbgruppe S* (d. h., $\forall x, y \in S$: wenn $ax = ay$, so $x = y$). *Dann besteht die Klasse der zu a bez.* rad S *kongruenten Elemente von S nur aus dem Element a.*

Beweis. Nach [7] lässt sich die Kongruenz rad S wie folgt charakterisieren:

$$(a, b) \in \operatorname{rad} S \Leftrightarrow \text{Für alle } z \in S^1 \text{ gilt}$$

$$(az)^k a = (az)^k b,\ (bz)^k a = (bz)^k b, \tag{4}$$

mit einer geeigneten, von a, b und z abhängigen nichtnegativen ganzen Zahl k, (dabei sei $(az)^0 = 1$ gesetzt, u. s. w.). Aus (4) erhält man für $z = 1$:

$$a^{l+1} = a^l b; \tag{5}$$

folglich $a = b$.

Satz 2. *Es sei λ eine Kongruenz in S mit $\lambda \subseteq \operatorname{rad} S$.*

a) $(\operatorname{rad} S)/\lambda = \operatorname{rad}(S/\lambda)$; b) $\operatorname{rad}(S/\lambda) = \mathbf{0} \Leftrightarrow \operatorname{rad} S = \lambda$.

Beweis. Zufolge [4, Lemma 3.2, S. 202] gilt

$$(\bigcap_{M \in I} \delta_M)/\lambda = \bigcap_{M \in I} (\delta_M/\lambda) \tag{6}$$

und wegen (1)

$$(\operatorname{rad} S)/\lambda = \bigcap_{M \in I} (\delta_M/\lambda). \tag{7}$$

Um anzudeuten, dass δ_M eine Kongruenz in S ist, schreiben wir dafür vorübergehend $\delta_M(S)$. Zufolge [2, Formel (2.3)] gilt $\delta_M(S)/\lambda = \delta_M(S/\lambda)$, falls M gemäss $x[a]_\lambda = xa$, $(x \in M,\ a \in S)$, zu einem S/λ-System gemacht wird, wobei dann M notwendig zur Gesamtheit I' der irreduziblen S/λ-Systeme gehört (vgl. [2, Lemma 2.1]). Da sich der Schluss umkehren lässt, ist in dem angegebenen Sinne $I = I'$ und

$$\bigcap_{M \in I} (\delta_M(S)/\lambda) = \bigcap_{M \in I} \delta_M(S/\lambda) = \operatorname{rad}(S/\lambda). \tag{8}$$

Die Beziehungen (7) und (8) zusammengenommen ergeben die Behauptung a), aus der unmittelbar b) folgt.

3. $\operatorname{rad}^0 S$ sei das in [2, Theorem 3.6] eingeführte verallgemeinerte $\mathfrak{C}$-Radikal einer Halbgruppe S, d. h.

$$\operatorname{rad}^0 S = \bigcap_{M \in I} M^0.$$

Wegen [2, Lemma 3.1] ist $M^0 = (\delta_M)^0$, wobei $(\delta_M)^0$ das in [6] erklärte Symbol C^0 mit $C = \delta_M$ ist. Allgemein gilt

[2] Dieser Satz ist eine Verallgemeinerung eines Resultates von H. Seidel, wonach für eine kommutative reguläre Halbgruppe S (alle Elemente von S sind regulär) das Radikal rad S mit der Nullrelation $\mathbf{0}$ in S identisch ist.

$$(\bigcap_i C_i)^0 = \bigcap_i (C_i)^0,$$

folglich ist

$$\text{(9)} \qquad \operatorname{rad}^0 S = (\operatorname{rad} S)^0.$$

Wie in [2] sei $O(S)$ die Menge der linksseitigen Nullelemente einer Halbgruppe S und $N(S)$ das durch $O(S) \subseteq N(S)$, $N(S)/O(S) = \operatorname{nil} \operatorname{rad}(S/O(S))$ (falls $O(S) \neq \emptyset$; $\operatorname{nil} \operatorname{rad} S$ bedeute die Vereinigung aller Nilideale der Halbgruppe S) definierte Ideal von S. In Fall $O(S) = \emptyset$ sei $N(S) = \emptyset$. Nach [2, Theorem 3.6] ist $N(S) \subseteq \operatorname{rad}^0 S$. In [7] wird gezeigt, dass sogar Gleichheit besteht:

Satz 3. $\operatorname{rad}^0 S = N(S)$ [3]).

Satz 4. *In einer kommutativen Halbgruppe S gilt*

$$(a, b) \in \operatorname{rad} S \Leftrightarrow \exists\, n \geq 1 : a^i = b^i \text{ für alle } i \geq n.$$

Beweis. (4) ist in einer kommutativen Halbgruppe S gleichwertig mit

$$\text{(10)} \qquad a^{k+1} = a^k b, \quad b^{k+1} = b^k a,$$

für geeignetes $k \geq 0$. Für $k = 0$ ist nichts zu beweisen; es sei daher $k \neq 0$. Aus (10) folgt $a^{2k} = (ab)^k = b^{2k}$. Daraus ergibt sich durch vollständige Induktion $a^{2k+i} = b^{2k+i}$, $(i \geq 0)$.

Wenn umgekehrt $a^i = b^i$ für alle $i \geq n$, (wobei n von a und b abhängt), so ist $b^i a = a^{i+1} = b^{i+1} = a^i b$, d. h., (10) ist erfüllt.

Bemerkung 2. Offenbar genügt es, in Satz 4, $a^i = b^i$ für $i = n$ und $i = n + 1$ zu fordern. Satz 4 zeigt, das rad S identisch ist mit der Kongruenz σ aus [8, Theorem 4.14].

4. Für ein Ideal A einer Halbgruppe S sei $\langle A \rangle$ die durch $S/\langle A \rangle = S/A$, ($S/A$ — die Reessche Differenzhalbgruppe) definierte Kongruenz in S. Ist $A = \emptyset$, so sei $\langle A \rangle = \mathbf{0}$. Satz 2 ergibt für $\lambda = \langle \operatorname{rad}^0 S \rangle$ den

Satz 5.

$$\text{a)} \quad (\operatorname{rad} S)/\langle \operatorname{rad}^0 S \rangle = \operatorname{rad}(S/\langle \operatorname{rad}^0 S \rangle);$$

$$\text{b)} \quad \operatorname{rad}(S/\langle \operatorname{rad}^0 S \rangle) = \mathbf{0} \Leftrightarrow \operatorname{rad} S = \langle \operatorname{rad}^0 S \rangle.$$

Satz 6. *Es sei S eine kommutative Halbgruppe mit folgender Eigenschaft: Wenn S nichtregulär ist, so existiert $0 \in S$, und jedes nichtregulär-Element von S ist nilpotent. Dann ist $S/\langle \operatorname{rad}^0 S \rangle$ regulär.*

Beweis. Für $a, x, y \in S$ ist im Fall $ax = ay$, $(x, y) \in \langle \operatorname{rad}^0 S \rangle$, sicher $x \neq y$ und $a \in \operatorname{rad}^0 S$. Im Fall $ax, ay \in \operatorname{rad}^0 S$, $(x, y) \in \langle \operatorname{rad}^0 S \rangle$, ist $0 \in S$ und für geeignete $m, n \geq 1$ $a^m x^m = 0 = a^m 0$, $a^n y^n = 0 = a^n 0$.

Wäre $a \notin \operatorname{rad}^0 S$, so wäre $x^m = y^n = 0$ und $(x, y) \in \langle \operatorname{rad}^0 S \rangle$.

Aus den Sätzen 1, 5 und 6 erhält man

Satz 7. *Es sei S eine kommutative Halbgruppe mit der in Satz 6 genannten Eigenschaft. Dann ist $\operatorname{rad} S = \langle \operatorname{rad}^0 S \rangle$ eine Primkongruenz in S.*

---

[3]) Für $O(S) \neq \emptyset$ folgt dies bereits unmittelbar aus [3].

Satz 8. *Für eine beliebige Kongruenz C in einer kommutativen Halbgruppe S gilt* $(\sqrt{C})^0 = \sqrt{C^0}$.

Beweis. Nach Satz 3 ist entweder $C^0 \neq \emptyset$ und $\mathrm{rad}^0(S/C) = \mathrm{nil}\,\mathrm{rad}(S/C)$, oder es ist $C^0 = \emptyset$ und $\mathrm{rad}^0(S/C) = \emptyset$.

Für eine Primkongruenz C ist offenbar $\sqrt{C} = C$. Allgemeiner gilt

Satz 9. *Für eine Primärkongruenz C in einer kommutativen Halbgruppe S ist*: a) $\sqrt{C}$ *eine Primkongruenz*; b) $\sqrt{C} = \langle \sqrt{C^0} \rangle \cup C$.

Beweis. a) Folgt aus Satz 7 mit S/C anstatt S und unter Beachtung von

$$S/\sqrt{C} \cong (S/C)/(\sqrt{C}/C) = (S/C)/(\mathrm{rad}\,(S/C)).$$

b) Für zwei Kongruenzen $C \subseteq D$ in S gilt die Beziehung

$$\langle (D/C)^0 \rangle = (\langle D^0 \rangle \vee C)/C,$$

wobei das Supremum $\langle D^0 \rangle \vee C$ im Verband $\mathfrak{C}(S)$ in diesem Spezialfall offenbar mit der Vereinigungsmenge $\langle D^0 \rangle \cup C$ identisch ist. Für eine Primärkongruenz C wird daher

$$\sqrt{C}/C = \mathrm{rad}\,(S/C) = \langle \mathrm{rad}^0\,(S/C) \rangle = \langle (\sqrt{C}/C)^0 \rangle = (\langle (\sqrt{C})^0 \rangle \cup C)/C;$$

dies ergibt in Verbindung mit Satz 8 den unter b) angegebenen Ausdruck für $\sqrt{C}$.

Bemerkung 3. Ist für zwei Primärkongruenzen C_1 und $C_2 \in \mathfrak{C}(S)$: $\sqrt{C_1^0} \neq \sqrt{C_2^0}$ so ist natürlich erst recht $\sqrt{C_1} \neq \sqrt{C_2}$. Das Umgekehrte trifft jedoch im allgemeinen nicht zu. Sei beispielsweise S eine kommutative reguläre Halbgruppe mit 0 und mit wenigstens drei verschiedenen Elementen. $C_1 = \mathbf{0}$ und $C_2 = \{(0,0)\} \cup ((S - \{0\}) \times (S - \{0\}))$ sind Primkongruenzen in S mit $\sqrt{C_1^0} = \sqrt{C_2^0} = \{(0,0)\}$ und $\sqrt{C_1} = C_1 = \mathbf{0} \neq C_2 = \sqrt{C_2}$. Die Einführung der Kongruenz $\sqrt{C_i}$ anstelle von $[C_i] = \sqrt{C_i^0}$ in den Zerlegungssatz für Kongruenzen [1, Satz 2] in Primärkongruenzen C_i würde daher eine Abschwächung desselben bewirken.

Bemerkung 4. Wendet man die Operation $\sqrt{\ }$ an auf eine kanonische Zerlegung [1, Satz 2] $C = \bigcap_i C_i$ einer Kongruenz C in einer kommutativen Halbgruppe S mit Maximalbedingung für Kongruenzen in endlich viele Primärkongruenzen C_i, so erhält man auf Grund von Lemma 3 und Satz 9 eine Zerlegung $\sqrt{C} = \bigcap_i \sqrt{C_i}$ von $\sqrt{C}$ in endlich viele Primkongruenzen. Da $[C_i] \neq [C_j]$ für $i \neq j$ und nach Satz 9. b) $\sqrt{C_i} = \langle [C_i] \rangle \cup C_i$ ist, so ist $\sqrt{C_i} \neq \sqrt{C_j}$ für $i \neq j$. Wegen $[\sqrt{C_i}] = \sqrt{(\sqrt{C_i})^0} = \sqrt{[C_i]} = [C_i]$ ist $[\sqrt{C_i}] \neq [\sqrt{C_j}]$ für $i \neq j$. Nach Weglassung überflüssiger Komponenten $\sqrt{C_i}$ erhält man also eine kanonische Zerlegung von $\sqrt{C}$.

Eingegangen am 1 XII 1963

Deutsche Akademie der Wissenschaften, Berlin, D. D. R.

LITERATURVERZEICHNIS

1. Drbohlav K., Math. Nachr., 1963/64, **26**, (im Druck).
2. Hoehnke H. J., *Structure of semigroups*, (in Vorbereitung).
3. Seidel H., *Bemerkungen zum Radikal einer Halbgruppe*, (unveröffentlichtes Manuskript).
4. Hoehnke H. J., Publ. Fac. Sci. Univ. J. E. Purkyně, Brno, 1963, *443*, pp. 195—222.
5. — Math. Nachr., 1963/64, **26**, S. 1—13.
6. — *Zur Definition der Begriffe Primkongruenz und Primärkongruenz in kommutativen Halbgruppen*, Monatsber. Deutsch. Akad. Wiss., Berlin, (im Druck).
7. — *Über das untere und obere Radikal einer Halbgruppe*, (in Vorbereitung).
8. Clifford A. H., Preston G. B., *The algebraic theory of semigroups*. Providence, R. I., 1961.

ASUPRA RADICALULUI UNEI CONGRUENȚE PRIMARE ÎNTR-UN SEMIGRUP COMUTATIV

(Rezumat)

Autorul, ținînd seama de rezultatele obținute în [1], [6], stabilește unele proprietăți ale congruenței $\sqrt{C}$, definită într-un semigrup S, (1), (2), și determină apoi $\sqrt{C}$ pentru o congruență primară într-un semigrup comutativ S.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
SERIE NOUĂ
DIN IAȘI
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

Д. К. 517.51

К ТЕОРИИ ИЗМЕРИМЫХ ФУНКЦИЙ

Ю. И. ГРИБАНОВ

1. *Введение*

В настоящей работе изучается один новый вид сходимости последовательностей измеримых функций — ограниченная сходимость по мере, включающая в себя сходимость по мере. Ограниченная сходимость по мере обладает рядом свойств, присущих сходимости по мере на множестве конечной меры, и несвойственных вообще говоря сходимости по мере на множестве бесконечной меры. К необходимости рассмотрения ограниченной сходимости по мере приводит изучение пространств функций, заданных на пространствах с мерой.

2. *Основные обозначения и терминология*

Как правило, мы будем придерживаться обозначений и терминологии, принятых в монографии П. Халмоша [1].

Всюду в дальнейшем рассматриваются измеримые функции, заданные на произвольном пространстве (X, Σ, μ) с вполне σ-конечной полной мерой μ.

Множество E называют множеством конечной меры, если это множество измеримо $(E \in \Sigma)$ и $\mu E < +\infty$. Так как по предположению мера μ вполне σ-конечна, то найдется такая последовательность $\{E_n\}$ попарно непересекающихся множеств конечной меры, что $X = \bigcup_{n=1}^{\infty} E_n$. Любую такую последовательность множеств $\{E_n\}$ мы будем называть базисом пространства X. Так как мера всего пространства $\mu X = +\infty$, то, очевидно базис $\{E_n\}$ пространства X можно выбрать так, чтобы $\mu E_n \geqslant 1$ при любом $n = 1, 2, \ldots$

3. *Ограниченная сходимость по мере*

Будем говорить, что последовательность почти всюду конечных измеримых функций $\{f_n\}$ *сходится ограниченно по мере* к функции f, если последовательность функции $\{f_n \chi_E\}$ сходится по мере к функции $f\chi_E$ какогво бы ни было множество E конечной меры.

Отметим, что если $f_n \to f$ ограниченно по мере, то f является почти всюду конечной измеримой функцией.

Следующее вспомогательное утверждение упрощает доказательство многих теорем.

Лемма 1. *Пусть $\{E_k\}$ является базисом пространства X. Для того чтобы последовательность почти всюду конечных измеримых функций $\{f_n\}$ сходилась ограниченно по мере к фунции f, необходимо и достаточно, чтобы $f_n \to f$ по мере на каждом множестве E_k.*

Доказательство. Необходимость очевидна. Достаточность устанавливается следующим образом.

Пусть E — любое множество конечной меры. Так

$$\mu E = \sum_{k=1}^{\infty} \mu(E \cap E_k), \tag{1}$$

то для любого $\varepsilon > 0$ можно указать число m так, что

$$\sum_{k=m+1}^{\infty} \mu(E \cap E_k) < \varepsilon/2. \tag{2}$$

Последовательность функций $f_n \to f$ по мере на каждом множестве E_k. Поэтому каково бы ни было $\sigma > 0$ можно указать такое число $N = N(\varepsilon, \sigma)$, что

$$\mu[E_k(|f_n - f| \geqslant \sigma)] < \varepsilon/(2m) \text{ при любом } n \geqslant N \text{ и } k = 1, 2, \ldots, m. \tag{3}$$

Но тогда в силу (1)...(3) оказывается, что

$$\mu[E(|f_n - f| \geqslant \sigma)] < \varepsilon \text{ при любом } n \geqslant N.$$

Следовательно, в силу произвольности $\varepsilon > 0$ при любом $\sigma > 0$

$$\lim_{n \to \infty} \mu[E(|f_n - f| \geqslant \sigma)] = 0.$$

Таким образом, $f_n \to f$ по мере на любом множестве E конечной меры, т. е. $f_n \to f$ ограниченно по мере.

Отметим следующее два очевидные свойства сходящихся ограниченно по мере последовательностей функций.

Теорема 1. *Если $f_n \to f$ ограниченно по мере и $f \to g$ почти всюду, то также $f_n \to g$ ограниченно по мере.*

Теорема 2. *Если $f_n \to f$ и $f_n \to g$ ограниченно по мере, то $f = g$ почти всюду.*

Действительно, аналогичными свойствами обладает сходящаяся по мере последовательность функций на любом множестве конечной меры. Кроме того, в силу счетной аддитивности меры счетное объединение множеств нулевой меры есть множество нулевой меры. Остается воспользоваться предыдущей леммой.

Из сходимости почти всюду на множестве конечной меры вытекает сходимость по мере. Отсюда и из определения ограниченной сходимости по мере непосредственно вытекает

Теорема 3. *Из сходимости почти всюду (последовательности почти всюду конечных измеримых функций к почти всюду конечной функции) вытекает ограниченная сходимость по мере.*

Обратное может и не иметь места. Например, для измеримых почту всюду конечных функций, заданных на пространстве $X=[0, +\infty)$, рассматриваемом с лебеговской мерой, из ограниченной сходимости по мере не вытекает сходимость почти всюду. Напротив, для функций, заданных на пространстве (X, Σ, μ), где $X = \{1, 2, 3,...\}$, Σ есть множество всех подмножеств множества X и мера μ определена так, что μE равна числу элементов множества E, понятия „сходимость всюду", „сходимость почти всюду" и „ограниченная сходимость по мере" совпадают.

Заметим еще, что из сходимости почти всюду на множестве бесконечной меры не вытекает сходимость по мере.

Теорема 4. *Из сходимости по мере вытекает ограниченная сходимость по мере. Обратное не имеет места.*

Первое утверждение теоремы очевидно. Второе доказывается следующим образом.

Выберем базис $\{E_n\}$ пространства X так, чтобы $\mu E_n \geqslant 1$ при любом $n = 1, 2,...$. Определим последовательность функций $\{f_n\}$, полагая

$$f_n(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in \bigcup_{k=1}^{n} E_k, \\ 0, & \text{если } x \bar{\in} \bigcup_{k=1}^{n} E_k. \end{cases}$$

Эта последовательность функций сходится почти всюду, а следовательно, на основании теоремы 3 сходится ограниченно по мере к функции $f(x) \equiv 1$. При любом $\sigma > 0$ $(\sigma < 1)$ и любом $n = 1, 2,...$

$$\mu[X(|f_n - f| \geqslant \sigma)] = \sum_{k=n+1}^{\infty} \mu E_k = +\infty.$$

Следовательно, последовательность функций $\{f_n\}$ не сходится по мере к функции f.

Теорема 5. *Если последовательность функций $\{f_n\}$ сходится ограниченно по мере к функции f, то существует подпоследовательность $\{f_{n_k}\}$, сходящаяся к f почти всюду.*

Доказательство. Пусть $\{E_n\}$ — базис пространства X. Так как $f_n \to f$ по мере на множестве E_1, то существует подпоследовательность $\{f_n^{(1)}\}$, сходящаяся к f почти всюду на множестве E_1. $\{f_n^{(1)}\}$ как подпоследовательность ограниченно сходящейся по мере последовательности сходится ограниченно по мере к функции f. Поэтому $f_n^{(1)} \to f$ по мере на множестве E_2. Следовательно, из подследовательности $\{f_n^{(1)}\}$ можно извлечь подпоследовательность $\{f_n^{(2)}\}$, сходящуюся к f почти всюду на множестве E_2. Продолжая этот процесс неограниченно, мы получим

BUDAPEST MUSZAKI KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

счетное множество подпоследовательностей, удовлетворяющих следующим условиям:

$$\{f_n\} \supset \{f_n^{(1)}\} \supset \{f_n^{(2)}\} \supset \dots \supset \{f_n^{(k)}\} \supset \dots,$$

$\lim_{n\to\infty} f_n^{(k)} = f$ почти всюду на множестве E_k, $(k = 1, 2, \dots)$. Но тогда „диагональная" подпоследовательлность $\{f_n^{(n)}\}$ сходится к f почти всюду.

Следующий результат является в известном смысле обращением предыдущей теоремы.

Теорема 6. *Пусть f, f_1, f_2,... являются почти всюду конечными измеримыми функциями. Тогда если из любой подпоследовательности $\{f_{n_k}\}$ последовательности функций $\{f_n\}$ можно выделить подпоследовательность, сходящуюся почти всюду к f, то последовательность функций $f_n \to f$ ограниченно по мере.*

Доказательство. Предположим, вопреки утверждаемому, что последовательность функций $\{f_n\}$ не сходится ограниченно по мере к функции f. Тогда найдутся множество E конечной меры, числа $\sigma > 0$ и $\varepsilon > 0$ и подпоследовательность $\{f_{n_k}\}$ последовательности $\{f_n\}$ такие, что

$$\mu[E(|f_{n_k} - f| \geqslant \sigma)] \geqslant \varepsilon \text{ при любом } n_k. \tag{4}$$

Согласно предположению из последовательности $\{f_{n_k}\}$ можно выделить подпоследовательность $\{f_{n_k'}\}$, сходящуюся к f почти всюду. Поэтому, в частности, $f_{n_k'} \to f$ почти всюду на множестве E. Следовательно, $f_{n_k'} \to f$ по мере на множестве E, ибо E есть множество конечной меры. Последнее находится в очевидном противоречии с (4). В силу полученного противоречия должно выполнятся высказанное утверждение.

Последняя теорема может быть также выведена из следующей теоремы Ф. Рисса: *Если из любой подпоследовательности $\{f_{n_k}\}$ последовательности почти всюду конечных измеримых функций $\{f_n\}$ можно выделить подпоследовательность, сходящуюся к функции f почти всюду на множестве E конечной меры, то $f_n \to f$ по мере на множестве E.* В связи с этой теоремой Ф. Рисса мы отметим следующий результат.

Теорема 7. *Если из любой подпоследовательности $\{f_{n_k}\}$ последовательности почти всюду конечных измеримых функций $\{f_n\}$ можно выделить подподпоследовательность, сходящуюся к функции f почти равномерно, то $f_n \to f$ по мере.*

Доказательство. Достаточно показать, что предположение противного приводит к противоречию. Итак, пусть выполнены предположения теоремы, но последовательность функций $\{f_n\}$ не сходится по мере к функции f. Тогда найдутся $\sigma > 0$, $\varepsilon > 0$ и подпоследовательность $\{f_{n_k}\}$ последовательности $\{f_n\}$ такие, что

$$\mu[X(|f_{n_k} - f| \geqslant \sigma)] \geqslant \varepsilon \text{ при любом } n_k. \tag{5}$$

Согласно предположению теоремы из последовательности $\{f_{n_k}\}$ может

быть извлечена подпоследовательность, сходящаяся почти равномерно к функции f. Последнее находится в очевидном противоречии с (5).

Отметим, что теорема 7 справедлива для произвольного пространства с мерой (X, Σ, μ). В самом деле, при доказательстве этой теоремы мы использовали только то предположение, что (X, Σ, μ) является пространством с мерой.

Приведем еще один простой результат.

Теорема 8. *Если* $f_n \to f$ *и* $g_n \to g$ *ограниченно по мере, то*: а) $|f_n| \to |f|$ *ограниченно по мере;* б) $\alpha f_n + \beta g_n \to \alpha f + \beta g$ *ограниченно по мере* (α, β — произвольные вещественные числа); в) $f_n g \to fg$ *ограниченно по мере*; г) $f_n g_n \to fg$ *ограниченно по мере.*

В самом деле, аналогичные утверждения имеют место для сходимости по мере на любом множестве конечной меры. Отсюда в силу леммы 1 мы заключаем о справедливости высказанной теоремы 8.

Будем говорить, что последовательность функций $\{f_n\}$ ограниченно фундаментальна по мере, если последовательность функций $\{f_n \chi_E\}$ фундаментальна по мере каково бы ни было множество E конечной меры.

Теорема 9. *Если последовательность функций* $\{f_n\}$ *ограниченно фундаментальна по мере, то существует такая функция* f, *что последовательность функций* $f_n \to f$ *ограниченно по мере.*

Доказательство. Пусть $\{E_k\}$ — базис пространства X. Так как последовательность функций $\{f_n\}$ фундаментальна по мере на каждом множестве E_k, то существует функция $f_{(k)}$ такая, что $f_{(k)} = 0$ вне множества E_k и $f_n \to f_{(k)}$ по мере на множестве E_k. Функция $f = \sum_{k=1}^{\infty} f_{(k)}$ измерима и почти всюду конечна. В силу определения функции f последовательность функций $\{f_n\}$ сходится к функции f по мере на каждом множестве E_k. Следовательно, согласно леммы 1 последовательность функций $f_n \to f$ ограниченно по мере.

Дополнительные замечания. Установленные выше результаты относительно ограниченной сходимости по мере без особого труда переносятся и на последовательности функций, заданные на пространстве (X, Σ, μ) с так называемой нормальной мерой (отметим, впрочем, что ряд этих результатов оказывается справедливым в этом более общем случае лишь при некоторых дополнительных ограничениях). Нормальной мерой мы называем такую меру, заданную на измеримом пространстве (X, Σ), что любое множество $E \in \Sigma$ представимо в виде объединения некоторого множества (вообще говоря произвольной мощности) попарно непересекающихся множеств конечной меры. Ясно, что любая конечная или σ-конечная мера является нормальной мерой. Простейшим примером пространства с нормальной, но не σ-конечной мерой является следующий.

Пусть $X = (-\infty, +\infty)$, Σ есть множество всех подмножеств множества X и мера μ определена на Σ так, что μE равно числу элементов множества E. Тогда (X, Σ, μ) является пространством с нормальной, но не с конечной или σ-конечной мерой. Действительно, любое

несчетное множество $E \in \Sigma$ является множеством нормальной, но не конечной или σ-конечной меры.

Можно, модифицируя определение ограниченной сходимости по мере, установить предложения, аналогичные полученным в настоящем параграфе, и для последовательностей функций, заданных на произвольном пространстве с мерой. Заметим, однако, что по нашему убеждению пространства с мерой, не являющейся нормальной, заведомо не могут имет каких-либо нетривиальных приложений.

4. *Пространство почти всюду конечных измеримых функций*

Пусть $M = M(X, \Sigma, \mu)$ обозначает пространство всех почти всюду конечных измеримых функций, заданных на пространстве (X, Σ, μ) с вполне σ-конечной мерой.

Пространство M является топологическим пространством как относительно сходимости по мере, так и относительно ограниченной сходимости по мере, причем M полно относительно каждой из этих различных сходимостей.

В случае конечной меры μ, как давно известно (см. напр., [2, стр. 14—15]), пространство M может быть метризовано:

$$\varrho(f, g) = \int \frac{|f-g|}{1+|f-g|}\, d\mu,$$

причем в этой метрике M является полным метрическим пространством, в котором сходимость по метрике совпадает со сходимостью по мере.

Мы не знаем, может ли быть метризовано любое пространство M (заданное на пространстве с вполне σ-конечной мерой) так, чтобы в соответствующей метрике M было полным метрическим пространством, в котором сходимость по метрике была бы равносильна сходимости по мере (нам известно несколько конкретных пространств M, для которых такая метризация возможна).

Однако M может быть метризовано как топологическое пространство с ограниченной сходимостью по мере.

Фиксируем какой-либо базис $\{E_k\}$ пространства X с $\mu E_k \geqslant 1$ при любом k. Положим для $f, g \in M$

$$\varrho(f, g) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k \mu E_k} \int \frac{|f-g|}{1+|f-g|}\, d\mu.$$

Легко убедиться, что $\varrho(f, g)$ удовлетворяет на M всем требованиям, предъявляемым к метрике (с обычным в таких случаях соглашении об отождествлении всех эквивалентных между собой функций). Таким образом, M, рассматриваемое с метрикой $\varrho(f, g)$, является метрическим пространством.

Теорема 10. *M является полным метрическим пространством, в котором сходимость по метрике совпадает с ограниченной сходимостью по мере.*

Доказательство. Пусть $\{f_n\}$ — любая фундаментальная по метрике пространства M последовательность функций. При любом $\sigma > 0$, любых m и n и $k = 1, 2, \ldots$

$$2^k \mu E_k \varrho(f_n, f_m) \geqslant \int\limits_{E_k} \frac{|f_n - f_m|}{1 + |f_n - f_m|} d\mu \geqslant \frac{\sigma}{1+\sigma} \mu [E_k(|f_n - f_m| \geqslant \sigma)].$$

Так как в силу фундаментальности рассматриваемой последовательности функций $\lim\limits_{n,m\to\infty} \varrho(f_n, f_m) = 0$, то отсюда следует что последовательность функций $\{f_n\}$ фундаментальна по мере на каждом множестве E_k, и, следовательно, ограниченно фундаментальна по мере. Поэтому существует такая почти всюду конечная измеримая функция f, т. е. функция $f \in M$, что $f_n \to f$ ограниченно по мере. Для любого $\varepsilon > 0$ можно указать N такое, что при $n, m \geqslant N$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k \mu E_k} \int\limits_{E_k} \frac{|f_n - f_m|}{1 + |f_n - f_m|} d\mu < \varepsilon.$$

Так как $f_n \to f$ по мере на каждом множестве E_k, то в силу леммы Фату мы заключаем из последнего неравенства, что $\varrho(f_n, f) \leqslant \varepsilon$ при $n \geqslant N$. В силу произвольности $\varepsilon > 0$ это означает, что $f_n \to f$ по метрике пространства M. Таким образом, метрическое пространство M полно.

При доказательстве полноты пространства M мы установили, что из сходимости по метрике пространства M вытекает ограниченная сходимость по мере. Поэтому для завершения доказательства теоремы нам остается показать, что из ограниченной сходимости по мере вытекает сходимость по метрике пространства M.

Пусть $f_n \to f$ ограниченно по мере. Возьмем любое $\varepsilon > 0$ и фиксируем такое число m, что $\sum\limits_{k=m+1}^{\infty} \frac{1}{2^k} < \varepsilon$. Так как $f_n \to f$ по мере на каждом множестве E_k, то найдется такое число N, что при $n \geqslant N$ и любом $k = 1, 2, \ldots, m$, будет

$$\mu [E_k(|f_n - f| \geqslant \varepsilon/m)] < \varepsilon/m.$$

Поэтому при $n \geqslant N$ и любом $k = 1, 2, \ldots, m$

$$\int\limits_{Ek} \frac{|f_n - f|}{1 + |f_n - f|} d\mu = \int\limits_{E_k(|f_n - f| \geq \varepsilon/m)} \frac{|f_n - f|}{1 + |f_n - f|} d\mu + \int\limits_{E_k(|f_n - f| < \varepsilon/m)} \frac{|f_n - f|}{1 + |f_n - f|} d\mu <$$

$$< \varepsilon/m + [(\varepsilon/m)/(1 + \varepsilon/m)]\,\mu E_k < (\varepsilon/m)(1 + \mu E_k).$$

Следовательно, при $n \geqslant N$

$$\varrho(f_n, f) < \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{2^k \mu E_k} \frac{\varepsilon}{m} (1 + \mu E_k) + \varepsilon < 3\varepsilon.$$

Последнее в силу произвольности $\varepsilon > 0$ означает, что $f_n \to f$ по метрике пространства M. Теорема доказана.

Пусть $X = \{1, 2, ...\}$, Σ — множество всех подмножеств множества X и мера μ определена на Σ так, что μE равна числу элементов множества E. Тогда $M(X, \Sigma, \mu) = s$ есть пространство всех бесконечных числовых последовательностей $\{x_n\} = (x_1, x_2, ...)$. Из теоремы 10 вытекает следующий давно известный результат (см., напр., [2, стр. 15—16]): пространство s, рассматриваемое с

$$\varrho(\{x_n\}, \{y_n\}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \frac{|x_n - y_n|}{1 + |x_n - y_n|},$$

является полным метрическим пространством, в котором сходимость по метрике совпадает со сходимостью по координатам.

5. *Пространство ограниченно суммируемых функций*

Пусть $S = S(X, \Sigma, \mu)$ обозначает пространство ограниченно суммируемых функций, заданных на пространстве (X, Σ, μ) с вполне σ-конечной мерой, т. е. пространство всех таких функций f, что $f\chi_E$ суммируема каково бы ни было множество E конечной меры.

Будем говорить, что последовательность функций $f_n \to f$ в пространстве S, если

$$\lim_{n \to \infty} \int_E |f_n - f|\, d\mu = 0$$

каково бы ни было множество E конечной меры.

Имеет место следующая

Теорема 11. *Пространство S полно относительно введенной в нем сходимости.*

Доказательство. Пусть $\{f_n\}$ любая фундаментальная в смысле рассматриваемой в пространстве S сходимости последовательность функций. Тогда каково бы ни было множество E конечной меры и число $\sigma > 0$

$$\sigma\mu[E(|f_n - f_m| \geqslant \sigma)] \leqslant \int_E |f_n - f_m|\, d\mu \xrightarrow[n,\, m \to \infty]{} 0.$$

Следовательно, последовательность функцийи $\{f_n\}$ ограниченно фундаментальна по мере. Поэтому существует такая функция $f \in M$, что $f_n \to f$ ограниченно по мере. Пусть E — любое множество конечной меры и $\varepsilon > 0$ — произвольное сколь угодно малое число. Найдется N такое, что при $n, m \geqslant N$

$$\int_E |f_n - f_m| \, d\mu < \varepsilon .$$

Так как $f_n \to f$ по мере на множестве E, то из этого неравенства с помощью леммы Фату получаем:

$$\int_E |f_n - f| \, d\mu \leqslant \varepsilon .$$

Отсюда в силу произвольности $\varepsilon > 0$ и произвольности множества E конечной меры непосредственно следует, что $f \in S$ и что $f_n \to f$ в пространстве S.

Укажем два критерия сходимости в пространстве S.

Теорема 12. *Пусть $\{E_k\}$ базис пространства X. Для того чтобы $f_n \to f$ в пространстве S, необходимо и достаточно, что* $\lim\limits_{n\to\infty} \int_{E_k} |f_n - f| \, d\mu = 0$, $k = 1, 2, \ldots$, *и чтобы последовательность функций $\{f_n\}$ имела равностепенно абсолютно непрерывные интегралы.*

Необходимость. Необходимость первого условия очевидна. Так как $\lim\limits_{n\to\infty} \int_E |f_n - f| \, d\mu = 0$ каково бы ни было множество E конечной меры, то последовательность функций $\{f_n \chi_E\}$ обладает равностепенно абсолютно непрерывными интегралами. Так как E произвольное множество конечной меры, то отсюда вытекает, что последовательность функций $\{f_n\}$ также обладает равностепенно абсолютно непрерывными интегралами. В самом деле, в противном случае найдется такое $\varepsilon_0 > 0$, что каково бы ни было $\delta > 0$ существуют такое измеримое множество F_δ меры $\mu F_\delta < \delta$ и индекс n_δ, что $\left| \int_{F_\delta} f_{n_\delta} \, d\mu \right| \geqslant \varepsilon_0$. Полагая $\delta = 1/2^k$, $k = 1, 2, \ldots$, мы получим поэтому последовательность множеств $\{F_k\}$ с мерой $\mu F_k < 1/2^k$ и множество индексов $n_1, n_2, n_3, \ldots$ такие, что $\left| \int_{F_k} f_{n_k} \, d\mu \right| \geqslant \varepsilon_0$ при любом $k = 1, 2, \ldots$ Но это противоречит тому, что последовательность функций $\{f_n \chi_F\}$, где $F = \bigcup_{k=1}^{\infty} F_k$, $\mu F < 1$, обладает равностепенно абсолютно непрерывными интегралами.

Достаточность. Пусть E любое множество конечной меры. Тогда $\lim\limits_{m\to\infty}\sum\limits_{k=m}^{\infty}\mu(E\cap E_k)=0$. В силу счетной аддитивности интеграла

$$\int|f_n-f|\,d\mu=\sum_{k=1}^{m}\int\limits_{E\cap E_k}|f_n-f|\,d\mu+\int\limits_{(E\cap\bigcup_{k=m+1}^{\infty}E_k)}|f_n-f|\,d\mu.$$

Отсюда в силу того, что $\lim\limits_{n\to\infty}\int\limits_{E_k}|f_n-f|\,d\mu=0$ при любом $k=1,2,\ldots$ и что последовательность функций $\{f_n\}$ обладает равностепенно абсолютно непрерывными интегралами, легко вытекает, что $\lim\limits_{n\to\infty}\int\limits_{E}|f_n-f|\,d\mu=0$. Так как множество E конечной меры произвольно, то это означает, что $f_n\to f$ в пространстве S.

Теорема 13. *Для того чтобы $f_n\to f$ в пространстве S, необходимо и достаточно, чтобы $f_n\to f$ ограниченно по мере и чтобы последовательность функций $\{f_n\}$ обладала равностепенно абсолютно непрерывными интегралами.*

Необходимость. При доказательстве теоремы 11 мы установили, что из $f_n\to f$ в пространстве S вытекает $f_n\to f$ ограниченно по мере. Таким образом, первое условие теоремы необходимо. Необходимость второго условия теоремы устанавливается теоремой 12.

Достаточность. Возьмем произвольное множество E конечной меры. Последовательность функций $\{f_n\}$, а следовательно, также и последовательность функций $\{|f_n-f|\}$, обладает равностепенно абсолютно непрерывными интегралами. Поэтому по заданному $\varepsilon>0$ можно указать $\delta>0$ такое, что при любом $n=1,2,\ldots\int\limits_{F}|f_n-f|\,d\mu<\varepsilon$ коль скоро $\mu F<\delta$. Так как $f_n\to f$ ограниченно по мере, то найдется N такое, что при $n\geqslant N$ будет $\mu[E(|f_n-f|\geqslant\varepsilon)]<\delta$. Поэтому при любом $n\geqslant N$ оказывается

$$\int\limits_{E}|f_n-f|\,d\mu=\int\limits_{E(|f_n-f|\geq\varepsilon)}|f_n-f|\,d\mu+\int\limits_{E|(f_n-f|<\varepsilon)}|f_n-f|\,d\mu<\varepsilon+\varepsilon\mu E.$$

Последнее в силу произвольности $\varepsilon>0$ и произвольности множества E конечной меры означает, что последовательность функций $f_n\to f$ в пространстве S. Это завершает доказательство теоремы.

Под линейным функционалом на S мы понимаем любой аддитивный функционал, непрерывный в смысле рассматриваемой в пространстве S сходимости.

Теорема 14. *Для того чтобы* $F(f)$ *был линейным функционалом на* S, *необходимо и достаточно, чтобы* $F(f)=\int fg\,d\mu$, *где* g — *существенно ограниченная измеримая функция, обращающаяся в* 0 *вне некоторого множества конечной меры.*

Доказательство. Достаточность очевидна. Установим необходимость условия теоремы. Пусть $F(f)$ любой линейный функционал на S. Тогда, как нетрудно убедиться, функция множества $F(\chi_E)$ определенная на Σ, является вполне σ-конечной обобщенной мерой, абсолютно непрерывной относительно меры μ. Поэтому на основании теоремы Радона-Никодима существует конечная измеримая функция g такая, что

$$F(\chi_E)=\int_E g\,d\mu.$$

Если $f_n\in S$ простая функция, то в силу конечной аддитивности рассматриваемого функционала $F(f_n)=\int f_n g\,d\mu$. Пусть теперь $f\in S$ является любой неотрицательной функцией. Тогда найдется неубывающая последовательность неотрицательных простых функций $\{f_n\}\subset S$ такая, что $f_n\to f$ как в смысле сходимости всюду, так и в смысле сходимости в пространстве S. Так как $f_n\operatorname{sign} g\to f\operatorname{sign} g$ в пространстве S, $|f_1 g|\leqslant|f_2 g|\leqslant\ldots$ и $\lim\limits_{n\to\infty}|f_n g|=|fg|$ всюду, то

$$F(f\operatorname{sign} g)=\lim_{n\to\infty}F(f_n\operatorname{sign} g)=\lim_{n\to\infty}\int|f_n g|\,d\mu=\int|fg|\,d\mu.$$

Итак, для любой неотрицательной функции $f\in S$ функционал $F(f\operatorname{sign} g)=\int|fg|\,d\mu$. Отсюда следует, что g является существенно ограниченной функцией, обращающейся в 0 вне некоторого множества конечной меры. Теперь уже нетрудно заключить, что $F(f)=\int fg\,d\mu$ для любой функции $f\in S$. Теорема доказана.

Поступило 8 I 1963 г.

Казанский государственный университет имени В. И. Ульянова-Ленина, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Халмош П., *Теория меры*. ИИЛ, М., 1953, (пер. с англ.).
2. Канторович Л. В., Акилов Г. П., *Функциональный анализ в нормированных пространствах*. Физматгиз, М., 1959.

ASUPRA TEORIEI FUNCȚIILOR MĂSURABILE

(Rezumat)

Fie (X, Σ, μ) un spațiu cu o masă finită completă σ. Se studiază așa-numita convergență mărginită în raport cu masa. În legătură cu această convergență se studiază și unele proprietăți ale spațiilor $M(X, \Sigma, \mu)$ ale funcțiilor măsurabile aproape peste tot mărginite, precum și ale spațiilor $S(X, \Sigma, \mu)$ ale funcțiilor mărginit sumabile. Se demonstrează, de exemplu, că se poate metriza spațiul $M(X, \Sigma, \mu)$ în așa fel încît să fie echivalente convergența după metrică cu convergența mărginită după masă. Spațiile $M(X, \Sigma, \mu)$ și $S(X, \Sigma, \mu)$ sînt cele mai simple exemple de spații funcționale pe (X, Σ, μ), pentru care trebuie să fie folosită, cu prilejul studiului lor, noțiunea de convergență mărginită în raport cu masa.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. C. 517.948.3

ON THE FRÉCHET'S FUNCTIONAL EQUATION

BY
M. HOSSZU

We consider the functional equation

$$\Delta^n_{(x_1,\ldots,x_n)} f \overset{\text{def}}{=} \sum_{\text{comb.}} (-1)^k f(x_{i_1} + x_{i_2} + \cdots + x_{i_n}) = 0 \tag{1}$$

due to M. Fréchet. Here the sum consists of such terms in which $(i_1, i_2, \ldots, i_k)$ is a k-uple combination of the indices $1, 2, \ldots, n$. The variables and the values of the unkown function f are taken from any abelian group A resp. A'. We shall reduce (1) to the Cauchy's equation.

Let us define

$$a(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}) = \Delta^{n-1}_{(x_1,\ldots,x_{n-1})} f$$

which is, clearly, a symmetric function of its variables, moreover, it is additive (e. g. in the first variable). In fact, if f satisfies (1) then

$$a(t + s, x_2, \ldots, x_{n-1}) = a(t, x_2, \ldots, x_{n-1}) + a(s, x_2, \ldots, x_{n-1})$$

holds as we have

$$\Delta^{n-1}_{(t+s, x_2,\ldots,x_{n-1})} f - \Delta^{n-1}_{(t, x_2,\ldots,x_{n-1})} f - \Delta^{n-1}_{(s, x_2,\ldots,x_{n-1})} f = - \Delta^{n-1}_{(t, s, x_2,\ldots,x_{n-1})} f = 0.$$

If the multilinear (additive in each variables) functions $a(x_1, \ldots, x_k) : A \times \cdots \times A \to A'$ can easily be determined, then the solution of (1) just reduces to a simplier equation. In fact, every solution f of (1) satisfies an equation of the form

$$\Delta^{n-1}_{(x_1,\ldots,x_{n-1})} f = a(x_1, \ldots, x_{n-1}), \tag{2}$$

where $a(x_1, \ldots, x_{n-1})$ is a multilinear symmetric function. However, for a given function $a(x_1, \ldots, x_{n-1})$, (2) can be solved as a linear inhomogeneous functional equation. We can look for the solution of (2) in the form

$$f = g + p_{n-1},$$

where p_{n-1} is a particular solution. Then, clearly, g must satisfy

$$\Delta^{n-1}_{(x_1,\ldots x_{n-1})} g = 0.$$

By the repeated application of this method we arrive at

$$f = p_{n-1} + \ldots + p_2 + p_1, \tag{3}$$

where p_i is a particular solution of

$$\Delta^{i}_{(x_1,\ldots,x_i)} p = a_i(x_1,\ldots,x_i), \quad (i = 1, 2,\ldots, n-1). \tag{4}$$

Here a_i is an additive symmetric function.

For example, if every equation $mx = a$, $(m = 2, 3,\ldots)$ has a solution $x = a/m$ in A', then $p_i(x) = a_i(x, x,\ldots, x)/m$, with a suitable integer m, is a particular solution of (4). This can be verified by an easy calculation.

On the other hand, if p satisfies (4) for a given additive symmetric function a_i, $(i < n)$, then $\Delta^{i+1} p = 0$ is true and, *a fortiori*, p satisfies (1).

Theorem. *Let us consider the functional equation* (1), *where the variables resp. the values of the unknown function f are elements of an abelian group A resp. A'. The problem of the solution of* (1) *it equivalent with the determination of the additive (multilinear) symmetric functions*

$$a(x_1, x_2,\ldots, x_i): A \times A \times \ldots \times A \to A', \quad (i = 1, 2,\ldots, n-1). \tag{*}$$

The most general form of the solution of (1) *is* (3), *where p_i is a particular solution of* (4) *with certain multilinear symetric functions a_i.*

Corollary. *In the special case of real continuous or bounded or mesurable functions f the most general form of the solutions of* (1) *is*

$$f(x) = c_{n-1} x^{n-1} + \ldots + c_2 x^2 + c_1 x. \tag{3'}$$

In fact, then the most general form of multilinear functions a_i is

$$a_i(x_1,\ldots, x_i) = a_i x_1 \ldots x_i,$$

therefore the particular solutions of (4) has the form $p_i(x) = a_i x^i/m_i$, the sum of which is really (s. (3')). On the other hand, (3') with arbitrary constants c_i satisfies (1) [1].

Received the 10 IX 1963

Technical University,
Miskolc, Hungary

REFERENCES

1. Ghermănescu M., *Ecuații funcționale*. Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1960.

ASUPRA ECUAȚIEI FUNCȚIONALE A LUI FRÉCHET

(Rezumat)

Se stabilește următoarea

Teoremă. *Se consideră ecuația funcțională* (1), *ale cărui variabile, respectiv valorile funcției necunoscute f, sînt elemente ale unui grup abelian A respectiv A'. Problema soluționării ecuației* (1) *este echivalentă cu determinarea funcțiilor simetrice (multiliniare) aditive* (*). *Cea mai generală formă a soluției ecuației* (1) *este* (3), *unde p_i este o soluție particulară a lui* (4), *cu a_i reprezentînd anumite funcții simetrice multiliniare.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. C. 517.946.517.51

THE CLOSURE OF THE ATTAINABLE SET FOR PROBLEMS IN OPTIMAL CONTROL

BY

EMILIO O. ROXIN and D. MANGERON

1. Introduction

In a series of their previous research works the authors have developed various problems of optimization related respectively to minimized t-controls [1], [2] and to the dynamic programming of a new class of boundary value problems on non elliptic type [3], [4]:

$$[A(x)u' + \lambda B(x)u]' + \lambda[B(x)u' + C(x)u] = 0,$$

$$u_{\mathrm{Fr}\,R} = 0, \quad R = \{x_i^* \leqslant x_i \leqslant x_i^{**}\}, \quad (i = 1, 2, \ldots, m), \quad u' \equiv \partial^m u/(\partial x_1 \partial x_2 \ldots \partial x_m), \tag{1}$$

or to the unified theory of different types of boundary value problems retaining to the „polyharmonic", „polycaloric" and „polyvibrating" multidimensional differential operators [5], [6]:

$$\{\partial^{nm}/(\partial x_1^n \partial x_2^n \ldots \partial x_m^n) + (-1)^{nm}[\partial^{nm}/(\partial y_1^n \partial y_2^n \ldots \partial y_m^n)]\}^{(k)},$$

$$\{\partial^{nm}/(\partial x_1^n \partial x_2^n \ldots \partial x_m^n) - (-1)^{nm}[\partial^{nm}/(\partial y_1^n \partial y_2^n \ldots \partial y_m^n)]\}^{(k)}, \tag{2}$$

$$\{\partial^{nm}/(\partial x_1^n \partial x_2^n \ldots \partial x_m^n) + (-1)^{(n-1)m}[\partial^{(n-1)m}/(\partial y_1^{n-1} \partial y_2^{n-1} \ldots \partial y_m^{n-1})]\}^{(k)},$$

which reduce for $n = 2$, $m = 1$, $k = 1$, respectively, to characteristic operators of the theory of potential, heat and waves propagation, in conjunction with the partial derivative equations

$$\partial^{nm} u(x_1, x_2, \ldots, x_m; y_1, y_2, \ldots, y_m)/(\partial x_1^n \partial x_2^n \ldots \partial x_m^n) +$$
$$+ (-1)^{nm}[\partial^{nm} u(x_1, x_2, \ldots, x_m; y_1, y_2, \ldots, y_m)/(\partial y_1^n \partial y_2^n \ldots \partial y_m^n)] = 0, \tag{3 e}$$

$$\partial^{nm} u(x_1, x_2, \ldots, x_m; y_1, y_2, \ldots, y_m)/(\partial x_1^n \partial x_2^n \ldots \partial x_m^n) -$$
$$- (-1)^{nm}[\partial^{nm} u(x_1, x_2, \ldots, x_m; y_1, y_2, \ldots, y_m)/(\partial y_1^n \partial y_2^n \ldots \partial y_m^n)] = 0, \tag{3 h}$$

$$\partial^{nm} u(x_1, x_2, \ldots, x_m; y_1, y_2, \ldots, y_m)/(\partial x_1^n \partial x_2^n \ldots \partial x_m^n) +$$
$$+ (-1)^{(n-1)m}[\partial^{(n-1)m} u(x_1, x_2, \ldots, x_m; y_1, y_2, \ldots, y_m)/(\partial y_1^{n-1} \partial y_2^{n-1} \ldots \partial y_m^{n-1})] = 0. \tag{3 p}$$

The following theorem was established:

Theorem 1. *From the solutions of one of the partial derivative equations* (3 e), (3 p), (3 h) *or from the solutions of two of these equations, one obtains by means of the compositions of the second kind and Volterra type a new solution of one of the considered equations.*

For instance, for m odd and n even, from two solutions of the equation of the form (3 e)

$$u_e(x_1, x_2, \ldots, x_m;\ s_1, s_2, \ldots, s_m), \quad v_e(y_1, y_2, \ldots, y_m;\ s_1, s_2, \ldots, s_m),$$

defined for

$$x_i^* < x_i < x_i^{**}, \quad s_i^* < s_i < s_i^{**}, \quad y_i^* < y_i < y_i^{**}, \quad (i = 1, 2, \ldots, m),$$

the right side composition

$$u_{ee}(x_1, x_2, \ldots, x_m;\ y_1, y_2, \ldots, y_m) =$$

$$(4) \qquad = \underbrace{\int \ldots \int}_{m} u_e(x_1, x_2, \ldots, x_m;\ s_1, s_2, \ldots, s_m) \times$$

$$\times\ v_e(y_1, y_2, \ldots, y_m;\ s_1, s_2, \ldots, s_m)\, ds_1\, ds_2 \ldots ds_m$$

represents a solution of the equation (3 h), under the assumption that certain boundary conditions are satisfied [6].

Let us return here to the control equations schematized in ordinary differential systems. Given a control equation of the type considered in the following, the set of all points which are „attainable" from a given initial point (i. e. these is a trajectory joining the initial point with the one considered) is, geometrically speaking and in a suitable space, a closed set. This was proved independently by Filippov [7] and the first of the authors [8]. Related results under slightly different conditions were obtained by Turowicz [9]. The importance of this closedness is the fact that it provides existence proofs for solutions of a number of problems in optimal control theory. Here we reproduce the proof given in [8] and in [10] and we give examples of application to control problems.

We shall study the systems

$$(5) \qquad \dot{x}^i = f^i(t, x^1, x^2, \ldots, x^n;\ u^1, u^2, \ldots, u^m), \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

where, as usual, $\dot{x} = dx/dt$. We write

$$(6) \qquad x^0 = t, \quad f^0 = 1,$$

and we introduce the vectors

$$(7) \qquad \hat{x} = (x^1, x^2, \ldots, x^n), \quad x = (x^0, x^1, x^2, \ldots, x^n) = (x^0, \hat{x}),$$

$$\hat{f} = (f^1, f^2, \ldots, f^n), \quad f = (f^0, f^1, \ldots, f^n) = (f^0, \hat{f}), \quad u = (u^1, u^2, \ldots, u^m)$$

in euclidian vector space, with the usual norm $\|x\|^2 = \sum (x^i)^2$. Equation (7) then becomes

$$(8) \qquad \dot{\hat{x}} = \hat{f}(t, \hat{x}, u) \qquad \text{or} \qquad (9) \qquad \dot{x} = f(x, u).$$

The following assumptions are made:

1°. $\hat{f}(t, \hat{x}, u)$ is defined in $I \times \hat{X} \times U$, where I is the real line (the positive halfline could be used alternatively), $\hat{X}$ is the $\hat{x}$-space, and U is a compact set in u-space.

2°. $\hat{f}(t, \hat{x}, u)$ is continuous in $(\hat{x}, u)$ and integrable with respect to t for each $(\hat{x}, u) \in \hat{X} \times U$.

3°. The Lipschitz condition holds: there exists a constant K such that for any $(t, u) \in I \times U$, $\|f(t, \hat{x}, u) - f(t, \hat{x}_1, u)\| < K \|\hat{x} - \hat{x}_1\|$.

4°. For all $u \in U$ (uniformly), $\|\hat{f}(t, \hat{x}_1, u)\| \leqslant \mu(t) \cdot g(\|\hat{x}\|)$, where the function $\mu(t)$ is integrable in every finite intervale, $g(\|\hat{x}\|)$ is bounded region of the x-space, and $g(\|\hat{x}\|) = O(\|\hat{x}\|)$ for $\|x\| \to \infty$.

We shall consider the parameter u as a function of t. A function $u(t)$ will be called an *admissible control function* if

5°. $u(t)$ is measurable.

6°. For each t, $u(t) \in U$.

On the set U we impose the convexity condition

7°. $\hat{f}(t, \hat{x}, U) = \{\hat{f}(t, \hat{x}, u)\ u \in U\}$ is a convex set for each $(t, \hat{x}) \in I \times \hat{X}$.

We note that since U is compact and $\hat{f}(t, \hat{x}, u)$ is continuous in u, the set $\hat{f}(t, \hat{x}, U)$ is also compact. The same is true of the set $f(x, U)$, which differs from the former by the component $f^0 = 1$.

According to well-known theorems (s. [11], [12]), these conditions guarantee the existence and uniqueness of the solution of (9) for any admissible control function $u(t)$. In particular, a finite escape time is ruled out by the assumption made in 4°. The importance of the convexity condition 7° will appear in the proof of the theorem.

2. The attainable set

Definition. Given the equation (9), we shall say that the point x_1 is *attainable* from x_0 if there exists an admissible control function $u(t)$ defined in the time interval $(t_0, t_1) = (x_0^0, x_1^0)$, where $t_0 \geqslant t_1$, such that equation (9), with $u = u(t)$, together with the initial condition $x(t_0) = x_0$, has the solution $x(t)$ satisfying $x(t_1) = x_1$.

The set of all points x that are attainable from x_0 will be called the set attainable from x_0, and we shall denote it by R_{x_0}. When there is no possibility of misunderstanding, the subscript x_0 will be dropped.

In many simple cases it is easy to see which points are attainable and which are not; the linear case has been treated in detail in [13], [14]. Here we are concerned with rather general properties of the attainable set.

Theorem 2. *If the equation* (9) *fulfills the conditions* 1°...7°, *then for each initial* x_0, *the attainable set* R_{x_0} *is a closed set.* (A similar theorem under less general assumptions was proved in [15]).

Without loss of generality we may suppose that $x_0 = 0$, and we write simply R for R_{x_0}.

We shall prove that if $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \ldots$ is a sequence of points of X such that $\xi_i \in R$ and $\lim_{i\to\infty} \xi_i = \xi_0$, then $\xi_0 \in R$.

Since ξ_i belongs to R for $i = 1, 2, \ldots$; there exist admissible control functions $u_i(t)$ such that the corrresponding solutions $x_i(t)$ of (9), which start at $x_i(0) = 0$, satisfy

$$x_i(t) = \int_0^t f[x_i(t), u_i(t)]\,dt, \quad (0 \leqslant t \leqslant T_i,\ i = 1, 2, 3, \ldots), \tag{10}$$

with

$$x_i(T_i) = \xi_i, \quad (T_i = \xi_i^0), \quad (i = 1, 2, 3, \ldots). \tag{11}$$

Now we take some interval $(0, T)$ which includes all the intervals $(0, T_i)$ (this is possible, since $\lim_{i\to\infty} T_i = \xi_0^0 = T_0$), and for $i = 1, 2, 3, \ldots$ we define the functions

$$\varphi_i(t) = \begin{cases} f(x_i(t), u_i(t)) \text{ for } 0 \leqslant t \leqslant T_i, \\ f(x_i(T_i), u_i(T_i)) = \text{const. for } T_i \leqslant t \leqslant T. \end{cases} \tag{12}$$

We also extend the definition of the $x_i(t)$ to the interval $(0, T)$ by

$$x_i(t) = \int_0^t \varphi_i(t)\,dt, \quad (i = 1, 2, 3, \ldots), \tag{13}$$

which coincides with (10) in $(0, T_i)$.

The functions $x_i(t)$ are uniformly bounded. In fact, assumption 4° assures us that the equation $d\eta(t)/dt = \mu(t)\, g(\eta)$, $\eta(0) = 0$, has a solution in the whole interval $(0, T)$, where it is therefore bounded. Besides, the inequality

$$d\|x_i\|/dt \leqslant \|dx_i/dt\| = \|f(t, x_i, u_i)\| \leqslant \mu(t)\, g(\|x_i\|),$$

shows in a well-known manner that since $x_i(0) = 0$, $\|x_i(t)\| \leqslant \eta(t)$, proving that the $x_i(t)$ are uniformly bounded in $(0, T)$.

Since the $x_i(t)$ are uniformly bounded, we can write $\|f(t, x_i, u_i)\| \leqslant \mu^*(t)$, where $\mu^*(t)$ is integrable. The functions $f(t, x_i, u_i)$ are measurable and therefore integrable, and the same applies to the $\varphi_i(t)$. The inequality

$$\int \|\varphi_i(t)\|\,dt \leqslant \int \mu^*(t)\,dt$$

shows that, considered as elements of the L_1-space of the interval $(0, T)$, the functions $\varphi_i(t)$ form a bounded sequence which is weakly sequen-

tially compact [16]. We can select a subsequence which converges weakly to a certain measurable function $\varphi_0(t)$. In the following, we suppose that the indices have been changed in such a way that $i = 1, 2, 3,...$ refers to the weakly convergent subsequence mentioned above. Therefore, for each measurable set E, $E \subset (0, T)$,

$$\lim_{i\to\infty} \int_E \varphi_i(t)\,dt = \int_E \varphi_0(t)\,dt. \tag{14}$$

Let

$$T_0 = \xi_0^0 = \lim_{i\to\infty} T_i. \tag{15}$$

If the measurable set E is contained in an interval $(0, \tau)$ with $\tau < T_0$ then $E \subset (0, T_i)$ for almost all i, and according to (12)

$$\lim_{i\to\infty} \int_E f(x_i(t),\ u_i(t))\,dt = \int_E \varphi_0(t)\,dt, \tag{16}$$

this equality being valid in any interval $(0, \tau)$ with $\tau < T_0$.

We now define the function

$$x_0(t) = \int_0^t \varphi_0(t)\,dt, \quad (0 \leqslant t \leqslant T_0). \tag{17}$$

Combining (10) and (16), we see that for each value of t less than T_0,

$$\lim_{i\to\infty} x_i(t) = x_0(t), \quad (0 \leqslant t \leqslant T).$$

The proof that also

$$\lim_{i\to\infty} x_i(T_i) = x_0(T_0)$$

is immediate, since in

$$\|x_i(T_i) - x_0(T_0)\| \leqslant \left\| \int_0^{T_0} [\varphi_i(t) - \varphi_0(t)]\,dt \right\| + \int_{T_0}^{T_i} \|\varphi_i(t)\|\,dt$$

the first integral tends to zero according to the weak convergence, and the second one because $T_i \to T_0$, the functions $\|\varphi_i(t)\|$ being majorized by the integrable function $\mu^*(t)$. Hence

$$x_0(T_0) = \xi_0^0. \tag{18}$$

It remains to prove that $x_0(t)$ is the trajectory corresponding to a certain admissible control function $u_0(t)$. According to (17), this means that

$$\varphi_0(t) = f(x_0(t),\ u_0(t)), \quad (0 \leqslant t \leqslant T_0). \tag{19}$$

From the weak convergence we deduce that, for every vector y of the space X,

$$\limsup [y \cdot \varphi_i(t)] \geqslant y \cdot \varphi_0(t) \geqslant \liminf [y \cdot \varphi_i(t)] \tag{20}$$

almost averywhere in $(0, T_0)$. In fact, if we suppose, for example, that on a set E of positive measure

$$\limsup [y \cdot \varphi_i(t)] < y \cdot \varphi_0(t),$$

then we obtain immediately

$$\limsup \left[y \cdot \int_E \varphi_i(t)\, dt \right] < y \cdot \int_E \varphi_0(t)\, dt,$$

in contradiction to (14).

For any value of t, $(0 \leqslant t \leqslant T_0)$, and almost every i, $\varphi_i(t) \in \{f(x_i(t), U\}$; therefore, for almost every value of t of the interval $(0, T_0)$,

$$\limsup_{i\to\infty} [\text{l.u.b.}\,(y \cdot f(x_i(t), U))] \geqslant y \cdot \varphi_0(t) \geqslant \liminf_{i\to\infty} [\text{g.l.b.}\,(y \cdot f(x_i(t), U))].$$

By continuity of the functions $f(x, u) = f(t, \hat{x}, u)$ in $(\hat{x}, u)$ (the value of t remains fixed), we may write

$$\text{l.u.b.}\,[y \cdot f(x_0(t), U)] \geqslant y \cdot \varphi_0(t) \geqslant \text{g.l.b.}\,[y \cdot f[x_0(t), U)]. \tag{21}$$

This equations, valid for every vector y, implies that $\varphi_0(t)$ belongs to the closed convex set $f(x_0(t), U)$; that is, there exists a value $u_0 \in U$ such that

$$\varphi_0(t) = f(x_0(t), u_0). \tag{22}$$

In this way we have defined a function $u_0(t)$, on almost every point of the interval $(0, T_0)$. Obviously we may extend the definition to the remaining points in any convenient way (for example, putting $u_0 = 0$ at these points), without affecting the integral of $f(x_0(t), u_0(t))$.

Having proved that $u_0(t)$ takes its values in U, we need only show that the values of $u_0(t)$ can be selected so that, as a function of t, $u_0(t)$ is measurable. In this connection, we observe that it may happen that for some values of t, $u_0(t)$ is not uniquely defined by the value of $f\,x(t), u_0)$.

We proceed to construct the function $u_0(t)$ in the following manner.

1°. Take some $\varepsilon > 0$.

2°. The function $\varphi_0(t)$ is integrable in $(0, T_0)$. Therefore, we can determine a bounded function $\varphi_0'(t)$ which coincides with $\varphi_0(t)$ in the interval $(0, T_0)$ with the exception of a set of measure less than ε. We shall call A the set of values of t where $\varphi_0(t) = \varphi_0'(t)$.

3°. Divide the set A into measurable subsets A_i, $(i = 1, 2, 3, \ldots, p)$, such that the oscillation of $\varphi_0(t)$ on each A_i (this is the l.u.b. $\|\varphi_0(t_1) - \varphi_0(t_2)\|$

for t_1, $t_2 \in A_i$) is less than ε. This can done, since $\varphi_0(t)$ is measurable and bounded on A.

4°. Take a sequence u_i, $(i = 1, 2, 3,...)$, which is dense in U (U is a compact set in euclidean space).

5°. In each set A_i, $(i = 1, 2, 3,..., p)$, take a value $t_i \in A_i$. Call $\alpha_i = \varphi_0(t_i)$.

6°. Denote by A_{ij} the subset of A_i, where $\|f(x_0(t), u_j) - \alpha_i\| < 2\varepsilon$.

The sets A_{ij} are measurable, since $f(x_0(t), u) = f(t, \hat{x}_0(t), u)$ is measurable in t and continuous in $\hat{x}_0$, while $\hat{x}_0(t)$ is also continuous.

7°. Now we can prove that

$$\bigcup_{j=1}^{\infty} A_{ij} = A, \quad (i = 1, 2, 3,...).$$

In fact, if $t \in A_i$ we have $\|\varphi_0(t) - \varphi_0(t_i)\| = \|\varphi_0(t) - \alpha_i\| < \varepsilon$. Besides, as proved above, there exists a value $v \in U$ such that $f(x_0(t), v) = \varphi_0(t)$. Since $f(x, u)$ is continuous in u and the sequence $\{u_i\}$ is dense, there exists some u_j such that $\|f(x_0(t), u_j) - f(x_0(t), v)\| = \|f(x_0(t), u_j) - \varphi_0(t)\| < \varepsilon$. Hence $\|f(x_0(t), u_j) - \alpha_i\| < 2\varepsilon$, and $t \in A_{ij}$ for that value of j.

8°. A certain value of t may of course belong to several sets A_{ij}. In order to define the function $u_\varepsilon(t)$, we shall therefore use the sets

$$A'_{ij} = A_{ij} \cap C\left\{\bigcup_{k=1}^{j-1} A_{ik}\right\},$$

where the C indicates the complementary set. Note that $t \in A'_{ij}$ if t belongs to A_{ij} but does not belong to some A_{ik} with $k < j$.

9°. We are now in a position to define the function $u_\varepsilon(t) = u_j$ for $t \in A'_{ij}$. As shown above, this function is defined on the whole interval $(0, T_0)$ less a set of measure smaller than ε. It has property that

$$\|\varphi_0(t) - f(x_0(t), u_\varepsilon(t))\| \leqslant \|\varphi_0(t) - \alpha_i\| + \|f(x_0(t), u_j) - \alpha_i\| \leqslant \varepsilon + 2\varepsilon = 3\varepsilon.$$

10°. If we make this construction for a nullsequence of values of ε, we obtain a sequence of functions $u_\varepsilon(t)$ such that

$$\lim_{\varepsilon \to 0} f(x_0(t), u_\varepsilon(t)) = \varphi_0(t) \tag{23}$$

almost everywhere on $(0, T_0)$.

11°. For defining the corresponding limit function $u_0(t)$ we may, for example, put each component of the vector $u_0(t)$

$$u_0^i(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} \{\sup u_\varepsilon^i(t) \mid u_\varepsilon^j \to u_0^j \text{ for } j < i\} \text{ (step by step)} \tag{24}$$

The value $u_\varepsilon(t)$ belongs to U, and since U is compact, $u_0(t) \in U$ for each t. (The formula (24) defines $u_0(t)$ almost everywhere, but the definition may obviously be completed in a convenient way).

As upper limit of a sequence of measurable functions, $u_0(t)$ is measurable [17].

Finally, by continuity of $f(x, u)$ with respect to u, and by the equalities (23) and (24)

$$f(x_0(t), u_0(t)) = \varphi_0(t) \tag{25}$$

almost everywhere, and our theorem is proved.

Some remarks and applications concerning the time-optimization problem will be given in a subsequent paper.

Received the 25 V 1964

University of Buenos Aires, Argentina,
and
Polytechnic Institute of Jassy

REFERENCES

1. Roxin E.. Michigan Math., 1962, **9**, pp. 109—119.
2. Conti R., *Controlli t-minimanti.* Corso Matematico Estivo, Varenna, 1963.
3. Mangeron D., *Sur une nouvelle classe de problèmes à la frontière de type non elliptique d'ordre supérieur.* International Congress of Mathematicians, Stockholm, 1962. Short communications.
4. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1962, **255**, pp. 2894—2896.
5. — Rev. Roum. de Math. pures et appl., 1964, **IX**, (in print).
6. Mangeron D., Krivoshein L. E., Rend. Accad. Naz. dei Lincei, s. VIII, 1961, **XXXI**, *1—2*, pp. 118—123.
7. Филиппов А. Ф., Вестник МГУ, сер. мат., мех., астр., физ., хим., 1959, *2*, стр. 25—32.
8. Roxin E., *Stability in General Control Systems.* The RIAS TR-62-10, 55 pp.
9. Turowicz A., Bull. Acad. Polon. Sci., 1963, **XX**, pp. 47—50.
10. Mangeron D., Roxin E., Rend. Accad. Naz. dei Lincei, s. VIII, 1964, **XXXVII**, (in print).
11. Carathéodory C., *Vorlesungen über reelle Funktionen.* Leipzig, 1927; reprinted, Chelsea, New York, 1948.
12. Sansone G., Conti R., *Equazioni differenziali non lineari.* Edizioni Cremonese, Roma, 1956.
13. Гамкрелидзе Р. В., ИАН СССР, сер. мат., 1958, **22**, стр. 469—476.
14. La Salle J. P., *The time optimal control problem. Contributions to the theory of nonlinear oscillations.* Vol. **V**, Annals of Mathematics Studies No. *45*, Princeton, 1960, pp. 1—24.
15. Lee E. B., Markus L., Arch. Rational Mech. Anal., 1961, **8**, pp. 36—58.
16. Dunford N., Schwartz J. T., *Linear operators.* P. **I**, Interscience Publishers, N.-Y., 1958.
17. Hahn H., Rosenthal A., *Set functions.* Univ. of New Mexico Press, Albuquerque, 1948.

ÎNCHIDEREA ŞIRULUI DE URMĂRIRE ÎN PROBLEME DE CONTROL OPTIMAL

(Rezumat)

Autorii, pornind de la un şir de rezultate proprii relative la programarea dinamică şi la studiul stabilităţii în sisteme generale de control, demonstrează teorema închiderii relativă la şirul de urmărire definit în textul lucrării.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. D. 517.941.91 ; 517.51

SUR LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES OSCILLATOIRES DU DEUXIÈME ORDRE AVEC LA DISPERSION FONDAMENTALE $\varphi(t) = t + \pi$

PAR

FRANTIŠEK NEUMAN

Considérons une équation différentielle linéaire ordinaire du deuxième ordre

$$y'' = q(t)y, \tag{1}$$

la fonction q étant continue dans l'intervalle $(-\infty, \infty)$. Nous excluons de nos considérations la solution de l'équation (1) qui est identiquement égale à zéro. Nous supposons que l'équation (1) soit oscillatoire; cela veut dire que toute intégrale de l'équation (1) possède, vers les deux extrémités de l'intervalle $(-\infty, \infty)$, une infinité de zéros. Désormais nous dirons à propos d'une certaine solution de l'équation différentielle (1) que ses zéros ont la même distance égale à π, si la distance de deux zéros voisins quelconques de la solution en question est égale à π.

Dans le présent travail nous allons déduire une condition nécessaire et suffisante pour que toutes les solutions de l'équation différentielle (1) aient la même distance égale à π; nous déduirons aussi la forme générale de la fonction q correspondante ainsi que celle des solutions en question.

Rappelons qu'on désigne par C^k, $(k = 0, 1, 2,...)$, la classe des fonctions réelles possédant partout la dérivée continue d'ordre k. La dispersion centrale fondamentale de la première espèce par rapport à l'équation différentielle (1), $\varphi(t)$, (dans ce qui suit nous nous servirons pour briévete du terme „la dispersion fondamentale") est définie de la manière suivante. En prenant une solution quelconque, y, de l'équation différentielle (1), s'annulant en t, alors $\varphi(t)$ est le premier zéro de la solution y, qui est plus grand que t [2]. On voit que les zéros de n'importe quelle solution de l'équation différentielle (1) ont la même distance π si et seulement si la dispersion fondamentale correspondante est $\varphi(t) = t + \pi$.

Dans la suite nous aurons besoin des propositions suivantes [3]: L'équation différentielle (1) est oscillatoire dans le cas seul et unique si toute phase, $\alpha(t)$, de l'équation différentielle (1), est inférieurement et supérieurement non-bornée: $\lim_{t\to-\infty}\alpha(t) = -\infty$, $\lim_{t\to\infty}\alpha(t) = \infty$ ou bien $\lim_{t\to-\infty}\alpha(t) = \infty$, $\lim_{t\to\infty}\alpha(t) = -\infty$. Remarquons qu'on a:

$$\alpha(t) \in C^3,\ \alpha'(t) > 0 \text{ ou bien } \alpha'(t) < 0,\ \{\operatorname{tg}\alpha,\ t\} = -q(t),$$

le symbole $\{...\}$ exprimant la dérivée schwarzienne.

Pour toute phase, $\alpha(t)$, de l'équation différentielle (1), la fonction

$$y(t) = c_1\{\sin[\alpha(t) + c_2]\}/\sqrt{\alpha'(t)}$$

représente la solution générale de l'équation différentielle (1).

On va se servir aussi du suivant résultat obtenu par M. E. Barvínek [1]. Pour l'équation différentielle (1) la dispersion fondamentale $\varphi(t)$ a la forme $\varphi(t) = t + \pi$, si et seulement si toute phase de cette équation peut s'exprimer par la formule $\alpha(t) = P + t$, $P \in C^3$ étant une fonction périodique avec la période π, $P' + 1 > 0$ ou bien $P' + 1 < 0$.

Lemme. *Soit u une solution de l'équation différentielle* (1) *dont les zéros ont la même distance π. Nous supposons qu'on a pour une valeur c: $u(c) = 0$, $u'(c + k\pi) = (-1)^k$, $(k = 0, \pm 1, \pm 2,...)$.*

Puis il existe une fonction, f, définie dans l'intervalle $(-\infty, \infty)$, qui jouit des propriétés suivantes: $f \in C^2$, $f(c) = 0$, $f'(c) = 0$, $f(t + \pi) = f(t)$ et telle qu'il subsiste la formule

$$u(t) = \sin(t - c)\exp f(t). \tag{2}$$

Démonstration. Posons

$$p(t) = \begin{cases} u(t)/\sin(t-c) & \text{pour } t \neq c + k\pi, (k = 0, \pm 1, \pm 2...), \\ 1 & \text{pour } t = c + k\pi. \end{cases}$$

La fonction $p(t)$ résulte, évidement périodique, avec la période π. On sait de plus que cette fonction appartient à la classe C^2; on trouve, en particulier,

$$p(c + k\pi) = 1,\ p'(c + k\pi) = 0,\ p''(c + k\pi) = [q(c) + 1]/3.$$

La fonction $p(t)$ est toujours positive ce qui permet de poser pour $t \in (-\infty, \infty)$, $p(t) = \exp f(t)$. On a alors $f \in C^2$, $f(c) = 0$, $f'(c) = 0$, $f(t + \pi) = f(t)$ et la solution u s'exprime par la formule (2).

Théorème 1. *Soit u une solution de l'équation différentielle* (1) *dont les zéros ont la même distance π, et soit, pour une valeur c: $u(c) = 0$, $u'(c + k\pi) = (-1)^k$. S'il subsiste, pour toutes les valeurs t, la relation*

$$\int_t^{t+\pi} \left[\frac{1}{u^2(\sigma)} - \frac{1}{\sin^2(\sigma - c)}\right] d\sigma = 0, \tag{3}$$

alors les zéros de chaque solution de l'équation différentielle (1) *ont la même distance* π.

Démonstration. Désignons par v une solution quelconque de l'équation différentielle (1). Si v dépend linéairement de la solution u, alors la proposition est évidente. Nous supposons, par conséquent, que la solution v est linéairement indépendente de u. Soit $c_0 \in (c, c+\pi)$, $v(c_0) = 0$. Posons

$$\bar{v} = \begin{cases} u(t) \int_{c_0+k\pi}^{t} \frac{d\sigma}{u^2(\sigma)}, & t \in (c+k\pi,\ c+\overline{k+1}\,\pi), \\ (-1)^{k+1}/u'(c), & t = c+k\pi. \end{cases} \tag{4}$$

Dans chacun des intervalles $(c+k\pi,\ c+\overline{k+1}\pi)$ la fonction $\bar{v}$ représente une solution de l'équation (1). Il existe, évidemment, $\lim_{t\to c+k\pi} \bar{v}(t)$ et de même $\lim_{t\to c+k} \bar{v}''(t) = \lim_{t\to c+k\pi} [q(t)\bar{v}(t)]$. En se servant de la formule (2) on trouve

$$\lim_{t\to c+k\pi-} \bar{v}'(t) = (-1)^k \int_{c_0+\overline{k-1}\pi}^{c+k\pi} \left[\frac{1}{u^2(\sigma)} - \frac{1}{\sin^2(\sigma-c)}\right] d\sigma + (-1)^k \operatorname{cotg}(c_0 - c),$$

$$\lim_{t\to c+k\pi+} \bar{v}'(t) = (-1)^k \int_{c_0+k\pi}^{c+k\pi} \left[\frac{1}{u^2(\sigma)} - \frac{1}{\sin^2(\sigma-c)}\right] d\sigma + (-1)^k \operatorname{cotg}(c_0 - c).$$

La relation (3) entraîne, évidemment, l'existence de la valeur $\lim_{t\to c+k\pi} \bar{v}'(t)$. On voit que la fonction $\bar{v}(t)$ est une solution de l'équation différentielle (1) dans l'intervalle $(-\infty, \infty)$, dont les zéros ont la même distance π. Comme v depend linéairement de $\bar{v}$, les zéros de v ont la même distance π, ce qui achève la démonstration.

Théorème 2. *Soit c une constante arbitraire. L'équation différentielle* (1) *a la dispersion fondamentale* $\varphi(t) = t + \pi$ *si, et seulement si la fonction q peut s'exprimer de la manière suivante*

$$q(t) = f''(t) + f'^2(t) + 2f'(t)\ \operatorname{cotg}(t-c) - 1, \tag{5}$$

où l'on a $f \in C^2$, $f(t+\pi) = f(t)$, $f(c) = 0$, $f'(c) = 0$,

$$\int_0^{\pi} \frac{\exp[-2f(\sigma)] - 1}{\sin^2(\sigma - c)}\, d\sigma = 0. \tag{6}$$

Démonstration. a) Supposons que la dispersion fondamentale d'une équation différentielle (1) a la forme $\varphi(t) = t + \pi$, de sorte que

les zéros de toutes les solutions de l'équation (1) ont la même distance π. On a alors, pour chaque solution y de l'équation différentielle (1), d'après un résultat de M. E. Barvínek [1],

$$y(t+\pi) = -y(t). \tag{7}$$

Soit $u(t)$ la solution de l'équation (1) déterminée par les conditions initiales $u(c) = 0$, $u'(c) = 1$. On a alors $u'(c + k\pi) = (-1)^k$, de sorte que, d'après le lemme, il existe une fonction f jouissant des propriétés suivantes: $f \in C^2$, $f(t+\pi) = f(t)$, $f(c) = 0$, $f'(c) = 0$ et telle que la relation (2) soit satisfaite.

En choisissant $c_0 \in (c, c+\pi)$ et en définissant $\bar{v}(t)$ à l'aide de la relation (4), nous constatons, en vertu de la relation (7), que la fonction $\bar{v}(t)$ est une solution de l'équation (1) dans tout l'interval $(-\infty, \infty)$. On a donc, en particulier, $\lim_{t \to c+k\pi_-} \bar{v}'(t) = \lim_{t \to c+k\pi_+} \bar{v}'(t)$, et l'on trouve la relation

$$\int_{c_0+\pi}^{c_0+k\pi} \left[\frac{1}{u^2(\sigma)} - \frac{1}{\sin^2(\sigma - c)} \right] d\sigma = 0.$$

Compte tenu que les fonctions $u^2(\sigma)$ et $\sin^2(\sigma - c)$ sont périodiques avec la période π nous obtenons, en vertu de la formule (2), la relation (6).

Il en résulte facilement l'expresion de la fonction q conformément à la formule (5).

b) Considérons maintenant l'équation différentielle (1), où le coefficient q est donné par la formule (5), la fonction f jouissant des propriétés indiquées ci-dessus. La relation $f(t+\pi) = f(t)$ entraîne pour chaque valeur t,

$$\int_t^{t+\pi} \frac{\exp[-2f(\sigma)] - 1}{\sin^2(\sigma - c)} d\sigma = 0.$$

Or, la fonction $u(t) = \sin(t-c)\exp f(t)$ représente une solution de l'équation (1), et satisfait aux conditions du théorème 1. Il en résulte que la dispersion fondamentale de l'équation (1) a la forme $\varphi(t) = t + \pi$.

Les considérations précédentes entraînent les conséquences suivantes:

Soit $y(t) = \sin(t-c)\exp f(t)$, *avec* $f \in C^2$, $f(t+\pi) = f(t)$, $f(c) = f'(c) = 0$, *une solution de l'équation différentielle* (1). *Dans ces suppositions l'équation* (1) *a la dispersion fondamentale* $\varphi(t) = t + \pi$ *si et seulement si la relation* (6) *est satisfaite.*

En choisissant, en particulier, $f(t) = -\frac{1}{2}\ln[1 - p\sin 2(t-c)\sin^2(t-c)]$, nous avons le résultat suivant:

L'équation différentielle

$$y'' = \{3p[\sin 4(t-c) + p\sin^4(t-c)]/[1 - p\sin 2(t-c)\sin^2(t-c)]^2 - 1\}y, \tag{8}$$

où $|p| < 1$, $c \in (-\infty, \infty)$, *possède la dispersion fondamentale* $\varphi(t) = t + \pi$.

Récemment M. O. Borůvka a posé le problème de déterminer la puissance de l'ensemble de toutes les équations différentielles (1) qui ont la même dispersion fondamentale $\varphi(t)$, d'ailleurs quelconque. Il a montré que cette puissance ne dépend point du choix de la fonction $\varphi(t)$, [4]. Les résultats précédents nous permettent de déterminer la puissance en question.

Nous allons montrer que l'ensemble H des fonctions continues q, pour lesquelles la dispersion fondamentale de l'équation différentielle (1) *est de la forme* $\varphi(t) = t + \pi$, *a la puissance du continu,* $\aleph$.

Démonstration. Comme $q \in C^0$, $H \subset C^0$, card $C^0 = \aleph$, on a card $H \leqslant \aleph$. Or, posons dans la formule (8) $p = 1/3$, $c \in [0, \pi/4)$. Nous avons alors

$$q_c(t) = [\sin 4(t-c) + (1/3)\sin^4(t-c)]/[1 - (1/3)\sin 2(t-c)\sin^2(t-c)]^2 - 1,$$

avec $q_c \in H$. On s'assure facilement que, les fonctions q_{c_1}, q_{c_2} correspondant aux différentes valeurs c_1, $c_2 \in [0, \pi/4)$ diffèrent toujours l'une de l'autre. En effet, les relations $q_{c_1} = q_{c_2}$, c_1, $c_2 \in [0, \pi/4)$, $c_1 < c_2$, entraînent $q_{c_1}(c_2) = q_{c_2}(c_2)$. Nous avons, par conséquent, $\sin 4(c_2 - c_1) + (1/3)\sin^4(c_2 - c_1) = 0$ et, en même temps, en vertu des inéqualités $0 < c_2 - c_1 < \pi/4$: $\sin 4(c_2 - c_1) > 0$ et $(1/3)\sin^4(c_2 - c_1) > 0$, ce qui est absurde. L'ensemble de toutes les fonctions q_c pour $c \in [0, \pi/4)$, forme un sous-ensemble de H, sa puissance étant égale à $\aleph$. On a par conséquent card $H \geqslant \aleph$ et nous arrivons à la conclusion card $H = \aleph$.

Notons encore que les fonctions q_c dans la démonstration ci-dessus ne diffèrent l'une de l'autre que par une translation. Si nous introduisons dans l'ensemble H une relation d'équivalence telle que chaque classe soit constituée par des fonctions q et q^* qui ne diffèrent que par une translation, l'ensemble même de ces classes a la puissance du continu $\aleph$. Il suffit de choisir $c = 0$, $p \in [0,1)$; on obtient

$$\bar{q}_p(t) = 3p(\sin 4t + p\sin^4 t)/(1 - p\sin 2t \sin^2 t)^2 - 1.$$

Des fonctions mutuellement différentes, $\bar{q}_{p_1}$ et $\bar{q}_{p_2}$, correspondent toujours à des différentes valeurs p_1 et p_2; p_1, $p_2 \in [0,1)$. On trouve ainsi un système de représentants des classes de l'équivalence en question.

Remarquons que nous avons étudié la plupart des solutions de l'équation différentielle (1) $u(t)$, telles que $u(t + \pi) = -u(t)$. Comme on a pour ces solutions $u(t + 2\pi) = -u(t + \pi) = u(t)$, nous avons examiné, à vrai dire, un type spécial des solutions périodiques (ayant la période 2π) de l'équation différentielle (1). Nous nous proposons de revenir, dans un autre travail, à l'étude de différentes questions au sujet des solutions périodiques de l'équation différentielle (1).

Reçu le 15 VII 1963

Université de Brno,
Tchécoslovaquie

BIBLIOGRAPHIE

1. Barvínek E., Acta Com., 1961, **5**, *8 — 10*, pp. 465 — 474.
2. Borůvka O., Czech. Math. J., 1953, **3** (**78**), pp. 199 — 255.
3. — Ann. di Math. pura ed. appl., Serie IV, 1956, **XLI**, pp. 325 — 342.
4. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1963, **IX** (**XIII**), *3 — 4*, pp. 11—20.

ASUPRA ECUAŢIILOR DIFERENŢIALE LINIARE OSCILATORII DE ORDINUL AL DOILEA, CU DISPERSIA FUNDAMENTALĂ $\varphi(t) = t + \pi$

(Rezumat)

Se consideră o ecuaţie diferenţială liniară ordinară de ordinul al doilea

$$y'' = q(t)y, \tag{1}$$

funcţia q fiind continuă în intervalul $(-\infty, +\infty)$. Se exclude din luarea în consideraţie soluţia ecuaţiei (1) identic nulă. Se presupune că ecuaţia (1) este oscilatorie; aceasta înseamnă că orice integrală a ecuaţiei (1) posedă înspre cele două extremităţi ale intervalului $(-\infty, +\infty)$ o infinitate de zeruri. Vom spune că o soluţie a ecuaţiei diferenţiale considerate are zerurile sale la distanţă egală cu π, dacă distanţa a două zeruri oarecare vecine ale soluţiei considerate este egală cu π.

În această lucrare se deduce o condiţie necesară şi suficientă pentru ca toate soluţiile ecuaţiei diferenţiale (1) să aibă aceeaşi distanţă egală cu π. Se deduce aici şi forma generală a funcţiei q corespunzătoare, precum şi forma soluţiilor respective.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 513.814

ASUPRA UNEI VARIETĂŢI NEOLONOME UNIDIMENSIONALE

DE

DAN BORŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. În prezenta Notă se studiază, în spaţiul proiectiv şi afin unimodular, familiile uniparametrice continue, generate de elemente constituite dintr-o pereche de plane. Se întrebuinţează metoda reperului mobil a lui Elie Cartan. Se stabilesc reperele canonice şi invarianţii pentru care se dau interpretări geometrice.

2. Se consideră A_0 punctul generic al curbei Γ, $A_0A_1A_2$ şi $A_0A_2A_3$ planele date, A_0A_2 fiind dreapta lor comună. Vom obţine

$$\omega_0^1 - a\omega_0^3 = \omega_0^2 - b\omega_0^3 = \omega_1^3 - c\omega_0^3 = \omega_2^3 - e\omega_0^3 = \omega_2^1 - f\omega_0^3 = \omega_3^1 - g\omega_0^3 = 0,$$

unde se poate lua $a = f = 1$, $b = c = e = g = 0$. Vom avea:

$$\omega_0^0 + \omega_3^3 - a_1\omega_0^3 = \omega_2^2 + \omega_3^3 - a_2\omega_0^3 = \omega_1^2 + \omega_3^2 - a_3\omega_0^3 = \omega_3^0 + \omega_3^2 - a_4\omega_0^3 =$$
$$= \omega_2^0 - a_5\omega_0^3 = \omega_1^0 - a_6\omega_0^3 = 0;$$

se alege $a_1 = 1$, $a_3 = 0$ şi se notează $a_2 = \lambda_1$, $a_4 = \lambda_2$, $a_5 = \lambda_3$, $a_6 = \lambda_4$, λ_i fiind invarianţi finiţi de ordinul al doilea.

Reperul canonic va fi de ordinul al doilea şi se găseşte:

$$\omega_3^3 - \mu_1\omega_0^3 = \omega_1^2 - \mu_2\omega_0^3 = 0,$$

μ_1 şi μ_2 fiind invarianţi finiţi de ordinul al treilea; în plus $d\omega_0^3 = 0$, adică $\omega_0^3 = ds$ este un invariant diferenţial de ordinul al treilea.

Ecuaţiile de mişcare ale reperului proiectiv vor fi:

$$dA_0/ds = \dot{A}_0 = (1 - \mu_1)A_0 + A_1 + A_3, \quad \dot{A}_1 = \lambda_4 A_0 + (1 - \lambda_1 - \mu_1)A_1 + \mu_2 A_2,$$
$$\dot{A}_2 = \lambda_3 A_0 + A_1 + (\lambda_1 - \mu_1)A_2, \quad \dot{A}_3 = (\lambda_2 + \mu_2)A_0 - \mu_2 A_2 + \mu_1 A_3.$$

Interpretări geometrice

Dreapta caracteristică a planului dat $A_0A_1A_2$ fiind muchia A_1A_2, ea taie planul osculator $A_0A_1A_3$ în A_0 la Γ, în vîrful A_1 și dreapta comună a planelor date, în vîrful A_2.

Se consideră cuadrica osculatoare de-a lungul muchiei A_0A_1 la riglata dreptei A_0A_1; intersecția planului polar al punctului A_0 în raport cu această cuadrică, cu planul osculator în A_0 la Γ și cu planul dat $A_0A_2A_3$, este vîrful A_3.

Mai jos vom folosi cuadricele oculatoare $Q(A_0A_2)$, $Q(A_1A_3)$, de-a lungul muchiilor A_0A_2, A_1A_3 la riglatele generate de dreptele A_0A_2, A_1A_3, notate prin $R(A_0A_2)$, $R(A_1A_3)$; ecuațiile lor sînt:

$$Q(A_0A_2): \quad \lambda_3 x_1^2 + (\lambda_1 + \lambda_3 - 1)x_3^2 - 2x_0x_1 + 2x_0x_3 + \\ + 2(1 - \lambda_1 - \lambda_3 - \mu_1)x_1x_3 + 2x_2x_3 = 0,$$

$$Q(A_1A_3): \quad kx_0^2 + lx_2^2 + 2x_0x_1 + 2hx_0x_2 - 2x_0x_3 - \\ - 2(\lambda_4/\mu_2)x_1x_2 - 2[(\lambda_2 + \mu_2)/\mu_2]x_2x_3 = 0,$$

unde k, l, h sînt coeficienți depinzînd de invarianții λ_i, μ_j și primele lor derivate, în raport cu s.

a) *Interpretarea lui* $\lambda_1 + \lambda_3$. Muchia A_0A_3 taie planul polar al punctului A_3 în raport cu $Q(A_0A_2)$ în punctul $A = (1 - \lambda_1 - \lambda_3)A_0 + A_3$; avem:

$$\lambda_1 + \lambda_3 = 1 + [A_3, A_0; U_{03}, A].$$

Punctul unitate U_{03} al muchiei A_0A_3 este intersecția planului polar al punctului A_1 în raport cu $Q(A_1A_3)$, cu muchia A_0A_3.

b) *Interpretarea lui* λ_2. Proiecția punctului caracteristic

$$M = -A_0 + A_1 + [(1 - \lambda_1 - \lambda_3)/\lambda_2]A_3$$

al planului dat $A_0A_2A_3$, din A_2 pe muchia A_0A_3, este punctul $M' = -\lambda_2A_0 + (1 - \lambda_1 - \lambda_2)A_3$ astfel că

$$\lambda_2 = (\lambda_1 + \lambda_3 - 1)[A_0, A_3; U_{03}, M'].$$

c) *Interpretarea lui* μ_2. Se consideră punctul $B = \lambda_4A_0 - A_1 + \mu_2(A_2 + A_3)$ de intersecție a trei plane: planul tangent în A_1 la $R_1(A_1A_2)$, planul tangent în U_{03} la $R(A_0A_3)$ și planul tangent în A_1 la $R(A_1A_3)$. Proiecția lui B, din A_0 pe planul $A_1A_2A_3$ și apoi din A_2 pe muchia A_1A_3, determină punctul $B' = -A_1 + \mu_2A_3$; avem:

$$\mu_2 = [A_3, A_1; U_{13}, B'],$$

unde punctul unitate U_{13} al muchiei A_1A_3 este intersecția planului polar al lui A_0 față de $Q(A_0A_2)$, cu A_1A_3.

d) *Interpretarea lui* λ_3. Intersecția planului tangent în A_2 la $R(A_2A_3)$ cu planul tangent în U_{03} la $R(A_0A_3)$ și cu planul dat $A_0A_1A_2$ este punctul $C = \lambda_3A_0 + A_1 - \mu_2A_2$, care proiectat din A_1 pe A_0A_2 dă punctul $C' = \lambda_3A_0 - \mu_2A_2$ astfel că:

$$\lambda_3 = \mu_2[A_2, A_0; U_{02}, C'];$$

aici, punctul unitate U_{02} al muchiei A_0A_2 este conjugatul armonic al punctului $\bar{M}(-1,0,1,0)$ în raport cu perechea A_0, A_2, $\bar{M}$ fiind obţinut proiectînd din A_3 punctul caracteristic M al planului dat $A_0A_2A_3$, pe muchia A_0A_2. Deci invariantul λ_1 are o determinare geometrică.

e) *Interpretarea lui* μ_1. Se consideră punctul $D = \lambda_3 A_0 + A_1 + (\lambda_1 - \mu_1)A_3$, intersecţia planului tangent în A_2 la $R(A_1A_2)$ cu planul tangent în A_2 la $R(A_2A_3)$ şi cu planul $A_0A_1A_3$. Proiectînd punctul D din A_0 pe muchia A_1A_3 se obţine punctul $D' = A_1 + (\lambda_1 - \mu_1)A_3$ astfel că

$$\mu_1 = \lambda_1 + 1/[A_1, A_3; U_{13}, D'].$$

f) *Interpretarea lui* λ_4. Proiecţia punctului B din A_1 pe planul $A_0A_2A_3$, apoi din A_2 pe muchia A_0A_3 este planul $\bar{B} = \lambda_4 A_0 + \mu_2 A_3$ astfel că

$$\lambda_4 = \mu_2/[A_0, A_3; U_{03}, \bar{B}].$$

g) *Interpretarea lui* ds. Intersecţia planului polar al lui A_0 în raport cu $Q(A_0A_2)$ cu planele $A_1U_{03}A_2$ şi $A_0U_{23}A_1$ este punctul unitate $U(1,1,1,1)$ al reperului ales. Se alege un punct M pe Γ care e dat de

$$M = \left\{1 - (1-\mu_1)\,ds + \frac{1}{2}[(1-\mu_1)^2 - \dot{\mu}_1 + \lambda_2 + \mu_2 + \lambda_4]\,ds^2 + \cdots\right\} A_0 +$$
$$+ \left[ds + \frac{1}{2}(2 - \lambda_1 - 2\mu_1)\,ds^2 + \cdots\right] A_1 + \left(ds + \frac{1}{2}\,ds^2 + \cdots\right) A_3.$$

Se consideră cuaterna de plane prin A_0A_2 şi trecînd respectiv prin punctele A_1, U, A_3, M; se notează prin $[1 - \lambda_1 - 2\mu_1)/2]\alpha$ raportul lor anarmonic

$$(1 - \lambda_1 - 2\mu_1)(\alpha/2) = \frac{\frac{1}{2}\,ds + \cdots}{1/(1 - \lambda_1 - 2\mu_1) + \{(2 - \lambda_1 - 2\mu_1)/[2(1 - \lambda_1 - 2\mu_1)]\}\,ds + \cdots},$$

de unde

$$ds = \text{p. princ. } \alpha.$$

3. Se consideră un punct generic M al curbei Γ, MI_1 în unul din planele date, MI_3 în celălalt din planele date şi MI_2 la intersecţia acestor două plane. Avem:

$$\omega^1 - a\omega^3 = \omega^2 - b\omega^3 = \omega_1^3 - \sigma_1\omega^3 = \omega_2^1 - e\omega^3 = \omega_2^3 - \sigma_2\omega^3 = \omega_3^1 - g\omega^3 = 0,$$

unde se alege $a = e = 1$, $b = g = 0$, σ_1 şi σ_2 fiind invarianţi finiţi de ordinul întîi. Se obţine

$$\omega_1^1 - \tau_1\omega^3 = \omega_3^3 - \tau_2\omega^3 = \omega_1^2 - \tau_3\omega^3 = \omega_3^2 - \tau_4\omega^3 = 0,$$

τ_i fiind invarianţi finiţi de ordinul al doilea; avem $d\omega^3 = 0$, adică $\omega^3 = ds$ este un invariant diferenţial de ordinul al doilea. Ecuaţiile de mişcare ale reperului afin vor fi:

$$dM\,ds = \dot{M} = I_1 + I_3, \quad \dot{I}_1 = \tau_1 I_1 + \tau_3 I_2 + \sigma_1 I_3,$$
$$\dot{I}_2 = I_1 - (\tau_1 + \tau_2) I_2 + \sigma_2 I_3, \quad \dot{I}_3 = \tau_4 I_2 + \tau_2 I_3.$$

Interpretări geometrice

Dreapta caracteristică a planului $MI_1 I_2$ taie muchia MI_1 în punctul $N_1 = -I_1/\sigma_1$, iar muchia MI_2 în $N_2 = -I_2/\sigma_2$. Punctul caracteristic al planului $MI_2 I_3$ este $C_1 = -I_2$, al cărui simetric față de M este $U_{02}(1,0,1,0)$, punct unitate pe MI_2.

Avem:

$$\sigma_2 = -[U_{02}, N_2; M].$$

Punctul $\dot{I}_2 = I_1 - (\tau_1 + \tau_2) I_2 + \sigma_2 I_3$ proiectat pe MI_1 determină punctul unitate $U_{01}(1, 1, 0, 0)$; proiectat pe MI_2 determină punctul $A = -(\tau_1 + \tau_2) I_2$ astfel că

$$\tau_1 + \tau_2 = -[A, U_{02}; M].$$

Avem $ds = (dM, I_1, I_2)$. Proiectînd $\dot{I}_2$ pe MI_3 se obține punctul $P = \sigma_2 I_3$, care determină punctul unitate $U_{03}(1, 0, 0, 1)$ de pe muchia MI_3 prin condiția $[P, U_{30}; M] = \sigma_2$. Avem

$$\sigma_1 = -[U_{01}, N_1; M].$$

Intersecția planului tangent în I_1 la $R(I_1 I_2)$ cu MI_3 e punctul $B = -(\sigma_1/\tau_1) I_3$ astfel că

$$\tau_1 = -\sigma_1 [U_{03}, B; M].$$

Intersecția planului tangent în I_1 la $R(I_1 I_3)$ cu MI_2 e punctul $C = -(\tau_3/\tau_4) I_1$ astfel că

$$\tau_4/\tau_3 = -[U_{02}, C; M],$$

unde

$$\tau_4 = (I_3, dM, dI_3)/ds^2.$$

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de matematici I

О НЕКОТОРОМ ОДНОРАЗМЕРНОМ НЕГОЛОНОМНОМ МНОГООБРАЗИИ

(Резюме)

Изучается, с проективной и аффинной унимодулярной точки зрения, конфигурация образованная из пары плоскостей.

Были ассоциированы — по методу Картана — канонические реперы и установлены дифференциальные и конечные инварианты.

Даются геометрические интерпретации для канонических реперов и для всех инвариантов.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. D. 512.8; 40

L'ALGOL, NOTATION DE L'INFORMATIQUE

PAR

J. LEGRAS

1. Introduction

Dans une Note antérieure, insérée dans le même „Bulletin" [1], nous avons exposé le problème concernant une extension de l'Algol: l'Algol Linguistique. Dans la présente Note on présente l'Algol d'un autre point de vue, à savoir l'Algol, notation de l'Informatique.

Au fur et à mesure de l'introduction de nouveaux éléments dans le domaine des mathématiques, les mathématiciens ont été conduits à créer des symboles nouveaux, des notations et règles nouvelles; les notations différentielles, matricielles, vectorielles, etc., marquent des étapes de cette conquête.

Récemment, les mathématiciens ont pris en charge les problèmes relatifs à l'emploi des calculatrices électroniques. Il est apparu de nouvelles familles de problèmes, une nouvelle technique (l'Informatique), une nouvelle notation mathématique: l'Algol, ensemble de symboles et de règles permettant une définition stricte et concise des „traitements de l'information scientifique".

Cette notation, qui décrit, sans ambiguité, la suite des opérations logiques et arithmétiques, apparaît alors comme un „programme", susceptible d'être traduit en „ordres-machines" par un programme auxiliaire dit „compilateur". L'Algol est donc, à la fois, une notation mathématique et un langage de programmation.

L'exposé correct des règles de l'Algol demande dix heures, nous nous contenterons de donner quelques notions et exemples, et de montrer comment l'Algol peut être généralisé et adapté au traitement de problèmes non numériques.

2. Notions sur l'Algol

a) *Instruction d'affectation.* Les nombres qui interviennent dans les calculs peuvent, ou bien être explicités (sous leur écriture habituelle), ou bien représentés par des „identificateurs". L'instruction la plus

simple est l'instruction d'affectation qui donne à la variable située avant le symbole : = , la valeur définie par le second membre.

Exemple :

$$A := 1.17\,;\ \text{BETA} := 2 \times (A - 0{,}25)\,;$$

b) *Expression arithmétique.* L'Algol accepte l'expression arithmétique simple ; suite de nombres et de variables liés par des opérateurs arithmétiques, et dont le sens correspond aux conventions habituelles, modifiées légèrement par des nécessités technologiques.

Exemple :

$$RAC(B \uparrow 2 - 4 \times A \times C) \rightarrow \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$(X \uparrow 2 - Y \uparrow 2)/(X \uparrow 2 + Y \uparrow 2) \rightarrow (x^2 - y^2)/(x^2 + y^2)\,.$$

Signalons l'extension de la notion d'expression arithmétique, illustrée par l'exemple suivant :

$$Si\ X \leqslant 0,\ alors\ -1\ sinon\ 1 + X \uparrow 2,$$

expression définie par le tableau : $\begin{cases} \text{si } x \leqslant 0 \rightarrow -1, \\ \text{si } x > 0 \rightarrow 1 + x^2. \end{cases}$

Si, alors, sinon sont des symboles dont le sens est évident. Lors de la „compilation", c'est-à-dire lors de la génération du „programme-machine", ils permettent de construire les „ordres-machine" convenables.

„$X \leqslant 0$" est une *relation,* cas particulier d'„expression booléenne" ; c'est une variable logique, qui prend la valeur logique *vrai* lorsque la relation est vérifiée ; *faux* dans le cas contraire.

c) *Instruction „aller à".* Les instructions sont habituellement exécutées en séquence ; on peut créer une rupture de séquence par l'instruction *aller à* suivie du repère (étiquette) de l'instruction que l'on veut exécuter.

d) *Instruction conditionnelle.* Elle est de la forme.

Si B alors I_1 *sinon* I_2 ;

B est une expression booléenne (règle pour définir une valeur logique, *vrai* ou *faux*). Si *B* a la valeur *vrai*, le programme exécute I_1, puis l'instruction I_3 qui suit l'instruction conditionnelle. Si *B* a la valeur *faux*, le programme exécute I_2 puis, I_3. Cette instruction permet de choisir différents traitements en fonction de résultats obtenus en cours d'exécution.

Exemple :

Résolution de $ax^2 + bx + c = 0$; s'il n'y a pas de racine, il y a arrêt avec signalement de l'erreur par un programme particulier d'étiquette „ERREUR".

$$Si\ B \uparrow 2 - 4 \times A \times C < 0\ alors\ aller\ à\ \text{ERREUR}\ sinon$$

$$début\ X1 := (-B + RAC(B \uparrow 2 - 4 \times A \times C))/(2 \times A)\,;$$

$$X2 := (-B - RAC(B \uparrow 2 - 4 \times A \times C))/(2 \times A)\ Fin.$$

Les symboles *début* et *fin* groupent les deux instruction d'affectation en une seule instruction composée, qui joue le rôle de I_2.

e) *Variable indicée, instruction Pour.* L'Algol accepte la notation $A[I, J]$, qui correspond aux notations mathématiques $a_{i,j}$ ou a_i^j. Le nombre d'indices peut être quelconque et l'intruction *Pour* permet de répéter une instruction avec modification systématique des indices.

Exemple:

C'est la matrice somme des matrices A et B; les trois matrices sont de dimension (M,M). Le calcul de C se fera par l'instruction:

Pour $I := 1$ *pas* 1 *jusqu'à* M *faire*

Pour $J := 1$ *pas* 1 *jusqu'à* M *faire*

$$C[I, J] = A[I, J] + B[I, J].$$

Cette instruction synthétique équivaut à la suite d'instructions

$$\left.\begin{array}{l} C[1,\ 1\ ] := A[1,\ 1] + B[1,\ 1]; \\ C[1,\ 2\ ] := A[1,\ 2] + B[1,\ 2]; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ C[1,\ M] := A[1,\ M] + B[1,\ M]; \end{array}\right\} \text{1-er bouclage en } j,$$

$$\left.\begin{array}{l} C[2,\ 1] := A[2,\ 1] + B[2,\ 1]; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ C[2,\ M] := A[2,\ M] + B[2,\ M]; \end{array}\right\} \text{2-ème bouclage en } j,$$

$$\left.\begin{array}{l} C[M,\ 1] := A[M,\ 1] + B[M,\ 1]; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ C[M,M] := A[M,M] + B[M,M]; \end{array}\right\} M\text{-ème bouclage en } j.$$

Pour donner à S une valeur égale à la somme des éléments de la diagonale principale de C, il suffira d'écrire:

$$S := 0;\ \textit{Pour}\ I := 1\ \textit{pas}\ 1\ \textit{jusqu'à}\ M\ \textit{faire}\ S := S + C\ [I,\ I].$$

f) *Expression booléenne.* L'expression arithmétique permet de décrire des traitements arithmétiques, l'expression booléenne permet de décrire des traitements logiques.

Un cas simple d'expression booléene est fourni par une „relation" ($A < B$; $N = 7$; $A \uparrow 2 - 7 < D \uparrow 2$), comparaison entre deux expression arithmétiques, qui peut être vérifiée (*vrai*) ou non (*faux*).

On peut grouper des relations et variables booléennes par des opérateurs logiques, et écrire des expressions booléennes telles que les suivantes, dont la signification est évidente:

$A < B$ *et* $N = 7$,

$A_1 < X$ *et* $X < A\,2$, $\quad a_1 < x < a_2$,

$X \leqslant A_1$ *ou* $X \geqslant A\,2$, $\quad x \leqslant a_1$ ou $x \geqslant a_2$, (extérieur du segment $A_1 A_2$).

La notion d'expression booléenne permet de schématiser une clarté et sûreté, des organisations logiques fort complexes. C'est un apport essentiel de l'Algol.

3. Extension de l'Algol

Devant le progrès apporté en programmation scientifique par l'Algol, il est tentant d'étendre cette technique aux problèmes non numériques. Un essai est en cours pour étendre l'Algol aux problèmes de la linguistique, et déjà les résultats obtenus montrent la possibilité d'étendre l'Algol à des problèmes non numériques très généraux.

L'élément de base du traitement non numérique est le *caractère* (chiffre, lettre, signe de ponctuation, etc.). Une suite de caractères forme une *chaîne,* qui peut être caractérisée par un identificateur. Par convention, un identificateur suivi d'un entier entre crochets, représentera le caractère de la chaîne dont le rang est égal à cet entier. La fonction standard LONG (CHAÎNE) représente le nombre de caractères de la chaîne dont l'identificateur est entre parenthèses.

Exemple :

A [LONG (A)] représente le dernier caractère de la chaîne A,

A [LONG (A) — 1] représente l'avant dernier caractère.

Une *expression cathenaire simple* est un assemblage convenable de chaînes et de variables cathenaires reliées par des opérateurs de chaîne. Actuellement, le seul opérateur employé est l'opérateur de concaténation *suivi de.*

Exemple 1 :

A, BETA sont des identificateurs de chaînes; „ONT ⋃;“ est une chaîne explicitée (les guillemets permettent de distinguer une chaîne explicitée d'un identificateur, mais ne fait pas partie de la chaîne).

Si $A \rightarrow$ ILS ; BETA $\rightarrow$ MANGER ;

A suivi de „⋃“ *suivi de* BETA *suivi de* „ONT ⋃;“

est une expression cathenaire qui définit la chaîne

ILS ⋃ MANGERONT ⋃;

⋃ est le caractère d'espacement.

Exemple 2. *Génération de mots :*

a) On se propose de conjuguer à la n-ème personne du temps „p“ un verbe de radical donné. Une variable booléenne REG a la valeur *vrai* lorsque le verbe est régulier, *faux* dans le cas contraire. Lorsque le verbe est irrégulier, un indicatif numérique K indique quel traitement il doit subir. Les radicaux forment une „suite“ dans une chaîne RAD, le radical est défini par son rang R; les désinences forment une

„suite" dans la chaîne DES; nous placerons d'abord les désinences des six personnes du présent (temps n° 1), puis celles de l'imparfait (temps n° 2), etc. Un sous-programme standard („chaîne-procédure"), intitulée ELEM (CHAÎNE, *N*) définit une chaîne partielle extraite d'une „suite" dont l'identificateur est entre parenthèses, et le rang égal à *N*.

ELEM (RAD, *R*) définit dans le *R*-ème élément de la „suite" RAD, c'est-à-dire le radical cherché.

Le problème de génération de mots sera résolu par l'instruction:

Si REG *alors* MOT: = ELEM (RAD, *R*) *suivi de*

ELEM (DES, $N + 6(P - 1)$) *sinon aller à* IRREG [*K*].

IRREG [*K*] est un aiguillage permettant de traiter les différents verbes irréguliers selon la valeur de *K*.

b) Conjugaison du verbe précédent aux différentes personnes et temps; chaque mot est séparé du suivant par le séparateur *S*. Ce problème est résolu par les instructions suivantes:

L: = *S*;

Pour P: = 1 *pas* 1 *jusqu'à P* MAX *faire*

Pour N: = 1 *pas* 1 *jusqu'à* 6 *faire*

L: = *suivi de* ELEM (RAD, *R*) *suivi de*

ELEM (DES, $N + 6(P - 1)$) *suivi de „S"*.

Il est facile d'introduire les „relations de chaînes" (classement alphabétique, identité de chaînes,...) et d'étendre ainsi la notion de variable booléenne.

Exemple :

MOT [LONG (MOT)] = „*S*"

a la valeur *vrai* si le dernier caractère de la chaîne MOT est un „*S*", la valeur *faux* dans le cas contraire.

4. Conclusion

1. *Fortran* et *algol*. En 1956, la Compagnie IBM mettait au point le Fortran, premier langage de programmation méritant ce nom. En 1960, un groupe international d'universitaires, reprenant et complétant les notions de base de Fortran, créait l'Algol, en net progrès sur Fortran. Dans ses éditions récentes (Fortran IV) il semble que le Fortran arrive à un niveau voisin de celui de l'Algol.

L'Algol, de construction abstraite, indépendante de tout matériel, d'une logique rigoureuse, mérite de s'imposer comme notation fondamentale du traitement de l'information.

Cette dualité est d'ailleurs sans inconvénient, car un programme informé à l'Algol, s'adapte au Fortran en quelques heures.

2. *L'avenir de l'Algol.* L'Algol sera certainement complété dans ses symboles, dans ses instructions, mais il est probable que ses bases sont maintenant définitivement fixées.

Ses extensions se diversifieront, semble-t-il, plus par le choix de procédures (sous-programmes) adaptées à chaque grande famille de problèmes, que par des modifications organiques importantes.

La maîtrise de l'Algol demande un certain entraînement, et il est normal d'enseigner, dès maintenant, cette branche des mathématiques dans les écoles d'Ingénieurs, afin que ces derniers trouvent aussi naturel d'utiliser l'Algol que les autres notations et méthodes mathématiques.

Reçu le 11 XI 1963

Université de Nancy,
France

BIBLIOGRAPHIE

1. Legras J., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1963, **IX (XIII)**, *3—4*, pp. 85—90.

ALGOL, NOTAŢIA INFORMATICEI

(Rezumat)

Autorul prezintă generalizări ale limbii matematice artificiale Algol, adaptîndu-l astfel la tratarea problemelor nenumerice. Prezentul studiu constituie o continuare naturală a Notei [1] a autorului, înserată în acelaşi „Buletin".

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. D. 531.314.1

PRINCIPE VARIATIONNEL CORRESPONDANT AUX FORMES LAGRANGIENNES DES ÉQUATIONS DE MANGERON-TZÉNOFF

PAR

SOULÉYMANE NIANG

1. On doit à M. Mangeron, à la suite de l'élaboration du travail [1] consacré à l'établissement d'une infinité d'équations de la mécanique analytique des systèmes holonomes et non holonomes, deux progrès principaux, mis en évidence par M. V. V. Dobronravov, dans le compte rendu inséré dans [2], concernant le travail [1].

Dans ce qui suit nous nous fermerons sur l'établissement d'un principe variationnel — exprimé sous la forme (22) — des systèmes non holonomes et correspondant à un cas particulier des équations de la mecanique analitique établi par M. I. Tzénoff, tout en s'appuyant sur la considération de l'énergie des accélérations introduite par P. Appell dans l'un de ses travaux classiques [3], [4].

2. Considérons un système constant (S) composé de points matériels M_i et dépendant de n paramètres q^ν, $(\nu = 1, 2, ..., n)$, et du temps t. Soit $P(q^\nu, t)$ le poit figuratif de (S) dans un espace à $n+1$ dimensions E^{n+1}. À toute position de (S) correspond un point $P(q^\nu, t)$ de vitesse $\mathbf{V}^\star$ définie par

$$(1) \qquad \mathrm{d}P/\mathrm{d}t = \mathbf{V}^\star \to \mathbf{V}^2 = \sum_i m_i V_i^2 = 2T,$$

V_i désignant la vitesse d'une particule M_i de masse constante m_i, T étant l'énergie cinétique du système à l'instant considéré.

Soient dans ces conditions $P_1(q_1^\nu, t_1)$ et $P_2(q_2^\nu, t_2)$ les positions de (S) aux instants t_1 et t_2. Sous l'action de toutes les forces $\sum_i \mathbf{f}_i$ appliquées à l'instant t à (S), les q^ν sont des fonctions de t satisfaisant aux équations de liaisons dans tout mouvement naturel du système de P_1 en P_2. En considérant les déplacements virtuels $\delta\mathbf{M}_i$ des M_i, compatibles avec les liaisons telles qu'elles sont à l'instant t, les δq^ν sont des fonctions infiniment petites de t assujetties seulement à s'annuler aux instants t_1 et t_2 (car les $q^\nu + \delta q^\nu$ satisfont aux équations de liaisons et prennent aux instants indiqués les mêmes valeurs que les q^ν) d'où :

$$(2) \qquad \delta\mathbf{M}_i(t_1) = \delta\mathbf{M}_i(t_2) = 0 \text{ ou } \delta q_1^\nu + \delta q_2^\nu = 0, \ (\delta q_j^\nu = \delta q^\nu(t_j), j = (1,2)).$$

En supposant que la position de tout M_i est exprimable — avant toute considération dynamique — en fonction des q^ν et de t sous la forme :

$$\mathbf{M}_i = \mathbf{M}_i(q^\nu, t), \tag{3}$$

le principe d'Hamilton se traduit par la nullité de l'intégrale

$$\delta I_1^2 = \int_{t_1}^{t_2} (\delta T + \delta\tau)\, dt \tag{4}$$

dans tout mouvement voisin du mouvement naturel de (S) et donnant les mêmes positions P_1 et P_2 de P aux instants t_1 et t_2. Lorsque les paramètres q^ν sont indépedants l'on a :

$$\delta\tau = \sum_i \mathbf{f}_i . \delta\mathbf{M}_i = Q_\nu \delta q^\nu, \quad \text{(sommation)} \tag{5}$$

$\mathbf{f}_i$ désignant la somme de toutes les forces appliquées à l'instant t à la particule M_i.

Lorsque les q^ν sont liés par r contraintes

$$g^\alpha_\nu \dot{q}^\nu + l^\alpha = 0, \quad (\alpha = 1, 2, ..., r), \tag{6}$$

où q^α_ν et l^α sont fonction des q^ν et de t, le principe d'Hamilton s'exprime encore sous la forme (4) avec

$$\delta\tau = \sum_i \mathbf{f}_i . \delta\mathbf{M}_i + \lambda_\alpha g^\alpha_\nu \delta q^\nu = (Q_\nu + \lambda_\alpha g^\alpha_\nu)\delta q^\nu, \tag{7}$$

les λ_α étant des inconnues auxiliaires (multiplicateurs de Lagrange) [1].

3. Nous allons montrer, dans le cas où existent les contraintes (6), qu'on peut obtenir un principe variationnel débarassé des multiplicateurs λ_α. En effet, ces relations étant indépendantes, l'un au moins des déterminants d'ordre r extrait de la matrice (g^α_ν) des coefficients n'est pas nul et r des vitesses généralisées $\dot{q}^\alpha$ peuvent s'exprimer linéairement en fonction des $n - r$ autres $\dot{q}^\beta$, soit :

$$\dot{q}^\alpha = a^\alpha_\beta \dot{q}^\beta + b^\alpha, \quad (\alpha = 1, 2, ..., r;\ \beta = r+1,\ r+2, ..., n), \tag{8}$$

les seconds membres de (8) n'étant pas forcément intégrables, a^α_β et b^α étant fonction de t et des seuls paramètres q^ν. (S) dépend de $n - r$ paramètres indépendants, soit q^β. La variation δT de l'énergie cinétique de (S) correspondant aux déplacements virtuels $\delta\mathbf{M}_i$ compatibles avec les liaisons telles qu'elles sont à l'instant t est

[1] Nous supposons que les relations (6) — indépendantes — ne sont pas toutes intégrables ; sinon nous supposons que les liaisons holonomes supplémentaires qu'elles introduisent ne sont pas résolubles, de sorte que dans (3) les q^ν ne peuvent pas être tous indépendantes.

$$(9)\qquad \delta T = \sum_i m_i \mathbf{V}_i . \delta \mathbf{V}_i \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{V}_i = (\partial \mathbf{M}_i/\partial q^\alpha)\, \dot{q}^\alpha + (\partial \mathbf{M}_i/\partial t), \\ \delta \mathbf{M}_i = (\partial \mathbf{M}_i/\partial q^\beta)\, \delta q^\beta + (\partial \mathbf{M}_i/\partial q^\alpha)\, \delta q^\alpha , \end{cases}$$

ce qui conduit à

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\delta \mathbf{M}_i/\mathrm{d}t = {} & \{[\partial^2 \mathbf{M}_i/(\partial q^\alpha\, \partial q^h)]\, \dot{q}^h + [\partial^2 \mathbf{M}_i/(\partial q^\alpha\, \partial q^s)]\, \dot{q}^s\}\, \delta q^\alpha + \\ (10)\qquad & + \{[\partial^2 \mathbf{M}_i/(\partial q^\beta\, \partial q^h)]\, \dot{q}^h + [\partial^2 \mathbf{M}_i/(\partial q^\beta\, \partial q^s)]\, \dot{q}^s\}\delta q^\beta + (\partial \mathbf{M}_i/\partial q^\alpha)\, (\mathrm{d}\, \delta q^\alpha/\mathrm{d}t) + \\ & + (\partial \mathbf{M}_i/\partial q^\beta)\, (\mathrm{d}\, \delta q^\beta/\mathrm{d}t) + \delta(\partial \mathbf{M}_i/\partial t), \end{aligned}$$

avec

$$(11)\qquad \begin{Bmatrix} s \\ \beta \end{Bmatrix} \in (r+1,\ r+2,\ldots,\ n), \quad \begin{Bmatrix} \alpha \\ h \end{Bmatrix} \in (1,\ 2,\ldots,r).$$

Les q^β étant indépendants, l'on a :

$$(12)\qquad \mathrm{d}\, \delta q^\beta/\mathrm{d}t = \delta \dot{q}^\beta .$$

De (9_2) on déduit :

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{V}_i = {} & \{[\partial^2 \mathbf{M}_i/(\partial q^\alpha\, \partial q^h)]\, \dot{q}^h + [\partial^2 \mathbf{M}_i/(\partial q^\alpha\, \partial q^s)]\, \dot{q}^s\}\, \delta q^\alpha + \\ (13)\qquad & + \{[\partial^2 \mathbf{M}_i/(\partial q^\beta\, \partial q^h)]\, \dot{q}^h + [\partial^2 \mathbf{M}_i/(\partial q^\beta\, \partial q^s)]\, \dot{q}^s\}\, \delta q^\beta + (\partial \mathbf{M}_i/\partial q^h)\, \delta \dot{q}^h + \\ & + (\partial \mathbf{M}_i/\partial q^s)\, \delta \dot{q}^s + \delta\, (\partial \mathbf{M}_i/\partial t). \end{aligned}$$

En rapprochant les relations (10) et (13) il vient, compte tenu de (12) :

$$(14)\qquad \delta \mathbf{V}_i = \mathrm{d}\, \delta \mathbf{M}_i/\mathrm{d}t + (\partial \mathbf{M}_i/\partial q^\alpha)\, (\delta \dot{q}^\alpha - \mathrm{d}\, \delta q^\alpha/\mathrm{d}t).$$

Des relations (8) on déduit :

$$(15)\qquad \delta q^\alpha = a^\alpha_\beta\, \delta q^\beta , \quad \delta \dot{q}^\alpha = a^\alpha_\beta\, \delta \dot{q}^\beta + \dot{q}^\beta\, \delta a^\alpha_\beta + \delta b^\alpha .$$

De (15_1) on déduit

$$(16)\qquad \mathrm{d}\, \delta q^\alpha/\mathrm{d}t = a^\alpha_\beta\, \delta \dot{q}^\beta + \dot{a}^\alpha_\beta\, \delta q^\beta .$$

On a aussi :

$$\begin{aligned} \dot{q}^\beta\, \delta a^\alpha_\beta = \dot{q}^s\, \delta a^\alpha_s = {} & [(\partial a^\alpha_s/\partial q^\beta)\, \delta q^\beta + (\partial a^\alpha_s/\partial q^h)\, \delta q^h]\, \dot{q}^s = \\ (17)\qquad & = \{[\partial a^\alpha_s/\partial q^\beta + (\partial a^\alpha_s/\partial q^h)\, a^h_\beta]\, \dot{q}^s\}\, \delta q^\beta , \end{aligned}$$

$$\partial \dot{q}^\alpha/\partial q^h = (\partial a^\alpha_s/\partial q^h)\, \dot{q}^s + \partial b^\alpha/\partial q^h , \quad \partial \dot{q}^\alpha/\partial q^\beta = (\partial a^\alpha_s/\partial q^\beta)\, \dot{q}^s + \partial b^\alpha/\partial q^\beta .$$

Les relations (17) fournissent :

$$(18)\qquad \dot{q}^\beta\, \delta a^\alpha_\beta + \delta b^\alpha = [\partial \dot{q}^\alpha/\partial q^\beta + (\partial \dot{q}^\alpha/\partial q^h)\, a^h_\beta]\, \delta q^\beta .$$

En rapprochant les relations (15_2) et (16) et ne tenant compte de (18), (14) s'écrit :

$$\delta \mathbf{V}_i = \mathrm{d}\,\delta \mathbf{M}_i/\mathrm{d}t + (\partial \mathbf{V}_i/\partial \dot{q}^\alpha)\,[\partial \dot{q}^\alpha/\partial q^\beta + (\partial \dot{q}^\alpha/\partial q^h)\,a^h_\beta - \dot{a}^\alpha_\beta]\,\delta q^\beta \tag{19}$$

avec $\partial \mathbf{V}_i/\partial \dot{q}^\alpha = \partial \mathbf{M}_i/\partial q^\alpha$, où $\mathbf{V}_i$ est exprimée en fonction de $\dot{q}^\beta, \dot{q}^\alpha, q^\beta, q^\alpha$ et t.

Dès lors (9_1) s'écrit :

$$\delta T = \mathrm{d}\left(\sum_i m_i \mathbf{V}_i \,.\, \delta \mathbf{M}_i\right)/\mathrm{d}t - \tag{20}$$

$$- \sum_i m_i \mathbf{e}_i \,.\, \delta \mathbf{M}_i + \sum_i m_i \mathbf{V}_i \,.\, (\partial \mathbf{V}_i/\partial \dot{q}^\alpha)\,[\partial \dot{q}^\alpha/\partial q^\beta + (\partial \dot{q}^\alpha/\partial q^h)\,a^h_\beta - \dot{a}^\alpha_\beta]\,\delta q^\beta$$

avec $\mathbf{e}_i = \mathrm{d}\mathbf{V}_i/\mathrm{d}t$.

Nous désignerons par $\mathbf{V}_i$ la vitesse de M_i exprimée — au moyen des relations (8) — en fonction de $\dot{q}^\beta, q^\beta, q^\alpha, t$, par $\bar{T}$ l'énergie cinétique de (S) exprimée en fonction des mêmes quantités et nous poserons :

$$\delta \bar{\tau} = \sum_i \mathbf{f}_i \,.\, \delta \mathbf{M}_i = \sum_i \mathbf{f}_i \,.\, [(\partial \mathbf{M}_i/\partial q^\alpha)\,a^\alpha_\beta + \partial \mathbf{M}_i/\partial q^\beta]\,\delta q^\beta = \bar{Q}_\beta\,\delta q^\beta\,. \tag{21}$$

Considérons alors l'intégrale

$$\delta \bar{I}^2_1 = \int_{t_1}^{t_2} \left[\delta \bar{T} + \delta \bar{\tau} - \frac{\partial T}{\partial \dot{q}^\alpha}\left(\frac{\partial \dot{q}^\alpha}{\partial q^\beta} + \frac{\partial \dot{q}^\alpha}{\partial q^h}\,a^h_\beta - \dot{a}^\alpha_\beta\right)\delta q^\beta\right]\mathrm{d}t. \tag{22}$$

Les $\delta \mathbf{M}_i$ étant nuls aux instants t_1 et t_2, il vient :

$$\delta \bar{I}^2_1 = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sum_i m_i \mathbf{V}_i \,.\, \delta \mathbf{M}_i\right) - \sum_i m_i \mathbf{e}_i \,.\, \delta \mathbf{M}_i + \delta \bar{\tau}\right]\mathrm{d}t$$

avec

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathrm{d}\left(\sum_i m_i \mathbf{V}_i \,.\, \delta \mathbf{M}_i\right) = \left[\sum_i m_i \mathbf{V}_i \,.\, \delta \mathbf{M}_i\right]_{t_1}^{t_2} = 0$$

et (22) s'écrit :

$$\delta \bar{I}^2_1 = \int_{t_1}^{t_2} \left[\sum_i (\mathbf{f}_i - m_i \mathbf{e}_i) \,.\, \delta \mathbf{M}_i\right]\mathrm{d}t \tag{23}$$

et l'intégrale (23) est nulle en vertu du principe de d'Alembert, d'où le

Théorème 1. *Soient* $P_1(q^\beta_1, t_1)$ et $P_2(q^\beta_2, t_2)$ *les positions du point figuratif* $P(q^\beta, t)$ *dans une espace à* $n + 1 - r$ *dimensions aux instants* t_1 *et* t_2 *dans un mouvement naturel quelconque du système* (S) *lorsque les* q^ν *sont*

liés par les contraintes (8). *Dans tout mouvement voisin du mouvement naturel de* (S) *et donnant les mêmes positions* P_1 *et* P_2 de P *aux instants* t_1 *et* t_2 *l'intégrale* (22) *est nulle.*

Le système (S) dépend de $n-r$ paramètres indépendants q^β. Dans tout déplacement virtuel respectant t l'on a:

$$\delta \bar{T} = (\partial \bar{T}/\partial \dot{q}^\beta)\,\delta \dot{q}^\beta + [\partial \bar{T}/\partial q^\beta + (\partial \bar{T}/\partial q^\alpha)\,a^\alpha_\beta]\,\delta q^\beta \quad \text{et} \quad \delta\tau = \bar{Q}_\beta\,\delta q^\beta . \tag{24}$$

En tenant compte de (2) et de (12) l'intégrale (22) s'écrit:

$$\delta \bar{I}_1^2 = -$$

$$-\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial \dot{q}^\beta}\right) - \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial q^\beta} + \frac{\partial \bar{T}}{\partial q^\alpha} a^\alpha_\beta\right) + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}^\alpha}\left(\frac{\partial \dot{q}^\alpha}{\partial q^\beta} + \frac{\partial \dot{q}^\alpha}{\partial q^h} a^h_\beta - \dot{a}^\alpha_\beta\right) - \bar{Q}_\beta \right] \delta q_\beta \right\} \mathrm{d}t. \tag{25}$$

Les δq^β étant absolument arbitraires, une condition nécessaire et suffisante de nullité de (25) est que les coefficients des δq^β soient tous nuls, d'où les $n-r$ équations du mouvement de (S):

$$\mathrm{d}(\partial \bar{T}/\partial \dot{q}^\beta)/\mathrm{d}t - [\partial \bar{T}/\partial q^\beta + (\partial \bar{T}/\partial q^\alpha)\,a^\alpha_\beta] + \tag{26}$$
$$+ (\partial T/\partial \dot{q}^\alpha)\,[\partial \dot{q}^\alpha/\partial q^\beta + (\partial \dot{q}^\alpha/\partial q^h)\,a^h_\beta - \dot{a}^\alpha_\beta] = \bar{Q}_\beta ,$$

auxquelles il faut adjoindre les r équations

$$\dot{q}^\alpha = a^\alpha_\beta \dot{q}^\beta + b^\alpha . \tag{27}$$

Les équations (26) qui évitent l'emploi des multiplicateurs de Lagrange correspondent à l'un des cas particulier contenu dans les résultats de D. Mangeron et d'autre part sont équivalentes aux équations de M. I. Tzénoff [1], [3], [5]. En effet on a:

$$\partial \bar{T}/\partial q^h = (\partial T/\partial \dot{q}^\alpha)\,(\partial \dot{q}^\alpha/\partial q^h) + \partial T/\partial q^h , \tag{28}$$

d'où les équations

$$\mathrm{d}(\partial \bar{T}/\partial \dot{q}^\beta)/\mathrm{d}t - \partial \bar{T}/\partial q^\beta - (\partial T/\partial q^\alpha)\,a^\alpha_\beta + (\partial T/\partial \dot{q}^\alpha)\,(\partial q^\alpha/\partial q^\beta - \dot{a}^\alpha_\beta) = \bar{Q}_\beta , \tag{29}$$

qui sont les équations indiquées par M. Tzénoff [3].

Reçu le 15 VI 1963

Faculté des Sciences,
Dakar, Sénégal

RÉFÉRENCES

1. Манжерон Д., ИАН СССР, ОТН, Мех. и машиностр., 1962, *2*, стр. 128.
2. Добронравов В. В., РЖ Мех., 1963, 9А *74*.
3. Tzénoff I., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, **V (IX)**, *1—2*, pp. 119—124.
4. Appell P., *Traité de Mécanique rationnelle.* 2-e éd., **T. II**, Gauthier-Villars, Paris, 1953.
5. Mangeron D., Deleanu C., C. r. Acad. Bulgare Sci., 1962, **15**, *1*, pp. 9—12.
6. Whittaker E. T., *A treatise on the Analytical Dynamics of Particles and Rigid Bodies.* Dover, New York, Reprint 4-th ed., 1945.

PRINCIPIU VARIAȚIONAL CORESPUNZĂTOR FORMELOR LAGRANGIENE ALE ECUAȚIILOR LUI MANGERON-ȚENOV

(Rezumat)

V. V. Dobronravov în referatul, înserat în [2], consacrat lucrării prof. D. Mangeron [1] relative la stabilirea unei infinități de ecuații de mecanică analitică pentru sisteme olonome și neolonome, a scos pregnant în evidență importanța rezultatelor obținute de D. Mangeron, spunînd între altele: „Apariția ecuațiilor de dinamică care conțin derivate totale în raport cu timpul ale energiei cinetice este un fapt demn de toată atenția. El permite pe de o parte să se scoată în evidență noi proprietăți ale formelor pătratice; ecuațiile stabilite pot fi convenabil aplicate în unele studii de dinamica sistemelor mecanice. El oferă, în fine, posibilitatea unei prezentări sistematice noi a întregii mecanici analitice".

În prezenta lucrare autorul stabilește un principiu variațional—exprimat sub forma (22)—relativ la sisteme mecanice neolonome. Rezultatul obținut constituie un caz particular al ansamblului de ecuații de mecanică analitică stabilite de D. Mangeron [1], [5] și coincide, în particular, cu una din ecuațiile găsite de I. Țenov plecînd de la considerarea energiei accelerațiilor, introdusă de P. Appell într-una din lucrările sale devenite astăzi clasice [4], [6].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. C. 539.31 ; 538.12

NOTE ON LONGITUDINAL VIBRATION OF A SEMI-INFINITE ELASTIC BAR IN A MAGNETIC FIELD WITH A PRESCRIBED FORCE AT ONE END

BY

D. K. SINHA

1. Introduction

In a recent paper, Kaliski [1] has established some equations pertaining to the propagation of waves in an elastic half-space, traversed by a constant magnetic field, and a normal load varying with time, is supposed to be on the surface of the half-space. This kind of discussion can be conveniently extended to consider in a magnetic field the motion produced in a elastic body by suddenly applied force or by variable forces. The object of the present Note is to deal with the simple problem of propagation of longitudinal waves in a semi-infinite elastic bar, placed in a magnetic field.

2. Problem. Fundamental Equations. Boundary Conditions

We shall consider, now, the motion of a semi-infinite elastic bar $0 \leqslant z \leqslant +\infty$, when a constant magnetic field of strength H runs in the direction as shown in the fig. 1

Let $F(t)$, a function varying with time t alone denote the prescribed force per unit area acting parallel to the bar at the end $z=0$. Moreover, the infinite end of the bar is supposed to be fixed and the bar is initially unstrained and at rest. The problem is to investigate the longitudinal displacement $u(z, t)$ of the bar.

Assuming the conduction to be perfect and necessarily, neglecting the displacement currents, the equations of the problem, according to Kaliski [2], should be for the body :

$$(1)\begin{cases} \operatorname{rot}\mathbf{h} = (4\pi/c)\mathbf{j}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{E} = -(\mu/c)(\partial\mathbf{h}/\partial t), \\ \mathbf{E} + (\mu/c)(\partial\mathbf{u}/\partial t \times \mathbf{H}) = 0, \\ \varrho(\partial^2\mathbf{u}/\partial t^2) = G\nabla^2\mathbf{u} + (\lambda+G)\operatorname{div}\mathbf{u} + (\mu/c)(\mathbf{j}\times\mathbf{H}), \end{cases}$$

and for the vacuum (bordering the half-space),

$$(2) \quad \operatorname{rot}\bar{\mathbf{h}} = (1/c)(\partial\bar{\mathbf{E}}/\partial t), \quad \operatorname{rot}\bar{\mathbf{E}} = -(1/c)(\partial\bar{\mathbf{h}}/\partial t).$$

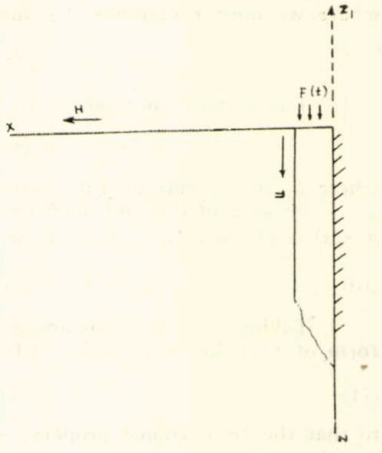


Fig. 1

The equation in $\mathbf{u}, \mathbf{H}$, obtained from (1), is

$$G\nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + G)\,\mathrm{div}\,\mathbf{u} - \varrho\,(\partial^2 \mathbf{u}/\partial t^2) + [\mu/(4\pi)]\,[\mathrm{rot\ rot}\,(\mathbf{u} \times \mathbf{H})] \times \mathbf{H} = 0. \tag{3}$$

The symbols used above have the usual meanings.

Now, in view of the above choice made for the direction of displacement and direction of the magnetic field, the equations (1) must eventually take the form

$$\partial^2 u/\partial t^2 = a^2\,(\partial^2 u/\partial z^2), \tag{4}$$

where $a = [(\lambda + 2G + k)/\varrho]^{1/2}$, $k = \mu H^2/(4\pi)$, while the equations (2) must reduce to the form

$$\partial^2 \bar{h}_i/\partial z_i^2 - (1/c^2)\,(\partial^2 \bar{h}_i/\partial t^2) = 0, \quad \partial_2 \bar{E}_i/\partial t^2 - (1/c^2)\,\partial^2 \bar{E}_i/\partial t^2) = 0,$$
$$\bar{E}_3 = \bar{h}_3 = \text{const.} = 0. \tag{5}$$

Of these, the equation which is of interest to us, is

$$\partial^2 \bar{h}_1/\partial z_1^2 - (1/c^2)\,(\partial^2 \bar{h}_1/\partial t^2) = 0. \tag{6}$$

Thus, for the solution of the present problem, we need to solve the equations (4) and (6), subject to the appropriate boundary conditions, namely,

$$a^2\,(\partial u/\partial z) = -[B/(4\pi\varrho)]\,\bar{h}_1 - (1/\varrho)\,F(t), \quad -\partial \bar{h}_1/\partial z_1 + (B/c^2)\,(\partial^2 u/\partial t^2) = 0. \tag{7}$$

3. Method of solution

The present problem, being one of the boundary value problems encountered in partial differential equations, the principles of Laplace transforms can be used effectively to obtain $u(z, t)$ and $h(z, t)$ from the equations (4) and (6), Defining

$$\bar{u}(z, s) = \int_0^\infty e^{-st}\,u(z, t)\,dt, \quad (t > 0), \tag{8}$$

as the Laplace transform of $u(z, t)$, the equation (4) is transformed to

$$s^2\,\bar{u}(z, s) = a^2\,(d^2\,\bar{u}(z, s)/dz^2), \quad (z > 0), \tag{9}$$

where we must remember the initial conditions of the bar, viz.

$$u(z, 0) = u_t(z, 0) = 0, \quad \bar{u}(z, 0) = u_s(z, 0) = 0.$$

The general solution of (9) is

$$u(z, s) = c_1 \exp(-sz/a) + c_2 \exp(sz/a), \quad (s > 0),$$

where c_1 and c_2 may be functions of s.

Because of the end condition that the infinite end of the bar has no displacement, $\bar{u}(z, s)$ tends to zero as z tends to infinity, we have, immediately, $c_2 = 0$,

$$\bar{u}(z, s) = c_1 \exp(-sz/a). \tag{10}$$

Taking $c_1 = f(s)$ (assuming for the present that the form of the inverse transform of $f(s)$ can be determined from the prescribed boundary conditions), we can write

$$\bar{u}(z, s) = f(s) \exp(-sz/a), \tag{11}$$

to that the translational property of Laplace transforms enables us to write the inverse sransform of $\bar{u}(z, s)$ in the form

$$u(z,t) = \begin{cases} \varphi(z-at) \text{ when } z \leqslant at, \\ 0 \text{ when } z \geqslant at. \end{cases} \tag{12}$$

Similarly, the solution of equation (6) is

$$\bar{h}(z,t) = \begin{cases} \psi(z-at) \text{ when } z \leqslant at, \\ 0 \text{ when } z \geqslant at, \end{cases} \tag{13}$$

where, we put, $\bar{h}_1 = \bar{h}$.

For $z \leqslant at$, the exact expressions for $\varphi(z-at)$ and $\psi(z-at)$ in terms of $F(t)$ can be determined by using the boundary conditions (7) as shown by Kaliski [1] and we have then

$$\bar{h} = -\left(1/\{[B/(4\pi)] + (\varrho ac)/B\}\right) F(t - z_1/c), \tag{14}$$

$$u = -\left(1/\{\varrho a^2 + [B^2/(4\pi)]\,(a/c)\}\right) \tag{15}$$

where

$$G(t-z/a) = \begin{cases} \int_0^{t-z/a} F(r)\,dr \text{ when } t \geqslant z/a, \\ 0 \text{ when } t \leqslant z/a. \end{cases} \tag{16}$$

We may note that if $B = 0$, then $\bar{h} = 0$ and u becomes

$$u = -[1/(\varrho\, a^2)]\, G(t - z/a)$$

where

$$G(t-z/a) = \begin{cases} \int_0^{t-z/a} F(r)\,dr \text{ for } t \geqslant z/a, \\ 0 \text{ for } t \leqslant z/a, \end{cases}$$

which agrees with the expression for longitudinal displacements in a semi-infinite elastic bar.

We may also note from (15) that $u(z,t) = 0$ when $t \leqslant /za$ and further, that the displacement of the end $z = 0$ is given by

$$u(0,t) = -\left(1/\{\varrho a^2 + [B^2/(4\pi)]\,(a/c)\}\right) G(t),$$

which may be compared with the form for $u(0,t)$, in the absence of magnetic field, namely, $u(0,t) = (a/E)\,G(t)$, E being the Young's modulus.

We can also fiind out h and E_2 by making use of the relations

$$h = (\partial u/\partial z)\, H, \quad E_2 = -(\mu/c)\,(\partial u/\partial t)\, H, \tag{17}$$

which are consequences of (2).

The above solutions (14) and (15) can be illustrated by considering some simple physical problems in their mathematical form.

If the force $E(t)$ is a finite impulse so that we can represent it by

$$F(t) = \begin{cases} F_0 \text{ when } t < t_0, \\ 0 \text{ when } t > t_0, \end{cases} \tag{18}$$

then, evidently, from (15) and (16),

$$u(z,t) = \begin{cases} 0 \text{ when } t \leqslant z/a, \\ -\left(1/\{\varrho a^2 + [B^2/(4\pi)]\,(a/c)\}\right) F_0(t - z/a) \text{ when } z/a \leqslant t \leqslant t_0 + z/a, \\ -\left(F_0/\{\varrho a^2 + [B^2/(4\pi)]\,(a/c)\}\right) t_0 \text{ when } t \geqslant t_0 + z/a. \end{cases}$$

If, however the end $z = 0$ of the bar is subjected to an instantaneous impulse of pressure $F(t)$ given by

$$F(t) = I\,\delta(t), \tag{20}$$

where $\delta(t)$ is the Dirac's well-known delta function, we have

$$u(z,t) = \begin{cases} -I/\{\varrho a^2 + [B^2/(4\pi)]\,(a/c)\} & \text{when } z < at, \\ 0 \text{ when } z > at, \end{cases} \tag{21}$$

so that in this case, at any time $t = t_0$, the part of the bar $z < at_0$ is displaced into the region already occupied by another part $z > at_0$ of the bar.

In the case when the force $F(t)$ happens to be of „ramp-type", viz.

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{when } t = 0, \\ t/t_0 & \text{when } t \leqslant t_0, \\ 1 & \text{when } t > t_0, \end{cases}$$

so that physically, the variable force $F(t)$ is such that it is initially zero ($t = 0$) and has a sort of linear dependence on time t upto a specific time t_0, but after $t = t_0$ the constant behaviour of the applied force is maintained uniformly, the displacement $u(z,t)$ takes the forms

$$u = (z,t) \begin{cases} 0 \text{ when } t = 0, \\ -\left(1/\{\varrho a^2 + [B^2/(4\pi)]\,(a/c)\}\right)(t - z/a)^2/(2t_0) \text{ when } z/a \leqslant t \leqslant t_0 + z/a, \\ -\left(1/\{\varrho a^2 + [B^2/(4\pi)]\,(a/c)\}\right)(t - z/a) \text{ when } t_0 \leqslant t \leqslant z/a. \end{cases}$$

I am grateful to Prof. B. Sen, D. Sc., F.N.I., for his kind help and active guidance.

Received the 15 VII 1962

Jadavpur University,
Calcutta, India

REFERENCES

1. Kaliski S., *Problems of continuum mechanics.* 1961, p. 228.
2. Kaliski S., Petykiewicz J., Proc. Vibr. Probl., 1959, **2**, pp. 17—35.

ASUPRA VIBRAȚIEI LONGITUDINALE A UNEI BARE SEMIINFINITE ELASTICE ÎNTR-UN CÎMP MAGNETIC, SOLICITATĂ LA UN CAPĂT DE O FORȚĂ DATĂ

(Rezumat)

Se studiază problema vibrației longitudinale a unei bare semiinfinite elastice, într-un cîmp magnetic, luîndu-se în considerație cîteva tipuri de forțe aplicate la capătul finit al barei, de expresii matematice deosebit de simple.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. C. 539.31

NOTE ON THE LARGE DEFLECTION OF A CIRCULAR PLATE OF VARIABLE THICKNESS UNDER LATERAL LOADS

BY

SUKUMAR BASULI

1. Introduction

For the large deflection of a plate we usually get non-linear equations which can not be exactly solved. For a *uniformly thin plate* Berger [1] has shown that if in deriving the differential equations from strain energy, the strain energy due to second strain invariant in the middle plane of the plate is neglected, a simple fourth order differential equation coupled with a non-linear second order equation is obtained. Following Berger, the corresponding equations for a *plate of variable thickness* have been deduced here. It is really interesting to note that for a plate of linearly varying thickness, these equations admit easy solution.

2. Theory

Strain energy due to pure bending and stretching of the middle plane of the plate on combination gives [2] :

$$V = -\pi \int \left(M_r \frac{d^2w}{dr^2} + M_\theta \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) r dr + \pi \int (N_r e_{rr} + N_\theta e_{\theta\theta}) r dr =$$

$$= \pi \int D \left\{ \left(\frac{d^2w}{dr^2} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2 + \frac{2\sigma}{r} \frac{dw}{dr} \frac{d^2w}{dr^2} + \frac{12}{h^2} \left[e^2 - 2(1-\sigma) e_2 \right] \right\} r dr , \tag{1}$$

replacing M_r, M_θ, N_r and N_θ by their appropriate expressions. Neglecting e_2 and giving a vertical virtual displacement one gets

$$d^2[Dr(d^2w/dr^2)/dr^2 - d[(D/r)(dw/dr)]/dr - \sigma \{ d[D(d^2w/dr^2)]/dr -$$

$$- d^2[D(dw/dr)]/dr^2 \} - \alpha^2 h_0^2 d[(D/h^2) r (dw/dr)]/dr = qr \tag{2}$$

provided δw and $[d^2w/dr^2 + (\sigma/r)(dw/dr)]\,[d(\delta w/dr)]$ vanish on the boundary, where the quantity

$$\alpha^2 = 12\,[du/dr + u/r + (dw/dr)^2/2]/h_0^2 \tag{3}$$

proves to be a constant. Putting $h = h_0 r^m$, $D = D_0 r^{3m}$, equation (2) transforms into

$$r^{3m+1}(d^4w/dr^4) + 2(3m+1)r^{3m}(d^3w/dr^3) + [(qm^2 + m + \tag{4}$$
$$+ 3m\sigma - 1)r^{3m-1} - \alpha^2 r^{m+1}](d^2w/dr^2) -$$
$$-[(3m-1)(1-3m\sigma)r^{3m-2} + \alpha^2(m+1)r^m](dw/dr) = qr/D_0.$$

For a plate of linearly varying thickness $m = 1$, hence equation (4) reduces to

$$r^4(d^4w/dr^4) + 8r^3(d^3w/dr^3) + (11 + 3\sigma - \alpha^2)r^2(d^2w/dr^2) - 2(1 - 3\sigma + \alpha^2)r(dw/dr) = qr/D_0. \tag{5}$$

3. Problem

Let us consider an annular plate whose inner and outer radii be b and a respectively. General solution of equation (4) can be written in the form

$$w = A + Br^{-1} + Cr^{(\beta-1)/2} + Fr^{-(\beta+1)/2} - Cqr, \tag{6}$$

where A, B, C and F are arbitrary constants to be determined from the boundary conditions on w; β and G are given by

$$\beta^2 = 13 + 4\alpha^2 - 12\sigma, \quad G = 1/[2D_0(1 + \alpha^2 - 3\sigma)]. \tag{7}$$

Assuming u to be zero on both boundaries, equations (3) and (6) lead to the result

$$\alpha^2 h_0^2(a^2 - b^2)/12 = B^2(b^{-2} - a^{-2})/2 + (\beta - 1)C^2(a^{\beta-1} - b^{\beta-1})/4 +$$
$$+ (\beta + 1)F^2(b^{-(\beta+1)} - a^{-(\beta+1)})/4 + G^2q^2(a^2 - b^2)/2 +$$
$$+ 2Gq[B\log(a/b)] - C[(\beta - 1)/(\beta + 1)](a^{(\beta+1)/2} - b^{(\beta+1)/2}) + \tag{8}$$
$$+ F[(\beta + 1)/(\beta - 1)](b^{-(\beta-1)/2} - a^{-(\beta-1)/2}) - BC[2(\beta - 1)/(\beta - 3)](a^{(\beta-3)/2} - b^{(\beta-3)/2}) +$$
$$+ BF[2(\beta + 1)/(\beta + 3)](b^{-(\beta+3)/2} - a^{-(\beta+3)/2}) - CF[(\beta^2 - 1)/2](b^{-1} - a^{-1})$$

to determine α. The boundary conditions so far imposed on u and w will be satisfied by the following combinations:

(i) inner boundary clamped or supported or clamped free;
(ii) outer boundary clamped or supported.

On a clamped edge we shall have

$$u = w = dw/dr = 0. \tag{9}$$

On a clamped free edge

$$u = dw/dr = 0, \tag{10}$$

whereas on the supported edge

$$u = w = d^2w/dr^2 + (\sigma/r)(dw/dr) = 0. \tag{11}$$

Complete solutions for w have been obtained here for an annular plate whose edges are either clamped or supported.

a) *Clamped annular plate under Uniform lateral load*

Using the boundary conditions (9) for the edges $r=a$ and b, A, B, C, F in (9) are given by the matrix product

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ F \end{bmatrix} = \frac{Gq}{\Lambda} \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \\ C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ F_1 & F_2 & F_3 & F_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

where

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & a^{-1} & a^{(\beta-1)/2} & a^{-(\beta+1)/2} \\ 1 & b^{-1} & b^{(\beta-1)/2} & b^{-(\beta+1)/2} \\ 0 & -a^{-2} & (\beta-1)\,a^{(\beta-3)/2}/2 & -(\beta+1)\,a^{-(\beta+3)/2}/2 \\ 0 & -b^{-2} & (\beta-1)\,b^{-(\beta-3)/2}/2 & -(\beta+1)\,b^{-(\beta+3)/2}/2 \end{vmatrix}$$

and $A_1, \ldots A_4$, $B_1, \ldots B_4$, $C_1, \ldots C_4$, $F_1, \ldots F_4$ are the cofactors of the elements of the first column of Δ.

Taking $b/a = 0.5$, $\sigma = 0.25$, $\alpha^2 = 15/4$, from (7), $\beta = 5$, $G = 1/(8D_0)$; the from (12) and (13), $A = 0.9706\ qa/(8D_0)$, $B = -0.3382\ qa^2/(8D_0)$, $C = 0.3529\,(q/a)/(8D_0)$, $F = 0.0147 \times \times (q\,a^4)/(8D_0)$, from (8), $q/(D_0 h_0) = 7.519$.

Hence the deflection w is given by

$$w = 0{,}9583\, ah_0\,[0.9706 - 0.3382\,(a/r) + 0.3529\,(r/a)^2 + 0.0147\,(a/r)^3 - r/a]. \tag{14}$$

b) *Supported annular plate under uniform lateral loard*

From the boundary conditions (10) we shall see that the arbitrary constants A, B, C, F can be represented by same relation (12), only by replacing the column matrix in the right hand side by a column matrix whose elements are $a, b, \sigma/a, \sigma/b$ with

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & a^{-1} & a^{(\beta-1)/2} & a^{-(\beta+1)/2} \\ 1 & b^{-1} & b^{(\beta-1)/2} & b^{-(\beta+1)/2} \\ 0 & (2-\sigma)\,a^{-3} & (\beta-1)(\beta-3+2\sigma)\,a^{(\beta-5)/2}/4 & (\beta+1)(\beta+3-2\sigma)\,a^{-(\beta+5)/2}/4 \\ 0 & (2-\sigma)\,b^{-3} & (\beta-1)(\beta-3+2\sigma)\,b^{(\beta-5)/2}/4 & (\beta+1)(\beta+3-2\sigma)\,b^{-(\beta+5)/2}/4 \end{vmatrix}$$

For the same values of σ, b/a, α as before we get

$$A = 1.0601\ qa/(8D_0), \quad B = -0.3725\,(qa^2)/(8D_0),$$

$$C = 0.2986\,(q/a)/(8D_0), \quad F = 0.0138\ qa^4/(8D_0), \quad q/(D_0 h_0) = 7.150,$$

$$w = 0.8937\ ah_0\,[1.0601 - 0.3725\,(a/r) + 0.2986\,(r/a)^2 + 0.0138\,(a/r)^3 - r/a]. \tag{15}$$

The author expresses his gratitude to Prof. B. Sen, D. Sc., F. N. I., for his helpful suggestions in preparation of this note.

Notation

q — uniform lateral load,
u, w — radial and lateral displacements,
h — thickness at a distance r from the centre,
D — flexural rigidity of the plate,
σ — Poisson's ratio,
E — Young's modulus,
$e_{rr} = du/dr + (dw/dr)^2/2$, $e_{\theta\theta} = u/r$ — the radial and tangential strains,
$N_r = [Eh/(1-\sigma^2)]\,(e_{rr} + \sigma e_{\theta\theta})$, $N_\theta = [Eh/(1-\sigma^2)]\,(e_{\theta\theta} + \sigma e_{rr})$ — tensile forces per unit length,
$M_r = -D\,[d^2w/dr^2 + (\sigma/r)\,(dw/dr)]$, $M_\theta = -D\,[(1/r)\,(dw/dr) + \sigma\,(d^2w/dr^2)]$ — bending moments per unit length,
$e = e_{rr} + e_{\theta\theta}$ — first strain invariant,
$e_2 = e_{rr}\,e_{\theta\theta}$ — second strain invariant.

Received the 26 II 1962

Bengal Engineering College, Howrah, Botanic Garden, West Bengal, India

REFERENCES

1. Berger H. M., J. Appl. Mech., 1955, **22**, p. 465.
2. Timoshenko, Woinowsky-Krieger, *Theory of Plates and Shells*, 1959, pp. 46, 419.

ÎNCOVOIEREA SENSIBILĂ A UNEI PLĂCI CIRCULARE DE GROSIME VARIABILĂ SUPUSĂ LA SARCINI LATERALE

(Rezumat)

Urmînd ordinea de idei a lui H. M. Berger [1], se deduc ecuaţiile corespunzătoare cazului plăcilor de grosime variabilă. Se menţionează că în cazul variaţiei liniare a grosimii plăcii ecuaţiile stabilite admit soluţii ce se determină fără dificultăţi speciale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. D. 621.891.2 ; 538.12 ; 532.5

MAGNETOHYDRODYNAMIC EFFECT IN LUBRICATION
II. FULL JOURNAL BEARING WITH INERTIA EFFECTS

BY

J. P. AGARWAL

1. Introduction

During the last few decades the science of lubrication has developed into an independent branch of mechanics. The mathematical analysis of this can be applied only to bearings which operate under conditions of hydrodynamic lubrication and has been found to be of great use in engineering problems. However, conventional hydrodynamical theory of lubrication does not take account of the effects of the magnetic field which has become of considerable importance due to advances in the science of space flight.

Brand [1], Osterle and Saibel [2], Osterle, Chou and Saibel [3] have discussed the problem of journal bearing lubrication by taking into account the effect of lubricant inertia. They have found their investigations quite in agreement with the experimental results. Recently Tarapov [4] has extended the momentum integral method to the problems of hydrodynamical lubrication. His results are simple in character for physical interpretation. Agarwal [5] has considered the effect of magnetic field in the case of slider bearings and has shown that the magnetic field increases the load capacity of the bearing when the lubricant is an electrically conducting liquid.

In this paper we have used momentum integral method to study the effect of the magnetic field on the load capacity of the full journal bearing. It is found that load capacity depends on the non-dimensional number $M^2 = \sigma H_0^2 \delta^2/(\varrho\nu^2)$ (called Hartmann number) and increases with the increase of this non-dimensional number. These results are found in agreement with those obtained earlier.

2. Formulation of problem

The equations governing two dimensional steady flow are :

$$\varrho\,[\mathbf{v}.\nabla]\,\mathbf{v} = -\operatorname{grad} p + \mu\nabla^2\mathbf{v} + \mathbf{J}\times\mathbf{B}, \tag{1}$$

$$\operatorname{div}(\varrho\mathbf{v}) = 0, \tag{2}$$

$$\operatorname{curl}\mathbf{H} = \mathbf{J}, \tag{3}$$

$$\mathbf{J} = \sigma\,[\mathbf{E} + \mathbf{v}\times\mathbf{B}], \tag{4}$$

$$\operatorname{curl}\mathbf{E} = 0, \tag{5}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{H}, \tag{6}$$

taking magnetic permeability to be unity.

On using the following assumptions :

(i) Dimension of y is much smaller than the dimension of x or z.

(ii) There is no side leakage, that is flow in the z-direction is neglected,

(iii) $\mathbf{H} = H_x\mathbf{i} + H_0\mathbf{j}$, $\mathbf{v} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$.

H_x and v are considered to be of the order δ, where δ is small.
We have from equations (1)...(6)

$$\varrho\,[u\,(\partial u/\partial x) + v\,(\partial u/\partial y)] = -\,\partial p/\partial x + \mu\,(\partial^2 u/\partial y^2) - \sigma H_0\,(E_z + uH_0), \tag{7}$$

$$\partial p/\partial y = 0, \tag{8}$$

$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0, \tag{9}$$

$$E_z = \text{const.} \tag{10}$$

Boundary conditions for u and v are

$$u = 0,\ v = 0 \text{ at } y = h,\ u = u_0,\ v = 0 \text{ at } y = 0. \tag{11}$$

Integrating equations (6) and (7), between $y = 0$ and $y = h(x)$, we get the following integral equations

$$\int_0^h \varrho u \frac{\partial u}{\partial x}\,dy + \int_0^h \varrho v \frac{\partial u}{\partial y}\,dy = -\int_0^h \frac{\partial p}{\partial x}\,dy + \mu \int_0^h \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\,dy - \sigma H_0 E_z \int_0^h dy - \sigma H_0^2 \int_0^h u\,dy \tag{12}$$

and

$$\int_0^h \frac{\partial u}{\partial x}\,dy + \int_0^h \frac{\partial v}{\partial y}\,dy = 0. \tag{13}$$

We set

$$p = \varrho u_0^2 \bar{p},\ y = \bar{y}\delta,\ u = \bar{u}u_0,\ x = r\bar{x},\ \bar{y} = \bar{h}\eta,\ h(x) = \bar{h}(\bar{x})\,\delta. \tag{14}$$

Using (9), (14) and the boundary conditions (11), equations (12) and (13) yield

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}}\left(\bar{h}\int_0^1 \bar{u}^2\,d\eta\right) = -\,\bar{h}\,(\partial \bar{p}/\partial \bar{x}) + (\mu/\varrho)\,[r/(u_0\delta^2)]\,(1/\bar{h})\,[d\bar{u}/d\eta]_{\eta=0}^1 - \tag{15}$$

$$-\,[\sigma H_0 r/(\varrho u_0^2)]\,E_z\bar{h} - [\sigma H_0^2/(\varrho u_0)]\,rQ,$$

and

$$\bar{h}\int_0^1 \bar{u}\,d\eta = Q\,(=\text{const.}). \tag{16}$$

The above equations are, thus the integral equations (in dimensionless form) for the two dimensional steady flow of an electrically conducting lubricant, when the bearing length is infinite.

For our problem of journal bearing, we have : $\bar{x} = \theta$, $\delta = R - r$, ω — angular speed of the journal, e and $\varepsilon = e/\delta$ — the absolute and relative angular eccentricities respectively, $\bar{h} = 1 + \varepsilon\cos\theta$ — the thickness of the film, $\eta = 0$ — the moving surface of the bearing.

Therefore, after dropping bars, equations (15) and (16) can be written as

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left[h\int_0^1 u^2\,d\eta\right] = -\,h(dp/d\theta) + [\nu/(\omega\delta^2)]\,(1/h)\,[du/d\eta]_{\eta=0}^1 - [\sigma H_0/(\varrho r\omega^2)]\,E_z h - \tag{17}$$

$$-\,[\sigma H_0^2/(\varrho\omega)]\,Q,$$

and

$$h\int_0^1 u\,d\eta = Q. \tag{18}$$

3. Method of solution

To determine the pressure distribution and other operating characteristics of the bearing, we assume velocity function as

$$u = A(\theta)\,\eta^m + B(\theta)\,\eta + C(\theta), \tag{19}$$

where $A(\theta)$, $B(\theta)$ and $C(\theta)$ are to be determined subject to the conditions

$$u(\theta, 0) = 1,\ u(\theta, 1) = 0 \tag{20}$$

and

$$\int_0^1 u\,d\eta = Q/h.$$

Using (20), equation (19) becomes

$$u = [(m+1)/(m-1)]\,(1 - 2Q/h)\,(\eta^m - \eta) + 1 - \eta, \tag{21}$$

where Q is yet to be determined from the condition $p(\theta) = p(\theta + 2\pi)$.

E_z in equation (17) is a constant as given by equation (10). We shall consider two cases: (i) $E_z = -u_0 H_0$ and (ii) $E_z = 0$.

Case (i). Using the value of u given by (21), we get from equation (17),

$$\begin{aligned} dp/d\theta = {} & [\nu/(\omega\delta^2)]\,(1/h^2 - 2Q/h^3)\,[m(m+1)/(m-1)] + [\sigma H_0^2/(\varrho\omega)]\,(1 - Q/h) - \\ & - \{2m^2/[3h(2m+1)(m+2)] - 8(m+1)^2 Q^2/[3(2m+1)(m+2)h^3]\}\,(dh/d\theta). \end{aligned} \tag{22}$$

This on integration gives

$$\begin{aligned} p - [\sigma H_0^2/(\varrho\omega)]\,Q = {} & -4(m+1)^2 Q^2/[3(2m+1)(m+2)h^2] - \\ & - \{2m^2/[3(2m+1)(m+2)]\}\log h + \{2m(m+1)/[\omega\delta^2(m-1)(1-\varepsilon^2)^{3/2}]\} \times \\ & \times \{\psi - \varepsilon\sin\psi - [2Q/(1-\varepsilon^2)]\,[\psi - 2\varepsilon\sin\psi + (\varepsilon^2/2)(\psi + \tfrac{1}{2}\sin 2\psi)]\} - \\ & - [\sigma H_0^2/(\varrho\omega)]\,(Q/\sqrt{1-\varepsilon^2})\,\psi + p_0, \end{aligned} \tag{23}$$

where

$$1 + \varepsilon\cos\theta = (1-\varepsilon^2)/(1 - \varepsilon\cos\psi), \tag{24}$$

$$Q = \frac{\{M^2(m-1)/[m(m+1)]\}\,(1-\varepsilon^2)^{3/2} + 1}{(2+\varepsilon^2)/(1-\varepsilon^2) + \{M^2(m-1)/[m(m+1)]\}\,(1-\varepsilon^2)}, \tag{25}$$

and

$$M^2 = \sigma H_0^2 \delta^2/(\varrho\nu). \tag{26}$$

Components of total load acting on the journal are

$$\begin{aligned} w\sin\varphi = {} & Lr\int_0^{2\pi} p\sin\theta\,d\theta = Lr\int_0^{2\pi} \frac{dp}{d\theta}\cos\theta\,d\theta = \\ = {} & 2\pi Lr\,(\{[\nu/(\omega\delta^2)]\,[m(m+1)/(m-1)]\}\,[(3Q\varepsilon - \varepsilon)/(1-\varepsilon^2)^{3/2}] + \\ & + [\sigma H_0^2 Q/(\varrho\omega\varepsilon)]\,(1/\sqrt{1-\varepsilon^2} - 1)), \end{aligned} \tag{27}$$

and

$$w\cos\varphi = Lr\int_0^{2\pi} p\cos\theta\,d\theta = -Lr\int_0^{2\pi}\frac{dp}{d\theta}\sin\theta\,d\theta =$$

$$= \{4\pi Lr\,\varepsilon(m+1)^2/[3(2m+1)(m+2)]\}\{2Q^2/(1-\varepsilon^2)^{3/2} - \tag{28}$$

$$- [m^2/(m+1)^2][(1-\sqrt{1-\varepsilon^2})/\varepsilon^2]\},$$

where φ is the attitude angle (that is, the angle between the direction of w and the line of centres).

When inertia terms are neglected, $w\cos\varphi$ vanishes, and the direction of w will be at right angles to the line of centres.

In the absence of magnetic field, i. e. $M \to 0$, we get $Q = (1-\varepsilon^2)/(2+\varepsilon^2)$ and all other results given by Tarapov follow accordingly.

Case (ii). In this case, pressure p and discharge Q are given by

$$p = -\{4(m+1)^2/[3(2m+1)(m+2)]\}(Q^2/h^2) - \{2m^2/[3(2m+1)(m+2)]\}\log h +$$

$$+ [\nu/(\omega\delta^2)][m(m+1)/(m-1)]\{(\psi - \varepsilon\sin\psi)/(1-\varepsilon^2)^{3/2}] - [2Q/(1-\varepsilon^2)^{3/2}] \times \tag{29}$$

$$\times [\psi - 2\varepsilon\sin\psi + \varepsilon^2\psi/2 + (\varepsilon^2/4)\sin 2\psi)\} - [\sigma H_0^2/(\varrho\omega)]\,Q\,\psi/\sqrt{1-\varepsilon^2} + p_0,$$

where

$$1 + \varepsilon\cos\theta = (1-\varepsilon^2)/(1-\varepsilon\cos\psi),$$

$$Q = 1/\{(1-\varepsilon^2)\{(2+\varepsilon^2)/(1-\varepsilon^2)^2 + M^2(m-1)/[m(m+1)]\}\}. \tag{30}$$

The expressions for the load component are found to be the same as in case (i).

To study the qualitative effects due to the presence of magnetic field we have calculated the numerical values of Q, $(w\sin\varphi)/(2\pi Lr)$ and $/w(2\pi Lr)$ for $\nu/(\omega\delta^2) = 10^{-1}$ and are given in tables 1...3.

Table 1

Values of Q, when $E_z = -u_0 H_0$

	$m=2$			$m=4$	
ε \ M	0	0.4	1	0.4	1
0.1	0.49254	0.50833	0.53028	0.50678	0.52682
0.2	0.47059	0.48545	0.50621	0.48406	0.50288
0.3	0.43541	0.44875	0.46749	0.44745	0.46451
0.4	0.38889	0.40013	0.41612	0.39902	0.41351
0.5	0.33333	0.34210	0.35464	0.34120	0.35260
0.6	0.27119	0.27725	0.28609	0.27664	0.28460
0.7	0.20482	0.20834	0.21352	0.20795	0.21272
0.8	0.13636	0.13786	0.14017	0.13776	0.13979
0.9	0.06762	0.06797	0.06840	0.06793	0.06832

Table 2

Values of $(w \sin \varphi)/(2\pi Lr)$, *when* $E_z = - u_0 H_0$

	$m=2$			$m=4$		
ε \ M	0	0.4	1	0	0.4	1
0.1	0.03000	0.03333	0.03964	0.03333	0.03666	0.04302
0.2	0.06004	0.06676	0.07946	0.06671	0.07347	0.08620
0.3	0.09029	0.10056	0.11972	0.10032	0.11061	0.12989
0.4	0.12123	0.13520	0.16101	0.13470	0.14869	0.17458
0.5	0.15395	0.17185	0.20429	0.17106	0.18890	0.22153
0.6	0.19069	0.21251	0.25172	0.21188	0.23368	0.27284
0.7	0.23620	0.26198	0.30742	0.26244	0.28794	0.33415
0.8	0.30296	0.33258	0.38520	0.33663	0.36727	0.41885
0.9	0.44132	0.47891	0.53145	0.49035	0.52738	0.58025

Table 3

Values of $w/(2\pi Lr)$, *when* $E_z = -u_0 H_0$

	$m=2$			$m=4$		
ε \ M	0	0.4	1	0	0.4	1
0.1	0.03107	0.03453	0.04000	0.03360	0.03618	0.04343
0.2	0.06183	0.06879	0.08175	0.06710	0.07397	0.08684
0.3	0.09223	0.10279	0.12227	0.10064	0.11106	0.13050
0.4	0.12276	0.13699	0.16312	0.13483	0.14889	0.17463
0.5	0.15474	0.17282	0.20552	0.17106	0.18891	0.22158
0.6	0.19135	0.21273	0.25206	0.21225	0.23391	0.27294
0.7	0.23628	0.26202	0.30743	0.26425	0.28943	0.33524
0.8	0.30402	0.33347	0.38588	0.34129	0.37142	0.42233
0.9	0.44458	0.48139	0.53409	0.49912	0.53549	0.58757

4. Conclusions

The problem of magnetohydrodynamic journal bearing has been studied by using the method of momentum integral. It has been found that:

1. The effect of the magnetic field depends on a non-dimensional number $M^2 = (\sigma H_0^2 \delta^2/(\varrho \nu^2)$.

2. The load capacity of the bearing increases with the increase of the magnetic field.

3. The discharge Q increases with the increase of the magnetic field.

It has also been found that the above results are reversed in the case of $E_z = 0$, that is when there is no applied electric field.

The author wishes to express his cordial thanks to Dr. M. K. Jain for continual guidance and encouragement.

Indian Institute of Technology,
Kharagpur, India

Received the 23 VIII 1962

REFERENCES

1. Brand R. S., J. Appl. Mech., 1955, **22**, pp. 363—364.
2. Osterle F., Saibel E., ZAMP, 1955, **6**, S. 334.
3. Osterle F., Chou Y. T., Saibel E. A., *The effect of lubricant Inertia in Journal Bearing Lubrication,* ASME, Paper *57 - APM - 37.*
4. Tarapov I. E., *Application of the Momentum Equation for the Problem of Fluid Flow between two solid Surfaces.* Seventh Congress on Theoretical and Applied Mechanics of the Indian Society of Theoretical and Applied Mechanics, 1961.
5. Agarwal J. P., *Magnetohydrodynamic effects in lubrication,* ZAMM (under publication).

EFECT MAGNETOHIDRODINAMIC ÎN LUBRIFICAŢIE

II. Efecte de inerţie în suportul masiv al rulmenţilor

(Rezumat)

Metoda momentului integral, folosită în teoria stratului limită, a fost aplicată în studiul efectului cîmpului magnetic asupra capacităţii portante a rulmenţilor, aflaţi în funcţiune pe suporturile lor. O dată cu inerţia lubrifiantului s-a găsit că cu ajutorul cîmpului magnetic se obţine creşterea sensibilă a capacităţii portante a rulmenţilor. Rezultatul obţinut este în concordanţă cu un studiu anterior al autorului [5].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. C. 539.31 ; 517.947

VIBRATIONS PROBLEMS CONCERNING PLATES AND SHELLS

I. THE PROBLEM OF TRIANGULAR PLATE SPECTRA

BY

D. MANGERON, A. F. SHESTOPAL and ARSENIE OPREA

1. Introduction

In some of their previous papers [1]... [4], continued in a large field of subsequent research works belonging to well known scientists [5]... [9], the first of the authors has developed, starting from Bellman's new variational techniques and from a fundamental set of Picone's very recent papers, the spectral theory of a new class of partial differential operators on non elliptic type of interest in Mathematical Physics [10] ... [12], the dynamic programming concerning the unified theory of generalized differential operators of various types, as well as various problems concerning the existence, the unicity and the stability of solutions belonging to new classes of integro-differential equations both linear and non linear. The last of the authors gives some applications concerning a set of D. Mangeron's research work mentionated above [13].

In a recent paper presented at the international symposium on non linear vibrations held at Kiev under the joint organization of IUTAM [1]) and the Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Ukrainean Soviet Socialist Republic, the first of the authors [14] has put forth a method, enlarged during the third Conference on Nonlinear Vibrations (Berlin, May 25–30, 1964) [15], for solving problems of the technical mechanics of vibrations, called *method of integral equations* [2]). This method leads, function of the cubature formulas which it employs, to the elaboration of various algorithms, in view of programming to electronic computers [16].

In other studies [3]) [22], devoted to the boundary value problems concerning a new class of partial derivative equations and more recently to various partial derivative integro-differential equations, called „polyvibrating" or „Mangeron's functional equations" characterized if we restrict ourselves to two independent variables, by the presence of the operators of the form

$$M_1^k \equiv (\partial^2/\partial\xi^2 - \partial^2/\partial\eta^2)^{(k)},$$

---

[1]) International Union for Theoretical and Applied Mechanics.

[2]) A large deal of problems concerning various applications of the elaborated method, called „Mangeron's method", is to be found in [17], [18].

[3]) Partially elaborated in collaboration with prof. dr. L. E. Krivoshein, Academy of Sciences of the Kirghizian Soviet Socialist Republic, Frunze, USSR, and subsequently used by T. Kamytov [17], F. Rossi [19], F. Mazzella [20], Şt. Ruscior [21] a. o.

which reduce for $k = 1$ to the characteristic operator of vibratory strings, the problem of spectra was examined and the corresponding Green's functions were determined [23], [24].

In a series of recent studies, the second of the authors of this paper has analysed the possibilities of applying the reflection method to various physico-mathematical problems [25], while D. Mangeron and A. F. Shestopal have formulated and reached at a series of results pertaining to the problem of the development of the Green's functions referring to linear differential operators with partial derivatives in series by proceeding according to fundamental functions [26].

In the following we solve the problem of the determination of eigenvalues and eigenfunctions for triangular shaped plates.

2. Problem of triangular plate spectra

Since the mathematical scheme of the vibration problem of plates is given by the partial derivative equation

$$\nabla^2 \nabla^2 w - \lambda^2 w = 0, \tag{1}$$

we consider, in view of determining the eigenvalues and the eigenfunctions corresponding to equation (1), a plate of the form of an equilateral triangle.

According to the hinged supporting of the plate edge B, the boundary conditions are given by

$$w|_B = 0, \quad \mathrm{d}^2 w/\mathrm{d}n^2|_B = 0. \tag{2}$$

n being normal to the considered edge.

Before construction the Green's function of the differential operator

$$\nabla^2 \nabla^2 - \lambda^2, \tag{3}$$

which results as an analytical function of the parameter λ^2, besides a numerable set of points on the real axis, we give below the following fundamental definitions.

1°. Let us consider in the three-dimensional Euclidean space E_3, a linear differential operator L, with partial derivatives of elliptical type of order $2r$, with analytical coefficients.

Such a differential operator posseses the fundamental solution, which we denote by $\Gamma(P, Q)$, $P(x_1, x_2, x_3)$ being a current point and $Q(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ a source point.

We assume that the function $u(P, Q)$ satisfies the differential equation

$$L[u] = \delta(P, Q), \tag{4}$$

being meanwhile subjected to a number of boundary conditions in a plane H_2 having the equation $(\mathbf{x}.\mathbf{k}) = C$. By $\delta(P, Q)$ we have denoted the Dirac's singular function.

Assuming that the operators L_m which refer to the boundary conditions are linear, homogeneous and of order lower than $2r$ and

$$L_m [u(P,Q)]|_{H_2} = 0, \quad (m = 1,2,...,r), \tag{5}$$

and that they cover [26] the operator L, we may ennunciate:

a) The boundary conditions (5) in the plane H_2 admit a reflection, if for any point Q the relation

$$u(P,Q) = \Gamma(P,Q) + A\Gamma(P,Q^*) \tag{6}$$

takes place, in which A is a linear operator, permutable with the operator L and with the boundary operators L_m, and the point Q^* is conjugate with the point Q with respect to the plane H_2. It is assumed that the operator A depends on P and Q^*.

b) The operator A is effect-operator of the considered boundary conditions.

2°. Let H_2^1 and H_2^2 be two planes, in which the boundary conditions

$$L_m^1 [u(P,Q)]|_{H_2^1} = 0, \quad L_m^2 [u(P,Q)]|_{H_2^2} = 0, \quad (m = 1,2,...,r), \tag{7}$$

take place, and let A_1 be an effect operator of the boundary conditions in the plane H_2^1 and A_2 an effect operator of the boundary conditions in the plane H_2^2. We say that:

a) The boundary conditions in the planes H_2^1 and H_2^2 are not connected, if the operators A_1 and A_2 are permutable, the operator A_1 being permutable with the totality of boundary operators L_m^2, and A_2 with the totality of boundary operators L_m^1 [4]).

In [10] we have demonstrated the following

Theorem. *If the boundary conditions on the straight lines*

$$x_2 = 0, \; x_2 = x_1\sqrt{3}, \; x_2 + x_1\sqrt{3} = a\sqrt{3} \tag{8}$$

admit a reflection with one and the same effect operator $A(P,Q)$ and if the series

$$F(P,Q) = \sum_{s_1, s_2 = -\infty}^{\infty} \sum_{j=0}^{5} A^{a^i_{s_1 s_2}} \Gamma(P, Q^i_{s_1 s_2}), \tag{9}$$

in which

$$\begin{cases} a^i_{s_1 s_2} = 1 - \{[1 + (-1)^i]/2\} \operatorname{sign}(s_1 - s_2)(s_2 + 2s_1)(2s_2 + s_1 - 1), \\ Q^i_{s_1 s_2} \{(3a/2)(s_1 + s_2) + \xi_i, \quad (a\sqrt{3}/2)(s_2 - s_1) + \eta_i\}, \quad Q(\xi, \eta), \end{cases} \tag{10}$$

$$\xi_5 = \xi_0 = \xi, \; \xi_1 = \xi_4 = (\eta\sqrt{3} - \xi)/2, \; \xi_2 = \xi_3 = -(\xi + \eta\sqrt{3})/2,$$

$$\eta_0 = -\eta_5 = \eta, \; \eta_1 = -\eta_4 = (\xi\sqrt{3} + \eta)/2, \; \eta_2 = -\eta_3 = (\xi\sqrt{3} - \eta)/2$$

[4]) The corresponding generalizations for n dimensions spaces are given in a quite recent paper by the authors, which will be published in the journal *Mathematica*, Cluj.

is uniformly convergent together with its derivatives up to the 2r order inclusively in the fundamental domain, outside the point Q, then F(P, Q) is the Green's function of the elliptical operator L.

For the practical applications treated in the following considerations, it is convenient to present formula (9) under the form

$$F(P,Q)=\frac{1}{3}\sum_{s_1,\,s_2=-\infty}^{\infty}\sum_{i=0}^{5}A^{i}_{s_1 s_2}\left[\Gamma(P,Q^{i}_{s_1 s_2})+\Gamma(P,R^{i}_{s_1 s_2})+\right.$$
$$\left.+\Gamma(P',S^{i}_{s_1 s_2})+\Gamma(P',U^{i}_{s_1 s_2})+\Gamma(P'',V^{i}_{s_1 s_2})+\Gamma(P'',Z^{i}_{s_1 s_2})\right], \tag{11}$$

in which $P, Q^{i}_{s_1 s_2}$, $R^{i}_{s_1 s_2}$, P', $S^{i}_{s_1 s_2}$, $U^{i}_{s_1 s_2}$, P'', $V^{i}_{s_1 s_2}$, $Z^{i}_{s_1 s_2}$ are points determined by the following co-ordinates

$$P(x_1,x_2),\quad P'((x_2\sqrt{3}-x_1)/2,-(x_1\sqrt{3}+x_2)/2),$$
$$P''(-(x_1+x_2\sqrt{3})/2,\ (x_1\sqrt{3}-x_2)/2),$$
$$Q^{i}_{s_1 s_2}(3as_1+\xi_i,\ a\sqrt{3}\,s_2+\eta_i),$$
$$R^{i}_{s_1 s_2}(3as_1+3a/2+\xi_i,\ a\sqrt{3}\,s_2-a\sqrt{3}/2+\eta_i),$$
$$S^{i}_{s_1 s_2}(3as_1+(\eta_i\sqrt{3}+\xi_i)/2,\ a\sqrt{3}\,s_2-(\xi_i\sqrt{3}+\eta_i)/2), \tag{12}$$
$$U^{i}_{s_1 s_2}(3as_1+3a/2+(\eta_i\sqrt{3}-\xi_i)/2,\ a\sqrt{3}\,s_2-a\sqrt{3}/2-(\xi_i\sqrt{3}+\eta_i)/2),$$
$$V^{i}_{s_1 s_2}(3as_1-(\xi_i+\eta_i\sqrt{3})/2,\ a\sqrt{3}\,s_2+(\xi_i\sqrt{3}-\eta_i)/2),$$
$$Z^{i}_{s_1 s_2}(3as_1+3a/2-(\xi_i+\eta_i\sqrt{3})/2,\ a\sqrt{3}\,s_2-a\sqrt{3}/2+(\xi_i\sqrt{3}-\eta_i)/2).$$

Since according to the boundary conditions (2), the effect operator of the boundary conditions is equal to I, I being the symbol of the identity operator, and considering the fact that the fundamental solution of the differential operator (3) is of the form

$$\Gamma(P,Q)=\frac{1}{4\pi^2}\iint_{E_2}\frac{\exp[i\omega_1(\xi-x_1)+i\omega_2(\eta-x_2)]}{(\omega_1^2+\omega_2^2)^2-\lambda^2}\,d\omega_1\,d\omega_2, \tag{13}$$

we obtain on the basis of the general formula (11) the following expression of Green's function, relative to the differential system (1), (2), which characterizes the vibration problem of the considered plate

$$F(P,Q,\lambda^2)=\frac{1}{12\pi^2}\sum_{s_1,\,s_2=-\infty}^{\infty}\sum_{j=0}^{5}(-1)^{j}\iint_{E_2}\left(\exp[i\omega_1(3as_1+\xi_j-x_1)+\right.$$
$$+i\omega_2(a\sqrt{3}\,s_2+\eta_j-x_2)]+\exp[i\omega_1(3as_1+3a/2+\xi_j-x_1)+ \tag{14}$$
$$\left.+i\omega_2(a\sqrt{3}\,s_2-a\sqrt{3}/2+\eta_j-x_2)]+\right.$$

$$
\begin{aligned}
&+ \exp\{i\omega_1[3as_1 + (\eta_j\sqrt{3} - \xi_j)/2 - (x_2\sqrt{3} - x_1)/2] + \\
&+ i\omega_2[a\sqrt{3}\,s_2 - (\xi_j\sqrt{3} + \eta_j)/2 + (x_1\sqrt{3} + x_2)/2]\} + \\
&+ \exp\{i\omega_1[3as_1 + 3a/2 + (\eta_j\sqrt{3} - \xi_j)/2 - (x_1 + x_2\sqrt{3})/2] + \\
&+ i\omega_2[a\sqrt{3}\,s_2 - a\sqrt{3}/2 - (\xi_j\sqrt{3} + \eta_j)/2 + (x_1\sqrt{3} + x_2)/2]\} + \\
&+ \exp\{i\omega_1[3as_1 - (\xi_j + \eta_j\sqrt{3})/2 + (x_1 + x_2\sqrt{3})/2] + \\
&+ i\omega_2[a\sqrt{3}\,s_2 + (\xi_j\sqrt{3} - \eta_j)/2 - (x_1\sqrt{3} - x_2)/2]\} + \\
&+ \exp\{i\omega_1[3as_1 + 3a/2 - (\xi_j + \eta_j\sqrt{3})/2 + (x_1 + x_2\sqrt{3})/2] + \\
&+ i\omega_2[a\sqrt{3}\,s_2 - a\sqrt{3}/2 + (\xi_j\sqrt{3} + \eta_j)/2 - (x_1\sqrt{3} - x_2)/2]\})\frac{d\omega_1\,d\omega_2}{(\omega_1^2 + \omega_2^2)^2 - \lambda^2}.
\end{aligned} \tag{14}
$$

Applying the Poisson's summation formula [26] to expression (13), which satisfies all the restrictive conditions implied by the application of this formules, after performing laborious calculations we obtain

$$
\begin{aligned}
F(P, Q, \lambda^2) = {} & \frac{4}{9\sqrt{3}\,a^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1 + \cos k\pi}{16k^4\pi^4/(9a^4) - \lambda^2}\psi_k^0(x_1, x_2)\,\psi_k^0(\xi, \eta) + \\
& + \frac{8}{9\sqrt{3}\,a^2}\sum_{k,n=1}^{\infty}\frac{1 + \cos(n - k)\pi}{4n^2\pi^2/(9a^2) + 4k^2\pi^2/(3a^2) - \lambda^2}[\psi_{kn}^c(x_1, x_2)\,\psi_{kn}^c(\xi, \eta) + \\
& + \psi_{kn}^s(x_1, x_2)\,\psi_{kn}^s(\xi, \eta)],
\end{aligned} \tag{15}
$$

in which

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\psi_k^0(x_1, x_2) = \sin\{[2k\pi/(a\sqrt{3})]\,x_2\} - \sin\{[k\pi/(a\sqrt{3})](x_2 + x_1\sqrt{3})\} + \\
&\qquad + \sin\{[k\pi/(a\sqrt{3})](x_1\sqrt{3} - x_2)\}, \\
&\psi_{kn}^c(x_1, x_2) = \cos\{[2n\pi/(3a)]\,x_1\}\sin\{[2k\pi/(a\sqrt{3})]\,x_2\} - \\
&\quad - \cos\{[n\pi/(3a)](x_2\sqrt{3} - x_1)\}\sin\{[k\pi/(a\sqrt{3})](x_1\sqrt{3} + x_2)\} + \\
&\quad + \cos\{[n\pi/(3a)](x_1 + x_2\sqrt{3})\}\sin\{[k\pi/(a\sqrt{3})](x_1\sqrt{3} - x_2)\}, \\
&\psi_{kn}^s(x_1, x_2) = \sin\{[2n\pi/(3a)]\,x_1\}\sin[2k\pi/(a\sqrt{3})]\,x_2 - \\
&\quad - \sin\{[n\pi/(3a)](x_2\sqrt{3} - x_1)\}\sin\{[k\pi/(a\sqrt{3})](x_1\sqrt{3} + x_2)\} - \\
&\quad - \sin\{[n\pi/(3a)](x_1 + x_2\sqrt{3})\sin\{[k\pi/(a\sqrt{3})](x_1\sqrt{3} - x_2).
\end{aligned}
\right. \tag{16}
$$

The eigenvalues, which constitute the vibration spectrum of the considered membrane in the shape of an equilateral triangle, are given by the expressions

(17) $$\lambda_k^2 = 16k^4\pi^4/(9a^4)$$

and

(18) $$\lambda_{kn}^2 = 4n^2\pi^2/(9a^2) + 4k^2\pi^2/(3a^2).$$

The residues corresponding to these values of the Green function determined by (15), are the eigenvalues of our problem.

To the eigenvalue (17) there corresponds the function

(19) $$(1 + \cos k\pi)\,\psi_k^0(x_1, x_2)$$

and to the eigenvalue, there correspond the functions

(20) $$[1 + \cos(n-k)\pi]\,\psi_{kn}^c(x_1, x_2)$$

and

(21) $$[1 + \cos(n-k)\pi]\,\psi_{kn}^s(x_1, x_2).$$

Assuming that the considered triangular plate has the form of half of an equilateral triangle, the corresponding spectrum is given by

(22) $$\nu_{kn}^2 = [4n^2\pi^2/(9a^2) + 4k^2\pi^2/(3a^2)]\,2$$

and the eigenfunctions are of the form

(23) $$[1 + \cos(n-k)\pi][\psi_{kn}^c(x_1, x_2) - \psi_{kn}^c(a - x_1, x_2)]$$

and

(24) $$[1 + \cos(n-k)\pi][\psi_{kn}^s(x_1, x_2) - \psi_{kn}^s(a - x_1, x_2)].$$

3. Conclusions

The reflection method [22], [26] leads to a single covering of an Euclidean plane only in the cases corresponding to rectangles, isosceles rectangular triangles, equilateral triangles and triangles obtained by dividing an equilateral triangle into equal parts, and permits the determination of the developments of Green's functions according to fundamental solutions. Accordingly, this method led in the cases considered above to the solving of the problem which is of interest for the technical mechanics of vibrations, relative to the problems of triangular plate spectra.

As an application of the reflection method and in view to enlarge collaborations with other scientists, we shall consider in a future paper the vibration problems of plates of a more complicated form, and shall enlarge the obtained results to the spectral analysis of shells [27].

Received the 21 III 1964

Polytechnic Institute of Jassy,
and
Academy of Sciences of the Ukrainean SSR,
Kiev, USSR

REFERENCES

1. Mangeron D., J. Math. Anal. a. Appl., 1964, **9**, *1*, pp. 141-146.
2. — Bull. Inst. Polyt. Jassy, 1948, **4**, pp. 141-145.
3. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1937, **204**, pp. 94-96, 544-546, 1022-1024; Ibid., 1962, **255**, pp. 2894-2896.
4. — Rend. Accad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. 8, 1962, **32**, *5*, pp. 619-623; Ibid., 1963, **34**, *2*, pp. 118-122; Ibid. 1932, s. 6, **16**, *7-8*, pp. 5-10.
5. Manaresi F., Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 1954, **23**, pp. 163-213.
6. Stampacchia G., Giorn. Mat., s. 4, 1948-49, **78**, pp. 81-96.
7. Rosenblatt A., C. r. Acad. Sci., Paris, 1933, **197**, pp. 1278-1280.
8. Salvadori M., Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, s. 2, 1936, **5**, pp. 51-72.
9. Березанский Ю. М., ДАН СССР, 1958, **122**, *6*, стр. 958—962.
10. Bellman R., *Dynamic Programming.* A RAND Corporation Research Study, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1957.
11. Bellman R., Dreyfus E., *Applied Dynamic Programming.* A RAND Corporation Research Study, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1962.
12. Picone M., Rend. Accad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. 8, 1962, **32**, *1*, pp. 3-12.
13. Oprea A., *Continuation of solutions of a new class of partial derivatives higher order equations („Mangeron's equations").* Scientific Session of the Polytechnic Institute of Jassy (Nov. 9-11, 1962). Program, p. 19.
14. Mangeron D., *The Integral Equations Method in Nonlinear Mechanics.* **I.** *Analytical Methods.* Proc. Intern. Symp. on Nonlinear Mechanics, Kiev, 1963, pp. 247-250, АН УССР, Киев.
15. — *Neue Methoden zum Studium der nichtlinearen Schwingungen.* III. Intern. Konferenz über Nichtlineare Schwingungen, Berlin, 25 — 30 Mai 1964, DAW.
16. — *Méthodes nouvelles d'approximation des solutions de certains problèmes à la frontière.* Colloque d'approximation des fonctions, avec applications au calcul numérique. Acad. R.P.R., Cluj, Nov. 15-19, 1963, pp. 7-8.
17. Камытов Т., Докл. сиб. конф. по мат. и мех., 1964, стр. 113—115.
18. Кривошеин Л. Е., Труды XI-й конф. проф. - препод. состава Кирг. ГУ, 1963, стр. 20—23.
19. Rossi F., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1963, **9** (**13**), *3-4*, pp. 39-42.
20. Mazzella F., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1963, **9** (**13**), *3-4*, pp. 35-38.
21. Ruscior Şt., Rend. Accad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. 8, 1964, **36**, *1*, pp. 55-60.
22. Mangeron D., Shestopal A. F., Rend. Accad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. 8, 1964, **36**, *1*, pp. 37-42.
23. Mangeron D., Mathematica, Cluj, 1938, **14**, pp. 31-35; Ibid., 1963, **5** (**28**), (în print).
24. Mangeron D., Krivoshein L. E., Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 1963, **33**, pp. 26-236.
25. Шестопал А. Ф., Укр. Мат. Ж., 1961, **13**, *1*.
26. Mangeron D., Shestopal A. F., Rend. Accad. Sci. fis., mat. Napoli, s. 4, 1964, **31** (in print).
27. Savin G. N., *Stress Concentrations around Holes in thin Shells.* Pergamon Press, New York, 1961, (transl. from Russian).

PROBLEMA VIBRAŢIILOR PLĂCILOR ŞI A ÎNVELIŞURILOR SUBŢIRI

I. Studiul spectrelor plăcilor triunghiulare

(Rezumat)

Pornind de la studiul dezvoltărilor funcţiilor Green în serii de funcţii caracteristice relative la noi clase de probleme de contur, numite de numeroşi autori de peste hotare „problemele lui Mangeron" [17]...[20], autorii studiază spectrul plăcilor triunghiulare, stabilind cu acest prilej şi ansamblul funcţiilor caracteristice corespunzătoare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. D. 539.1 ; 536.7

QUELQUES CONSÉQUENCES DE LA THÉRMODYNAMIQUE DE LA PARTICULE ISOLÉE

PAR

LOUIS DE BROGLIE

1. Dans une Note tout à fait récente [1], fondée sur quelques-uns de nos travaux antérieurs [2], [4], [5], nous avons donné une nouvelle présentation de la Thermodynamique de la particule isolée. Dans la présente Note sont données des applications de la Thermodynamique de la particule isolée. Elles concernent la relation du principe de Hamilton avec le second principe de la Thermodynamique et l'étude des fluctuations de la masse propre et s'appuient sur l'une de nos Notes récentes présentées pour l'insertion dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* [3].

Dans [4] nous avons écrit les relations fondamentales de la Thermodynamique de la particule isolée, avec les notations qui ont été précisées, sous la forme :

$$h\nu_c = kT, \quad S = S_0 + S(M_0) = S_0 + (k/h)\,\mathfrak{A}. \tag{1}$$

Nous voulons indiquer ici quelques conséquences de ces formules.

2. Étudions d'abord la relation qu'elles permettent d'établir entre le principe de Hamilton et le second principe de la Thermodynamique. Nous commençons par introduire une idée qui paraît intéressante. Dans l'application usuelle de Hamilton on part d'un mouvement „naturel", c'est-à-dire conforme aux lois de la Mécanique utilisée, au cours duquel la particule partant d'un point A de l'espace physique au temps t_0 parvient en un point B au temps t_1 ; puis on imagine un mouvement „varié", qui est fictif et reste infiniment voisin du mouvement naturel, en imposant à ce mouvement varié la condition que les points A et B et les temps t_0 et t_1 restent les mêmes que dans le mouvement naturel. Le principe de Hamilton nous dit alors que le mouvement naturel est défini par l'équation

$$\int_{t_0}^{t_1} [\delta \mathcal{L}]_{M_0}\, dt = 0, \tag{2}$$

où $[\delta\mathcal{L}]_{M_0}$ est la variation de la fonction $\mathcal{L}$ de Lagrange à masse propre constante.

Mais, si l'on admet que la valeur de la masse propre de la particule puisse subir des fluctuations, il devient possible de considérer les mouvements variés comme étant non plus des mouvements fictifs purement imaginés, mais des mouvements pouvant avoir lieu réellement sous l'action d'une certaine fluctuation de la masse propre pendant l'intervalle de temps $t_1 - t_0$.

Cette hypothèse étant admise, nous remarquerons que sur la trajectoire naturelle ACB, la variation première de l'action hamiltonienne étant nulle d'après l'équation (2), la variation seconde est positive parce que le principe de Hamilton est un principe de moindre action et nous avons

$$\int_{t_0}^{t_1} [\delta^2\mathcal{L}]_{M_0}\, dt > 0. \tag{3}$$

Mais, d'après l'hypothèse admise, nous devons pouvoir écrire sur la trajectoire variée

$$\delta A = \int_{t_0}^{t_1} \delta\,(\mathcal{L} + \delta\mathcal{L})\, dt = 0, \tag{4}$$

mais cette fois nous n'avons plus à assujettir la masse propre à rester constante. Nous écrirons donc

$$\delta\mathcal{L} = [\delta\mathcal{L}]_{M_0} + \delta_{M_0}\mathcal{L}, \quad \delta^2\mathcal{L} = -[\delta^2\mathcal{L}]_{M_0} + \delta^2_{M_0}\mathcal{L}, \tag{5}$$

où $\delta_{M_0}\mathcal{L}$ et $\delta^2_{M_0}\mathcal{L}$ sont les termes provenant de la variation de la masse propre. Nous admettrons, ce qui sera justifié plus loin, que $\delta^2_{M_0}\mathcal{L}$ peut être négligé. L'équation (4), compte tenu de (2), nous donne alors

$$\int_{t_0}^{t_1} \delta_{M_0}\mathcal{L}\, dt = (t_1 - t_0)\,\overline{\delta_{M_0}\mathcal{L}} = -\int_{t_0}^{t_1} [\delta^2\mathcal{L}]_{M_0}\, dt < 0, \tag{6}$$

la valeur moyenne $\delta_{M_0}\mathcal{L}$ étant prise dans l'intervalle de temps $t_1 - t_0$. Or, en raison de la petitesse de la période τ_c, la seconde formule (1) nous donne $\delta S \cong \tau_c\, \delta_{M_0}\mathcal{L}$ et nous avons

$$\overline{\delta S} = \tau_c\, \overline{\delta_{M_0}\mathcal{L}}, \tag{7}$$

d'où nous tirons, par comparaison aves (6),

$$[(t_1 - t_0)/\tau_c]\,\overline{\delta S} < 0 \tag{8}$$

et comme $(t_1 - t_0)/\tau_c$ est positif $\overline{\delta S} < 0$. Comme $\overline{\delta S} = \overline{\delta S}$, nous en concluons que la valeur moyenne de l'entropie est maximale sur la trajectoire naturelle pour toutes les variations satisfaisant aux conditions de

la variation hamiltonienne, ce qui fait apparaître une relation remarquable entre le principe de Hamilton et le second principe de la Thermodynamique.

3. Il reste à prouver que $\delta^2_{M_0}\mathcal{L}$ est négligeable. Or on voit sur l'équation (6) que $\delta_{M_0}\mathcal{L}$ est de l'ordre de $[\delta^2\mathcal{L}]_{M_0}$ de sorte que $\delta^2_{M_0}\mathcal{L}$ est du troisième ordre par rapport aux variations hamiltoniennes et peut donc être négligé.

4. Passons à une autre conséquence de notre théorie. Plaçons nous dans le système propre de la particule supposée libre: l'énergie interne de celle-ci y a pour valeur $W_0 = M_0 c^2$ en fonction de la masse fluctuante M_0. D'après la loi de distribution canonique de Gibbs, la probabilité de la valeur W_0 de l'énergie interne de la particule en contact avec le thermostat caché introduit dans notre Note précédente [1] est proportionnelle à $\exp[-W_0/(kT_0)]$. La valeur moyenne de W_0 est donc, d'après un calcul classique,

$$\overline{W_0} = \overline{M_0} c^2 =$$

$$(9) \qquad = \left[\int_0^\infty W_0 \exp[(-W_0/kT_0)]\,\mathrm{d}W_0\right] \Big/ \left[\int_0^\infty \exp[(-W_0/kT_0)]\,\mathrm{d}W_0\right] = kT_0.$$

De la relation $h\nu_0 = m_0 c^2 = kT_0$, nous déduisons alors aisément

$$(10) \qquad \overline{M_0} = m_0.$$

Donc, ce que nous nommons la masse propre m_0 de la particule serait la valeur moyenne de sa masse propre réelle M_0 qui est fluctuante.

Si dans l'équation des ondes de la Mécanique ondulatoire, nous remplaçons la masse propre constante m_0 par la masse propre fluctuante M_0, nous obtiendrons le terme usuel de masse en m_0 augmenté de termes contenant la fluctuation aléatoire δM_0 de M_0. Ces termes assimilables à un potentiel perturbateur aléatoire représenteraient l'interaction continuellement variable de la particule avec le milieu subquantique.

Si, au lieu de supposer la particule libre, nous la supposons placée dans un champ extérieur, nous aurons pour son énergie interne une expression de la forme $W_0 = M_0 c^2 + U_0$ et le calcul indiqué plus haut nous fournirait pour M_0 une valeur m_0' un peu différente de m_0. Ceci pourrait avoir quelque rapport avec la renormalisation de la masse en théorie quantique des champs.

D'après la relation (10), le terme $S(M_0)$, dont la valeur est sensiblement égale à $-[k/(h\nu_c)]\,M_0 c^2\sqrt{1-\beta^2}$, pour une particule libre a comme valeur moyenne $-k$ de sorte qu'on a

$$(11) \qquad \overline{S} = S_0 + \overline{S(M_0)} = S_0 - k.$$

Pendant les fluctuations de M_0, cette quantité peut varier de 0 à $+\infty$ et, par suite, $S(M_0)$ varie de 0 à $-\infty$ avec $-k$ comme valeur moyenne.

Ces remarques permettent d'apliquer aux fluctuations de la masse propre et aux mouvement de la particule qui en résultent la théorie des fluctuations d'Einstein en écrivant que la probabilité de la valeur M_0 de la masse propre fluctuante est

$$(12) \qquad P(M_0) = P_m \exp[S(M_0)/k] = P_m \exp[-M_0 c^2 \sqrt{1-\beta^2}/(kT)],$$

où P_m est la probabilité de l'état de probabilité maximale.

La formule (12) paraît pouvoir servir de base à l'étude des mouvements aléatoires de la particule dans son onde, mouvements qui doivent se superposer, comme nous l'avons précisé dans notre récente Note, à son mouvement naturel le long des lignes de courant de l'image hydrodynamique de la propagation de l'onde.

Reçu le 26 X 1963

Académie des Sciences
Paris, France

BIBLIOGRAPHIE

1. de Broglie Louis, Bul. Inst. polit. Iaşi, 1963, **IX (XIII)**, *3—4*, pp. 91—94.
2. — *Nouvelle présentation de la Thermodynamique*. Gauthier-Villars, Paris, 1963.
3. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1962, **255**, pp. 1052—1054.
4. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1962, **255**, pp. 807—810.
5. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1961, **253**, pp. 1078—1081.

CÎTEVA CONSECINŢE ALE TERMODINAMICII PARTICULEI IZOLATE

(Rezumat)

Ca urmare la o Notă recentă înserată în acest „Buletin" [1] şi consacrată termodinamicii particulei izolate, se dau unele aplicaţii ale teoriei elaborate. Ele se referă la relaţia între principiul lui Hamilton şi al doilea principiu al termodinamicii, precum şi la studiul fluctuaţiilor masei proprii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. C. 533.1

INVARIANT IMBEDDING AND RAREFIED GAS DYNAMICS

BY

J. AROESTY, R. BELLMAN, R. KALABA and S. UENO

1. Introduction

A series of the second of the author's research papers devoted to dynamic programming and crystallized, partially in collaboration in a set of recent books [1]...[3], was subsequently continued by D. Mangeron [4], K. A. Lurje [5], and many others well known scientists, by applying the authors variational techniques and dynamic programming to a new class of boundary value problems on non elliptic type [6] or to various classes of adaptive control processes [7].

In this paper authors expose step by step the very recent research work [12], devoted to invariant imbedding and rarefied gas dynamics.

The use of invariance principles and invariant imbedding techniques, originating in the work of Ambarzumian and Chandrasekhar, has provided new insights and computational solutions to various problems in the fields of radiative transfer and neutron transport theory [8]. Let us indicate how these same techniques can be applied to representative problems in the kinetic theory of gases. The possibility of this is suggested by the essential similarity of all particle processes: the behaviour of neutrons and protons, or the structureless spherically symmetric molecule of the classical kinetic theory. For the present, we shall restrict our area of interest to linearized scattering models, finite collision frequencies, and relatively simple geometries. We leave to future study the application of invariance techniques to nonlinear scattering models and to cases in which the Boltzmann gain and loss operators are only conditionally convergent. A classic problem, that of plane shear flow between two infinite flat plates, will be used to present the ideas of invariant imbedding in the context of rarefied gas dynamics.

2. Kinetic-Theory Approach

Various kinetic-theory approaches to the problem of plane shear flow are described in some detail by Willis [9]. The physical picture is the following.

An infinite plane wall moves with a small constant velocity V_w in its plane at a distance d from a fixed wall. Both walls are maintained at the same temperature, and may consist of either similar or dissimilar materials. It is desired to find the gas velocity and the stress at the moving wall as a function of the degree of rarefaction, which is measured by an appropriate Knudsen number. In the body of the gas, we shall use the single relaxation time model of Krook [10] in its linear version. Linearization is made possible by requiring that the Mach number of the moving wall be much less than unity, and then using standard perturbation techniques.

We define the following quantities:

$$n = \int_{-\infty}^{+\infty}\int\int f \, \mathrm{d}v, \quad \tau = \delta n_0 \sqrt{h_0}\, d, \quad \bar{c} = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2},$$

$$n\bar{V} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int\int f \bar{v} \, \mathrm{d}\bar{v}, \quad u, v, w = \sqrt{h}\,\bar{u}, \sqrt{h}\,\bar{v}, \sqrt{h}\,\bar{w},$$

$$\frac{3n}{2h} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int\int f(\bar{v} - \bar{V})^2 \, \mathrm{d}\vec{v}, \quad y = \frac{x}{d}. \tag{1}$$

The nonlinear Krook equation [10] for this one-dimensional geometry can be written

$$\bar{u}\, \mathrm{d}f/\mathrm{d}x = -\delta n [f - n(h/\pi)^{3/2} \exp[-h(\bar{c} - \bar{V})^2]. \tag{2}$$

The linearized version of this equation, obtained by setting $\sqrt{h}\,\bar{V}_w \ll 1$[1], (where V_w is the velocity of the moving wall) is

$$\bar{u}\, \mathrm{d}f/\mathrm{d}x = -\delta n [f - n(h/\pi)^{3/2} \exp(-h\bar{c}^2)(1 + 2h\bar{v}\,\bar{V})]. \tag{3}$$

If

$$f = n_0 (h_0/\pi)^{3/2} \exp(-h_0 \bar{c}^2) + f_1, \text{ where } f_1 = n_0 (h_0/\pi)^{3/2} \exp(-h_0 \bar{C}^2)\, v\Phi(u, x),$$

then the equation for the perturbation distribution function may be written

$$\frac{u\, \mathrm{d}f_1}{\mathrm{d}y} = \tau \left[-f_1 + \frac{2\exp(-c^2)}{\pi^{3/2}} v \int_{-\infty}^{+\infty}\int\int f_1 \, v \, \mathrm{d}u \, \mathrm{d}v \, \mathrm{d}w \right]. \tag{4}$$

The boundary conditions corresponding to purely diffuse reflection from the wall are:

---

[1]) This is equivalent to requiring that the Mach number be everywhere small. $\sqrt{h}\,V_w$ is proportional to the Mach number of the wall.

(a) Fixed plate: $f_1^+ (x = 0) = 0$,

(b) Moving plate: $f_1^- (x = d) = n_0 (h_0/\pi)^{3/2} \exp(-C^2) \cdot 2vM_w$, where $M_w = \sqrt{h} V_w$.

It is possible to develop an equation for the function which is closely related to the radiative transport equation for isotropic scattering in a plane slab, i. e.,

$$\frac{u \, d\Phi}{dy} = \tau \left[-\Phi + \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(u^{-2}) \, \Phi \, du \right]. \tag{5}$$

The diffuse conditions associated with this equation are

$$y = 0, \quad \Phi^+ = 0, \quad y = 1, \quad \Phi^- = 2\sqrt{h} V_w. \tag{6}$$

Willis has obtained a numerical solution to equation (5) by recasting it in a form similar to the Milne integral equation of radiative transfer. In addition, he has shown that straghtforward Neumann iteration is suitable only for the very rarefied case, corresponding to $\tau < 1$. Since each subsequent calculation in the Neumann iteration scheme corresponds to higherorder collisions, it is not surprising that it is rather slowly convergent as the collision frequency is increased. This is quite similar to the state of affairs in radiative transfer, where it is known that a calculation based on successive absorbtion and scattering processes is ill-suited for computation as slab thickness is increased, or conversely, as the optical mean free path is decreased.

3. Invariant-Imbedding Approach

The invariant-imbedding approach permits us to concentrate our attention on the values of quantities at the boundaries. This is particularly relevant to problems in heat transfer and aerodynamics, where values of certain molecular fluxes at the boundary are related to such macroscopic observables as energy transport and momentum transport to the walls. Once values have been obtained for the distribution function at the boundary, however, it is possible to calculate values of the distribution function within the body of the gas by relatively simple techniques.

The introduction of other boundary conditions besides the presently chosen diffuse re-emission it is postponed so that we may focus on the essentials of the technique. In addition, it should be noted that our choice of one moving wall and one fixed wall is somewhat different from the usual Couette flow problem, where the two walls move in opposite directions. This choice was made because it obviated the need for the calculation of transmission functions. The method of linearization and the diffuse boundary conditions at the fixed wall result in the fixed wall acting as a „sink" for perturbing molecules, in the sense that it emits only particles which possess the equilibrium distribution function.

Consider Figure 1. A reflection function $\varrho(d, u, u_0', v, v_0', w, w_0')$ is defined which relates incoming molecules at d to outgoing molecules at d:

$$(7) \qquad f_1^+(u,v,w) = \int_0^{+\infty} \iint_{-\infty}^{+\infty} \varrho(d,u,u_0',v,v_0',w,w_0') f_1^-(u_0',v_0',w_0')\, du_0'\, dv_0'\, dw_0'.$$

Linearity of the transport equation permits us to consider a Dirac δ-function incident distribution centered about u_0, v_0, w_0. Thus, $\varrho(d, u, u_0, v, v_0, w, w_0)$ is the outgoing distribution function of particles at d due to an incident monochromatic beam at d with velocity u_0, v_0, w_0. We observe that the sink-like character of the fixed diffuse wall guarantees that all outgoing perturbing particles at the moving wall are due solely to the disturbance generated by it. Simple particle-counting techniques are utilized to relate the reflection function $\varrho(d, u, u_0, v, v_0, w, w_0)$ at d to the reflection function $\varrho(d+\Delta, u, u_0, v, v_0, w, w_0)$ at $d+\Delta$. We recognize that the original disturbing beam of molecules at $d+\Delta$ is modified by interaction within Δ, and the resulting incoming distribution function at d undergoes the same sort of processes at d as the original beam underwent at $d+\Delta$. A new problem is initiated at d, which differs from the problem initiated at $d+\Delta$ by the fact that the incident distribution is continuous rather than monochromatic.

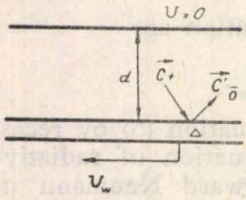


Fig. 1

We introduce the mean free path as the unit of length, and use $\tau = \delta n_0 \sqrt{h_0}\, d$ rather than d for the spacing between plates.

The spirit of the technique is exhibited in the simple particle-counting approach. To terms of order $(\Delta)^2$, $\varrho(\tau+\Delta, u, u_0, v, v_0, w, w_0)$ is equal to the results of the following processes[2]:

(a) The incoming monochromatic beam is diminished by collisions in Δ, reflected at τ, and then diminished again by collisions in Δ.

(b) The incoming monochromatic beam is scattered within Δ from u_0, v_0, w_0, to u, v, w.

(c) The incoming beam is reflected at τ, and then scattered into u, v, w within Δ.

(d) The incoming beam is scattered within Δ, then reflected at τ into u, v, w.

(e) The incoming beam is reflected at τ, scattered in Δ, and then reflected again at τ.

Taking account of these interactions, we have

---

[2]) A consequence of the linearized Krook scattering model is that $\Delta\tau f_1(u,v,w)/u$ is the number of particles which are scattered out of the element of velocity space centered about u, v, w and

$$\Delta\tau \cdot 2\exp(-c^2_0)\,\pi^{-3/2}\,u^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \iint f\, v_1\, du_1\, dv_1\, dw_1$$

is the number of particles scattered into this element, all in an infinitesimal thickness Δ.

$$\varrho(\tau+\Delta,u,u_0,v,v_0,w,w_0)=(1-\Delta/u)\,\varrho(\tau,u,u_0,v,v_0,w,w_0)(1-\Delta/u_0)+$$

$$+[2v/(\pi^{3/2}u)]\exp(-C^2)\,v_0\Delta+$$

$$+2\exp(-C^2)\frac{vd}{\pi^{3/2}u}\int_0^\infty\int_{-\infty}^{+\infty}\varrho(\tau,\dot{u},u_0,\dot{v},v_0,\dot{w},w_0)\,\dot{v}\,\mathrm{d}\dot{u}\,\mathrm{d}\dot{v}\,\mathrm{d}\dot{w}+$$

$$+\frac{2}{\pi^{3/2}}\Delta\int_0^\infty\int_{-\infty}^{+\infty}\exp(-c'^2)\,(v_0v'/\dot{u})\,\varrho(\tau,u,\dot{u},v,\dot{v},w,\dot{w})\,\mathrm{d}\dot{u}\,\mathrm{d}\dot{v}\,\mathrm{d}\dot{w}+ \tag{8}$$

$$+\frac{2}{\pi^{3/2}}\Delta\int_0^\infty\int_{-\infty}^{+\infty}\varrho(\tau,u,\bar{u},v,\bar{v},w,\bar{w})\exp(-\bar{C}^2)\,\bar{v}\,\mathrm{d}\bar{u}\,\mathrm{d}\bar{v}\,\mathrm{d}\bar{w}\times$$

$$\times\int_0^\infty\int_{-\infty}^{+\infty}\varrho(\tau,\dot{u},u_0,\dot{v},v_0,\dot{w},w_0)\,\dot{v}\,\mathrm{d}\dot{u}\,\mathrm{d}\dot{v}\,\mathrm{d}\dot{w}.$$

The requirements of section **2** suggest the transformation

$$\varrho(\tau,u,u_0,v,v_0,w,w_0)=(2/\pi^{3/2})\exp(-C^2)\,(vv_0/u)\,S(\tau,u,u_0). \tag{9}$$

Letting $\Delta\to 0$, we obtain the following symmetric form for the one-dimensional reflection function $S(d,u,u_0)$:

$$\mathrm{d}S(\tau,u,u_0)/\mathrm{d}\tau+(1/u+1/u_0)\,S(\tau,u,u_0)=$$

$$=1+\pi^{-1/2}\int_0^\infty\exp(-u^2{}_0)\,S(\tau,u,u_0)\frac{\mathrm{d}u_0}{u_0}+\pi^{-1/2}\int_0^\infty\exp(-u^2{}_0)\,S(\tau,u,u_0)\frac{\mathrm{d}u}{u}+$$

$$+\pi^{-1}\int_0^\infty\exp(-u^2)\,S(\tau,\dot{u},u_0)\frac{\mathrm{d}\dot{u}}{\dot{u}}\int_0^\infty\exp(-\bar{u}_0^{2_0})\,S(\tau,u,\bar{u}_0)\frac{\mathrm{d}\bar{u}_0^{2_0}}{\bar{u}_0}.$$

The initial condition associated with (10) is $S(0,u,u_0)=0$, resulting from the observation that $\tau=0$ corresponds to the free-molecule limit when there are no collisions within d to reflect molecules from u_0 into u.

The last equation closely resembles the radiative-transport equation for isotropic scattering in a plane slab that Chandrasekhar [11] also obtains by invariance principles. A significant difference, however, between radiative transport and kinetic theory is that in kinetic theory, incoming distribution functions are not generally of a delta-function character, so that it is necessary to integrate over all incoming velocities in order to obtain the distribution function at the wall.

The computational solution of (10) has been readily obtained using techniques which were originally developed for problems in radiative transfer. In forthcoming publications we shall discuss this, consider the inclusion of nondiffuse particle-surface interaction at the moving wall, and present asymptotic observations which are relevant to the problems of near-free-molecule flow and slip flow.

Received the 1 V 1964

The RAND Corporation,
Santa Monica,
California, USA

REFERENCES

1. Bellman R., *Dynamic programming.* A RAND Corporation Research Study, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1957, XXV + 340 pp.
2. — *Adaptive Control Processes. A Guided Tour.* A RAND Corporation Research Study, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1961, XVI+255 pp.
3. Bellman R., Dreyfus S., *Applied Dynamic Programming.* A RAND Corporation Research Study, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1962, XXII + 362 pp.
4. Mangeron D., J. Math. Anal. a Appl., 1964, **9**, *1*, pp. 141—146.
5. Лурье К. А., ПММ, 1963, **XXVII**, *3*, стр. 573—575.
6. Mangeron D., C. r. Acad. Sci., Paris, 1962, **255**, pp. 2894—2896.
7. * * * Докл. III-й сиб. конф. по мат. и мех., 1964, стр. 129—130 и др.
8. Bellman R., Kalaba R., Wing G. M., J. Math. Mech., 1958, **7**, pp. 149—162.
9. Willis D. R., Phys. of Fluids, 1962, **5**, pp. 127—135.
10. Bhatnagar P. L., Gross E. P., Krock M., Phys. Rev., 1954, **94**, pp. 511—525.
11. Chandrasekhar S., *Radiative Transfer.* Oxford University Press, 1950.
12. Aroesty J., Bellman R., Kalaba R., Ueno S., Proc. Nat. Acad. Sci., USA, 1963, **50**, *2*, pp. 222—226.

ÎNFĂŞURAREA INVARIANTĂ ŞI DINAMICA GAZELOR RAREFIATE

(Rezumat)

Folosirea principiilor de invarianţă şi tehnica înfăşurării invariante, iniţiată în lucrările lui Ambarzumian şi Chandrasekhar, a constituit originea unor noi serii de cercetări şi de determinări de soluţii pe bază de calcul relative la unele probleme din domeniul transferului prin radiaţie şi a teoriei transportului de neutroni. Autorii arată în această lucrare — ce-şi are originea în [12] — modul în care se poate aplica ansamblul de procedee elaborate pentru rezolvarea problemelor de mai sus la cele mai importante probleme din domeniul teoriei cinetice a gazelor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. C. 532.72 ; 517.944

ON THE NON-LINEAR ONE-DIMENSIONAL DIFFUSION EQUATION WITH A SOURCE OR SINK

BY

E. J. SCOTT

1. Introduction

It is well known [1] that diffusion processes in 3-space are governed, in general, by non-linear parabolic partial differential equations of the form

$$\partial\theta/\partial t = \nabla.(D(\theta)\theta) + A(x, y, z, t), \tag{1}$$

where $D(\theta)$ is the diffusivity and $A(x, y, z, t)$ is a source or a sink. These processes include the phenomena of the interdiffusion of metals, the conduction of heat in metals and the flow of water in soils.

The purpose of this article is to consider two boundary value problems associated with the one-dimensional form of equation (1).

2. The problem

There is some experimental evidence [2] to indicate that in a number of cases the diffusivity function can be characterized by an exponential function of the form

$$D(\theta) = \alpha \exp(\beta\theta), \tag{2}$$

where $\alpha > 0$ and $\beta > 0$ are parameters. For the type of problem to be considered, the function $A(x, y, z, t)$ will be taken to be

$$B/x^2, \quad x \neq 0. \tag{3}$$

The one-dimensional form of equation (1) with function (2) and (3) then becomes

$$\partial\theta/\partial t = \partial[\alpha \exp(\beta\theta)(\partial\theta/\partial x)]/\partial x + B/x^2, \quad x \neq 0, \tag{4}$$

where $B > 0$ denotes a *source* and $B < 0$ a *sink*.

The region $x \geqslant 0$, $t \geqslant 0$ will be divided into two partes, namely, $2\alpha t \geqslant x^2/\eta_0^2$, and $0 \leqslant 2\alpha t \leqslant x^2/\eta_0^2$, where $\eta_0 > 0$. In the first of these parts the diffusion process will be governed by the equation without a source or sink term,

$$\partial\theta/\partial t = \partial\,[\alpha \exp(\beta\theta)\,(\partial\theta/\partial x)]/\partial x, \tag{5}$$

and in the second, by equation (4). As for boundary and initial conditions, we stipulate that

$$\theta(0,\ t) = \theta_k\,(\text{const.}),\ (k = 1,\ 2),\ (t > 0), \tag{6}$$

$$\theta(x,\ 0) = \theta_0\,(\text{const.}),\ (x > 0),\ 0 < \theta_2 < \theta_0 < \theta_1 < 1. \tag{7}$$

Physically, $k = 1$ means diffusion into the region and $k = 2$ diffusion out of the region.

Introducing the dimensionless parameters $\zeta = x/L$, $\tau = \alpha t/L^2$, and making the substitution

$$\theta(x,\ t) = (1/\beta)\ \ln U, \tag{8}$$

we find that equation (4) becomes

$$\partial U/\partial t = U\partial^2 U/\partial\zeta^2 + \lambda\, U/\zeta^2, \tag{9}$$

where $\lambda = \beta B/\alpha$.

We now seek solutions of the form $U(\zeta,\ \tau) = f(\eta)$, where $\eta = \zeta/\sqrt{2\tau}$. Then equation (9) reduces to an ordinary non-linear differential equation and the preceding problems become:

$$f(\eta) f''(\eta) = -\eta f'(\eta),\ (0 \leqslant \eta \leqslant \eta_0), \tag{10}$$

$$f(0) = \exp(\beta\theta_k),\ (k = 1,\ 2), \tag{11}$$

$$f(\infty) = \exp(\beta\theta_0), \tag{12}$$

where $0 < \rho_1 < \rho_0 < \theta_2 < 1$, and

$$f(\eta) f''(\eta) = -\eta f'(\eta) - \lambda\eta^{-2} f(\eta),\ (\eta \geqslant \eta_0). \tag{13}$$

The resulting two-point boundary value problems pose difficulties because condition (12) is not easy to satisfy. Fortunately [3], the differential equation (13) and the initial conditions are such that each of the members of the family of curves satisfying the latter tends to a horizontal asymptote as $\eta \to \infty$. Hence, we transform the problem to an initial value problem by replacing the condition at infinity by

$$f'(0) = \omega \neq 0.$$

By varying the parameter ω we can satisfy (12) for various θ_0, if we can solve the initial value problem. We shall show that this is possible by employing the Taylor series method.

3. The method

We seek a Taylor's series solution

$$f(\eta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(\eta_0)}{k!} (\eta - \eta_0)^k \tag{14}$$

of equation (13). To that end, we evaluate the nth derivative of both sides of equation (13) and solve for $f^{(n+2)}(\eta_0)$ to obtain

$$f^{(n+2)}(\eta_0) = -\Big\{\eta_0 f^{(n+1)}(\eta_0) + (n + \lambda/\eta_0^2) f^{(n)}(\eta_0) + \tag{15}$$
$$+ \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \left[f^{(n)}(\eta_0) f^{(n-k+2)}(\eta_0) + (-1)^k (k+1)! \frac{\lambda f^{(n-k)}(\eta_0)}{\eta_0^{k+2}} \right] \Big\} / f(\eta_0),$$
$$n = 1, 2, 3, \ldots$$

For $\lambda = 0$, equation (13) reduces to equation (10), and we obtain a Maclaurin series solution

$$f(\eta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} \eta^k, \quad 0 \leqslant \eta \leqslant \eta_0, \tag{16}$$

using the initial condition $f(0) = \exp(\beta\theta_k)$, $f'(0) = \omega \neq 0$, $f''(0) = 0$ and successive derivatives $f^{(k)}(0)$ from formula (15), where $\lambda = 0$. Using analytic continuation if necessary, we can compute from this series the values, say,

$$f(\eta_0) = f_0, \; f'(\eta_0) = \omega_0 . \tag{17}$$

These together with

$$f''(\eta_0) = -[\eta_0 f'(\eta_0) + \lambda \eta_0^{-2} f(\eta_0)]/f(\eta_0),$$

obtained from (13), as well as the values from equation (15) determine the Taylor series solution (14) of equation (13) for $\eta \geqslant \eta_0$. By analytic continuation the computation is carried out until an asymptote is reached. As λ is varied a family of curves is obtained corresponding to a source when $\lambda > 0$ and to a sink when $\lambda < 0$.

4. Computation

The procedure required the evaluation of many derivatives according to equation (15). Because this evaluation was impractical by hand methods the computations were made by the IBM 650 high speed com-

puter. A program was written to evaluate equations (15) and (16) in sequence. Another feature of the program provided for analytic continuation of the computation when necessary.

5. Results

The results are shown in Figures 1 and 2. Figure 1 represents an inflow problem where the numerical values of the initial conditions were arbitrarily chosen as

$$\exp(\beta\theta_1) = 3294.50,\ f'(0) = -100.00.$$

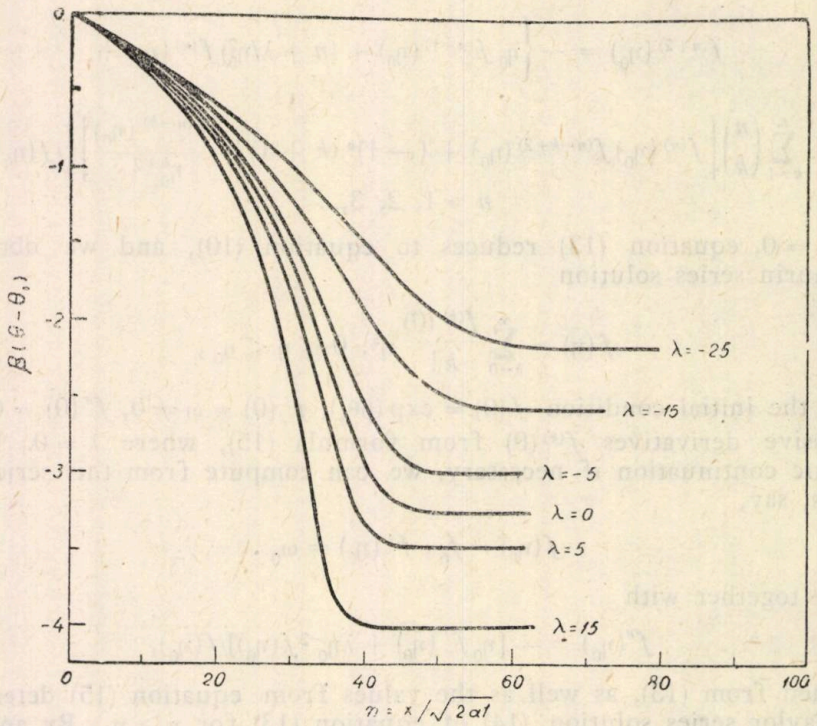


Fig. 1. — Inflow

With these as initial conditions ($\lambda = 0$):

$$f(1) = 3194.50,\ f'(1) = -99.99.$$

The only difference between the various curves was the magnitude of the source term λ. If, for example, this analysis is applied to water flow in soils the effect of a source term is to result in a lower value of θ_0, the water content at $\eta = \infty$, than was found for $\lambda = 0$. For the

case of a sink, $\lambda < 0$, the value of θ_0 is higher than where $\lambda = 0$. For this problem the flux at $x = 0$ was constant for all values of λ.

Figure 2 represents an outflow problem where the numerical values of the initial conditions were arbitrarily chosen to be

$$\exp(\beta\theta_2) = 7.22, \quad f'(0) = 25.00.$$

With these as initial conditions ($\lambda = 0$):

$$f(1 = 31.99, \quad f'(1) = 24.43.$$

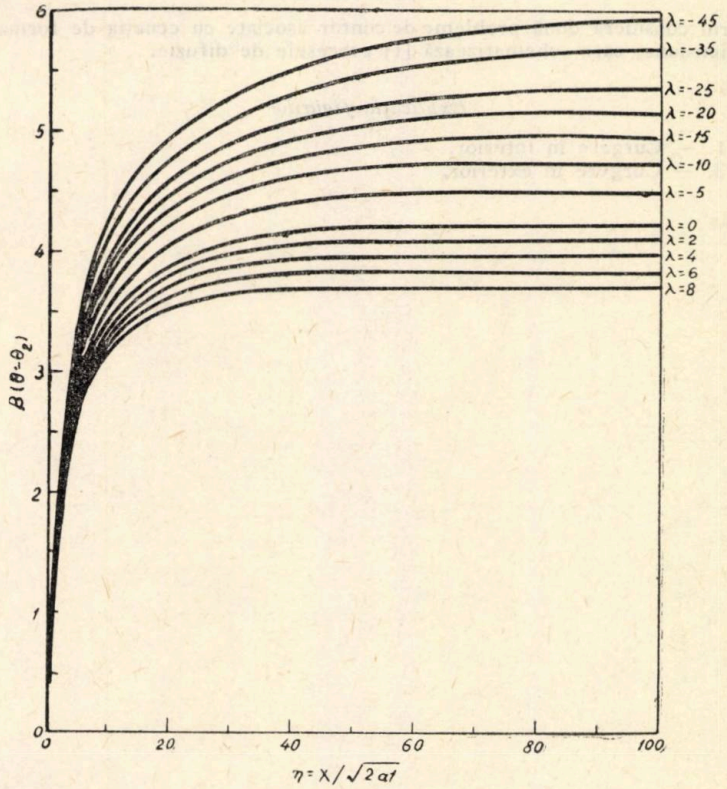


Fig. 2. — Outflow

Thus the flux at $x = 0$ was the same for all values of λ. Here, as in the inflow problem, the effect of a source term was to result in a lowering of the value of θ_0 as compared with $\lambda = 0$. The effect of a sink term, $\lambda < 0$, was to cause θ_0 to be higher than when $\lambda = 0$.

Acknowledgment. The author wishes to thank R. J. Hanks for the execution of the programming and computation presented in this analysis.

Received the 26 XI 1963

University of Illinois,
Urbana, Illinois, USA

REFERENCES

1. Barrer R. M., *Diffusion in and through solids*. Cambridge University Press, 1951.
2. Gardner W. R., Mayhugh M. S., Soil Sci. Amer. Proc., 1958, **22**, pp. 197–201.
3. Scorza Dragoni G., Giornale Mat., 1931, **69**, pp. 77–112.
4. — Atti Accad. Lincei (6), 1929, **9**, pp. 623–625.

ASUPRA ECUAȚIEI DIFUZIEI NELINIARE UNIDIMENSIONALE CU O SURSĂ SAU PUȚ

(Rezumat)

Autorul consideră două probleme de contur asociate cu ecuația de forma (1) într-o singură dimensiune, care schematizează [1] procesele de difuzie.

Explicația figurilor

Fig. 1. — Curgere în interior.
Fig. 2. — Curgere în exterior.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Chimie

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 1—2, 1964

Химия

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Chemistry

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

Д.-К. 544.584

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ХРОМАТОГРАФИИ МЕТОДОМ НЕПРЕРЫВНОГО ДВИЖЕНИЯ ЗОНЫ

А. Н. КИРГИНЦЕВ

1. Процессы разделения и очистки веществ в машине Крэгга, хроматографической колонке и в слитке при зонной плавке аналогичны между собой. Во всех этих случаях мы имеем неподвижную фазу (одна из жидкостей в машине Крэгга, адсорбент в хроматографической колонке, твердая фаза в зонной плавке) и подвижную (одна из жидкостей в машине Крэгга, элюент в хроматографической колонке, жидкая фаза в зонной плавке). Схематичное изображение этих методов разделения показано на рис. 1.

В математической теории указанных методов основной задачей является нахождение уравнений распределения примесного вещества по длине прибора (по числу ячеек в машине Крэгга, по длине хроматографической колонки, по длине слитка при зонной плавке). Наиболее просто эта задача может быть решена для равновесных условий, т. е. когда можно выделить некоторый объем, в котором подвижная и неподвижная фазы находятся в равновесии. Но в этом случае встает задача о выделении равновесного объема.

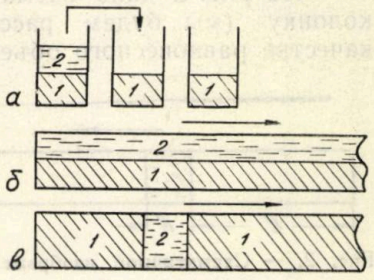


Рис. 1. — а) Схематичное изображение движения фаз в машине Крэгга; б) — хроматографической колонке; в) — зонной плавке. Неподвижная фаза обозначена индексом *1*, подвижная — *2*. Стрелки показывают направление движения подвижной фазы.

Машина Крэгга состоит из элементов (ячеек), пространственно изолированных друг от друга и поэтому выделение равновесного объема не вызывает затруднений — равновесное распределение осуществляется в пределах ячейки. В зонной плавке равновесный объем ограничен пределами расплавленной зоны и бесконечно малым слоем неподвижной фазы [1], [2].

В послойном методе расчета хроматографических процессов [3] колонка разбивается на ряд одинаковых полосок и предполагается, что в пределах этих полосок устанавливается равновесное распределение адсорбируемого вещества между фазами, т. е. равновесный объем ограничен размерами полоски. Предполагается также, что подвижная фаза из одной ячейки (полоски) в другую перемещается скачками, т. е. ток элюента через колонку должен осуществляться скачками. Иными словами, в послойном методе хроматографическая колонка отождествляется с машиной Крэгга.

Сущность предлагаемого метода непрерывного движения зоны сводится к следующему. Пусть мы имеем колонку постоянного поперечного сечения, площадь которого равна S. Колонка заполнена адсорбентом. Через колонку течет элюент, который несет с собой вещество или вещества, способные адсорбироваться на адсорбенте. Выделим в колонке зону шириной b. Если обозначим через ΔV свободный от адсорбента объем зоны, то прохождение одной зоны эквивалентно прохождению через колонку объема элюента, равного ΔV. Движение элюента через колонку можно мыслить как движение ряда зон, отстоящих друг от друга на расстоянии dl. Однако этот процесс можно представить движением одной зоны. В этом случае после прохождения зоны адсорбируемые вещества на адсорбенте не должны изменять своего состояния, т. е. до прохождения следующей зоны адсорбируемые вещества не должны переходить с адсорбента в подвижную фазу и не должны диффундировать вдоль адсорбента. Легко видеть, что число проходов зоны через колонку пропорционально количеству элюента, протекшему через колонку.

На рис. 2 дано схематичное изображение движения зоны через колонку (мы будем рассматривать полубесконечную колонку). В качестве равновесного объема примем зону и слой адсорбента, примыкающий к зоне с левого конца и занимающий объем колонки $\alpha S dl$, где α — степень заполнения колонки адсорбентом. Величину dl будем считать бесконечно малой. Физически это означает непрерывный ток элюента через колонку, что выгодно отличает метод непрерывного движения зоны от послойного.

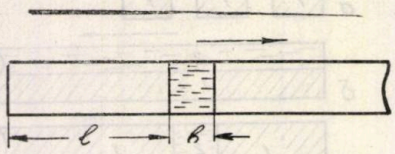


Рис. 2. — Схематичное изображение движения зоны.

Таким образом, метод непрерывного движения зоны сводится к отождествлению хроматографической колонки слитку при зонной плавке. На основе этих представлений могут быть получены общие уравнения динамики сорбции, если известны закономерности распределения веществ между адсорбентом и элюентом в равновесном объеме. Конечно, для упрощения расчетов нужно взять наиболее простые закономерности.

Рассмотрим систему, состоящую из солей AC, BC, воды и ионообменной смолы, на которой находятся ионы A и B. Обозначим через c'_A и c'_B количество ионов A и B на смоле, а через c''_A и c''_B — количество этих ионов в растворе. Введем обозначения

$$(1)\qquad \begin{cases} N'_A = c'_A/(c'_A + c'_B), & N'_B = c'_B/(c'_A + c'_B), \\ N''_A = c''_A/(c''_A + c''_B), & N''_B = c''_B/(c''_A + c''_B). \end{cases}$$

Соотношение между ионами A и B, находящимися в растворе и на смоле, при постоянных температуре и давлении наиболее просто может быть описано с помощью квадратной диаграммы, которая схематично показана на рис. 3. В простейшем случае можно положить, что

$$(2)\qquad N'_B N''_A/(N''_B N'_A) = \lambda_a = \text{const.},$$

и

$$(3)\qquad c'_B c''_A/(c''_B c'_A) = \lambda_a = \text{const}.$$

Эти уравнения являются простейшими уравнениями, отображающими равновесные соотношения в нашей системе.

Соотношение (2) в самом общем виде может быть применено и к равновесной сорбции двух компонентов из газовой фазы, а также к равновесной сорбции двух компонентов из жидкой фазы при молекулярной сорбции. Поэтому соотношение (2) следует рассматривать как наиболее общее и простейшее соотношение для описания равновесного состояния в процессах сорбции.

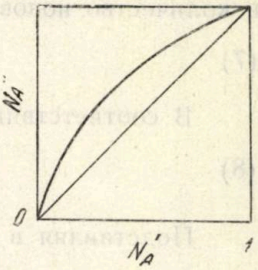


Рис. 3. — Схематичное изображение простейшей квадратной диаграммы.

Рассмотрим применение уравнений (2) и (3) к описанию динамики хроматографических процессов. Обозначим через N_n мольную долю ионов A на смоле в точке колонки, удаленной на расстояние l от начала колонки, после n проходов зоны. Мольная доля N_n вычисляется по соотношению (1). Очевидно, что мольная доля ионов B на смоле в точке колонки, удаленной на расстояние l от начала колонки, после n проходов зоны будет равна $1-N_n$. Примем, что величина l пропорциональна количеству ионов A и B, находящихся на смоле колонки, охватываемой этим расстоянием. Для удобства примем, что коэффициент пропорциональности равен единице. Тогда количество ионов A, находящееся на длине колонки l, будет равно $\int_0^l N_n(l)\,\mathrm{d}l$, а количество ионов B, находящееся на длине колонки l, будет равно $\int_0^l [1 - N_n(l)]\,\mathrm{d}l$.

Легко видеть, что общее количество ионов A в зоне, находящейся на расстоянии l от начала колонки, будет равно

$$(4)\qquad c_A(l) = \int_0^{l+b} N_{n-1}(l)\,\mathrm{d}l - \int_0^l N_n(l)\,\mathrm{d}l + \beta_1 b,$$

а общее количество ионов B —

$$(5)\qquad c_B(l) = \int_0^{l+b} [1 - N_{n-1}(l)]\,dl - \int_0^{l} [1 - N_n(l)]\,dl + \beta_2 b,$$

где $\beta_1 b$ и $\beta_2 b$ — количество ионов A и B, поступающих с исходным раствором объема ΔV в колонку. Эти величины будем считать постоянными.

Согласно нашим допущениям в зоне устанавливается равновесие между смолой и раствором. К этому равновесию можно применить соотношения (2) и (3). Легко видеть, что на смоле в зоне будет находиться количество ионов A и B, равное соответственно $N_n b$ и $(1 - N_n) b$. В растворе зоны, т. е. в объеме зоны, свободной от смолы, будет находиться количество ионов A, равное

$$(6)\qquad c''_A(l) = c_A(l) - N_n b,$$

и количество ионов B, равное

$$(7)\qquad c''_B(l) = c_B(l) - (1 - N_n b).$$

В соответствии с (2) и (3)

$$(8)\qquad (1 - N_n)/N_n = \lambda_a\, c''_B(l)/c''_A(l).$$

Подставляя в это уравнение (6) и (7), находим

$$(9)\qquad (1 - N_n)/N_n = \lambda_a [c_B(l) - (1 - N_n) b]/[c_A(l) - N_n b].$$

Для удобства введем безразмерную величину $p = l/b$. Тогда уравнение (9) может быть записано в таком виде

$$(10)\qquad (1 - N_n)/N_n = \lambda_a [c_B(p) - (1 - N_n)]/[c_A(p) - N_n),$$

где

$$(11)\qquad \begin{cases} c_A(p) = \int_0^{p+1} N_{n-1}(p)\,dp - \int_0^{p} N_n(p)\,dp + \beta_1, \\ c_B(p) = 1 + \beta_2 + \int_0^{p} N_n(p)\,dp - \int_0^{p+1} N_{n-1}(p)\,dp. \end{cases}$$

Из последних соотношений следует, что

$$(12)\qquad c_A(p) + c_B(p) = 1 + \beta_1 + \beta_2.$$

Величины β_1 и β_2 в уравнениях (11), как легко видеть, равны отношению количеств ионов A и B, находящихся в объеме исходного раствора ΔV, к сумме количеств ионов A и B, содержащихся в смоле объемом αSb. Далее, если обозначим через V объем элюента, протекшего через колонку, то

$$n = V/\Delta V. \tag{13}$$

Величина ΔV с площадью поперечного сечения колонки S и степенью заполнения колонки смолой α связана простым соотношением

$$\Delta V = Sb(1-\alpha). \tag{14}$$

Из (13) и (14) с учетом соотношения $p = l/b$, получаем

$$n = \{V/[lS(1-\alpha)]\}p, \quad n/p = V/V_0, \tag{15}$$

где V_0 — объем колонки длиной l, свободной от смолы.

Уравнение (10) в зависимости от начальных условий может описать динамику различных хроматографических процессов. Из изложенного выше видно, что это уравнение может быть применено не только к ионообменной хроматографии, но и к молекулярной адсорбции двух веществ.

Рассмотрим частный случай применения уравнения (10). Для удобства введем обозначение $1 - N_n = \xi_n$. Тогда уравнение (10) запишется в таком виде

$$\xi_n/(1-\xi_n) = \lambda_a[c_B(p) - \xi_n]/[c_A(p) - 1 + \xi_n]. \tag{16}$$

Запишем это уравнение в такой форме

$$\xi_n^2(1-\lambda_a) + \xi_n[c_A(p) - 1 + \lambda_a + \lambda_a c_B(p)] = \lambda_a c_B(p). \tag{17}$$

Пусть $\xi_n \to 0$. Тогда последнее уравнение может быть упрощено

$$\xi_n[c_A(p) - 1 + \lambda_a + \lambda_a c_B(p)] = \lambda_a c_B(p). \tag{18}$$

Условие $\xi_n \to 0$ означает также, как легко видеть, что $c_A(p) \gg c_B(p)$. Поэтому

$$\xi_n = \{\lambda_a/[c_A(p) - 1 + \lambda_a]\}c_B(p). \tag{19}$$

В соответствии с (12) $c_A(p) \approx 1 + \beta_1$. Поэтому

$$\xi_n = \lambda c_B(p), \quad \lambda = \lambda_a/(\beta_1 + \lambda_a). \tag{20}$$

Поскольку величины β_1 и β_2 постоянны, то дифференцируя (20) с учетом второго уравнения (11), получаем

$$d\xi_n(p)/dp = \lambda[\xi_{n-1}(p+1) - \xi_n(p)]. \quad (21)$$

Уравнения, аналогичные (20) и (21), могут быть получены другим путем. Пусть колонка заполнена адсорбентом и через колонку проходит элюент, несущий с собой примесное вещество, способное адсорбироваться на адсорбенте. Обозначим через ξ_n концентрацию примеси в точке колонки, удаленной на расстояние p от начала колонки, после n проходов зоны. Очевидно, что общее количество примеси в зоне, находящейся на расстоянии p от начала колонки, равно

$$c(p) = b\left[\int_0^{p+1} \xi_{n-1}(p)\,dp - \int_0^{p} \xi_n(p)\,dp + \beta\right], \quad (22)$$

где βb — количество примеси, вносимое в колонку объемом элюента ΔV. Обозначим через $q(p)$ количество примеси на адсорбенте, находящемся в объеме зоны. Тогда количество примеси в свободном от адсорбента объеме зоны будет равно $c(p) - q(p)$. Примем, что изотерма адсорбции примесного вещества на адсорбенте описывается законом Генри, т. е.

$$q(p)/[c(p) - q(p)] = k, \quad (k = \text{const.}). \quad (23)$$

Это выражение запишем в таком виде

$$q(p) = \lambda c(p), \quad \lambda = k/(1+k). \quad (24)$$

Учитывая, что

$$\xi_n(p) = q(p)/b, \quad (25)$$

из (24) и (22) получаем

$$\xi_n(p) = \lambda\left[\int_0^{p+1} \xi_{n-1}(p)\,dp - \int_0^{p} \xi_n(p)\,dp + \beta\right]. \quad (26)$$

Это уравнение аналогично уравнению (20). Дифференцированием (26) можно получить уравнение, аналогичное уравнению (21).

В работе [4] получено общее дифференциальное уравнение для зонной плавки двухкомпонентного полубесконечного слитка

$$dN_n(p)/dp = [1-(1-\lambda)N_n(p)]^2[N_{n-1}(p+1) - N_n(p)]/\lambda, \quad (27)$$

где: λ — коэффициент разделения, определяемый из диаграммы плавкости соотношением, аналогичным соотношению (2), $N_n(p)$ — мольная доля первого компонента в точке слитка, удаленной на расстояние p от начала слитка, после n проходов расплавленной зоны, p — относительная длина слитка. При $N_n \to 1$ это уравнение принимает простой вид

$$d\xi_n(p)/dp = \lambda[\xi_{n-1}(p+1) - \xi_n(p)], \quad (28)$$

где $\xi_n = 1 - N_n$. Сравнивая (21) с (28), мы видим полную тождественность этих уравнений по форме. Разница содержится только в том, что коэффициент λ для этих уравнений имеет разный физический смысл.

Таким образом, отождествление хроматографической колонки с слитком при зонной плавке в частном случае приводит и к одинаковым уравнениям. Следовательно, решение задач о движении примеси по слитку при зонной плавке может быть применено и к хроматографической колонке.

Отметим, что основное уравнение (10) содержит еще мало информации об особенностях динамики хроматографических процессов. Повидимому, исследование этого уравнения обычными аналитическими методами встретит боьлшие затруднения. По нашему мнению, информацию из уравнения (10) проще можно получить с помощью электронной машины.

Отметим также, что в методе непрерывного движения зоны ширина зоны, т. е. величина b, остается неопределенной величиной также, как в послойном методе является неопределенной величиной ширина полоски.

Выводы

Предложен метод непрерывного движения зоны для решения задач математической теории хроматографии, основанный на аналогии хроматографической колонки с процессом зонной плавки.

Поступило 16 VIII 1963 г.

Институт неорганической химии,
Сибирского отделения Академии наук СССР,
Новосибирск, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Пфанн В. Дж., *Зонная плавка.* Металлургиздат, М., 1960, (пер. с англ.).
2. Киргинцев А. Н., *Математическая теория процессов зонной плавки.* Из-во СО АН СССР, Новосибирск, 1960.
3. Голубев В. С., Панченков Г. М., Изв. СО АН СССР, 1961, *2.*
4. Киргинцев А. Н., Кудрин В. Д., Кудрина К. Н., Физика твердого тела, 1963, *5,* стр. 924.

REZOLVAREA PROBLEMELOR DE TEORIE MATEMATICĂ A CROMATOGRAFIEI PRIN METODA DE DEPLASARE CONTINUĂ A ZONEI

(Rezumat)

Se propune o metodă de deplasare continuă a zonei pentru rezolvarea problemelor de dinamica sorbţiei şi cromatografiei. Metoda se bazează pe analogia coloanei cromatografice cu procesul de topire zonală.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — a) Schema reprezentării deplasării fazelor în maşina Cragg; b) coloana cromatografică; c) zona de topire. Faza nestabilă este notată prin indicele *1*, cea stabilă prin *2*. Săgeţile indică sensul deplasării fazei stabile.

Fig. 2. — Schema reprezentării deplasării zonei.

Fig. 3. — Schema reprezentării celei mai simple diagrame pătratice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 545.33 ; 546.74 ; 546.73 ; 546.76

REDUCEREA PE PICĂTURĂ DE Hg A IONILOR Ni^{2+}, Co^{3+}, Cr^{3+}, ÎN SOLUŢII DE NITRIŢI

DE

GH. BURLACU şi CORNELIA IOAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

În cîteva Note anterioare [1], [2] ne-am ocupat de modul în care se reduc, pe picătura de Hg, în soluţii de nitriţi, ionii unor metale care dau amalgame cu mercurul. S-a putut observa că ionii de Cu, Pb, Cd, Zn, Ag dau praguri foarte bine conturate şi pot fi dozaţi unii alături de alţii [1]. În majoritatea cazurilor reacţia pe electrodul de mercur este reversibilă [2].

În continuare ne-am ocupat de reducerea ionilor unor metale ca: Ni, Co, Cr, care nu dau amalgame cu Hg, insistînd mai mult asupra posibilităţii de a separa curba de reducere a Ni^{2+} de cea a Co^{3+} şi care face obiectul acestei Note.

2. Partea experimentală

Ionul de nichel în soluţii de $NaNO_2$ de diferite concentraţii dă o curbă întinsă ce se termină printr-un maxim foarte pronunţat şi care nu dispare decît la un adaus mare de gelatină, dar curba rămîne întinsă înălţimea fiind mult mai mică (fig. 1, curbele *1*, *2*).

La pH $\cong$ 9,4, realizat prin adaus de soluţie tampon Britton-Robinson, pragurile încep să se contureze mai clar (fig. 1, curba *3*). Din cauza introducerii unui număr mare de ioni nu se mai păstrează o proporţionalitate între concentraţie şi înălţimea pragurilor. S-au încercat atunci o serie de amestecuri, în diferite proporţii, de $NH_4NO_2 + NH_3$ şi pentru anumite concentraţii s-a observat că se formează praguri bine conturate, ale căror înălţimi sînt proporţionale cu concentraţia în ioni de nichel (fig. 1, curbele *4*, *5*, *6*).

Înălţimile pragurilor fiind direct proporţionale cu concentraţia indică posibilitatea ca ionul de nichel să poată fi dozat din aceste soluţii de bază (fig. 2).

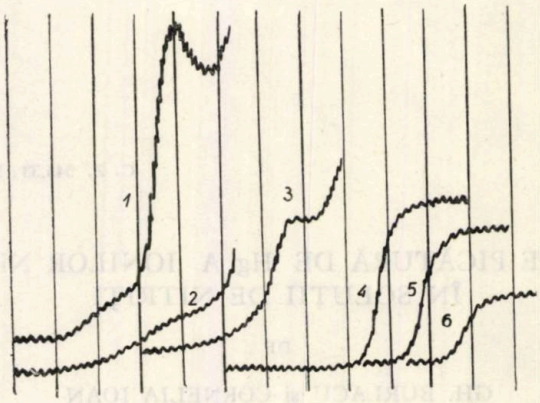


Fig. 1

1 — 3 ml $NaNO_3$ sat. + 3 ml Ni^{2+} 0,01*m* + 10 ml $NaNO_2$ sat. + 1 ml gel. 0,1% + 10 ml H_2O; sens. 1/50;
2 — 3 ml $NaNO_3$ sat. + 3 ml Ni^{2+} 0,01*m* + 10 ml $NaNO_2$ sat. + 1 ml gel. 0,5% + 10 ml H_2O; sens. 1/50;
3 — 3 ml $NaNO_3$ sat. + 3 ml Ni^{2+} 0,01*m* + 10 ml $NaNO_2$ sat. + 1 ml gel. 0,1% + 10 ml H_2O; pH = 9,4; sens. 1/50;
4 — 4 ml NH_4NO_2 4*m* + 4 ml NH_3 2*m* + 5 ml Ni^{2+} 0,01*m* + 1 ml gel. 0,2% + 6 ml H_2O; sens. 1/100;
5 — 4 ml NH_4NO_2 4*m* + 4 ml NH_3 2*m* + 4 ml Ni^{2+} 0,01*m* + 1 ml gel. 0,2% + 7 ml H_2O; sens. 1/100;
6 — 4 ml NH_4NO_2 4*m* + 4 ml NH_3 2*m* + 2 ml Ni^{2+} 0,01*m* + 1 ml gel. 0,2% + 9 ml H_2O; sens. 1/100; (Ac = 3,8 V).

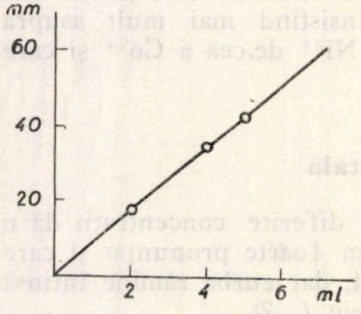


Fig. 2

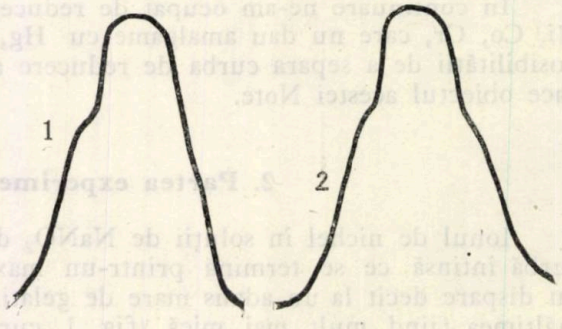


Fig. 3

În ceea ce priveşte reacţia $Ni^{2+} + 2e \rightarrow Ni$ pe picătura de Hg, în cazul electrodului picător, aceasta are un caracter ireversibil. Curba oscilografică $V = f(t)$ arată numai o tăietură pe ramura catodică (fig. 3, curba *1*), în timp ce oxidarea $Ni - 2e \rightarrow Ni^{2+}$ nu se observă. În cazul electrodului curgător de Hg fenomenul de reducere este puternic conturat în timp ce oxidarea este abia schiţată (fig. 3, curba *2*).

Încercările întreprinse cu ionul Co^{2+} în soluţii de $NaNO_2$ de asemenea n-au dat rezultate satisfăcătoare, curbele prezentînd maxime pronunţate care nu se puteau elimina decît cu adausuri importante de gelatină şi fără a se obţine curbe suficient de nete.

Plecînd de la ideia că ionul Co^{3+} dă o serie de complecşi cu NO_2^- şi cu NH_3, cercetaţi polarografic sub unele aspecte [3], [4], am oxidat Co^{2+} într-un amestec de $NH_4NO_2 + NH_3$, prin barbotare de aer. S-a lucrat cu soluţii diluate de Co^{2+} pentru a fi sub limita de solubilitate a complexului $[Co(NO_2)_6](NH_4)_3$, ce s-ar putea forma.

De exemplu una din soluţiile de cercetat a fost pregătită astfel: 0,29 g $Co(NO_3)_2$ + + 10 ml NH_4NO_2 2*m* + 2 ml NH_3 conc. + 50 ml H_2O. După oxidare se diluează pînă la 100 ml, din care se prepară soluţiile pentru polarografiere ca şi în cazul ionului de nichel.

S-au obţinut astfel curbe cu două trepte de reducere. Prima treaptă, cu $E_{1/2} = 0{,}410$ V, corespunde reducerii $Co^{3+} + e \rightarrow Co^{2+}$ (fig. 4, curbele *1, 3, 5*), iar a doua treaptă, cu $E_{1/2} = 1{,}25$ V, corespunde reducerii $Co^{2+} + 2e \rightarrow Co$ (fig. 4, curbele *2, 4, 6*).

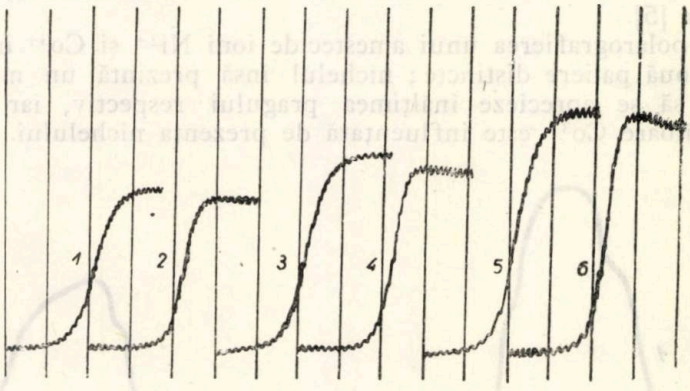


Fig. 4

1 — 4 ml sol. anal. + 3 ml $NaNO_3$ 1*m* + 2 ml gel. 0,5% + 11 ml H_2O; sens. 1/40 ;
2 — 4 ml sol. anal. + 3 ml $NaNO_3$ 1*m* + 2 ml gel. 0,5% + 11 ml H_2O; sens. 1/100;
3 — 5 ml sol. anal. + 3 ml $NaNO_3$ 1*m* + 2 ml gel. 0,5% + 10 ml H_2O; sens. 1/40 ;
4 — 5 ml sol. anal. + 3 ml $NaNO_3$ 1*m* + 2 ml gel. 0,5% + 10 ml H_2O; sens. 1/100;
5 — 6 ml sol. anal + 3 ml $NaNO_3$ 1*m* + 2 ml gel. 0,5% + 9 ml H_2O; sens. 1/40 ;
6 — 6 ml sol. anal. + 3 ml $NaNO_3$ 1*m* + 2 ml gel. 0,5% + 9 ml H_2O; sens. 1/100.

Înălţimile treptelor fiind direct proporţionale cu concentraţia (fig. 5, pentru treapta a doua), indică posibilitatea dozării ionului de cobalt din soluţii, în aceste condiţii.

Curbele oscilografice arată şi aici că reacţiile sînt ireversibile. Astfel, pe electrodul curgător se observă numai o tăietură, pe ramura catodică,

la un potenţial de aproximativ 1 V, ceea ce ar corespunde reducerii $Co^{2+} + 2e \rightarrow Co$ (fig. 6, curba *1*). În cazul electrodului picurător se observă două tăieturi pe ramura catodică, din care prima la un potenţial de aproximativ 0,4...0,5 V, care corespunde reducerii $Co^{3+} + e \rightarrow Co^{2+}$ (fig. 6, curba *2*).

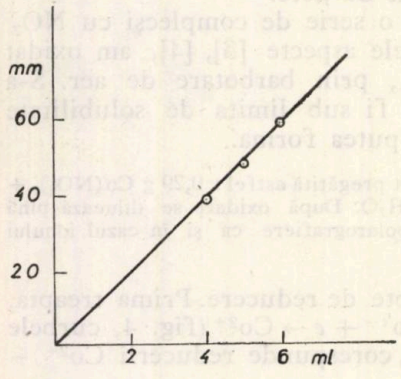


Fig. 5

Acest fapt permite să se presupună că procesul reducerii $Co^{3+} + e \rightarrow Co^{2+}$ este mult mai lent decît reducerea pînă la metal şi nu poate fi pus în evidenţă pe electrodul curgător, ceea ce ar putea fi pus în legătură cu stabilitatea deosebită a complecşilor de Co^{2+} şi Co^{3+}. În ambele cazuri însă pe ramura anodică nu s-a putut observa fenomenul de oxidare.

Ţinînd seama de aceste caracteristici ale ionilor Ni^{2+} şi Co^{3+}, cînd se află singuri în soluţii de azotiţi, am căutat să cercetăm modul în care se manifestă în amestec, cu scopul dozării lor [5].

Prin polarografierea unui amestec de ioni Ni^{2+} şi Co^{3+} în NH_4NO_2 se obţin două paliere distincte; nichelul însă prezintă un maxim, care împiedică să se aprecieze înălţimea pragului respectiv, iar înălţimea corespunzătoare Co^{3+} este influenţată de prezenţa nichelului.

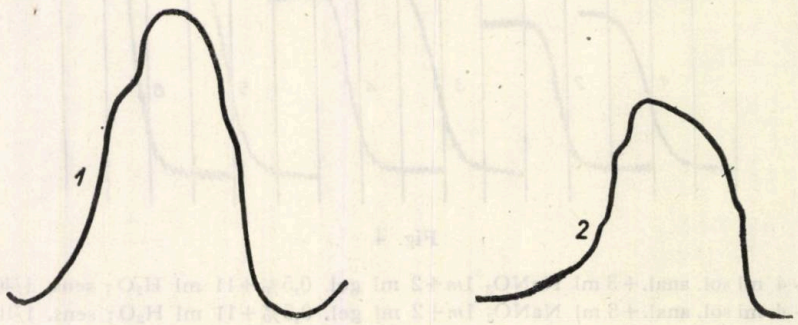


Fig. 6

Astfel, în aceste condiţii se observă o influenţă reciprocă a celor doi ioni (fig. 7, curba *1*). Dacă se adaugă amoniac, cele două praguri nu se mai separă; pragul Ni^{2+} se negativează, astfel încît pragul al doilea al Co^{3+} începe înainte de a se atinge curentul limită al ionului de nichel (fig. 7, curba *2*). Prin barbotare de hidrogen timp mai îndelungat (20...25 min) pragurile încep să se separe (fig. 7, curbele *3*, *4*, *5*), iar la o barbotare de hidrogen timp de aproximativ 45 min, ca urmare a îndepărtării excesului de NH_3, apare din nou maximul dat de Ni^{2+} (fig. 7, curba *6*).

Efectuînd încercări cu cantităţi variabile de amoniac adăugate la soluţia de NH_4NO_2, s-au putut găsi condiţiile în care pragurile Ni^{2+} şi Co^{3+} se separă foarte bine, iar înălţimile nu se mai influenţează reciproc; de asemenea s-a pus în evidenţă o directă proporţionalitate între concentraţii şi înălţimi (fig. 8).

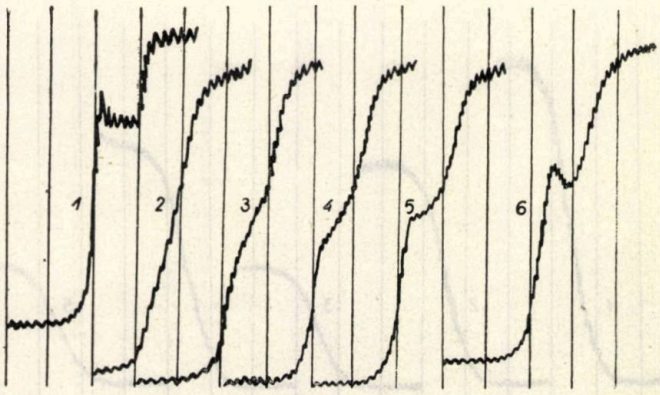


Fig. 7

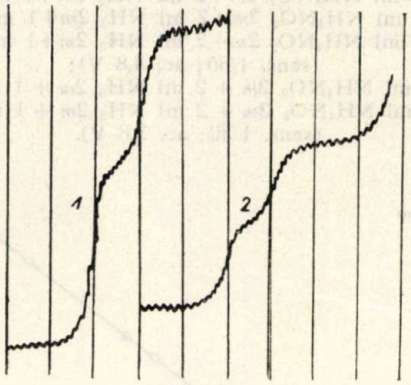


Fig. 8

1 — 4 ml NH_4NO_2 $2m$ + 1,5 ml NH_3 0,45m + 2 ml sol. anal. Ni^{2+} + 3 ml sol. anal. Co^{3+} + + 3 ml gel. 0,4% + 6,5 ml H_2O; sens. 1/30; (ac. 3,8 V);
2 — 4 ml NH_4NO_2 $2m$ + 1,5 ml NH_3 0,45m + 1 ml Ni^{2+} 0,003m + 1,5 ml Co^{2+} 0,002m + + 3 ml gel. 0,4% + 9 ml H_2O; sens. 1/30; (ac. 3,8 V).

Curba *2* din fig. 8 fiind etalon, se determină nichelul şi cobaltul din curba *1* cu precizia: a) pentru nichel — eroarea absolută 0,5%, eroarea relativă 2,2%; pentru cobalt — eroarea absolută 0,25%, eroarea relativă 1,23%.

Pentru o bună conturare a pragurilor este necesar ca în soluţia de polarografiat concentraţia amoniacului să fie cuprinsă între 0,01...0,03 m, iar raportul între Ni^{2+} şi Co^{3+} să fie cuprins între 1/10 şi 10/1. Canti-

tatea minimă de Ni^{2+} şi Co^{3+} care se poate determina din soluţia finală de polarografiat este de aproximativ $7{,}5 \cdot 10^{-5}$ ioni g/l.

Metoda s-a experimentat pe un aliaj din Fe, Ni, Mn care a fost solvit în HCl conc. la care s-au adăugat cîteva picături de HNO_3 conc. pentru oxidarea fierului. S-a adus la sec pentru a îndepărta aciditatea. S-a reluat reziduul cu apă caldă şi după filtrare s-a adus la balon cotat.

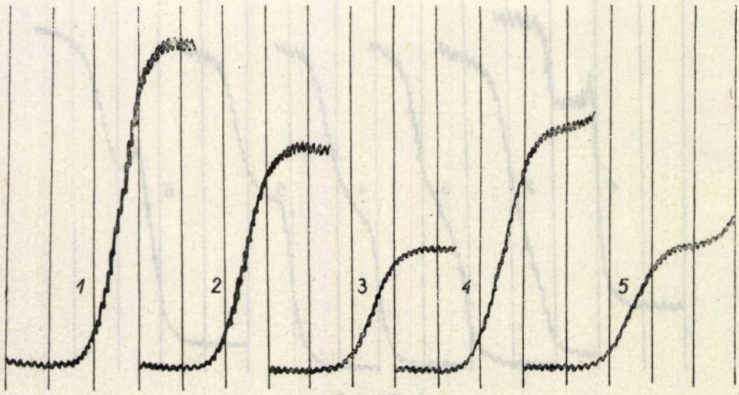
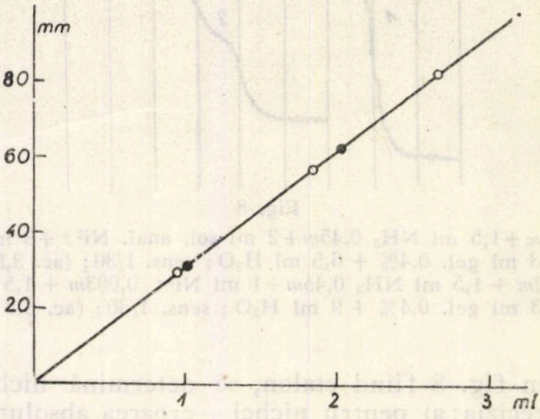


Fig. 9

1 — 3 ml sol. anal. + 4 ml NH_4NO_2 2*m* + 2 ml NH_3 2*m* + 1 ml gel. 0,4%;
2 — 2 ml sol. anal. + 4 ml NH_4NO_2 2*m* + 2 ml NH_3 2*m* + 1 ml gel. 0,4% + 1 ml H_2O;
3 — 1 ml sol. anal. + 4 ml NH_4NO_2 2*m* + 2 ml NH_3 2*m* + 1 ml gel. 0,4% + 2 ml H_2O;
(sens. 1/30; ac. 3,8 V);
4 — 2 ml sol. etalon + 4 ml NH_4NO_2 2*m* + 2 ml NH_3 2*m* + 1 ml gel. 0,4% + 1 ml H_2O;
5 — 1 ml sol. etalon + 4 ml NH_4NO_2 2*m* + 2 ml NH_3 2*m* + 1 ml gel. 0,4% + 2 ml H_2O;
(sens. 1/30; ac. 3,8 V).



● — soluţia etalon; O — soluţia analizată.

Fig. 10

Din această soluţie, ce conţine $3{,}202.10^{-3}$ g/ml aliaj, s-au pregătit probele pentru polarografiat. La adăugarea soluţiei de NH_4NO_2 şi NH_3 ionii ferici, rămaşi în soluţie, precipită sub formă de $Fe(OH)_3$. De aceea îna-

inte de polarografiere soluţia se filtrează printr-un filtru uscat. Înălţimile curbelor obţinute (fig. 9, curbele *1, 2, 3*) au fost comparate cu cele ale unei soluţii etalon de concentraţie $0{,}24059.10^{-3}$ g/ml Ni^{2+} (fig. 9, curbele *4, 5*).

Tabelul 1

	Ni determinat polarografic %	Ni determinat chimic %	Eroarea absolută %	Eroarea relativă %
	6,69	6,96		
	6,85	6,95		
	7,16			
Media	6,90	6,955	−0,055	0,79

Înălţimile curbelor fiind direct proporţionale cu concentraţia în Ni^{2+} (fig. 10), s-au obţinut, pentru aliajul analizat, rezultatele reproduse în tabelul 1.

Valorile obţinute pe cale polarografică au fost comparate cu cele găsite pe cale chimică, prin dozarea gravimetrică sub formă de nicheldimetilglioximă.

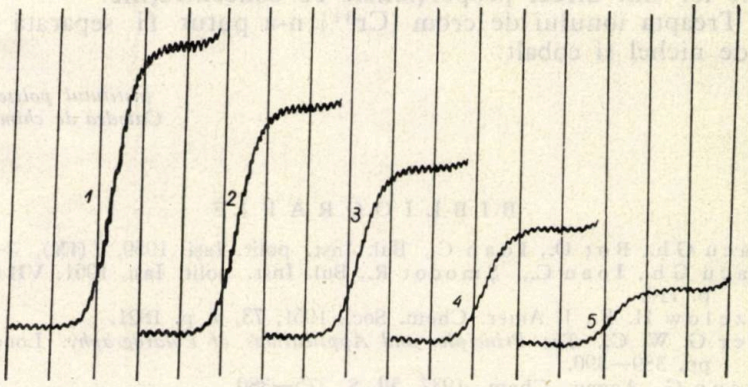


Fig. 11

1 — 1,25 ml Cr^{3+} 0,04*m* + 2,5 ml NH_4NO_2 2*m* + 0,1 ml gel. 0,2% + 6,15 ml H_2O;
2 — 1 ml Cr^{3+} 0,04*m* + 2,5 ml NH_4NO_2 2*m* + 0,1 ml gel. 0,2% + 6,4 ml H_2O;
3 — 0,75 ml Cr^{3+} 0,04*m* + 2,5 ml NH_4NO_2 2*m* + 0,1 ml gel. 0,2% + 6,65 ml H_2O;
4 — 0,50 ml Cr^{3+} 0,04*m* + 2,5 ml NH_4NO_2 2*m* + 0,1 ml gel. 0,2% + 6,90 ml H_2O;
5 — 0,25 ml Cr^{3+} 0,04*m* + 2,5 ml NH_4NO_2 2*m* + 0,1 ml gel. 0,2% + 7,25 ml H_2O.

S-a obţinut o eroare relativă de 0,79%.

Studiind ionul Cr^{3+} în soluţii de NH_4NO_2 s-au obţinut praguri foarte bine conturate cu $E_{1/2} = 1{,}1$ V (fig. 11, curbele *1, 2, 3, 4, 5*).

Înălţimile curbelor fiind direct proporţionale cu concentraţia în ioni Cr^{3+} (fig. 12), rezultă posibilitatea dozării cromului din soluţie.

În aceste soluţii de bază nu s-a putut doza Ni^{2+} alături

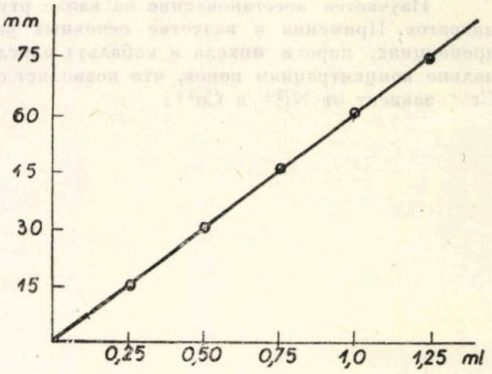


Fig. 12

de Cr^{3+} deoarece în soluţii de $NH_4NO_2+NH_3$ ionul de crom precipită iar numai în soluţii de NH_4NO_2 pragurile lor se suprapun. S-a mai observat că la adausuri mari de azotit de amoniu pragul nichelului scade, tinzînd să dispară.

3. Concluzii

a) Ionii de nichel, cobalt şi crom, în soluţii de nitriţi, se reduc ireversibil pe picătura de mercur.

b) Fiecare din aceşti ioni furnizează trepte polarografice ale căror înălţimi sînt proporţionale cu concentraţia.

c) Ionii de nichel şi cobalt (Ni^{2+} şi Cr^{3+}) se pot doza, unul alături de celălalt, în soluţii de tipul $NH_4NO_2+NH_3$. La o concentraţie de amoniac în jurul a 0,01...0,03 *m*, cele două trepte se separă satisfăcător şi înălţimile lor sînt direct proporţionale cu concentraţiile.

d) Treapta ionului de crom (Cr^{3+}) n-a putut fi separată de cea a ionilor de nichel şi cobalt.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie generală

BIBLIOGRAFIE

1. Burlacu Gh., Boţ O., Ioan C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, V (IX), *3—4*, p. 103.
2. Burlacu Gh., Ioan C., Şmocot R., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, VII (XI), *3—4*, p. 119.
3. Holzzelow H. F., J. Amer. Chem. Soc., 1951, **73**, *4*, p. 1821.
4. Milner G. W. C., *The Principles and Applications of Polarography*. London, 1958, pp. 389—390.
5. Maassen G., Angew. Chem., 1937, **50**, S. 375—380.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИОНОВ Ni^{2+}, Co^{3+} И Cr^{3+} НА КАПЛЕ РТУТИ В РАСТВОРЕ НИТРАТА

(Резюме)

Изучается восстановление на капле ртути ионов Ni^{2+}, Co^{3+} и Cr^{3+} в растворах нитратов. Применяя в качестве основных растворов NH_4NO_2 и NH_3 в определенных пропорциях, пороги никеля и кобальта определяются четко, причем, прямо пропорционально концентрациям ионов, что позволяет определение их в смеси. Положение порога Cr^{3+} зависит от Ni^{2+} и Co^{3+}.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 620.193

STUDIUL AGRESIVITĂŢII SOLURILOR ŞI A MIJLOACELOR DE PROTECŢIE CONTRA COROZIUNII CONDUCTELOR DIN ORAŞUL IAŞI

NOTA I

DE

TIBERIU GOLGOŢIU, IANCU HÎNCU, JULIETA LINDE, ANGELA LUCA, I. ANTONESCU şi VICTOR CIUBOTARU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Lucrarea de faţă urmăreşte stabilirea gradului de agresivitate a solului şi în funcţie de aceasta, stabilirea celor mai bune mijloace de protecţie contra coroziunii conductelor subterane din oraşul Iaşi.

Cercetările efectuate au la bază studiile întreprinse anterior [1], [2].

2. Caracteristici pedo-geografice

Terasele studiate se încadrează din punct de vedere pedo-geografic în provincia moldo-sarmatică, în care este caracteristică interferenţa influenţelor est-europene, preboreale, cu cele central-europene, resimţite atît în învelişul de soluri cît şi în climă şi vegetaţie.

În zonele de terase, cernoziomurile degradate prin levigare şi uneori prin remaniere sînt aşezate pe depozite loessoide. În partea superioară a acestei zone regimul hidric netranspecolativ a determinat ca produsele de alterare şi solificare să rămînă în sol sau în subsol. Totuşi, în subzonele de abrupturi accentuate, procesele de remaniere au scos la zi depozitul de bază loessoid. Stratul acvifer freatic este foarte profund (6...20 m) şi se ridică către suprafaţă în fîşiile de contact cu zona luncii Bahluiului.

În zonele de luncă, traseele analizate se situează în albia majoră a rîului Bahlui, în care solurile sînt variate ca tipuri genetice şi ca stadiu de evoluţie şi regim hidric.

Limitrofe teraselor apar lăcovişti de coastă, iar pe măsura apropierii de albia minoră acestea devin lăcovişti propriu-zise, formate datorită influenţei unei umeziri intense de către stratul acvifer freatic situat la mică adîncime. Regimul hidrogeologic caracteristic este condiţionat de variaţia sezonieră a cantităţii de precipitaţii şi a temperaturii exterioare. În unele subzone, încă incert conturate, aceste soluri genice sînt carbonatate sau salinizate.

3. Rezultate experimentale

Determinările s-au efectuat asupra unui număr de 41 de puncte și au constat din măsurători la fața locului, cît și din studiu în laborator. În general, determinările au constat din: a) dozarea humusului total, b) determinarea solubilelor totale, c) determinarea capacității de absorbție, d) măsurarea rezistivității, respectiv a conductivității, e) determinarea agresivității chimice a solului, f) măsurarea diferenței de potențial.

a) *Humusul,* ca principal constituent al solului, este un produs de heteropolicondensare, proces biochimic complex datorită acțiunii biocatalizatoare a enzimelor secretate de microorganismele ce produc humificarea. Studiul întreprins asupra proporției de humus din sol a furnizat rezultatele indicate în tabelul 1.

b) *Faza lichidă,* ce conține substanțe minerale și organice dizolvate sau dispersate coloidal, poate acționa asupra conductei, determinînd valori ale agresivității; în laborator s-a efectuat determinarea substanțelor solubile conținute în probele de sol ridicate în cele 41 puncte. Rezultatele determinărilor sînt indicate în tabelul 2.

c) Ultimele cercetări — a căror fundamentare teoretică este încă în curs — admite că *coroziunea* s-ar datora [3] relației care există între aerul din sol, faza solidă și apa solului. Toate acestea la un loc prezintă variații în funcție de aerația permanentă care permite un schimb activ de gaze cu atmosfera și sînt legate de capacitatea de absorbție a solului.

Capacitatea de absorbție a fost determinată cu aparatul Enslin. Datele obținute sînt consemnate în tabelul 3.

Din studiul efectuat rezultă un oarecare paralelism între agresivitatea solului și capacitatea de absorbție, în sensul că creșterea capacității de absorbție indică în cele mai multe cazuri o agresivitate puternică a terenului. Studiul trebuie continuat mai ales datorită faptului că în unele porțiuni de teren (cele limitrofe Bahluiului) apa freatică se ridică aproape de suprafață.

d) *Determinarea agresivității solului* s-a efectuat prin metoda lui Shepard [4], [5], care constă în măsurarea rezistenței unei porțiuni de sol cuprinsă între doi electrozi așezați la o distanță de 20 cm unul față de celălalt. În tabelul 4 se indică valorile obținute la aceste determinări.

A. Bibillo [4] propune o clasificare a agresivității solului în funcție de valorile rezistenței. Din acest punct de vedere solurile studiate se împart după cum urmează:

a) Periculos mijlociu — solurile: 7, 11, 12, 18, 32, 38, 39;

b) Periculos — solurile: 1, 6, 9, 10, 13...17, 20, 21, 26, 29...31, 33, 35, 37, 40, 41;

c) Foarte periculoase — solurile: 19, 22...25, 27, 28, 34, 36.

Din aceste date rezultă că pe traseul conductei se găsesc zone puternic agresive și agresive.

e) Ultima determinare a constat în măsurarea agresivității solului, prin metoda pierderii în greutate folosind metoda lui A. Bibillo *(loc. cit.).*

Rezultatele determinării sînt cuprinse în tabelul 5.

Tabelul 1

Solul	Adîncimea la care s-a luat proba m	Humus %
Traseul Piaţa Păcurari — fabrica de ulei „Unirea“		
1	1,50	0,94
2	1,50	0,93
3	1,50	1,10
4	1,50	1,84
5	1,40	2,03
6	1,50	2,90
7	1,40	3,55
8	1,40	3,95
9	1,50	2,23
10	1,50	2,95
11	1,50	3,16
12	1,20	1,28
13	1,00	2,24
14	1,50	1,40
15	1,20	2,03
16	1,50	0,72
17	1,50	1,67
18	1,50	1,67
19	1,50	0,72
20	1,50	1,30
21	1,50	2,40
22	1,50	1,73
23	1,50	2,14
24	1,50	3,23
25	1,50	2,30
26	1,50	2,82
27	1,50	2,69
28	1,50	2,53
29	1,50	2,21
30	1,50	3,02
31	1,50	2,70
Traseul Piaţa Păcurari — Institutul agronomic		
32	1,50	1,46
33	1,30	1,31
34	1,50	0,96
35	1,50	1,72
36	1,50	2,59
37	1,50	2,93
38	1,50	1,17
Piaţa Unirii		
39	1,50	1,08
40	1,30	1,17
41	1,20	0,69

Tabelul 2

Solul	Adîncimea la care s-a luat proba m	Solubile sol g/100 g
Traseul Piaţa Păcurari — fabrica de ulei „Unirea“		
1	1,50	0,155
2	1,50	0,154
3	1,50	0,107
4	1,50	0,172
5	1,40	0,111
6	1,50	0,30
7	1,40	0,433
8	1,40	0,620
9	1,50	0,373
10	1,50	0,440
11	1,50	0,310
12	1,20	0,310
13	1,00	0,309
14	1,50	1,871
15	1,20	0,295
16	1,50	0,104
17	1,50	0,282
18	1,50	0,421
19	1,50	0,239
20	1,50	0,297
21	1,50	0,410
22	1,50	0,491
23	1,50	0,461
24	1,50	0,478
25	1,50	0,618
26	1,50	0,304
27	1,50	0,987
28	1,50	0,453
29	1,50	0,306
30	1,50	0,330
31	1,50	0,301
Traseul Piaţa Păcurari — Institutul agronomic		
32	1,50	0,067
33	1,30	0,106
34	1,50	0,188
35	1,50	0,181
36	1,50	0,503
37	1,50	0,247
38	1,50	0,103
Piaţa Unirii		
39	1,50	0,124
40	1,30	0,124
41	1,20	0,127

Tabelul 3

Solul	Adîncimea la care s-a luat proba m	Capacitatea de absorbţie %
Traseul Piaţa Păcurari—fabrica de ulei „Unirea“		
1	1,50	58,0
2	1,50	56,5
3	1,50	59,5
4	1,50	67,0
5	1,40	57,5
6	1,50	64,5
7	1,40	57,0
8	1,40	61,5
9	1,50	57,0
10	1,50	65,5
11	1,50	61,5
12	1,20	75,5
13	1,00	66,0
14	1,50	74,5
15	1,20	55,5
16	1,50	47,0
17	1,50	49,5
18	1,50	40,5
19	1,50	50,5
20	1,50	65,0
21	1,50	65,0
22	1,50	67,5
23	1,50	86,1
24	1,50	83,0
25	1,50	77,0
26	1,50	92,0
27	1,50	93,0
28	1,50	85,5
29	1,50	80,5
30	1,50	88,5
31	1,50	85,5
Traseul Piaţa Păcurari—Institutul agronomic		
32	1,50	60,5
33	1,30	61,5
34	1,50	60,0
35	1,50	64,5
36	1,50	66,5
37	1,50	71,0
38	1,50	60,5
Piaţa Unirii		
39	1,50	59,0
40	1,30	57,0
41	1,20	55,0

Tabelul 4

Solul	Adîncimea la care s-a luat proba m	Rezistenţa Ω	Rezistivitatea $\Omega m^2/m$	Conductivitatea $m/\Omega m^2$
Traseul Piaţa Păcurari—fabrica de ulei „Unirea“				
1	1,50	463,1	9,262	0,2159
2	1,50	314,2	6,284	0,1608
3	1,50	488,8	9,776	0,1023
4	1,50	310,3	6,206	0,1611
5	1,40	440,0	8,80	0,1235
6	1,50	275,6	5,512	0,1814
7	1,40	550,0	11,00	0,0900
8	1,40	276,7	5,534	0,1807
9	1,50	419,0	8,380	0,1193
10	1,50	400,0	8,000	0,1375
11	1,50	586,6	11,733	0,0852
12	1,20	628,5	12,570	0,0795
13	1,00	440,0	8,800	0,1135
14	1,50	162,2	3,244	0,3082
15	1,20	440,0	8,800	0,1135
16	1,50	366,6	7,322	0,1365
17	1,50	400,0	8,000	0,1375
18	1,50	733,3	14,666	0,0683
19	1,50	244,4	4,888	0,2046
20	1,50	400,0	8,000	0,1375
21	1,50	266,6	5,332	0,1875
22	1,50	137,5	2,750	0,4036
23	1,50	191,3	3,826	0,2610
24	1,50	146,6	2,932	0,3414
25	1,50	183,3	3,666	0,2727
26	1,50	252,0	5,040	0,2003
27	1,50	220,0	4,400	0,2272
28	1,50	176,0	3,520	0,2840
29	1,50	400,0	8,000	0,1375
30	1,50	276,7	5,534	0,1807
31	1,50	275,6	5,512	0,1814
Traseul Piaţa Păcurari — Institutul agronomic				
32	1,50	800,0	16,00	0,6250
33	1,30	488,8	9,776	0,1033
34	1,50	231,5	4,630	0,2181
35	1,50	352,0	7,040	0,2855
36	1,50	196,0	2,392	0,4181
37	1,50	276,7	5,534	0,1807
38	1,50	586,6	11,732	0,0852
Piaţa Unirii				
39	1,50	586,6	11,732	0,0852
40	1,30	261,9	5,238	0,1718
41	1,20	440,0	8,800	0,1135

Tabelul 5

Solul	Adîncimea din care s-a luat proba m	Pierderi în greutate g/100 cm²
Traseul Piaţa Păcurari—fabrica de ulei „Unirea“		
1	1,50	5,18
2	1,50	6,31
3	1,50	1,71
4	1,50	7,73
5	1,40	5,32
6	1,50	6,31
7	1,40	4,75
8	1,40	4,22
9	1,50	2,71
10	1,50	6,06
11	1,50	3,43
12	1,20	6,70
13	1,00	6,22
14	1,50	16,59
15	1,20	6,02
16	1,50	5,65
17	1,50	3,89
18	1,50	5,28
19	1,50	6,36
20	1,50	5,11
21	1,50	8,29
22	1,50	11,23
23	1,50	11,52
24	1,50	8,42
25	1,50	6,18
26	1,50	12,17
27	1,50	13,9
28	1,50	11,37
29	1,50	9,999
30	1,50	10,89
31	1,50	9,59
Traseul Piaţa Păcurari— Institutul agronomic		
32	1,50	5,31
33	1,30	5,48
34	1,50	7,37
35	1,50	4,05
36	1,50	4,36
37	1,50	5,01
38	1,50	5,46
Piaţa Unirii		
39	1,50	4,85
40	1,30	5,01
41	1,20	5,46

Folosind clasificările solurilor din punct de vedere al pierderii în greutate, după A. Bibillo, rezultă că majoritatea solurilor analizate sînt periculoase şi foarte periculoase.

4. Concluzii

Din studiul rezultatelor experimentale referitoare la valorile agresivităţii, humusului, solubilelor etc., la cele 41 de sondaje efectuate la nivelul conductei se constată următoarele:

a) Există zone de agresivitate foarte periculoase, cuprinse între punctele 4...15, 21...28.

b) Se pun în evidenţă trei zone de agresivitate periculoase cuprinse între punctele 1...4, 16...21, 32, 38.

c) Rezultatele corespunzătoare sondajelor de la 39...41 se referă la Piaţa Unirii şi vor servi la întocmirea studiului care se va efectua ulterior. Determinările în aceşte puncte s-au efectuat cu ajutorul sondajelor existente înainte de pavare.

d) Zonele studiate încadrîndu-se în regimul foarte periculos şi periculos, pentru protecţie se propune metoda injecţiei de curent continuu de la staţii proprii, instalate pe traseul conductei.

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ 1848

e) Se recomandă să se instaleze prize de control pe traseul conductei, la intervale de cîte 500 m, care vor permite determinarea potențialului conductă-sol, pe tot timpul funcționării. Aceste valori vor trebui controlate cel puțin o dată pe trimestru.

Acest studiu a fost executat în colaborare cu Direcția de Sistematizare, Arhitectură și Proiectarea Construcțiilor, Iași și va continua pentru stabilirea profilului întregului oraș.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de chimie anorganică

BIBLIOGRAFIE

1. Savencu S., Golgoțiu T., Luca A., Linde J., Bucur A., Hîncu I., Bul. Inst. polit. Iași, 1956, **II (VI)**, *3–4*, pp. 101–104.
2. Golgoțiu T., Savencu S., Linde J., Hîncu I., Luca A., Antonescu I., Bul. Inst. polit. Iași, 1960, **VI (X)**, *1–2*, pp. 115–118.
3. Markovic T., Werkstoffe u. Korrosion, 1958, **10**, S. 623–630.
4. Bibillo A., *Probleme de coroziune a rețelelor metalice subterane.* I. D. T., Buc., 1955, pp. 66–76 și 59–61, (trad. din l. rusă).
5. Țikermann L. I., *Lupta împotriva coroziunii conductelor metalice subterane.* I. D. T., Buc., 1951, pp. 1–38, (trad. din l. rusă).
6. Pritula V. A., *Protecția catodică contra coroziunii conductelor în pămînt.* I. D. T., Buc., p. 15, (trad. din l. rusă).
7. Chiriță C. D., *Pedologie generală.* Ed. Agrosilvică de Stat, Buc., 1955, pp. 73–131, 449–627.

ÉTUDE DE L'AGRESSIVITÉ DES SOLS ET DES MOYENS DE PROTECTION CONTRE LA CORROSION DES CONDUITES DE LA VILLE DE JASSY

(Résumé)

Afin d'établir les moyens les plus efficaces de protection des conduites souterraines de la ville de Jassy, on a déterminé le degré d'agressivité du sol, en 41 points sur le tracé des conduites. Étant donné que les zonnes étudiées se trouvent dans un régime très dangereux et dangereux, on propose, comme moyen de protection, la méthode de l'injection de courant continu produit par des installations propres montées le long du tracé de la conduite.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 620.193

STUDII ASUPRA COROZIUNII CONDUCTEI DE ALIMENTARE CU APĂ DIN STAŢIA GHIDIGENI

DE

JULIETA LINDE, ANGELA LUCA, IANCU HÎNCU şi I. ANTONESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Majorarea continuă a lungimii reţelelor de conducte subterane destinate transportului de apă şi gaze, face ca importanţa problemelor legate de corodarea conductelor sub acţiunea agresivă a solurilor să crească în aceeaşi măsură. În cazul conductelor îngropate în soluri cu agresivitate ridicată, schimbarea acestora, impusă de deteriorarea lor prin coroziune, trebuie efectuată după perioade relativ scurte, ceea ce determină evident un apreciabil consum de metal.

Lucrarea de faţă, efectuată la cererea Regionalei C. F. R. Iaşi, reprezintă cercetările întreprinse în scopul stabilirii cauzelor puternicei agresivităţi a solului asupra conductelor de alimentare cu apă din staţia Ghidigeni.

2. Rezultate experimentale

Urmărindu-se metodica stabilită şi folosită în lucrările anterioare [1], [2], în lucrarea de faţă s-a determinat gradul de agresivitate al cîtorva probe de sol prelevate de pe traseul conductei, prin pierderea în greutate a unor epruvete confecţionate dintr-un oţel de compoziţie asemănătoare cu materialul din conductă, precum şi a unor epruvete din fontă.

Deoarece după A. Bibillo [3] gradul de agresivitate al unui sol poate fi apreciat şi după valoarea rezistivităţii lui, s-au efectuat măsurători pe traseul conductei şi în această direcţie, anume în punctele din care s-au prelevat probele de sol, folosindu-se metoda Shepard [4]. Valorile obţinute pentru aceste determinări sînt date în tabelul 1.

Ţinînd seamă de clasificarea solurilor propusă de A. Bibillo, în funcţie de gradul de agresivitate, apreciat atît prin pierderea în greutate cît şi prin valorile rezistivităţii, se constată că solurile studiate (v. tabelul 1) fac parte din categoria de soluri periculoase şi foarte periculoase.

În scopul stabilirii cauzelor ce determină gradul de agresivitate al solului s-au efectuat unele analize chimice (sulful total, substanţe solubile, substanţe humice) şi determinări ale capacităţii de absorbţie.

Tabelul 1

Solul	Pierderea în greutate %		Rezistivitatea $\Omega m^2/m$
	Oţel	Fontă	
1	5,85	6,04	7,831
2	8,37	8,59	5,334
3	9,26	9,83	5,523
4	10,76	10,40	6,70
5	13,96	14,93	4,244
6	8,25	8,16	6,321

Observaţii. Probele de sol au fost prelevate de la adîncimi de 1...1,20 m.

Tabelul 2

Solul	Sulf %	Substanţe humice %	Solubile %	Capacitatea de absorbţie %
1	0,051	2,95	0,99	109
2	0,12	2,2031	0,28	116
3	0,04	2,1059	1,15	119
4	0,062	0,6032	0,89	120
5	0,14	2,0474	2,55	110,6
6	0,15	1,8610	0,44	106,6

Valorile obţinute pentru mărimile menţionate mai sus sînt date în tabelul 2 şi fig. 1.

Din examinarea datelor privind analizele chimice efectuate, nu se poate concluziona dacă structura sau compoziţia chimică a solului constituie factorul principal care determină corodarea atît de puternică a conductei.

După T. Markovic [5] însuşirile fizice ale solului au o însemnătate hotărîtoare în procesul de coroziune a obiectelor metalice îngropate în sol. Factorii de o importanţă covîrşitoare care influenţează aceste însuşiri şi deci care determină agresivitatea solurilor, sînt apa şi aerul din sol.

Alcătuirea solului arată că acesta este un sistem complex, format din constituenţi solizi, lichizi şi gazoşi. Faza solidă este constituită din particule de natură anorganică şi organică, ce diferă între ele atît prin compoziţie cît şi prin mărime şi formă. Între aceste particule există spaţii de asemenea de formă şi mărime diferită, care determină în esenţă gradul de porozitate al solului. Spaţiul liber dintre particulele solide este ocupat de apa din sol — care constituie faza lichidă — şi aerul din sol cu o compoziţie diferită de aerul atmosferic. Compoziţia diferită a aerului din sol depinde de activitatea biologică care are loc în pămîntul respectiv.

Dintre acţiunile multiple ale microorganismelor în sol se citează, în primul rînd, descompunerea materiei organice moarte pînă la produse finale de echilibru chimic: bioxid de carbon, apă, amoniac, hidrogen sulfurat şi săruri de calciu, magneziu, fosfor, potasiu etc. Astfel Russel şi Applayard [6] găsesc un conţinut de bioxid de carbon de 6...7 ori mai mare decît în aerul atmosferic.

Acţiunea dizolvantă a apei din sol este energic intensificată prin cantităţile însemnate de bioxid de carbon rezultate din activitatea biologică şi dizolvate în această apă.

Cantitatea de aer din sol este determinată de porozitatea necapilară a solului, iar cantitatea de apă, de porozitatea capilară; aceste două tipuri de porozităţi sînt în permanentă transformare.

Coroziunea conductelor subterane este datorită tocmai acţiunii apei şi aerului din sol. În solurile uscate fenomenul de coroziune este aproape inexistent. Or, avînd în vedere traseul analizat, acesta se situează într-un sol variat ca tip genetic şi regim hidric. Solul în această regiune este format din lăcovişti ce apar sub influenţa unei umeziri intense de către stratul acvifer situat la mică adîncime.

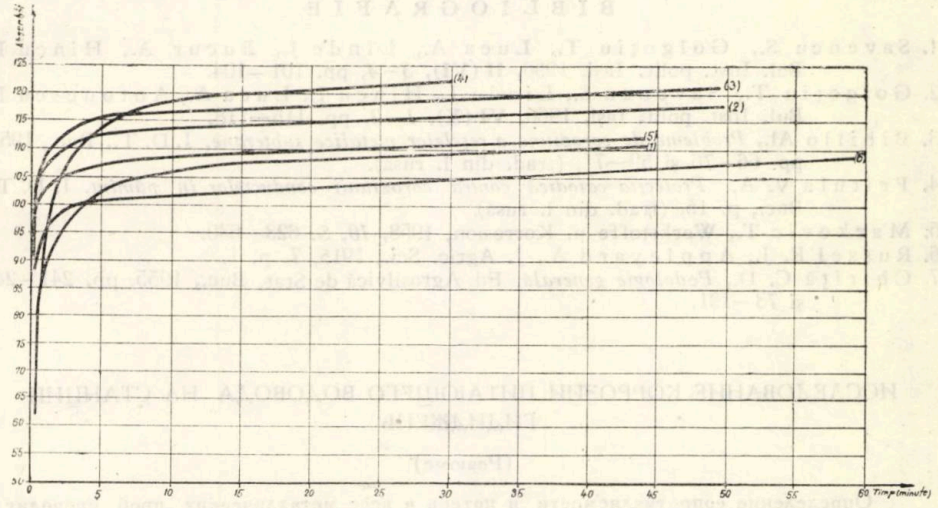


Fig. 1

Aceste consideraţii ne-au condus la ideea determinării capacităţii de absorbţie a probelor de sol, prelevate de pe traseul conductei. Pentru determinarea capacităţii de absorbţie s-a întrebuinţat aparatul Enslin [7]. Datele din tabelul 2 indică pentru aceste soluri o capacitate de absorbţie destul de ridicată. De asemenea, din fig. 1 se constată că viteza de absorbţie este ridicată.

Existenţa spaţiilor lacunare, apreciate prin capacitatea de absorbţie, indică faptul că în solul respectiv există aer cu un conţinut bogat în oxigen, care venind în contact cu metalul conductei prin intermediul peliculei de apă, conduce la formarea de microelemente galvanice locale, provocînd corodarea intensă a conductei.

Pentru protecţia conductei, avînd în vedere situaţia de fapt a staţiei Ghidigeni, propunem să se utilizeze metoda cu anozi solubili. Recomandăm folosirea anozilor de zinc ca fiind cei mai rentabili din punct de vedere economic.

3. Concluzii

1. Solul prin care trece conducta de la staţia Ghidigeni este foarte agresiv.

2. Compoziţia chimică nu prezintă specificitate în ceea ce priveşte gradul de agresivitate.

3. Cantitatea de apă şi aer din sol sînt factorii cari determină coroziunea intensă a conductei, ceea ce verifică teoria lui T. Markovic.

4. Se indică o metodă de protecţie a conductei cu anozi solubili.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie anorganică

BIBLIOGRAFIE

1. Savencu S., Golgoţiu T., Luca A., Linde J., Bucur A., Hîncu I., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3–4*, pp. 101–104.
2. Golgoţiu T., Savencu S., Linde J., Hîncu I., Luca A., Antonescu I., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1–2*, pp. 115—118.
3. Bibillo Al., *Probleme de coroziune a reţelelor metalice subterane*. I. D. T., Buc., 1955, pp. 66–76 şi 59—71, (trad. din l. rusă).
4. Pritula V. A., *Protecţia catodică contra coroziunii conductelor în pămînt*. I. D. T., Buc., p. 15, (trad. din l. rusă).
5. Markovic T., Werkstoffe u. Korrosion, 1958, *10*, S. 623—630.
6. Russel E. J., Appleyard A., J. Agric. Sci., 1915, **7**, p. 1.
7. Chiriţă C. D., *Pedologie generală*. Ed. Agrosilvică de Stat, Buc., 1955, pp. 241–242 şi 73—131.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРОЗИИ ПИТАЮЩЕГО ВОДОВОДА НА СТАНЦИИ ГИДИДЖЕНЬ

(Резюме)

Определение сопротивляемости и потерь в весе металлических проб приводит к выводу, что почва, в которой проложен питающий водовод на станции Гидиджень, обладает сильной агрессивностью.

Данными, определяющими степень повышения агрессивности почвы, являются почвенный воздух и вода, — факторы, непосредственно зависящие от общей пористости почвы.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 661.183.123

ASUPRA DETERMINĂRII CAPACITĂŢII DE SCHIMB A SCHIMBĂTORILOR DE CATIONI PE CALE IODOMETRICĂ

DE

M. DIMA, IGNAT POINESCU şi GH. COTRUŢ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Determinările iodometrice se bazează pe reacţia care are loc între iodatul de potasiu şi iodura de potasiu în prezenţa ionilor de hidrogen, anume:

$$6H^+ + 5I^- + IO_3^- \rightarrow 3I_2 + 3H_2O, \quad (1)$$

unde se pune în libertate o cantitate de iod echivalentă cu cantitatea de ioni de hidrogen intrată în reacţie.

Deoarece activitatea schimbătorilor de cationi este dată de ionii mobili din grupele ionogene, se înţelege că în cazul cationiţilor ai căror ioni mobili îi constituie hidrogenul, determinarea capacităţii de schimb pe cale iodometrică se bazează pe reacţia dată de aceşti ioni de hidrogen ai cationiţilor asupra amestecului iodat-iodură conform reacţiei chimice:

$$6R—H + KIO_3 + 5KI \rightarrow 6R—K + 3H_2O + 3I_2, \quad (2)$$

unde R reprezintă macromolecula schimbătorilor de cationi pe care se găseşte grefată grupa funcţională ce conţine ionul mobil de hidrogen.

Dintre grupele funcţionale ale schimbătorilor de ioni capabile de schimbul de cationi, cele mai frecvente sînt grupele sulfonice (—SO_3H), carboxilice (—COOH) şi cele fenolice (—OH). O deosebită activitate (viteză de reacţie ridicată) o prezintă hidrogenul din grupa sulfonică; mai puţin mobil este hidrogenul din grupa carboxilică şi mult mai puţin mobil este hidrogenul din grupa fenolică.

Hidrogenul din grupa sulfonică se disociază total atît în medii neutre cît şi la valori scăzute ale pH-ului, pe cînd hidrogenul din grupa carboxilică, se disociază complet numai la $pH \geqslant 8$, iar hidrogenul din grupa fenolică la $pH > 10$. Rezultă deci că la valorile pH-ului la care au loc reacţiile iodometrice, numai cationiţilor sulfonici, la care disocierea ionilor de hidrogen este totală şi cu viteză ridicată, li se va putea determina capacitatea de schimb pe cale iodometrică, pe cînd pentru cationiţii carboxilici şi fenolici, echilibrul reacţiei se va atinge după un timp foarte îndelungat. În mod practic nu se vor putea obţine prin metoda iodometrică, capacităţile de schimb reale ale acestor cationiţi.

Pentru că, pe de o parte, determinarea capacităţii de schimb a schimbătorilor de ioni este o operaţie care necesită timp îndelungat, iar

pe de altă parte în literatura de specialitate sînt puţine lucrări care s-au ocupat de reacţiile iodometrice în scopul folosirii lor la determinarea capacităţii de schimb [1], [2], ne-am propus, în cadrul acestei lucrări, că cercetăm condiţiile în care metoda iodometrică se aplică la determinarea capacităţii de schimb a schimbătorilor de cationi. În acest scop s-au cercetat condiţiile optime de lucru în care reacţiile iodometrice pot fi folosite la determinarea capacităţii de schimb.

2. Stabilirea condiţiilor de lucru

Determinarea capacităţii de schimb a cationiţilor în ciclul de hidrogen prin metoda iodometrică constă în a se lăsa să reacţioneze, asupra amestecului iodat-iodură, o cantitate determinată de cationit în ciclul de hidrogen şi dozarea ulterioară a iodului pus în libertate după reacţia (2). Din cantitatea de iod pusă în libertate, respectiv din cantitatea de hidrogen cu care cationitul a participat la reacţie, se calculează capacitatea de schimb a cationitului; aceasta se exprimă în miliechivalenţi (milivali) la 1 g cationit uscat.

Dozarea iodului pus în libertate se poate efectua fie cu o soluţie de tiosulfat de sodiu şi avem în felul acesta *metoda directă* de dozare, sau tiosulfatul se adaugă de la început şi în exces faţă de cantitatea de iod ce urmează să fie eliberată, iar după timpul necesar efectuării reacţiei se retitrează excesul de tiosulfat cu o soluţie de iod; avem în acest caz *metoda indirectă* pentru determinarea capacităţii de schimb.

a) *Reactivii necesari.* Pentru determinarea iodometrică a capacităţii de schimb, se folosesc următorii reactivi: a) soluţie de iodat de potasiu 0,1 *N*, b) iodură de potasiu neutră, în stare solidă, c) soluţie de tiosulfat de sodiu 0,1 *N*, d) soluţie apoasă de iod 0,1 *N*, e) soluţie de amidon 0,5%.

b) *Pregătirea schimbătorilor.* În vederea studiului, cationiţii au fost supuşi purificării şi activării lor în scopul de a elimina componentele inactive (solubile în apă şi în reactivii pentru schimb) provenite ca urmare a unei incomplete reticulări în timpul condensării sau polimerizării. Purificarea a fost efectuată prin tratarea în coloană a schimbătorilor de cationi cu ajutorul unei soluţii de NaOH 4%, pînă la completa eliminare a componenţilor solubili, apoi, după o spălare cu apă, s-a tratat cu o soluţie de HCl 3% pentru trecerea în ciclu de hidrogen. S-a îndepărtat în mod complet, prin spălare cu apă distilată, aciditatea liberă datorită acidului clorhidric reţinut mecanic de către granulele de cationit; s-a făcut uscarea la trompa de apă, urmată de uscarea cationitului în strat subţire în contact cu aerul. Cationiţii astfel pregătiţi au fost sortaţi, luîndu-se în lucru fracţiunea cu granule de 0,5...0,75 mm.

c) *Stabilirea condiţiilor de lucru.* În scopul determinării condiţiilor optime ale reacţiilor de schimb au fost studiaţi următorii factori: a) influenţa cantităţii de reactivi, b) influenţa timpului de reacţie, c) influenţa agitării.

Influenţa cantităţii de reactivi a fost urmărită, folosind exces de reactivi în proporţie de: 10; 20; 25 şi 50%, faţă de cantitatea stoechiometrică, iar stabilirea timpului optim — astfel ca reacţia să aibă loc com-

plet—s-a făcut prin titrarea iodului pus în libertate în momentul contactului dintre reactanți, adică la timpul de reacție $\tau = 0$, apoi la timpul de reacție de: 10; 20; 30; 45 și 60 min.

Influența agitării s-a urmărit prin agitare periodică (la fiecare 5 min) și prin agitare continuă.

Aceste studii au fost întreprinse asupra schimbătorului de cation. sulfonic Wofatit KPS-200, care are capacitatea de schimb 4,7 mech/gi

3. Studiul influenței factorilor

Studiul influenței unor factori în aceste reacții a fost efectuat asupra schimbătorului de cationi sulfonic Wofatit KPS-200. S-a studiat, așa după cum s-a arătat mai sus, influența concentrației reactivilor, a timpului de reacției și a agitării.

a) *Stabilirea influenței excesului de iodat și tiosulfat de sodiu.* Pentru a studia care sînt cantitățile de soluție de iodat și de tiosulfat necesare pentru ca reacția să decurgă complet, s-au efectuat încercări cu diferite cantități de iodat și tiosulfat (pentru metoda indirectă) și anume în exces de: 10; 20; 25 și 50% față de cantitățile teoretic necesare, procedîndu-se în modul următor: o cantitate de circa 0,5 g cationit cu o umiditate cunoscută (cîntărit la balanța analitică), a fost introdusă într-un balon pentru iodometrie de 300 ml capacitate. S-a adăugat apoi soluție de KIO_3 0,1 *N*, 3,0 g KI și soluția de tiosulfat de sodiu 0,1 *N*. După o oră de reacție (la întuneric), cu agitare din 5 în 5 min, s-a titrat excesul de tiosulfat de sodiu cu o soluție de iod 0,1 *N*, în prezența de amidon drept indicator. Datele obținute la titrare au servit la determinarea capacității de schimb.

Capacitatea de schimb sulfonică a cationitului folosit, a fost stabilită în scopul de a verifica metoda iodometrică, prin metoda dinamică (în coloană), utilizînd ca soluție de schimb, soluția de $CaSO_4$ și de $Ca(CH_3COO)_2$. Pentru control, capacitatea de schimb sulfonică a cationitului Wofatit KPS-200 a mai fost determinată prin calcul, din conținutul de sulf activ al cationitului determinat experimental [3].

Calciul din soluție, înainte și după trecerea peste cationit, a fost dozat complexometric.

Rezultatele obținute la determinările iodometrice relative la influența excesului de reactivi asupra cationitului Wofatit LPS-200 utilizînd metoda indirectă, sînt date în tabelul 1.

Din datele cuprinse în acest tabel se constată că excesul de reactivi folosit în proporție de: 10; 20; 25 și 50% nu exercită nici o influență asupra valorii capacității de schimb.

Determinările iodometrice au fost însoțite de probe martor, efectuate în aceleași condiții dar în absența cationiților. În tabelul 2 sînt date rezultatele asupra a trei probe martor, titrate la intervale de timp de reacție de: 15; 30 și 60 min. Se constată deci un mic consum de soluție de tiosulfat de sodiu, probabil datorită acțiunii acidului carbonic din apa distilată folosită la determinări. De această cantitate de tiosulfat consumat s-a ținut seama în calculul capacității de schimb.

Tabelul 1

Influența cantității de reactivi. (Schimbătorul de cationi Wofatit KPS-200. Metoda indirectă)

Nr. crt.	Cantitatea de schimbător uscat g	Cantitatea de sol. 0,1 *N* KIO_3 ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* tiosulfat de sodiu ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* iod ml	Timpul de reacție min.	Exces de reactivi %	Capacitatea de schimb mech/g	Observații
1	0,4743	26,00	25,80	3,32	60	10	4,73	Capacitatea de schimb a cationitului Wofatit KPS-200: K_{SO_3H} = 4,73 mech/g
2	0,4774	26,00	25,80	3,26	60	10	4,71	
3	0,4773	26,00	25,80	3,15	60	10	4,73	
4	0,4796	28,30	28,00	5,28	60	20	4,72	
5	0,4766	28,30	28,00	5,48	60	20	4,71	
6	0,4739	28,30	28,00	5,58	60	20	4,72	
7	0,4754	29,50	29,00	6,78	60	25	4,72	
8	0,4739	29,50	29,00	6,78	60	25	4,74	
9	0,4698	29,50	29,00	7,02	60	25	4,73	
10	0,4760	35,30	35,00	12,41	60	50	4,73	
11	0,4768	35,30	35,00	12,47	60	50	4,71	
12	0,4798	35,30	35,00	12,21	60	50	4,73	

Tabelul 2

Rezultatele probelor martor

Nr. crt.	Cantitatea de sol. 0,1 *N* KIO_3 ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* tiosulfat de sodiu ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* iod (necesară teoretic) ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* iod (necesară practic) ml	Diferență ml	Timpul de reacție min.
1	35,30	35,00	34,92	34,76	0,16	15
2	35,30	35,00	34,92	34,76	0,16	30
3	35,30	35,00	34,92	34,79	0,13	60

b) *Stabilirea timpului optim de reacție.* În determinările de mai sus s-a stabilit timpul necesar pentru ca reacția să se efectueze complet. Acest factor este foarte important la determinarea capacității de schimb pe cale iodometrică.

Modul de lucru este analog celui de mai sus; s-a variat însă timpul de reacție (la întuneric) de la 0 la: 10; 20; 30; 45 și 60 min, luat în considerație imediat după adăugarea KI.

Titrarea excesului de soluție, tiosulfat de sodiu 0,1 *N* s-a realizat cu o soluție de iod 0,1 *N* (metoda indirectă). Rezultatele obținute sînt date în tabelul 3.

Din aceste date se constată că reacția de schimb cationic are loc cu o viteză suficient de mare încît valoarea normală (maximă) a capacității de schimb sulfonice a cationitului se obține chiar în primele minute ale contactului cu reactanții. În acest mod o determinare de capacitate de schimb pe cale iodometrică nu durează mai mult de 20...30 min (inclusiv cîntărirea la balanța analitică a schimbătorului de cationi).

Nu în același mod decurg, așa după cum vom vedea mai departe, reacțiile în prezența cationiților carboxilici.

c) *Influența agitării asupra reacțiilor iodometrice.* Pentru a studia influența agitării reacției iodometrice, au fost efectuate două serii de determinări: o serie de probe au fost agitate periodic, din 5 în 5 min, o altă serie de probe au fost agitate continuu.

Rezultatele obținute sînt date în tabelul 4.

Datele din tabelul 4 arată că valorile obținute pentru capacitatea de schimb nu sînt funcție de agitare. Pentru ca reacția să aibă loc este suficientă numai o agitare periodică, sau, pentru că reacția are loc aproape instantaneu, agitarea aplicată în primul moment după adăugarea cationitului este suficientă pentru a se asigura reacția totală.

Din rezultatele obținute la determinările iodometrice relative la capacitatea de schimb (metoda titrării indirecte), se constată că un exces de reactivi nu este necesar, iar timpul util reacției este cel care corespunde doar primului contact dintre reactivi. Din această cauză agitarea, ulterioară celei ce se face inițial, la amestecul reactivilor, nu este nici ea necesară.

Folosind metoda directă de titrare a iodului pus în libertate de cationitul Wofatit KPS-200 (titrarea iodului eliberat cu o soluție de tiosulfat de sodiu), s-au obținut rezultatele date în tabelul 5.

Se constată, din datele acestui tabel, o bună concordanță cu valorile obținute prin metoda indirectă (v. tabelele 2, 3 și 4) și cu valorile capacității de schimb obținute prin metoda dinamică.

Pe baza rezultatelor obținute cu cationitul Wofatit KPS-200 s-a trecut la aplicarea metodei iodometrice de determinare a capacității de schimb și asupra altor schimbători de cationi sulfonici: Permutit RS, Amberlit IR 120, Dowex 50, Ionenaustauscher I „Merck" și Zeocarb 225.

Pentru fiecare schimbător s-a efectuat titrarea directă imediată, titrarea indirectă imediată și titrarea indirectă după 10 min a iodului eliberat din reacție. Rezultatele obținute sînt date în tabelul 6, în com-

Tabelul 3

Stabilirea timpului optim de reacţie. (Schimbătorul de cationi Wofatit KPS-200. Metoda indirectă)

Nr. crt.	Cantitatea de schimbător uscat g	Cantitatea de sol. 0,1 *N* KIO_3 ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* tiosulfat de sodiu ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* iod ml	Timpul de reacţie min	Capacitatea de schimb mech/g	Observaţii
1	0,4857	30,00	26,00	5,70	0	4,72	Capacitatea de schimb a cationului Wofatit KPS-200: K_{SO_3H} = 4,73 mech/g
2	0,4816	30,00	26,00	5,92	0	4,72	
3	0,4830	30,00	26,00	5,88	0	4,71	
4	0,4913	30,00	26,00	5,45	10	4,73	
5	0,4747	30,00	26,00	6,07	10	4,75	
6	0,4769	30,00	26,00	5,94	10	4,76	
7	0,4778	30,00	26,00	6,04	20	4,73	
8	0,4873	30,00	26,00	5,60	20	4,73	
9	0,4868	30,00	26,00	5,60	20	4,74	
10	0,4825	30,00	26,00	5,82	30	4,74	
11	0,4843	30,00	26,00	5,67	30	4,75	
12	0,4862	30,00	26,00	5,68	30	4,73	
13	0,4907	30,00	26,00	5,65	45	4,75	
14	0,4816	30,00	26,00	5,84	45	4,74	
15	0,4804	30,00	26,00	5,89	45	4,74	
16	0,4834	30,00	26,00	5,85	60	4,72	
17	0,4827	30,00	26,00	5,73	60	4,75	
18	0,4831	30,00	26,00	5,70	60	4,75	

Tabelul 4

Influenţa agitării. (Schimbătorul de cationi Wofatit KPS-200, $K_{SO_3H} = 4{,}73$ mech/g. Metoda indirectă)

Nr. crt.	Cantitatea de schimbător uscat	Cantitatea de sol. 0,1 *N* KIO_3	Cantitatea de sol. 0,1 *N* tiosulfat de sodiu	Cantitatea de sol. 0,1 *N* iod	Agitare		Timpul de reacţie	Capacitatea de schimb
					periodică	continuă		
	g	ml	ml	ml	p	c	min.	mech/g
1	0,4842	30,00	26,00	5,90	—	c	20	4,73
2	0,4824	30,00	26,00	6,09	—	c	20	4,73
3	0,4869	30,00	26,00	5,94	—	c	20	4,73
4	0,4878	30,00	26,00	5,92	p	—	20	4,72
5	0,4889	30,00	26,00	5,25	p	—	20	4,70
6	0,4279	30,00	26,00	8,40	p	—	20	4,73

Tabelul 5

Determinarea capacităţii de schimb prin metoda titrării directe. (Schimbătorul de cationi Wofatit KPS-200)

Nr. crt.	Cantitatea de schimbător uscat	Cantitatea de sol. 0,1 *N* KIO_3	Cantitatea de sol. 0,1 *N* tiosulfat de sodiu	Timpul de reacţie	Capacitatea de schimb	
					iodometric	dinamic
	g	ml	ml	min.	mech/g	mech/g
1	0,4194	30,00	19,84	0	4,73	
2	0,4803	30,00	22,70	0	4,72	
3	0,4895	30,00	23,02	0	4,73	4,72
4	0,4880	30,00	23,00	20	4,72	
5	0,4830	30,00	22,97	20	4,71	
6	0,4850	30,00	22,15	20	4,75	

Tabelul 6

Valorile capacităţii de schimb pentru diverşi cationiţi sulfonici determinate iodometric

Nr. crt.	Cantitatea de schimbător uscat g	Cantitatea de sol. 0,1 *N* KIO_3 ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* tiosulfat de sodiu ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* iod ml	Timpul de reacţie min.	Capacitatea de schimb (sulfonică) mech/g	Observaţii
			Permutit RS				
			I. Titrare directă (imediată)				
1	0,4646	30,00	20,35	—	0	4,97	Capacitatea de schimb a cationitului Permutit RS: $K_{SO_3H} = 5{,}00$ mech/g.
2	0,4724	30,00	20,70	—	0	4,97	
3	0,4662	30,00	20,44	—	0	4,98	
			II. Titrare indirectă (imediată)				
1	0,4633	30,00	26,00	5,84	0	4,98	
2	0,4667	30,00	26,00	5,70	0	4,98	
3	0,4654	30,00	26,00	5,75	0	4,97	
			III. Titrare indirectă (după 10 min.)				
1	0,4673	30,00	26,00	5,65	10	4,94	
2	0,3911	30,00	26,00	9,02	10	4,96	
3	0,3881	30,00	26,00	9,05	10	4,98	
			Amberlit IR 120				
			I. Titrare directă (imediată)				
1	0,4698	30,00	20,30	—	0	4,95	Capacitatea de schimb a cationitului Amberlit IR 120: $K_{SO_3H} = 5$ mech/g.
2	0,4626	30,00	20,00	—	0	4,95	
3	0,4617	30,00	20,40	—	0	4,95	
			II. Titrare indirectă (imediată)				
1	0,4617	30,00	26,00	6,07	0	4,94	
2	0,4493	30,00	26,00	5,82	0	4,95	
3	0,4665	30,00	26,00	5,83	0	4,95	
			III. Titrare imediată (după 10 min.)				
1	0,4670	30,00	26,00	5,65	10	4,94	
2	0,4669	30,00	26,00	5,65	10	4,95	
3	0,4656	30,00	26,00	5,68	10	4,95	

Dowex 50

I. Titrare directă (imediată)

1	0,4664	30,00	21,45	—	0	4,99	Capacitatea de schimb a cationitului Dowex 50: $K_{SO_3H}=5$ mech/g.
2	0,4608	30,00	21,20	—	0	4,99	
3	0,4597	30,00	21,15	—	0	4,99	

II. Titrare indirectă (imediată)

1	0,4596	30,00	26,00	4,50	0	4,98
2	0,4596	30,00	26,00	4,63	0	4,97
3	0,4705	30,00	26,00	4,47	0	4,99

III. Titrare indirectă (după 10 min.)

1	0,4633	30,00	26,00	4,37	10	4,99
2	0,4612	30,00	26,00	4,50	10	4,96
3	0,4707	30,00	26,00	4,02	10	4,99

Ionenaustauscher I „Merck"

I. Titrare directă (imediată)

1	0,4912	30,00	20,00	—	0	4,50	Capacitatea de schimb a cationitului Ionenaustaucher I „Merck": $K_{SO_3H}=4,5$ mech/g.
2	0,4769	30,00	19,42	—	0	4,51	
3	0,4747	30,00	19,29	—	0	4,49	

II. Titrare indirectă (imediată)

1	0,4910	30,00	26,00	5,45	0	4,50
2	0,4750	30,00	26,00	6,07	0	4,50
3	0,4760	30,00	26,00	5,94	0	4,52

III. Titrare indirectă (după 10 min.)

1	0,4913	30,00	26,00	5,44	10	4,47
2	0,4755	30,00	26,00	6,09	10	4,49
3	0,4765	30,00	26,00	5,93	10	4,49

Zeocarb 225

I. Titrare directă (imediată)

1	0,4648	30,00	20,35	—	0	5,00	Capacitatea de schimb a cationitului Zeocarb 225: $K_{SO_3H}=5,0$ mech/g.
2	0,4724	30,00	20,70	—	0	4,99	
3	0,4660	30,00	20,44	—	0	4,98	

II. Titrare indirectă (imediată)

1	0,4635	30,00	26,00	5,84	0	5,00
2	0,4666	30,00	26,00	3,72	0	5,00
3	0,4658	30,00	26,00	5,77	0	4,97

III. Titrare indirectă (după 10 min.)

1	0,3885	30,00	26,00	9,02	10	5,00
2	0,3910	30,00	26,00	9,00	10	4,98
3	0,4675	30,00	26,00	5,63	10	4,97

paraţie cu valorile obţinute prin metoda dinamică a capacităţii de schimb sulfonice.

Din datele cuprinse în acest tabel se constată următoarele:

a) Reacţiile se petrec cu viteză de reacţie mare şi în consecinţă determinarea pe cale iodometrică a cationiţilor sulfonici în ciclul de hidrogen necesită un timp minim, ce se reduce la cel folosit pentru cîntărire şi titrare şi care se poate aproxima la 20...30 min.

b) Rezultatele obţinute cu ajutorul acestei metode sînt concordante cu cele obţinute pe cale dinamică, la care însă timpul necesar pentru determinarea capacităţii de schimb este destul de apreciabil.

4. Aplicarea metodei iodometrice la schimbătorii de cationi carboxilici şi la schimbătorii de cationi cu grupe funcţionale de schimb mixte

Din tabelul 7 se constată că în cazul cationiţilor carboxilici nu este posibilă determinarea capacităţii de schimb pe cale iodometrică. După o oră de reacţie se obţine o capacitate de schimb de numai circa 10%, iar după 48 de ore de reacţie de abia de 60% din capacitatea de schimb a cationitului.

În continuare s-au întreprins cercetări referitoare la schimbătorii de cationi cu grupe funcţionale mixte (—SO_3H, —COOH şi —OH). Pentru determinarea capacităţii de schimb s-a aplicat metoda indirectă. Rezultatele acestor cercetări sînt date în tabelele 7, 8, 9 şi 10.

Din datele cuprinse în aceste tabele se constată, din modul după cum decurg reacţiile iodometrice în funcţie de durata reacţiei, că se pot distinge două faze ale reacţiei şi anume: o fază în care schimbul de cationi se face în cîteva minute (timp de reacţie redus), datorită grupelor sulfonice ai căror ioni de hidrogen sînt puternic disociaţi, şi o a doua fază, în care schimbul de cationi se realizează cu o viteză de reacţie mult mai lentă, reacţia necesitînd un timp mai îndelungat, care corespunde intrării în reacţie a grupelor carboxilice.

Din această cauză (a prezenţei grupelor carboxilice, alături de grupele sulfonice) capacitatea de schimb totală a acestor schimbători de cationi nu se poate determina pe cale iodometrică. Ar fi posibilă însă determinarea cu oarecare aproximaţie a capacităţii de schimb sulfonice a cationiţilor carboxil-sulfonici dacă în determinare se iau în consideraţie numai valorile ce se obţin la titrarea iodului pus în libertate imediat după adăugarea cationitului la soluţia de iodat-iodură cînd, în aceste momente ale contactului, reacţionează aproape numai grupele sulfonice. Din cercetările întreprinse (v. tabelele 7...10) se constată că determinările de capacitate de schimb sulfonice la astfel de cationiţi se pot face numai în cazul cînd aceştia au o capacitate de schimb carboxilică $< 0{,}6$ mech/g (v. tabelele 10 şi 11). Pentru cationiţii cu capacitate de schimb carboxilică apropiată de 1 şi > 1 mech/g, capacitatea de schimb sulfonică se poate obţine numai după un timp de reacţie care este cuprins între 15 şi 45 min, după valoarea mai redusă sau mai ridicată a capacităţii de schimb carboxilice, ceea ce se poate constata din tabelele 9 şi 11.

Tabelul 7

Determinarea capacității de schimb la schimbătorii de cationi carboxilici. (Amberlit IRC 50)

Nr. crt.	Cantitatea de schimbător uscat g	Cantitatea de sol. 0,1 *N* KIO_3 ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* tiosulfat de sodiu ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* iod ml	Timpul de reacție ore	Capacitatea de schimb (iodometrică) mech/g	Observații
1	0,2830	30,00	30,00	22,70	0	0,72	Capacitatea de schimb determinată dinamic este 10,2 mech/g.
2	0,2832	30,00	30,00	23,00	1	1,11	
3	0,2816	30,00	30,00	23,05	1	1,09	
4	0,3390	30,00	30,00	23,35	3	1,55	
5	0,3594	30,00	30,00	23,37	3	1,63	
6	0,3387	30,00	30,00	15,53	24	4,40	
7	0,2729	30,00	30,00	17,70	24	4,48	
8	0,3986	30,00	30,00	13,20	48	6,08	
9	0,3846	30,00	30,00	12,10	48	6,10	

Tabela 8

Determinarea capacității de schimb la schimbătorii de cationi cu grupe funcționale de schimb mixte. (Lewatit CNS)

Nr. crt.	Cantitatea de shimbător uscat g	Cantitatea de sol. 0,1 *N* KIO_3 ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* tiosulfat de sodiu ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* iod ml	Timpul de reacție min.	Cantitatea de schimb (iodometrică) mech/g	Observații
1	0,5407	30,00	30,00	19,15	0	1,66	Lewatitul CNS conține grupe sulfonice, carboxilice și fenolice : $K_{SO_3H} = 2,14$ mech/g, $K_{COOH} = 2,76$ mech/g, $K_T = 4,90$ mech/g.
2	0,4945	30,00	30,00	19,68	0	1,70	
3	0,5081	30,00	30,00	18,78	15	1,85	
4	0,3771	30,00	30,00	20,98	15	1,86	
5	0,5102	30,00	30,00	17,75	30	2,06	
6	0,5833	30,00	30,00	16,26	*30*	*2,07*	
7	0,5340	30,00	30,00	16,60	*45*	*2,20*	
8	0,6550	30,00	30,00	16,50	45	2,21	
9	0,4140	30,00	30,00	18,15	60	2,42	
10	0,4139	30,00	30,00	18,23	60	2,41	
11	0,4947	30,00	30,00	18,05	90	2,55	
12	0,4942	30,00	30,00	15,70	90	2,57	
13	0,5363	30,00	30,00	14,53	120	2,82	
14	0,5410	30,00	30,00	13,50	120	2,79	

Tabelul 9

Determinarea capacității la schimb la schimbătorii de cationi cu grupe funcționale de schimb mixte. (PCV sulfonat)

Nr. crt.	Cantitatea de schimbător uscat g	Cantitatea de soluție 0,1*N* KIO_3 ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* tiosulfat de sodiu ml	Cantitatea de sol. 0,1N iod ml	Timpul de reacție min	Cantitatea de schimb (iodometrică) mech/g	Observații
1	0,3689	30,00	30,00	10,25	0	3,06	PCV-sulfonat conține grupe sulfonice și carboxilice : $K_{SO_3H}=3,94$ mech/g, $K_{COOH}=1,07$ mech/g, $K_T=5,01$ mech/g.
2	0,3279	30,00	30,00	15,15	*15*	*3,91*	
3	0,3677	30,00	30,00	13,71	30	4,04	
4	0,2821	30,00	30,00	16,05	45	4,37	

Tabelul 10

Determinarea capacității de schimb la schimbătorii de cationi cu grupe funcționale de schimb mixte. (Wofatit P)

Nr. crt.	Cantitatea de schimbător uscat g	Cantitatea de soluție 0,1*N* KIO_3 ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* tiosulfat de sodiu ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* iod ml	Timpul de reacție min	Cantitatea de schimb (iodometrică) mech/g	Observații
1	0,5965	30,00	30,0	19,50	*0*	*1,44*	Wofatitul P conține grupe sulfonice, carboxilice și fenolice : $K_{SO_3H}=1,4$ mech/g, $K_{COOH}=0,6$ mech/g, $K_T=2$ mech/g.
2	0,5842	30,00	30,0	19,50	0	1,47	
3	0,4154	30,00	30,0	21,35	15	1,59	
4	0,4842	30,00	30,0	20,55	15	1,54	
5	0,6109	30,00	30,0	18,58	30	1,57	
6	0,5375	30,00	30,0	19,00	30	1,62	
7	0,8767	30,00	30,0	14,53	45	1,59	
8	0,6143	30,00	30,0	18,43	45	1,64	

Tabelul 11

Determinarea pe cale iodometrică a capacității de schimb sulfonice a schimbătorilor de cationi cu grupe funcționale mixte

Nr. determinărilor	Cationitul	Grupele funcționale de schimb	Capacitatea de schimb mech/g									
			Metoda iodometrică indirectă						Metoda dinamică			Metoda alcalimetrică statică sol. NOOH 0,5 *N*
			Timpul de reacție min.						K_{SO_3H}	K_{COOH}	K_T	
			0	15	30	45	60	120				
1	Zeocarb 215	$-SO_3H$ $-COOH$ *) $-OH$	*2,73*	2,79	2,82	2,87	2,90	—	2,43	0,17	2,60	7,56
2	Staionit F. extra	$-CH_2-SO_3H$ $-COOH$ *) $-OH$	*1,37*	1,59	1,61	1,65	1,62	—	1,31	0,25	1,56	4,06
3	Wofatit F	$-SO_3H$ $-COOH$ *) $-OH$	*2,85*	2,90	2,91	2,90	2,90	—	2,49	0,41	2,90	6,55
4	Lewatit KSN	$-SO_3H$ $-COOH$ *) $-OH$	*3,92*	3,95	4,01	4,02	3,96	—	3,43	0,59	4,02	4,27
5	Wofatit P	$-CH_2-SO_3H$ $-COOH$ *) $-OH$	*1,45* (med.)	1,56	1,61	1,62	—	—	1,40	0,60	2,00	5,38
6	Policlorură de vinil sulfonată	$-SO_3H$ $-COOH$	3,06	*3,91*	4,04	4,37	—	—	3,94	1,07	5,01	5,02
7	Wofatit CNS	$-SO_3H$ $-COOH$ $-OH$	1,68 (med.)	1,85	2,06	*2,20*	2,42	2,81	2,14	2,76	4,90	6,13

*) Găsite ca prezente în determinările cu soluție de acetat de calciu.

Se observă că se obţin valori ceva mai ridicate ale capacităţii de schimb sulfonice, ceea ce denotă că într-o mică măsură participă la reacţie şi grupele carboxilice chiar din primele momente ale contactului cu reactanţii. Acest fapt rezultă din tabelul 7, unde sînt date rezultatele acţiunii cationitului cu grupe carboxilice în funcţie de durata de contact cu soluţia iodometrică. De la primul contact cu reactantul, grupele carboxilice intră în reacţie marcînd o capacitate de schimb carboxilică de 0,7...0,8 mech/g.

Realizînd amestecuri mecanice de 0,25 g cationit sulfonic (Permutit RS) şi 0,25 g cationit carboxilic (Amberlit IRC 50) şi dozînd iodul pus în libertate la primul contact al amestecului de cationiţi cu soluţia iodometrică, s-a găsit o capacitate de schimb sulfonică a amestecului cationitic de 5,05 mech/g faţă de valoarea calculată de 5,00 mech/g.

Luînd în consideraţie valorile obţinute în încercările din tabelele 8...11, de unde se constată că este necesar un anumit timp de reacţie pentru a se atinge valorile corespunzătoare capacităţii de schimb sulfonice, nu ar fi exclusă influenţarea reciprocă în ceea ce priveşte vitezele de reacţie a schimbului de cationi, a grupelor funcţionale sulfonice şi a grupelor carboxilice ce se găsesc pe aceeaşi macromoleculă a schimbătorului de cationi, în special atunci cînd grupele carboxilice se găsesc în număr mare.

a) *Influenţa grupelor fenolice.* În determinările capacităţii de schimb a cationiţilor fenolici la care se folosesc ca reactivi pentru schimbul de cationi săruri de sodiu sau de calciu, nu are loc schimbul de cationi, datorită slabei disocieri a hidrogenului din grupele fenolice şi a pH-ului neutru al soluţiilor acestor săruri.

Foarte uşor reacţionează însă grupele fenolice cu soluţiile alcaline, al căror pH are deci valori ridicate; de aceea la determinarea capacităţii de schimb a cationiţilor fenolici cu ajutorul soluţiilor de hidroxid de sodiu, se obţin valori mai ridicate decît la titrarea cu soluţii de clorură de calciu sau acetat de calciu.

La determinarea pe cale iodometrică a capacităţii de schimb a acestor cationiţi se constată că grupele fenolice nu participă la reacţie, deci nu pun în libertate iodul din soluţiile de iodat-iodură. Au fost întreprinse în acest scop determinări iodometrice (metoda indirectă) asupra novolacului şi a unei răşini de turnare — produşi macromoleculari care nu au în structura lor alte grupe funcţionale decît grupele fenolice; de asemenea s-au efectuat încercări asupra fenolului pur. Rezultatele obţinute sînt date în tabelul 12.

Din datele obţinute se constată că nici grupele fenolice din produşii de condensare şi nici cele din fenolul liber nu reacţionează cu amestecul iodat-iodură.

Pentru a se constata dacă sub influenţa grupelor sulfonice sau carboxilice ce se găsesc grefate pe aceeaşi macromoleculă în cationiţii pe bază de fenol, grupele fenolice capătă o oarecare activitate, s-au întreprins încercări iodometrice asupra unui cationit fenolic (Wofatit P), ale cărui grupe sulfonice şi carboxilice au fost în prealabil blocate cu ioni de calciu. Se constată că şi în aceste condiţii grupele fenolice nu intră în reacţie cu soluţia de iodat-iodură.

Tabelul 12

Comportarea grupelor fenolice în determinările iodometrice

Nr. crt.	Substanța	Timp de reacție min	Cantitatea de sol. 0,1 *N* iod (teoretic necesară) ml	Cantitatea de sol. 0,1 *N* iod (practic adăugată) ml	Observații
1	fenol	15	27,50	27,50	S-a luat în lucru
2	fenol	120	27,50	27,49	0,5 g substanță
3	novolac	15	27,50	27,48	
4	novolac	120	27,50	27,47	
5	rășină de turnare	15	27,50	27,49	
6	rășină de turnare	120	27,50	27,48	

Prin urmare, spre deosebire de determinările alcalimetrice ale capacității de schimb, care în cazul cationiților fenolici dau valori mai mari decît acelea ale capacității de schimb utile, metoda iodometrică aplicată acestor cationiți dă valori apropiate de cele obținute folosind pentru determinarea capacității de schimb soluții de săruri (clorură de calciu, acetat de calciu etc.).

5. Concluzii

Din studiul întreprins în prezenta lucrare s-au scos în evidență avantajele metodei iodometrice în determinarea capacității de schimb a schimbătorilor de cationi sulfonici, și anume:

1. Metoda este precisă și totodată mai rapidă decît celelalte metode pentru determinarea capacității de schimb (dinamică, statică, alcalimetrică, potențiometrică etc). În cazul cationiților cu grupe de schimb sulfonice determinarea capacității de schimb nu necesită mai mult de 20...30 min.

2. Metoda nu angajează în reacție grupele fenolice care se găsesc totdeauna în cationiții pe bază de fenoli și care nu pot fi evitate în folosirea metodelor statice sau dinamice alcalimetrice pentru determinarea capacității de schimb.

3. Metoda iodometrică nu poate fi aplicată în determinările capacității de schimb a cationiților carboxilici.

4. În cazul cationiților cu grupe funcționale de schimb mixte, sulfonice și carboxilice, metoda iodometrică nu se poate aplica pentru determinarea capacității de schimb totale a acestor cationiți. Poate fi folosită însă la determinarea capacității de schimb sulfonice, cînd capacitatea de schimb carboxilică a cationitului este mai mică decît 0,6 mech/g. Pentru valori mai mari ale capacității de schimb carboxilice, capacitatea de schimb sulfonică se poate aprecia numai aproximativ, în condițiile date în lucrare.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologie chimică

BIBLIOGRAFIE

1. Marconi M., Chimica, 1952, *11*, pp. 432-433.
2. Dima M., Diaconescu El., Carpov A., Florea E., St. şi cerc. şt, Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Chimie, 1956, **VII**, *1*, pp. 31-62.
3. Verbel S., *Analitik-organischer Verbindungen.* Akademie Verlag, 1960, S. 32.

SUR LA DÉTERMINATION DE LA CAPACITÉ D'ÉCHANGE DES ÉCHANGEURS D'IONS PAR VOIE IODOMÉTRIQUE

(Résumé)

On donne les résultats concernant la méthode iodométrique appliquée à la détermination de la capacité d'échange des échangeurs d'ions hydrogéniques.

On étudie le comportement des groupes sulfoniques, carboxyliques et phénoliques dans les réactions iodometriques. On constate que dans le cas des échangeurs d'ions sulfoniques, la détermination de la capacité d'échange de ceux-ci, par voie iodométrique, constitue une méthode précise et rapide. On ne peut pas appliquer cette méthode à la détermination de la capacité d'échange des échangeurs d'ions carboxyliques.

Dans le cas où les échangeurs d'ions contiennent des groupes carboxylique à côté des groupes sulfoniques, la méthode iodometrique peut donner des résultats satisfaisants lors de la détérmination de la capacité d'échange sulfonique des échangeurs dont la capacité d'échange carboxylique est inférieure à 0,60 méch/g. La présence d'une capacité d'échange carboxylique d'environ 1 méch/g, ne permet qu'une détermination approximative de la capacité d'échange sulfonique.

Les groupes phénoliques existants dans ces échangeurs ne participent pas aux réaction iodométriques.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 66.074

ASUPRA CANTITĂŢII DE LICHID REŢINUT PE UN PERETE VERTICAL ÎN CURGERE PELICULARĂ

DE

TH. SĂVEANU şi I. IBĂNESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

În lucrări anterioare [1], [2] am scos în evidenţă acţiunea de intensificare a transferului de masă şi căldură cu ajutorul rugozităţii, în curgerea peliculară. De asemenea am stabilit [3] schimbarea caracterului curgerii peliculare sub acţiunea rugozităţii.

Din aceste studii s-a tras concluzia că grosimea peliculei de lichid şi deci cantitatea de lichid reţinut pe suprafaţa de curgere creşte în prezenţa rugozităţii şi această creştere conduce la intensificarea proceselor de transfer.

În vederea cunoaşterii legilor curgerii peliculare pe suprafeţe rugoase ne-am propus, în lucrarea de faţă, să ne ocupăm de influenţa rugozităţii asupra cantităţii de lichid reţinut pe o suprafaţă rugoasă pe care are loc o curgere peliculară.

Ţinînd seama de forţele care acţionează în curgerea peliculară şi de faptul că viteze ale gazului pînă la 6 m/s, la curgerea lichid-gaz în contracurent, nu influenţează sensibil curgerea lichidului, concluziile acestui studiu sînt valabile pentru curgerea oricărui lichid atît în curgerea peliculară simplă cît şi atunci cînd curgerea lichidului este însoţită şi de curgerea unui gaz în contracurent la viteze mici.

2. Metoda de lucru

Variaţia cantităţii de lichid reţinut pe suprafaţa de curgere s-a obţinut lucrînd cu lichide de diferite vîscozităţi. S-au folosit: apa distilată şi soluţii apoase de clorură de sodiu şi de zaharoză. Vîscozitatea lichidelor folosite a variat între 1 şi 5,9 cP, prin variaţia concentraţiei. Acest domeniu de variaţie a vîscozităţii acoperă satisfăcător cazurile întîlnite în practică. Temperatura de lucru a variat între 19° şi 20°C, precizia de măsurare fiind de $\pm$ 0,2°C. Determinarea cantităţii de lichid

reţinut s-a realizat prin cîntărire. S-a folosit un tub de sticlă a cărui suprafaţă s-a considerat netedă din punct de vedere hidrodinamic [4]. Prin înfăşurarea unui fir metalic pe tubul de sticlă s-a obţinut o suprafaţă rugoasă. Firul înfăşurat avea diametrul $d = 0{,}20$ mm. Distanţa între spire a variat de la 0,20 la 20 mm. În acest mod s-au obţinut suprafeţe cu o distribuţie diferită a rugozităţii, dar în fiecare caz uniformă.

3. Rezultate experimentale

Rezultatele obţinute sînt prezentate în coordonatele δ (grosimea peliculei) şi l (distanţa între două spire consecutive, exprimată în număr de lungimi de undă λ). Grosimea peliculei este în strînsă dependenţă de cantitatea de lichid reţinut iar lungimea de undă a valurilor este o mărime caracteristică în curgerea peliculară cu valuri [1]. Pentru comparare s-a folosit lungimea de undă a apei şi pentru celelalte lichide.

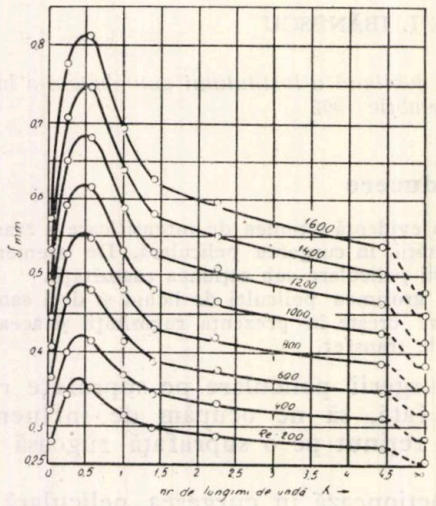


Fig. 1. — Variaţia grosimii δ a peliculei de lichid funcţie de distanţa dintre spire ($\mu = 1$ cP).

Dependenţa între δ şi λ pentru cazul unui lichid cu vîscozitatea de 1 cP (apă distilată de 20°C) este arătată în fig. 1.

Din fig. 1 rezultă că grosimea peliculei de lichid creşte cu Re_l şi este mai mare decît grosimea peliculei la peretele neted ($l = \infty$); δ creşte repede de la distanţa $l = 0{,}05\,\lambda$ (spiră lîngă spiră) pînă la distanţa $l = (0{,}4...0{,}5)\ \lambda$, cînd prezintă un maximum, după care scade treptat pe măsură ce creşte distanţa l între spire.

Este de remarcat faptul că în timp ce valoarea maximă a coeficientului de transfer de masă are loc la o distanţă între spire egală cu lungimea de undă [1], grosimea maximă a peliculei se obţine la valori ale distanţei dintre spire mai mici decît lungimea de undă. Deci viteza maximă de transfer nu corespunde grosimii maxime a peliculei şi invers.

Neconcordanţa între δ_{max} şi K_{max} se poate explica prin faptul că la δ_{max} lichidul dintre spire nu are condiţii de turbulizare importantă. Într-un studiu anterior [2] am arătat că intensificarea transferului de masă cu ajutorul rugozităţii se datoreşte creşterii gradului de turbulenţă şi măririi interfeţei lichid-gaz. Rezultă că la δ_{max} nu se realizează condiţiile dezvoltării gradului de turbulenţă în măsura în care apare la K_{max}, care corespunde la $l = \lambda$.

În fig. 2...5 sînt redate rezultatele experimentale ale variației grosimii peliculei de lichid funcție de distanța l între spire la următoarele soluții: a) soluție apoasă de clorură de sodiu ($\mu = 1{,}31$ cP); b) soluție apoasă de zaharoză ($\mu = 2;\ 3;\ 5{,}9$ cP).

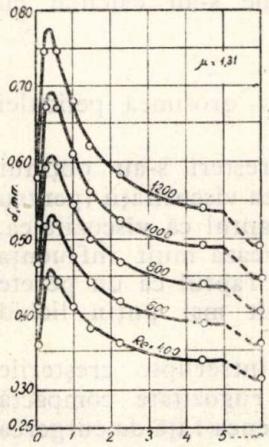


Fig. 2. — Variația grosimii δ a peliculei de lichid funcție de distanța l dintre asperități, pentru soluția cu $\mu = 1{,}31$ cP.

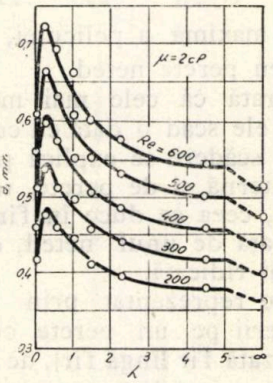


Fig. 3 — Variația grosimii δ a peliculei de lichid funcție de distanța l dintre spire, pentru soluția cu $\mu = 2{,}03$ cP.

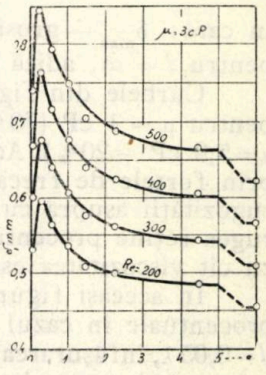


Fig 4. — Variația grosimii δ a peliculei de lichid funcție de distanța l dintre spire, pentru soluția cu $\mu = 3{,}00$ cP.

Din analiza figurilor rezultă că fenomenul de curgere, pentru toate lichidele folosite, are loc după aceeași lege de variație. Grosimea peliculei pentru aceleași condiții de curgere-a variat de la lichid la lichid și anume a crescut o dată cu creșterea vîscozității.

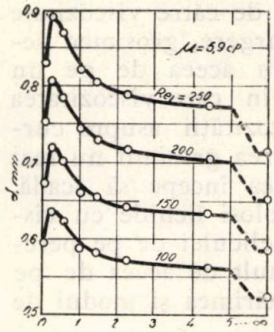


Fig. 5. — Variația grosimii δ a peliculei de lichid funcție de distanța l dintre spire, pentru soluția cu $\mu = 5{,}90$ cP.

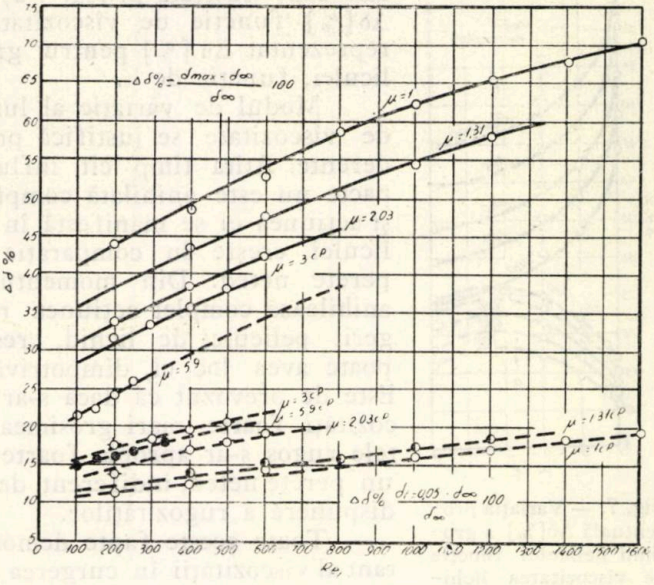


Fig. 6.— Creșterea procentuală a grosimii maxime a peliculei de lichid funcție de Re_l.

Creşterea procentuală a grosimii maxime pe un perete rugos, raportată la grosimea peliculei pe un perete neted, funcţie de regimul de curgere şi de vîscozitate, este redată în fig. 6 (cu linii pline).

Valorile creşterii procentuale a grosimii maxime s-au calculat cu expresia:

$$\Delta\delta\,[\%] = [(\delta_{max} - \delta_{l=\infty})/\delta_{l=\infty}]\ 100,$$

în care: δ_{max} — grosimea maximă a peliculei, $\delta_{l=\infty}$ — grosimea peliculei pentru $l = \infty$, adică pentru perete neted.

Curbele din fig. 6 arată că cele mai mari creşteri s-au obţinut pentru $\mu = 1$ cP (70%) şi ele scad o dată cu creşterea vîscozităţii (pentru $\mu = 5{,}9$ cP — 20%). Această scădere se explică prin faptul că vîscozitatea, prin forţele de frecare internă şi de perete, temperează mult influenţa rugozităţii asupra curgerii, ceea ce duce în final la faptul că un perete rugos reţine procentual, faţă de unul neted, cu atît mai puţin lichid cu cît vîscozitatea este mai ridicată.

În aceeaşi figură s-au reprezentat prin linii întrerupte creşterile procentuale în cazul curgerii pe un perete cu o rugozitate compactă ($l = 0{,}05\,\lambda$, înfăşurarea realizată fir lîngă fir), de asemenea faţă de curgerea pe un perete neted:

$$\Delta\delta\,[\%] = [(\delta_{l=0{,}05\lambda} - \delta_{l=\infty})/\delta_{l=\infty}]\ 100.$$

De data aceasta nu mai are loc o scădere procentuală a lui δ ca în cazul grosimii maxime ci o creştere o dată cu vîscozitatea. Creşterea nu are loc pe tot intervalul de variaţie a vîscozităţii; ea atinge un maxim pentru o vîscozitate cuprinsă între 4 şi 5 cP, de unde începe o uşoară scădere. Această variaţie este bine ilustrată în fig. 7 a, unde s-a reprezentat $\Delta\delta\,[\%]$ funcţie de vîscozitatea μ. În fig. 7 b s-a reprezentat $\Delta\delta\,[\%]$ pentru grosimea maximă a peliculei, funcţie de μ.

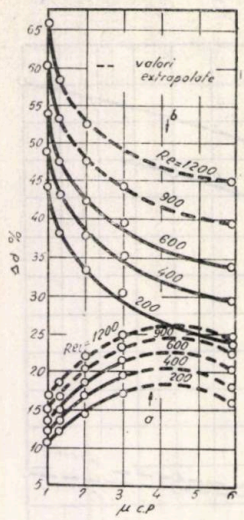


Fig. 7. — Variaţia procentuală $\Delta\delta[\%]$ a grosimii peliculei funcţie de vîscozitatea lichidului.

Modul de variaţie al lui $\Delta\delta$ (fig. 7 a) funcţie de vîscozitate se justifică prin următoarele considerente. Atîta timp cît influenţa rugozităţii compacte nu este anihilată complet de către vîscozitate şi acţiunea ei se manifestă în curgere, grosimea peliculei creşte în comparaţie cu aceea de pe un perete neted. Din momentul în care vîscozitatea anihilează complet acţiunea rugozităţii asupra curgerii peliculei de lichid, creşterea grosimii nu mai poate avea loc ci, dimpotrivă, ea începe să scadă. Este de prevăzut că dacă s-ar folosi lichide cu vîscozităţi foarte mari grosimea peliculei de pe peretele rugos s-ar apropia foarte mult de aceea de pe un perete neted, indiferent de mărimea şi modul de dispunere a rugozităţilor.

Toate aceste fapte demonstrează rolul important al vîscozităţii în curgerea peliculară şi, respectiv, în fenomenele de transfer. O dată cu creşterea vîscozităţii creşte şi grosimea peliculei şi deci şi re-

zistența la transfer. Dacă rugozitatea n-ar duce la o turbulență intensă a peliculei, așa cum s-a arătat în lucrările [1], [2], atunci fenomenele de transfer s-ar desfășura cu viteze mult mai mici și ar fi determinate în bună parte de vîscozitate.

O rugozitate dată poate acționa în pelicula de lichid numai pînă la o anumită valoare a vîscozității, de la care efectul ei este mai puțin important. Deci în procesele de transfer trebuie ținut seama și de interdependența dintre rugozitate și vîscozitate atunci cînd se dorește a se obține intensificări cît mai mari.

Compararea curbelor redate în fig. 1...5 arată că maximele obținute nu corespund, de la un lichid la altul, la una și aceeași distanță între spire. Ele se deplasează spre stînga, adică spre distanțele mai mici dintre spire, pe măsură ce vîscozitatea lichidelor crește. Această deplasare se observă mai pregnant în fig. 8, unde pentru același regim de curgere ($\mathcal{R}e_l = 400$) s-a reprezentat variația grosimii peliculei funcție de distanța între spire (mm), pentru lichide cu vîscozități diferite.

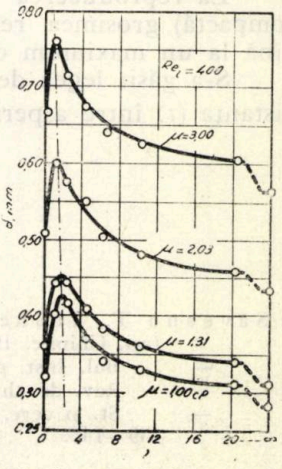


Fig. 8. — Variația grosimii peliculei de lichid funcție de distanța între spire, pentru lichide cu vîscozități diferite.

De exemplu, din figură se observă că pentru $\mu = 1$ cP maximul grosimii se obține la aproximativ 1,70 mm iar pentru $\mu = 3{,}00$ cP, la 0,95 mm. Este interesant de semnalat faptul că produsul dintre grosimea maximă a peliculei și pasul spirelor (exprimat în mm) corespunzător acestei grosimi maxime reprezintă o constantă; valoarea constantei este 0,72 (v. tabelul 1).

Tabelul 1

μ cP	δ_{max} mm	Pasul t mm	$\delta_{max}\ t$
1,00	0,425	1,70	0,72
1,31	0,450	1,80	0,72
2,03	0,600	1,20	0,72
3,00	0,760	0,25	0,72

Este interesant de semnalat analogia dintre această lege și legea lui Wien din radiația căldurii, unde produsul dintre maximul intensității de radiație la corpul negru absolut și lungimea de undă corespunzătoare maximului este de asemenea o constantă.

4. Concluzii

S-a studiat cantitatea de lichid reținut pe un perete vertical rugos în curgerea peliculară, folosind în acest scop lichide cu vîscozități diferite.

Cantitatea de lichid reținut pe un perete rugos depinde de distribuția rugozității. Cu micșorarea distanței dintre asperități cantitatea de lichid reținut crește pînă la un maximum, de unde începe să scadă. Pentru rugozitatea și lichidele folosite maximele au corespuns la distanțe cuprinse între 0,95 și 1,70 mm. Aceste distanțe sînt mai mici decît cele ce corespund vitezei maxime de transfer de masă [1].

Grosimea relativă maximă (în %) a peliculei în curgere pe un perete rugos, faţă de grosimea pe un perete neted, creşte cu scăderea vîscozităţii.

La reproducerea rugozităţii obişnuite (numită în text rugozitate compactă) grosimea relativă a peliculei creşte o dată cu vîscozitatea, pînă la un maximum cuprins între 4 şi 5 cP, după care scade.

S-a găsit legea de deplasare a grosimii maxime (δ_{max}), funcţie de distanţa (t) între asperităţi (fig. 8), exprimată prin $\delta_{max}\, t = 0{,}72$.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie chimică,
Laboratorul de operaţii şi utilaje

BIBLIOGRAFIE

1. Săveanu T., Ibănescu I., Vasiliu M., St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Chimie, 1960, **XI**, *1*, pp. 149—157.
2. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, pp. 129—140.
3. — Rev. de chimie ASIT, 1962, **XIII**, *10*, pp. 589—592.
4. — St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Chimie, 1960, **XI**, *1*, pp. 139—148.

ÜBER DIE ANHAFTENDE QUANTITÄT EINER FLÜSSIGKEIT IN FILMSTRÖMUNG AUF EINEM SENKRECHTEN, RAUHEN WAND

(Zusammenfassung)

Man hat die anhaftende Quantität (die entsprechende Filmdicke) einer Flüssigkeit im Filmströmung auf einem senkrechten, rauhen Wand untersucht.

Es wurden Flüssigkeiten von verschiedenen Viskositäten un zwar: destilliertes Wasser und wässerigen Kochsalz- und Saccharoselösungen benützt.

Die Quantität der anhaftenden Flüssigkeit auf einem rauhen Wand hängt von der Verteilung der Rauhigkeit ab und weist immer ein Maximum auf. Die maximalen Quantitäten liegen bei Abständen von 0,95 bis 1,70 mm zwischen zwei Rauhigkeiten. Diese Abständen sind kleiner die der Stoffaustausch entsprechenden Werten [1].

Auf einem rauhen Wand die relative Dicke der Maximum (in %) einer Flüssigkeit in Filmströmung wächst mit dem Absinken der Viskosität (Abb. 6).

Man hat gefunden dass $\delta_{max}\, t = 0{,}72$, wo t ist der Abstand zwischen zwei Rauhigkeiten.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Veränderung der Filmdicke δ mit dem Abstand l zwischen zwei Rauhigkeiten ($\mu = 1$ cP).

Abb. 2. — Veränderung der Filmdicke δ mit dem Abstand l zwischen zwei Rauhigkeiten ($\mu = 1{,}31$ cP).

Abb. 3. — Veränderung der Filmdicke δ mit dem Abstand l zwischen zwei Rauhigkeiten ($\mu = 2{,}03$ cP).

Abb. 4. — Veränderung der Filmdicke δ mit dem Abstand l zwischen zwei Rauhigkeiten ($\mu = 3{,}00$ cP).

Abb. 5. — Veränderung der Filmdicke δ mit dem Abstand l zwischen zwei Rauhigkeiten ($\mu = 5{,}90$ cP).

Abb. 6. — Relative Vergrösserung der Filmdicke des Maximums mit dem $\mathcal{R}e_F$.

Abb. 7. — Relative Veränderung $\Delta\delta$ [%] der Filmdicke mit der Viskosität der Flüssigkeit.

Abb. 8. — Veränderung der Filmdicke mit dem Abstand zwischen zwei Rauhigkeiten für Flüssigkeiten mit verschiedenen Viskositäten.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 547.458.81

TRANSFORMĂRI POLIMER-ANALOGE ALE CELULOZEI

NOTA I

TRANSESTERIFICAREA DIACETATULUI DE CELULOZĂ CU *p*-AMINO-BENZOAT DE ETIL

DE

ILIE MATEI
membru corespondent al Academiei R. P. R.
şi
MARIA GRIGORAŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962.

1. Introducere

Plastice şi fibre celulozice obţinute prin modificarea chimică a grupelor funcţionale de pe catenă, prin reacţii de esterificare sau eterificare, sînt cunoscute încă de la sfîrşitul secolului trecut.

Mai puţin cunoscuţi în tehnică, dar interesanţi sub diferite aspecte, sînt derivaţii celulozici amidaţi sau aminaţi.

Printre primele încercări de sintetizare a acestor derivaţi găsim lucrarea lui K. Hess şi N. Ljubitsch [1], care obţin amino-esteri celulozici prin tratarea ditosilcelulozei cu amoniac sau cu etil-amină, reuşind să introducă 2 % azot în catenă. Metoda din patentul lui G. F. Haskins [2] constă în transformarea esterilor sulfonici ai celulozei, în aminoesteri cu grupă aminică primară sau secundară, prin menţinerea timp de cîteva zile a sulfatului de celuloză în soluţia aminelor respective. Se obţin esteri celulozici cu un conţinut de 0,5...1 grupe aminice la fiecare verigă a lanţului catenar.

Lin Yan, V. A. Derevitkaia şi Z. A. Rogovin [3] obţin esteri celulozici *N*-amino-substituiţi prin tratarea celulozei cu cloruri acide ale aminoacizilor *N*-substituiţi. Acelaşi tip de derivaţi celulozici se poate obţine, aşa cum indică un patent american [4], prin tratarea esterilor celulozici ai acizilor cloruraţi cu amine secundare.

Z. A. Rogovin, în colaborare cu Sun-Tun şi V. A. Derevitkaia [5], obţin esteri aminaţi nesubstituiţi prin tratarea celulozei cu clorhidraţi ai clorurilor acizilor β, γ, ε şi ω-aminaţi, în mediu de piridină sau dimetil-anilină, conţinutul în azot al acestor esteri ajungînd pînă la 2,85%, iar gradul de substituţie $\gamma = 44$.

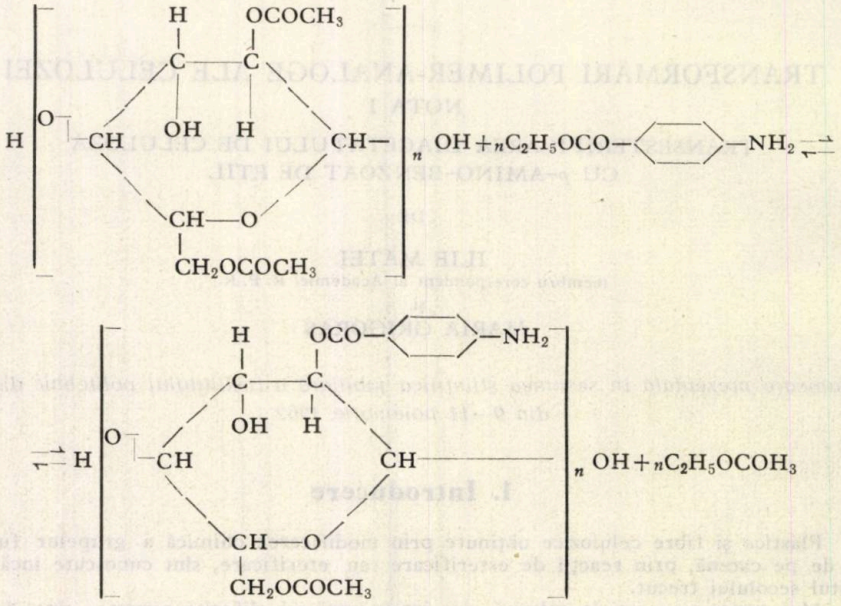
În colaborare cu un alt colectiv [6], Z. A. Rogovin sintetizează esteri celulozici α-aminaţi folosind drept componente de reacţie *p*-toluen-sulfonatul de celuloză, sau metil-sulfonatul de celuloză şi sărurile de sodiu ale acizilor α-aminaţi.

T. S. Gardner [7] obţine esteri celulozici aminaţi pe o cale ceva mai ocolită şi anume, pleacă de la acetat de celuloză, care după o regenerare parţială a grupelor funcţionale prin hidroliză, este tratat cu acizi aminici în prezenţa clorurii de acetil.

2. Partea teoretică

Noi am folosit, pentru a obţine esteri micşti aminaţi de celuloză, o metodă indirectă şi anume, reacţia de transesterificare a acetatului de celuloză, luînd ca reactiv modificator esterul etilic al acidului *p*-amino-benzoic.

Am pornit de la un diacetat de celuloză cu grad de substituţie $\gamma = 200$, care supus acţiunii *p*-amino-benzoatului de etil în prezenţa acidului fosforic drept catalizator, reacţionează conform schemei:



conducînd la esteri micşti de tipul aceto-*p*-amino-benzoatului de celuloză.

În majoritatea încercărilor noastre s-a păstrat excesul de 6 mol *p*-amino-benzoat de etil la o verigă de acetat de celuloză. Încercările efectuate în prezenţa solvenţilor au arătat că aceştia influenţează defavorabil reacţia de transesterificare. Astfel, în solvenţi cu punct de fierbere scăzut (cloroform, acetonă, tetraclorură de carbon, amestec de cloroform şi toluen), reacţia nu are loc.

În prezenţa etilenglicolului, diluant al topiturii de acetat de celuloză cu *p*-amino-benzoat de etil, viteza de reacţie scade foarte mult. Lucrînd în topitură, raportul molar ester *p*-amino-benzoic/mol-verigă celulozică este mai mic (numai 4) şi durata procesului se înjumătăţeşte la 3 ore, pentru a atinge aceeaşi valoare a conţinutului în azot (0,3%) cu cea a probelor efectuate în soluţie, cu exces de 9 mol ester *p*-amino-benzoic la mol-verigă celulozică şi durată de reacţie 6 ore.

Solvenţii încercaţi influenţînd defavorabil asupra vitezei şi gradului de transesterificare, s-a renunţat la utilizarea lor şi s-a folosit metoda de lucru în topitură, unul din reactanţi fiind luat în exces.

Unele rezultate obţinute în cercetările întreprinse asupra influenţei temperaturii de reacţie, a concentraţiei în catalizator şi a duratei procesului sînt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Variaţia gradului de transformare a diacetatului de celuloză în funcţie de factorii: timp, temperatură, concentraţie în catalizator

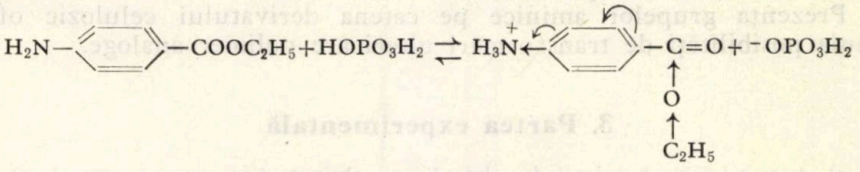
Nr. crt.	t °C	Mol H_3PO_4 pe mol *p*-aminobenzoat de etil	Timp ore	N %	Grupe ester la 100 g polimer	Grupe *p*-aminobenzoil la 100 g polimer	Grupe acetil la 100 verigi	Grupe *p*-aminobenzoil la 100 verigi	Grad de substituţie γ
1	145	0,10	4	0,46	0,786	0,033	186,9	8,2	195,1
2	145	0,25	4	0,65	0,800	0,047	192,0	12,0	204,0
3	125	0,25	3	0,36	0,800	0,026	193,0	6,5	199,5
4	125	0,35	3	0,96	0,794	0,070	185,4	18,0	203,4

Din datele tabelului 1 se constată că desfăşurarea procesului de transesterificare sub acţiunea esterului acidului *p*-amino-benzoic, este favorabil influenţată de temperatură, de concentraţia în catalizator şi de durata procesului.

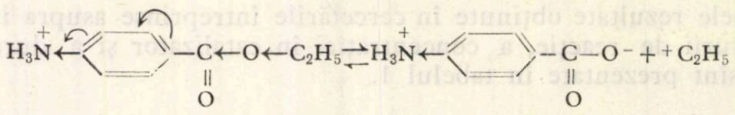
Probe efectuate la 100°C, după 6 ore de reacţie, n-au suferit nici o modificare. Peste 145°C nu este recomandabil să se efectueze transesterificarea, deoarece la temperaturi mai înalte intervin reacţii secundare, destrucţii termice a însăşi catenei celulozice de bază. Temperatura optimă a procesului s-a dovedit a fi 125°C.

Creşterea concentraţiei în catalizator de la 0,1 la 0,35 mol acid fosforic pe mol *p*-amino-benzoat de etil influenţează pozitiv reacţia, fapt ce se traduce printr-un grad mărit de transesterificare. Aceasta se explică prin faptul că esterul *p*-amino-benzoic formează cu acidul fosforic sarea respectivă, ce contribuie la creşterea activităţii grupei esterice.

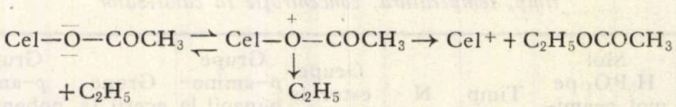
Cataliza transesterificării acetatului de celuloză cu *p*-amino-benzoat de etil în prezenţa acidului fosforic, are loc conform reacţiei:



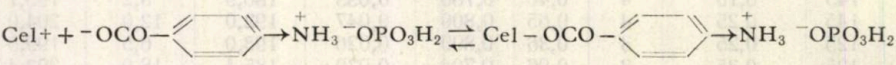
Ionul amonium format are un efect inductiv —I, puternic. Prin acest efect ca atare şi prin efectul de conjugare declanşat de acest efect, se separă grupă $-^{+}C_2H_5$ ca ion carbonium



Acetatul de celuloză reacţionează cu ionul carbonium $^{+}C_2H_5$ după reacţia:



Se formează un ion carbonium celulozic, care reacţionează cu ionul bipolar, formînd *p*-amino-benzoatul de celuloză după reacţia:



Toate reacţiile fiind reversibile, echilibrul se deplasează de partea formării amino-benzoatului de celuloză, în măsura în care creşte cantitatea de acid fosforic, respectiv cantitatea de ion bipolar amino-benzoic. În condiţiile noastre de lucru, însă, o creştere a concentraţiei în acid fosforic peste raportul molar 0,35 mol catalizator/mol reactant, provoacă o precipitare a polimerului în mediul de reacţie. Parametrii optimi ai reacţiei variază în limitele indicate în tabelul 1.

În ceea ce priveşte comportarea la solvire, polimerul transformat îşi pierde solubilitatea în acetonă. El este insolubil în acetonă, cloroform, eter etilic, alcool etilic şi se solvă într-un amestec de solvenţi: etanol-acetonă-apă, precum şi în dimetil-formamidă, piridină, alcool benzilic. Soluţiile sînt stabile în timp chiar în cazul diluţiilor mai reduse.

Aşa cum rezultă din determinările vîscozimetrice, în condiţiile noastre de lucru, în timpul reacţiei de transesterificare nu au loc reacţii secundare de scindarea catenei macromoleculare. Vîscozitatea specifică a unei soluţii de diacetat de celuloză în dimetil-formamidă de concentraţie 0,25% este $\eta_{sp} = 0{,}29$, iar vîscozitatea specifică a unei soluţii de aceto-*p*-amino-benzoat de celuloză de asemenea în dimetil-formamidă şi de aceeaşi concentraţie a dat valoarea 0,28.

Polimerul furnizează din soluţie pelicule perfect transparente, elastice, uşor detaşabile de pe sticlă.

Prezenţa grupelor aminice pe catena derivatului celulozic oferă acestuia posibilităţi de transformări ulterioare polimer analoge.

3. Partea experimentală

a) *Aceto-p-amino-benzoatul de celuloză* s-a obţinut dintr-un amestec de reacţie format din diacetat de celuloză $\gamma = 200$ *p*-amino-benzoat de etil şi catalizator — acid fosforic soluţie 76% — menţinîndu-se constant raportul molar *p*-amino-benzoat de etil/ /mol-verigă celulozică şi variind raportul molar acid fosforic/*p*-amino-benzoat de etil, temperatura şi timpul de reacţie fiind corespunzătoare datelor din tabelul 1.

De exemplu (proba 2 din tabelul 1) 5 g diacetat de celuloză $\gamma=200$ s-au topit la 100°C în 20 g *p*-aminobenzoat de etil şi la această temperatură se adaugă treptat 3,6 g soluţie acid fosforic de 76%. Se menţine 4 ore sub agitare mecanică la temperatura de 145°C.

Separarea polimerului de *p*-amino-benzoat de etil nereacţionat, se realizează prin tratarea cu alcool etilic la cald (70°...75°C), a amestecului de reacţie. Soluţia perfect clară la cald, la răcire separă polimerul, *p*-amino-benzoatul de etil rămînînd în cea mai mare parte în soluţie. Purificarea polimerului pentru analiză necesită repetate solviri într-un amestec format din 50 cm^3 alcool etilic, 50 cm^3 acetonă şi 1 cm^3 apă, urmate de precipitări cu eter etilic. Polimerul precipitat se spală cu apă distilată, cu soluţie alcalinizată cu NaOH şi din nou cu apă pînă la pH neutru.

p-amino-benzoatul de etil nereacţionat se poate recupera din soluţia iniţială alcoolică.

Conţinutul în azot şi gradul de substituţie variază în funcţie de condiţii, după cum indică tabelul 1.

4. Concluzii

S-au cercetat condiţiile de transesterificare a diacetatului de celuloză cu *p*-amino-benzoat de etil, reacţie care a condus la polimeri de tipul aceto-*p*-amino-benzoatului de celuloză.

Din rezultatele obţinute s-a ajuns la concluzia că prezenţa solvenţilor sau a diluanţilor micşorează viteza de reacţie, iar în unele cazuri împiedică chiar desfăşurarea transesterificării.

Limitele de temperatură, între care reacţia furnizează rezultatele urmărite, sînt cuprinse între 125° şi 145°C. Sub 125°C viteza de reacţie scade simţitor; peste 145°C intervin procese secundare de destrucţie a catenei celulozice iniţiale.

S-a stabilit că o creştere a raportului molar catalizator/agent de transesterificare influenţează pozitiv atît viteza de reacţie cît şi gradul de transformare.

S-a conceput un mecanism chimic al acţiunii catalitice a acidului fosforic.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie organică

BIBLIOGRAFIE

1. Hess K., Ljubitsch N., Ann., 1933, **62,** S. 507.
2. Haskins G. F., U. S. Patent *2136299,* (citat după Chem. Abstr., 1939, **33,** p. 1495).
3. Лин Ян, Деревицкая В. А., Роговин З. А., Высокомолек. соед., 1959, **1,** стр. 157.
4. * * * A. P., 1956, *2861068,* Eastman Kodak Co., (citat după Mench J. W., Fulkerson B., C., 1960, p. 4068).
5. Сун-Тун, Деревицкая В. А., Роговин З. А., Высокомолек. соед., 1960, **2,** стр. 785.
6. Поляков А. И., Деревицкая В. А., Роговин З. А., Высокомолек. соед., 1961, **7,** стр. 1027.
7. Gardner T. S., U. S. Patent *2461152,* febr., 8, 1949, (citat după Chem. Abstracts, 1949, **43,** p. 3616).

TRANSFORMATIONS POLYMÈRE-ANALOGUES DE LA CELLULOSE

Note I

Réestérification du diacétate de cellulose avec *p*-amino-benzoate d'éthyle

(Résumé)

En étudiant les conditions de réestérification du diacétate de cellulose avec *p*-amino-benzoate d'éthyle, on a obtenu des polymères du type acéto-*p*-amino-benzoate de cellulose.

Les résultats obtenus permettent à affirmer que la présence des dissolvants ou des diluants diminue la vitesse de la réaction ou même empêche la réestérification.

Les limites de la température entre lesquelles la réaction donne de bons résultats sont 125°...145°C.

On a établi que l'augmentation du rapport molaire, catalyseur/*p*-amino-benzoate d'éthyle, favorise tant la vitesse de la réaction, que le degré de la transformation.

On a conçu un mécanisme chimique de l'action catalytique de l'acide phosphorique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

Д. К. 547.556

КОНДЕНСИРОВАННЫЕ АРОМАТИЧЕСКИЕ УГЛЕВОДОРОДЫ САЦХЕНИССКОЙ НЕФТИ

Х. И. АРЕШИДЗЕ и Е. П. ХЕЧИНАШВИЛИ

1. *Введение*

В предыдущей работе [1] нами было показано, что фракция с температурой кипения 200°...250° С сацхенисской нефти (Грузинской ССР) содержит 41,4 % ароматических углеводородов.

Представлял определенный научный и практический интерес показать какова природа конденсированных ароматических углеводородов входящих в состав вышеуказанной фракции, чему и посвящено данное исследование.

Для исследования конденсированных ароматических углеводородов, наряду с другими методами: хроматографическая адсорбция, спектры комбинационного рассеяния, был применен и пикратный метод, который, как известно, основан на осаждении конденсированных ароматических углеводородов в виде пикратов, разложением последних можно регенерировать конденсированные ароматические углеводороды.

Пикратным методом впервые Костюгим [2]...[4], а затем другими авторами были исследованы конденсированные ароматические углеводороды керосиновых фракций различных нефтей [5]...[7].

Пользуясь пикратным методом С. С. Наметкин с сотрудниками изучил конденсированные ароматические углеводороды, входящие в состав керосиновых фракций следующих нефтей Советского Союза: сураханской легкой масляной [8], сураханской отборной [9], майкопской [10], грозненской парафинистой [11] и района Эмбы [12].

Этим же методом Х. И. Арешидзе и А. В. Киквидзе [13] исследовали конденсированные ароматические углеводороды мирзаанской, а Х. И. Арешидзе и Е. М. Бенашвили [14] норийской нефти.

2. *Экспериментальная часть*

Исследуемая фракция с температурой кипения 200°...250° С выделялась вакуумной перегонкой сацхенисской нефти (скважина № 4, глубина 1 400 м). Полученная фракция промывалась 75 %-ным раствором серной кислоты, 10 %-ным раствором соды и дистиллированной водой до нейтральной реакции. После высушивания над хлористым кальцием, фракция перегонялась над металлическим натрием и были определены ее: а) удельный вес $d_4^{20} = 0{,}8662$, б) максимальная анилиновая точка —

оказавшаяся равной 47, в) показатель лучепреломления $n_8^{20} = 1{,}4845$.

Деароматизация выделенной фракции проводилась силикагелем марки „КСМ" с активностью по бензолу 11,1.

Полнота деароматизации контролировалась формолитовой реакцией по А. М. Настюкову [15].

Следующей стадией исследования являлось выделение конденсированных ароматических углеводородов с помощью пикриновой кислоты. С этой целью в 100 миллилитровую коническую колбу помещались ароматические углеводороды, выделенные из фракции 200°...250°С и к ним небольшими порциями прибавлялась пикриновая кислота. Содержимое колбы нагревалось на водяной бане в течение 30...40 мин., после чего производилось вымораживание пкриатов в стакане, погруженном в охлаждающую смесь (лед + поваренная соль), при периодическом перемешивании.

Выпавшие пикраты отделялись на воронке Бюхнера. Подобная обработка ароматических углеводородов повторялась несколько раз с добавлением пикриновой кислоты по мере ее растворения.

Извлечение конденсированных ароматических углеводородов считалось законченным, тогда когда обработка исследуемого образца пикриновой кислотой не давала образования пикратов.

Осадок пикратов оставлялся на ночь на фильтровальной бумаге. После чего они трижды перекристаллизовывались из спирта и эфира для отделения от непрореагировавших углеводородов. От следов пикриновой кислоты пикраты освобождались обработкой эфиром, который прибавлялся к ним небольшими порциями до полного их растворения. При этом большая часть пикриновой кислоты оставалась в осадке, который отделялся. После удаления эфира пикраты вновь перекристаллизовывались из спирта и обрабатывались эфиром.

Полученные таким путем чистые пикраты переносились в фарфоровую чашку и растворялись в эфире. При медленном испарении эфира происходила дробная кристаллизация пикратов, которые выделялись слоями имевшими разные цвета: светло-желтый, оранжево-желтый, темно-желтый и оранжевый. Слои эти разделялись и полученные таким путем одноцветные кристаллы пикратов вновь подвергались дробной кристаллизации из их эфирных растворов.

Кристаллы одинакового цвета объединялись и снова многократно перекристаллизовывались. После чего определяли температуру плавления пикратов.

Светло-желтые пикраты плавились при 148,5°С, что соответствует пикрату нафталина, температура плавления которого по литературным данным 149,5°С [15].

Оранжево-желтые игольчатые пикраты плавились при 130°...132°С. Эти пределы температуры плавления характерны для пикратов 1- и 2-метилнафталина.

Темно-желтые пикраты плавились при 85°...87°С, цвет пикратов и пределы температуры плавления характерны для пикратов 1- и 2-этилнафталина. Пикраты оранжевого цвета плавились при 125°...127°С и по температуре плавления и окраске соответствовали пикратам диметилнафталинов.

С целью установления индивидуальной природы конденсированных ароматических углеводородов пикраты разлагались в делительной воронке обработкой их эфирных растворов, 2...3%-ным раствором едкого натрия. При этом получались три слоя: эфирный, содержавший выделенные конденсированные ароматические углеводороды, водный — и нижний — пикриновой кислоты.

Эфирный слой отделялся и промывался до полного удаления пикриновой кислоты, что определялось по исчезновении желтой окраски щелочного промывного раствора. Затем эфирный раствор несколько раз промывался дистиллированной водой, и после сушки над хлористым кальцием перегонялся в присутствии металлического натрия. Углеводороды в количестве 57 мл оставшиеся после отгонки эфира подвергались вакуумной перегонке, перегонялись на колонке с эффективностью в 40 теоретических тарелок. Температуры кипения углеводородов приведены к нормальным условиям.

При фракционировании смеси конденсированных ароматических углеводородов в холодильнике началось выкристаллизовывание нафталина, который затем смывался горячей водой.

После удаления нафталина, были получены три фракции, значения физических показателей которых даны в таблице 1.

Таблица 1

№№ ПП	Температура кипения фракции при 760 мм °С	n_D^{20}	d_4^{20}
1	240...260	1,6118	1,0110
2	260...265	1,6101	1,0067
3	265...270	1,6115	1,0046

Выделенный нафталин, после перекристаллизации из абсолютного спирта, плавился при 79,5°С.

По литературным данным температура плавления нафталина 80°С [16].

Для идентификации конденсированных ароматических углеводородов, входящих в вышеуказанные фракции были изучены спектры комбинационного рассеяния на спектрометре ИСП-51 и инфракрасные спектры поглощения в области 690...1 700 $см^{-1}$ на спектрометре ИКС-14.

Идентификации углеводородов проводилась по эталонным спектрам, которые приведены в справочнике Ландольта-Бернштейна и в книге Бажулина, Ландсберга и Сущинского, *Основные параметры спектров комбинационного рассеяния углеводородов.*

Для ИК спектров пользовались атласом инфракрасных спектров составленным американским нефтяным Институтом (проект 44) и сборниками *Применение спектроскопии в химии* под ред. Веста и Беллами, *ИК-спектры органических соединений.*

Установлено присутствие следующих конденсированных ароматических углеводородов: фракция 1-содержит, в основном, 1 этилнафта-

лин (514, 553, 695, 853, 1 575 $см^{-1}$), 2-этилнафталина (517, 769, 1 017, 1168, 1 576 $см^{-1}$) и в небольших количествах 2-метил- и 1-метилнафталин. Фракция 2 содержит, главным образом, 1,7-диметилнафталина (422, 518, 540, 706, 716, 900, 1 366, 1 382 $см^{-1}$) и в меньшем количестве 2-этилнафталина и 1,6-диметилнафталина (454, 576, 726, 744 $см^{-1}$). Фракция 3 содержит 1,7- и 1,6- (454, 576, 726, 744 $см^{-1}$) с небольшим количеством 2,6- и 2,3-диметилнафталина. Спектроскопическое исследование было проведено Ю. П. Егоровым, которому выражаем нашу искреннюю признательность.

3. *Выводы*

1. Исследованы конденсированные ароматические углеводороды сацхенисской нефти фракции 200°...250°С с применением хроматографической адсорбции пикратного метода и спектроскопического исследования.

2. Были выделены следующие конденсированные ароматические углеводороды: 1-метил- и 2-метилнафталин, 1-этил- и 2-этилнафталин, 1,6-диметилнафталин, 1,7-диметилнафталин, 2,3-диметилнафталин и 2,6-диметилнафталин.

Инст. химии им. П. Г. Меликишвили, АН Грузинской ССР, Тбилиси, СССР

Поступила 15 V 1963 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арешидзе Х. И., Хечинашвили Е. П., Сообщ. АН Груз. ССР, 1962, **28**, стр. 405.
2. Cosciug G., Petr. Z., 1935, **31**, *41*, S. 5.
3. — Petr. Z., 1938, **34**, *17*, S. 4.
4. — Petr. Z., 1938, **34**, *20*, S. 1, 4.
5. Nenitzescu C. D., Isăcescu D. A., Isopescu A. C., Österr. Chem. Ztg., 1939, **42**, *18—20*, S. 350.
6. Gavat I., Irimescu I., Ber., 1941, **74**, S. 1812.
7. — Ber., 1492, **75**, S. 820.
8. Наметкин С. С., Покровская Е. С., Степанцева Т. Г., ДАН СССР, 1949, **67**, стр. 847.
9. Покровская Е. С., Степанцева Т. Г., Аз. нефт. хоз., 1954, *2*, стр. 20.
10. Наметкин С. С., Покровская Е. С., Степанцева Т. Г., ДАН СССР, 1950, **73**, стр. 715.
11. Покровская Е. С., ДАН СССР, 1951, **81**, стр. 203.
12. Наметкин С. С., Покровская Е. С., Степанцева Т. Г., ДАН СССР, 1950, **74**, стр. 69.
13. Арешидзе Х. И., Киквидзе А. В., ДАН Азерб. ССР, 1959, **15**, стр. 307.
14. Арешидзе Х. И., Бенашвили Е. М., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, стр. 161—166.
15. Настюков А. М., ЖРХО, 1904, **36**, стр. 881.
16. Beilstein, 1944, **6**, S. 259, 260.

HIDROCARBURI AROMATICE CONDENSATE DIN PETROLUL DIN SAŢHENISI

(Rezumat)

Se studiază hidrocarburi aromatice condensate din petrolul din Saţhenisi (R. S. Gruzină), fracţiunea 200°...250°C, folosind absorbţia cromatografică (metoda cu picraţi) şi studii spectrografice. Au fost separate următoarele hidrocarburi aromatice condensate: 1-metil- şi 2-metilnaftalen, 1-etil- şi 2-etilnaftalen, 1,6-dimetilnaftalen, 1,7-dimetilnaftalen, 2,3-dimetilnaftalen şi 2,6 dimetilnaftalen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. K. 676.2

ZUM STUDIUM VON ELEKTROKINETISCHEN ERSCHEINUNGEN IN DER TECHNOLOGIE DER PAPIERFABRIKATION

VON

EMANOIL POPPEL, SIMION PETROVAN und
CRISTOFOR I. SIMIONESCU
Mitglied der Akademie

Mitteilung an die Republikanische Wissenschaftliche Chemietagung, Jassy, 27—30 Juni 1964,

1. Vorwort

In der Zellstoff- und Papiertechnologie begegnet man zahlreichen Vorgängen, bei welchen kolloidale Erscheinungen, in besondern solche elektrokinetischer Natur, eine besondere Rolle spielen. Hierher gehören beispielweise: Mahlung, Füllung, Färbung, Leimung, Entwässerung des Papierstoffes, Ausflockung der Papierfasern, usf. Besonders muss die Hydrophobierung der Zellstoff-Fasern durch Leimung hervorgehoben werden, ein Vorgang, bei welchem der Ablauf von elektrokinetischen Erscheinungen besonders ausgeprägt ist und in hohem Masse bestimmend wirkt.

Die Leimung ist eine der bedeutendsten technologischen Arbeitsgänge bei der Herstellung von Schreib- und Druckpapieren. Es wird dabei die Hydrophobierung der Zellstoff-Fasern bzw. die Einschränkung der natürlichen Absorptionsfähigkeit von Papier bezweckt.

Das klassische Verfahren der Papierleimung — in sauren Medium — mit Kolophoniumleimen, verwendet Aluminiumsulfat als ausflockender Elektrolyt in Mengen, die von der Natur des Leimes und des Zellstoffes abhängig sind, bei einem pH-Optimum von 4,0 ... 5,5.

Ernste Unzulänglichkeiten, die bei der Papierfabrikation in saurem Medium auftreten, haben die Inangriffnahme einer Reihe von Studien [1]...[15] veranlasst, welche die Verlagerung des Vorganges in ein neutrales, bzw. ein alkalisches Medium betreffen.

Die Anwendung dieser neuen Leimungsverfahren ergibt offenbare technisch-wirtschaftliche Vorteile [8], [15], da die erhaltenen Erzeugnisse eindeutig überlegende physikalisch-mechanische Kennzifern haben, ein neutrales pH aufweisen, und sich bei länger dauernder Lagerung weitaus besser verhalten [8], [16].

Eines der von uns ausgearbeiteten Verfahren (die Leimung von Papieren in neutralem Medium) besteht aus folgenden Arbeitsgängen: die vorher vermahlenen Zellstoff-Fasern werden zuerst mit Kolophoniumleim behandelt; dann fügt man verschiedene Mengen von Natriumaluminat hinzu, wobei der pH-Wert mittels Aluminiumsulfat eingestellt wird. Bei einem entsprechem Werte des Verhältnisses von Natriumaluminat und Aluminiumsulfat (0,25/2,00), in weiten Grenzen der verwendeten Harzprozente (2...4%), erhält man im pH-Bereiche von 6,2 bis 7,3 die besten Ergebnisse, die heute vollständig von der Betriebspraktik bestätigt werden. Das Leimungsverfahrsn von Papier

bei neutraler Reaktion, dessen Anwendung gegenwärtig gar keine Schwierigkeiten macht, wirft eine Anzahl von Problemen auf, die geklärt werden müssen. So ist nötig, die Abhängigkeit der Bestergebnisse der Leimung von bestimmten Verhältniss von Natriumaluminat/Aluminiumsulfat, sowie die Notwendigkeit aufzuklären, bei der Verwendung von Natriumaluminat eine geringe Menge von Aluminiumsulfat zuzusetzen, welche dem oben angeführten pH-Wertbereich entspricht, da sonst keine entsprechenden Leimungen erhalten werden können. Schliesslich drängt sich die Formulierung eines gut gegründeten Gesichtspunktes bezüglich des Mechanismus des Hydrophobierungsvorganges von Zellstoff-Fasern bei der Leimung im neutralem Medium, sowie auch bezüglich gegenseitigen Einwirkung der Systemkomponenten auf.

Die Leimung ist in der Tat einer der kompliziertesten Vorgänge der Papiertechnologie. Obwohl die Untersuchungsarbeiten auf diesem Gebiete sehr zahlreich und in steter Fortentwicklung begriffen sind, stellt man fest, dass die Ergebnisse bezüglich der Aufklärung des Mechanismus der Hydrophobierung von Zellstoff-Fasern den Erwartungen bei weitem nicht entsprechen [17], [18]. Die Mehrzahl der in diesem Bereiche aufgestellten neuen Hypothesen — natürlich die umfassendern — sind nicht genügend experimentell unterbant, obgleich sie den modernen Kenntnissen der Makromolekulär- und Kolloid-Chemie Rechnung tragen.

Von den ältern Theorien erwähnen wir jene „des freien Harzes", beziehungsweise des „Aluminiumresinates".

Die spätere Auffasung des Hydrophobierungsvorganges im Lichte der neuen Errungenschaften der Chemie, wobei der Zellstoff, der disperse Leimstoff und die Aluminiumhydroxidteilchen als kolloide Systeme vorgestellt werden, deren Stabilität und gegenseitige Einwirkung von ihrem elektrokinetischen Potential bestimmt werden, stellt einen bedeutenden Fortschritt vor [19].

Ein Beitrag zur Behandlungsweise dieses Problemes stammt von S. S. Wojuzki [20], [21], welcher die Leimung als typisch kolloidalen Vorgang auffasst, da er sich schliesslich auf Aggregierungs- und Flockungserscheinungen zurückzuführen lässt.

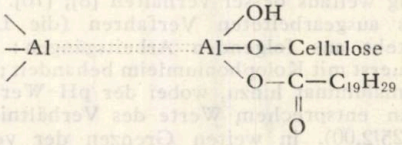
Besonders interessant sind die Arbeiten von P. Leggaly und H. Leggaly [22] bezüglich der gegenseitigen Einwirkung von Aluminiumhydroxid und Zellstoff.

Wie man weisst, bedingt das Koordinationsvermögen des Al^{3+} - Ions die Polymerisierung des $Al(OH)_3$ - Monomers, wobei sich unter gewissen Temperatur- und pH-Bedingungen die verschiedenen amorphen oder kristallinen Hydroxydformen bilden.

Die Polymerisierung des Aluminiumhydroxyds, die zur Bildung eines positiv geladenen Kolloids führt, wird von Stoffen beeinflusst werden, welche negative Gruppen enthalten. So werden einige organische Makromolekeln und in besondern die Cellulose, die eine grosse Anzahl OH^- -Gruppen enthalten und mit Recht als polyvalentes Makroanion betrachtet werden kann, einen regelnden Einfluss auf die Polymerisierung des Aluminiumhydroxyds ausüben.

Wie die oben erwähnten Verfasser hervorheben, wird bei diesem Vorgang die Cellulose vernezt und es bildet sich ein organisch-anorganischer Mischkopolymer. Wiewohl kein unmittelbarer Beweis dieser Bildung erbracht worden ist, sprechen die Ergebnisse bezüglich der Zurückhaltung von Aluminiumsalzen auf den Zellstoff-Fasern, wie auch die Beobachtung eines Anwachsens der wichtigsten Widerstands-Kennziffern bei den unter Zusatz von aktiven Aluminiumhydroxyd erhaltenen Papieren für eine solche Bindung.

In gleichen Sinne kann auch die Annahme zitiert werden, die sich aus der obigen Hypothese ableitet und heute von einigen Forschern geteilt wird, wonach sich unter bestimmten Reaktionsbedingungen ein Aluminiumkomplex bildet, der das Bild des Papierleimungsvorganges mit Kolophoniumleim, besonders bei alkalischer und neutraler Reaktion wiedergibt. Schematisch wird diese Hypothese, nach welcher die Bildung eines Mischmakropolymers stattbat, folgendermassen dargestellt [23], [24]:



wo $C_{19}H_{29}—COO^-$ das Radikal der Resinsäure vorstellt.

Naturgemäss stellt man einige Tatsachen fest, die für die Annahme eines solchen Schemas sprechen. Sie scheinen uns aber ungenügend und vor allem — und dies ist wesentlich —sind sie nicht von unmittelbaren Untersuchungen bestätigt, welche die Existenz einer Al—O—C-Bindung in Abwesenheit und dann in Gegenwart von Kolophonium beweisen könnten.

2. Experimenteller Teil

Der Papierstoff kann in Leimungsvorgang als ein komplexes System angesehen werden, das aus Zellstoff-Fasern, Leimpartikeln und Elektrolyten besteht [20]. Die Bestandteile dieses Systems wirken gegenseitig aufeinander ein, und unter bestimmten Bedingungen kann es zur Instabilisierung des selben kommen.

Die erwünschte Form des Stabilitätsverlustes des Systems dank der gegenseitigen Einwirkung der beiden Bestadteile — Zellstoff-Fasern und Teilchen des dispersen Leimstoffes — ist Zweifellos die Heterokoagulierung, da nur diese zu einer Qualitätsleimung führt, welche dem Papier die gewünschten Eigenschaften verleiht.

Das Studium der Instabilisierung des Systems in Richtung der Heterokoagulierung des dispersen Leimstoffes, setzt die Kenntnis der Umstände voraus, welche die Stabilität der Suspension von Zellstoff-Fasern und von dispersen Kolophoniumteilchen bedingen.

Die Stabilität der Dispersion beruht einerseits auf der Bildung von molekulären Hydrationsfilmen an der Oberfläche der Fasern— infolge der Adsorption von Wasserdipolen seitens der polaren Cellulosegruppen [21] — anderseits auf dem Auftreten von Ionen-Schutzschichten, eine Erscheinung, die durch Wert und Vorzeichen des elektrokinetischen Potentials (ζ) erfasst wird.

Die Leimteilchen sind stabil dank dem Vorhandemsein der Ionen-Schutzschichte, die durch selektive Adsorption an der Oberfläche der Leimteilchen von einem der Ionen der ionisierten Moleküle des Stabilisators gebildet wird. Die so gebildeten lyophoben Mizellen sind — bei den gewöhnlich verwendeten Leimen — elektronegativ und stellen ziemlich hohe elektrokinetische Potentiale vor (70...80 mV).

Es ergibt sich demgemäss für den vorliegenden Fall, da sowohl das Sorbent (Zellstoff) als auch das Sorbtiv (Leimteilchen) relativ hohe elektrokinetische Potentiale gleichen Vorzeichens aufweisen, das, die gegenseitige Einwirkung unbedeutend sein wird.

Es ist deshalb — bei der Leimung von Zellstoff-Fasern mit üblichen Leimdispersionen — zur Intensivierung der Heterokoagulierung unbedingt erforderlich, die Stabilität eines oder beider Komponenten zu verringern. Praktisch verwendet man zu diesem Behufe als flockende Elektrolyten dreiwertige Aluminiumsalze und zwar Aluminiumsulfat unter den Bedingungen der klassischen Leimung, in saurem Medium, und Natriumaluminat, korrigiert mit Aluminiumsulfat, bei der Leimung in neutralem Medium.

Aus dem oben Gesagten erhellt die Nützlichkeit des Studiums der elektrokinetischen Erscheinungen bei der Leimung von der Elektrolytenwirkung auf das System Faser—disperser Leimstoff angefangen. So wird der erste Schritt zur Aufklärung des Hydrophobierungsmechanismus von Papier-Zellstoff-Fasern gemacht werden können.

a) *Studium der Stabilität von dispersen Leimungssystemen*

Obwohl der reale Vorgang der Hydrophobierung von Zellstoff-Fasern, der, wie gezeigt wurde, komplex ist, beim Studium des dispersen Leimungssystems nicht nachgebildet werden kann, bildet dieses Studium dennoch einen Weg, der in Abwesenheit von Zellstoff-Fasern, einzelne Bestimmungen, wie der Koagulierschwelle und des elektrokinetischen Potentials der Dispersion in Abhängigkeit von der Elektrolytkonzentration charakterisieren kann.

Die Beobachtungen, die in diesem Fall gemacht werden können, bleiben natürlich teilweises betreffs des Leimungsvorganges in seiner Gesammtheit, gültig.

Unser Studium über den Bewoid-Leim und den neutralen (vollständig verseiften) Leim im System Natriumaluminat-Aluminiumsulfat verwendet folgende Arbeitsmethodik.

In 20, einem Stativ stehenden, Epruvetten führt man je 15 cm^3 Bewoid-Leim, beziehungsweise komplett verseiften Kolophoniumleim, (pH = 6,7, bzw. 8,7 gebracht) ein; dann fügt man bestimmte Mengen von $NaAlO_2$, entsprechend der drei Versuchsreien zu. In die Epruvetten führt man dann steigende Mengen Aluminiumsulfat ein, lässt, nach mehrmaligen Umrühren, 120 Min lang in Ruhe, worauf die Mindeskonzentrazion, bei welcher die Ausflockung beginnt, festgestellt wird. Gleichzeitig bestimmt man den pH-Wert der betreffenden Proben.

Im Abb. 1 sind die mit dem Bewoid-Leim erhaltenen Ergebnisse für konstante Zusätze von 0,01; 0,025; 0,050 g $NaAlO_2$ je 1 g Harz eingetragen.

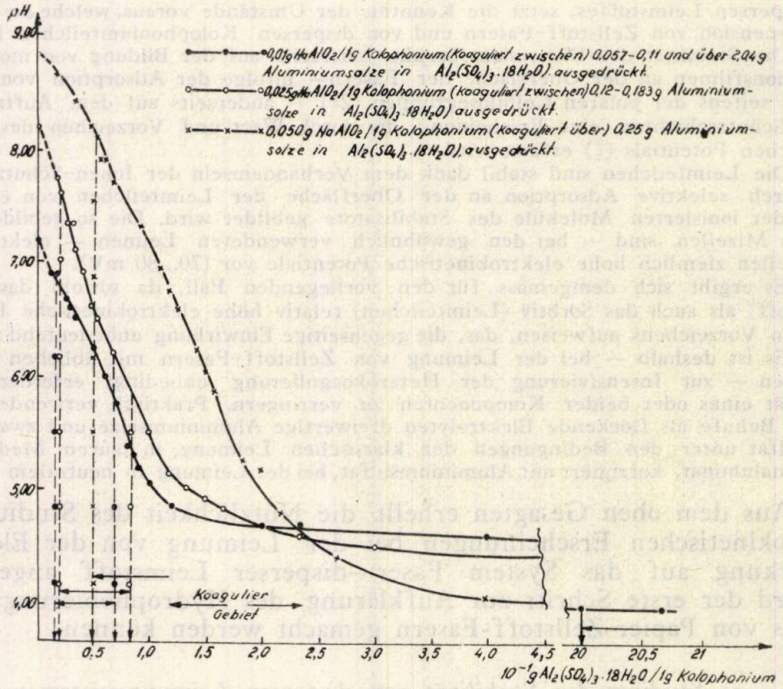


Abb. 1. — Koagulierschwellen und Veränderungen des pH-Wertes in Abhängigkeit von koagulierenden Elektrolyten im Falle eines Bewoid-Leimes.

Man beobachtet, dass bei einem Zusatz von 0,01 g $NaAlO_3$ eine sogenannte „unregelmässige Reihe" mit zwei Koagulierzonen erhalten wird, zwischen welchen sich eine Stabilitätszone befindet.

Für die Serien mit einem Zusatz von 0,01 g $NaAlO_2$ wurde gleichlaufenden mittels der in Abb. 2 schematisch wiedergegebenen Apparatur der Wert des elektrokinetischen Potentials (ζ) bestimmt, wo: *B* — Stromquelle, *R* — Widerstand, *V* — Voltmeter, *A* — Ampermeter, *1* — Reservoir, *2* — Kupferelektroden, *3* — Konz. $Cu(SO_4)_2$ Lösung, *4* — Agar-Agar.

Zu diesem Zwecke wurde ein Apparat für Elektrophorese nach Tschaikowsky [25] verwendet, welcher von einer konstanten Stromquelle für Gleichstrom von 80 V gespeist wird. Als Sekundärflüssigkeit diente destilliertes Wasser. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 eingetragen.

Tabelle 1

Aluminium-sulfat je 1 g Kolophonium	Natrium-aluminat : Aluminium sulfat	Gesammt Al-salze in krist. Alum-minumsulfat je 1 g Kolophonium ausgedrückt	ζ mV	pH-Wert	Anmerkungen
—	1 : 0,0	0,04	— 14,5	7,2	neg. Sol.
0,01	1 : 1,0	0,05	— 5,8	6,9	
0,017	1 : 1,7	0,057	— 4,6	6,9	kritisches elektrokinetisches Potential.
0,017 bis 0,07	1 : 1,7 bis 1 : 7,0	0,057 bis 0,11		6,9 bis 6,0	Koagulier-Gebiet.
0,07	1 : 7,0	0,11	+ 4,6	5,8	kritisches elektrokinetisches Potential.
0,20	1 : 20	0,24	+ 6,2	4,7	posit. Sol:
0,50	1 : 50	0,54	+ 13,4		kritisches elektrokinetisches Potential.
2,00	1 : 200	2,04	+ 5,1	4,0	

Anmerkungen. Das elektrokinetische Potential des Bewoidleimes von 0,1% Konzentration, ohne jeden Zusatz beträgt —46,7 mV.

Die Ergebnisse bezüglich der Koagulierung von neutralem komplett verseiften Leim sind auf Abb. 3 wiedergegeben.

Aus den Darstellungen wählen wir nur einige Aspekte, die zur Aufklärung des Hydrophobierungsmechanismus von Zellstoff-Fasern im neutralen Medium beitragen. (Die genauere Analyse der Zahlenwerte an den Koagulierschwellen wurde von uns bei anderer Gelegenheit angestellt [14]).

Betrachten wir bloss die Mittelkurve (0,025 g $NaAlO_2$/g

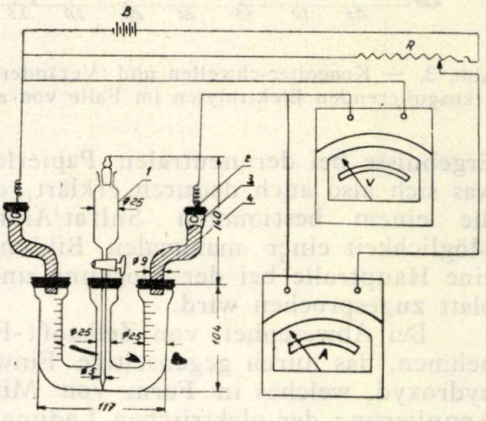


Abb. 2. — Schema der zur Bestimmung des elektrokinetischen Potentials von Leimungs-dispersionen dienenden Apparatur.

Harz) (Abb. 1), die in annäherndem Ausmass die Bedingungen widerspiegelt, unter welchen die besten Ergebnisse bei der Leimung im neutralen Bereich (pH-Wert des Stoffes vor Zusatz des Aluminiumsalzes betrug 8,2...8,4) erzielt wurden. Daraus geht hervor, dass der Koaguliergebiet biet des Systems Harz-Alluminiumsulfat-Natriumaluminat mit dem pH-bereich zusammenfällt, bei welchem die schlüssigsten praktischen

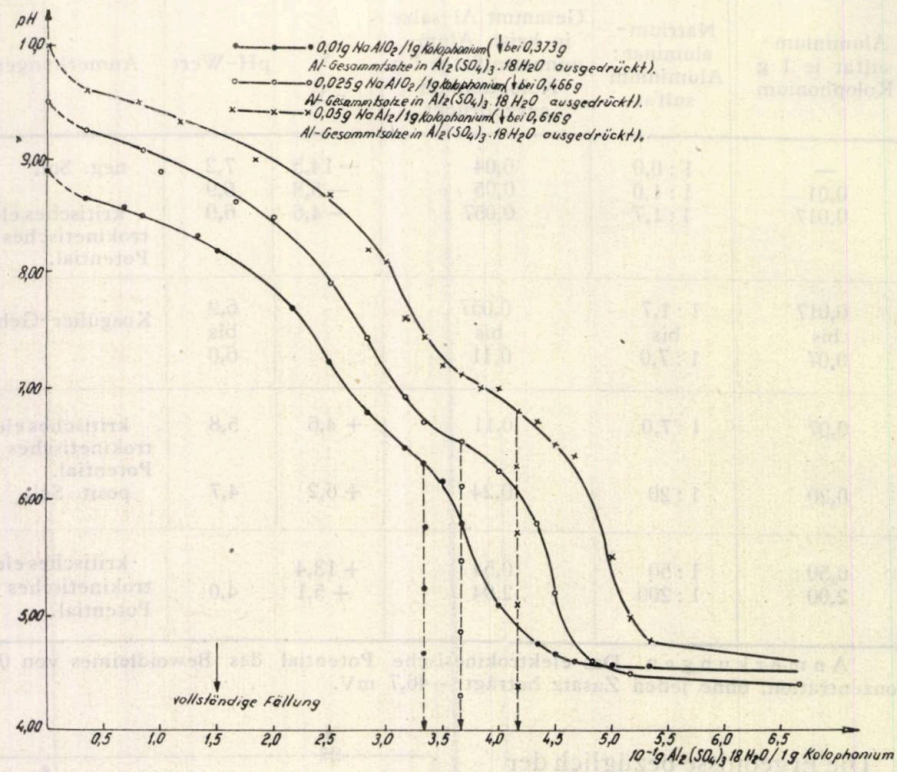


Abb. 3. — Koagulierschwellen und Veränderung des pH-Wertes in Abhängigkeit vom koagulierenden Elektrolyten im Falle von neutralem, vollständig verseiftem, Leim.

Ergebnisse bei der neutralen Papierleimung erhalten wurden (6,3...7,2), was sich also auch dadurch erklärt, dass innerhalb dieser pH-Grenzen, die einem bestimmten Sulfat/Aluminat-verhältniss entsprechen, die Möglichkeit einer maximalen Bildung von $Al(OH)_3$ besteht, welchem eine Hauptrolle bei der Flockung und Fixierung des Harzes im Paierblatt zugesprochen wird.

Bei Abwesenheit von Zellstoff-Fasern, kann man desgleichen annehmen, das durch gegenseitige Einwirkung von Harz und Aluminiumhydroxyd, welches in Form von Mizellen teilnimmt, durch reziproke Annulierung der elektrischen Ladungen, bzw. bei einem kritischen elektrokinetischen Potential ein Aggregationsprodukt mit mächtigen Adsorptionsbindungen zwischen den beiden Bestandteilen des Systems entsteht.

Im Hinblick auf die Zusammensetzung der Leimungsniederschlag sind wir der Ansicht, dass bei Verwendung von Bewoid-Leim, im pH-Bereiche $\leqslant 8{,}0$ die Bildung eines Alluminiumresinats unwahrscheinlich ist, da die Hydrophobierungsteilchen hauptsächlich aus feinen Herz bestehen.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass der koagulierende Elektrolyt, vor allem, eine bedeutende Wirkung auf den elektrokinetischen Potentials, und folglich auf die Stabilität des dispersen Leimstoffes ausübt.

b) *Studium der elektrokinetischen Erscheinungen des komplexen Systems: Zellstoff-Faser-Koagulieragent-disperser Leimungstoff*

Der tatsächliche Hydrophobierungsvorgang in Gegenwart von Zellstoff-Fasern ist natürlich viel verwickelter, da die Anwesenheit von Zellstoff die gegenseitige Einwirkung der Bestandteile des Systems aufeinander in wesentlicher Weise, verändert.

Unter diesen Umständen kann ohne vorhergehende Untersuchung der Stabilität der Zellstoffsuspension in Abhängigkeit von der Konzentration des Flokungselektrolyten, in Abwesenheit und dann schliesslich in Gegenwart des dispersen Leimstoffes, kein Standpunkt bezogen werden.

Um dieses Studium in Angriff zu nehmen, haben wir folgende Arbeits methode benützt.

Fichtenzellstoff (gebleichter Sulfitzellstoff) wurde zuerst in der Jokro-Mühle 20 Min lang unter Standartbedingungen [26] gemahlen, dann wurde der Stoff auf eine Konsistenz von 4% gebracht. Unter Rühren fügt man zuerst $NaAlO_2$ und dann $Al_2(SO_4)_3 . 18\,H_2O$ zu, wobei man fortschreitend das Verhältnis (R) zwischen Aluminat und Sulfat abändert. Die Gesammtmenge der Alluminiumsalze, Sulfat und Aluminat, wird konstant bei 5% gehalten, in $Al_2(SO_4)_3 . 18\,H_2O$, auf vollkommen trockene Faser bezogen, ausgedrückt.

Um die Versuchsbedingungen soweit als möglich den Arbeitsbedingungen an den Fabrikationsbedingungen anzupassen, wurden die Proben nach Bestimmung des pH-Wertes auf eine Konsistenz von 0,26% verdünnt und bis auf einen Gehalt von 6% absolut trockene Faser entwässert. Aus dem erhaltenen Zellstoffmaterial wurden nach Entlüftung im Vakuum, Membranen von 0,200 g/cm^3 Dichte hergestellt.

An diesen Membranen wurden die Bestimmungen des elektrokinetischen Potentials durchgeführt, wobei das Verfahren des Fliesspotentials angewendet wurde; als Durchblasungsflüssigkeit diente das bei der Entwässerung der Fasersuspension und der Membranformung angefallene Filtrat. Die ganze verwendete Wassermenge wurde bidestilliert und entlüftet. Die Bestdichte der Zellstoffmembran wurde in den von W. J. Juriew und S. S. Posin angegebenen Grenzen [27] gewählt.

Um mögliche Fehlerquellen auszuschalten, die bei sehr dichten Membranen und niedrigen Elektrolytkonzentrazionen auftreten können, wurde das elektrokinetische Potential nach folgender Formel berechnet (27):

$$\zeta = 4\pi\eta(\gamma_s + \gamma_v) E_p/(Dp) = 4\pi\eta\gamma_T E_p/(Dp),$$

in welcher: ζ — elektrokinetisches Potential, E_p — Fliesspotential, γ_s — Oberflächen-Leitfähigkeit der Zellstof-Fasern, γ_v — Leitfähigkeit des Filtrates, γ_T — Gesammtleitfähigkeit des Diafragmes, D — Dielektrizitätskonstante der Flüssigkeit, η — Viskosität der Flüssigkeit, p — Druck unter welchem die Flüssigkeit purgiert wird.

Um ζ und E_p in Millivolt, den Druck im cm Hg-Säule und die Leitfähigkeit in $Ohm^{-1}\,cm^{-1}$ auszudrücken, bei $D=80$ und $\eta=0{,}01$ P, nimt die obige Formel folgende Form an:

$$\zeta = 1{,}05696.10^5 . E_p/(\gamma_T p) \quad [mV],$$

in welcher: E_p und ζ — Fliesspotential, bzw. elektrokinetisches Potential (mV), γ_T — Diafragma-Leitfähigkeit ($Ohm^{-1}\,cm^{-1}$); sie wurde von uns mit Hilfe folgender Formel berechnet:

$$\gamma_T = \gamma_0 (R_c^0 R_T^{f_0})/(R_c^{f_0} R_T^f) \quad [Ohm^{-1}\,cm^{-1}],$$

in welcher: γ_0 — Leitfähigkeit einer Lösung von genau zehnteilnormaler Konzentration bei 18°C (0,01119 Ohm^{-1} cm^{-1}), R_c^0 — Widerstand der konduktometrischen Zelle mit obiger Lösung, (Ohm), $R_c^{f_0}$ — Widerstand der konduktometrischen Zelle mit dem bei Purgierung der Membran mit einer $n/10$ KCl-Lösung erhaltenen Filtrat, (Ohm), $R_T^{f_0}$ — Gesammtwiderstand der Membran in obigen Fall ($p=30$ cm Hg Säule), (Ohm), R_T^f — Widerstand der Membran, die mit dem bei der Entwässerung und Bildung derselben erhaltenen Filtrat purgiert wird, ($p = 30$ cm Hg Säule), (Ohm).

Eine Schema der verwendeten Anlage wird auf Abb. 4 wiedergegeben, wo: *1* — Messzelle, *2* — Hahn, *3* — Gleichstrompotentiometer Mod. PPTV-1, *4* — Normalelement, *5* — Akkumulator 2 V, *6* — Elektronisches Voltmeter, *7* — Galvanometer, *8* — Elektrolytgefäss, *9* — Kompressor (Luftpumpe), *10* — Filter, *11*, *12* — Höhne, *13* — Quecksilbermanometer, *14* — Gradierte Brücke, *15* — Kopfhörer, *16* — Rheostat, *17* — Vibrator, *18* — Baterie 4 V, *19* — Abschirmungszelle. Die Einzelheiten welche die Messzelle betreffen, sind in Abb. 5 gezeigt, wo: *1* — Zylinder für die Membranbildung, *2* — Seitlicher Auschluss, *3* — Flanschen, *4* — Fixierungsgestönge, *5* — Platinelektroden mit Ag Cl-Schichte, *6* — Platiniertes Platringitter, *7* — Gummidichtungen, *8* — Dreiweghahn.

Zur Abgrenzung der Zellstoffmembran in der Messzelle und zur Bestimmung des Widerstandes derselben dienten zwei platinierte Platinelektroden mit kreisförmigen 2 mm Öffnungen. Das Fliesspotential wurde an Ag — AgCl-Elektroden gemessen die seitlich an den beiden Extremitäten der Membran, in den zwei Anschlussteilen der Zelle, angebracht waren.

Die Messung des Fliesspotentials (E_p) geschah nach der Kompensationsmethode unter elektrostatischen Bedingungen, wobei die ganze Anlage durch Abschirmung geschützt war. Als Nullinstrument diente ein

elektronisches Voltmeter Model MV 11 Clamann & Granert, Dresden, von 10^{-9} Ohm, mit welchem ein durch Shuntierung desensibilisiertes Spotgalvanometer verbunden war. Die Empfindlichkeit der Ablesungen

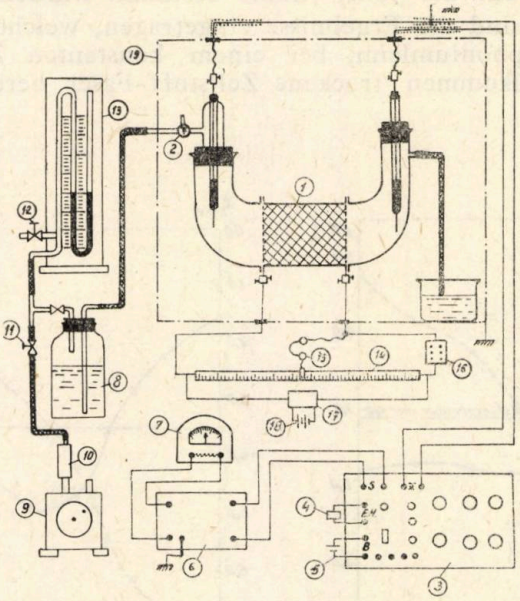


Abb. 4. — Schema der Anlage zur Bestimmung des ζ-Potentials von Zellstof-Faser-Suspensionen.

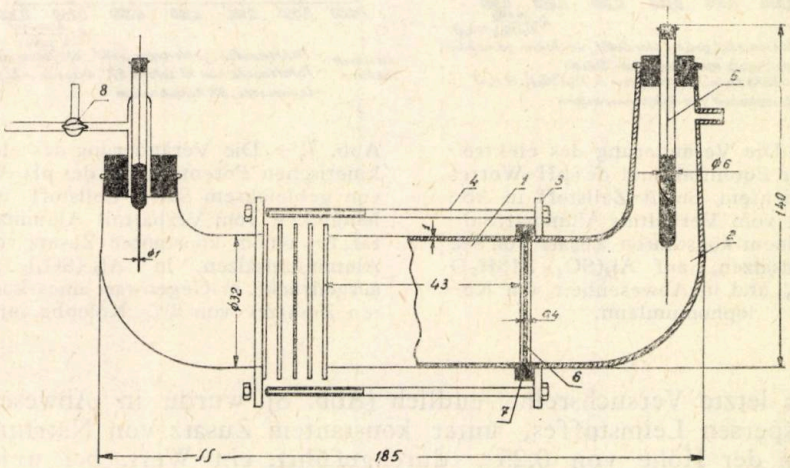


Abb. 5. — Aufbau der Messzelle für das ζ-Potential bei Faserstoffen.

betrug 0,1 mV, die maximale Abweichung bei den Bestimmungen — $\pm$ 0,5 mV. In allen Fällen wurden Parrallelproben ausgeführt und Elektrodenasymmetrie in Betracht gezogen.

Die Ergebnisse der ersten Versuchsreihe sind auf Abb. 6 wiedergegeben. Zum Vergleiche sind auf demselben Schaubild die elektrokinetischen Potentiale von Zellstoff dargestellt, die ohne Mahlung und nach 20 Min Mahlung auf der Jokro-Mühle bestimmt worden waren.

Auf Abb. 7 sind die Ergebnisse eingetragen, welche in Gegenwart von Bewoid-Kolophoniumleim, bei einem konstanten Zusatz von 3% Harz, auf die vollkommen trockene Zellstoff-Faser berechnet, erhalten worden sind.

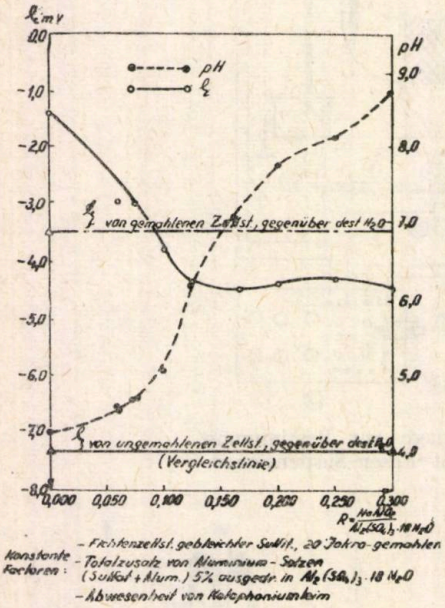


Abb. 6. — Die Veränderung des elektrokinetischen Potentials und des pH-Wertes von gebleichtem Sulfit-Zellstoff in Abhängigkeit vom Verhältnis Aluminat/Sulfat, bei einem konstanten Zusatz von 5% Aluminiumsalzen, auf $Al_2(SO_4)_3 . 18H_2O$ berechnet, und in Abwesenheit von Kolophoniumleim.

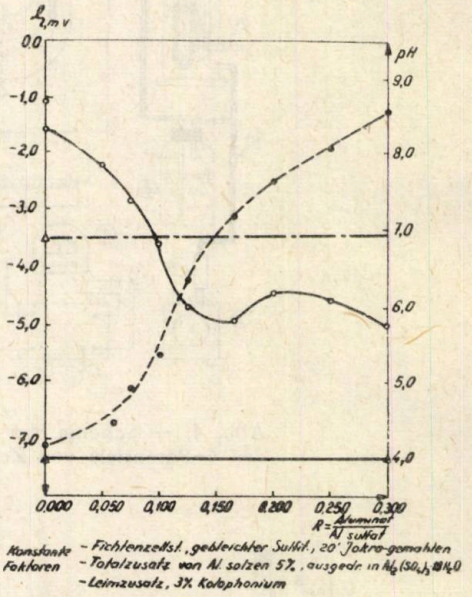


Abb. 7. — Die Veränderung des elektrokinetischen Potentials und des pH-Wertes von gebleichtem Sulfit-Zellstoff in Abhängigkeit vom Verhältnis Aluminat/Sulfat, bei einem konstanten Zusatz von 5% Aluminiumsalzen, in $Al_2(SO_4)_3 . 18H_2O$ ausgedrückt, in Gegenwart eines konstanten Zusatzes von 3% Kolophoniumleim.

Die letzte Versuchsreihe endlich (Abb. 8) wurde in Abwesenheit eines dispersen Leimstoffes, unter konstantem Zusatz von Natriumaluminat, in der Höhe von 0,25% durchgeführt, ein Wert, bei welchem bei unsern frühern Versuchen praktisch die besten Verleimungen von Papier bei neutraler Reaktion erzielt worden sind.

Aus oben angeführten Ergebnisse ergibt sich folgendes:

a) Es bestätigt sich, dass durch Mahlung das elektrokinetische Potential des Zellstoffs abfällt [28]. Dadurch wird — vom kolloidalen

Gesichspunkt aus — die Zellstoffsuspension instabil, sie wird so für den hydrophoben Leimstoff zugänglicher.

b) Gleichzeitig bestätigt sich, dass in saurem Medium [29], bei einem pH $< 5{,}0$, eine Tendenz zum Absinken des Potentials ζ vorhanden ist; dieses nähert sich dem Nullwert nur bei sehr hohen Werten des Aluminiumsulfatzusatzes. Es sei erwähnt, dass selbst in Anwesenheit einer Menge von 10 % Aluminiumsulfat (auf Zellstof-Faser bezogen) unter unsern Versuchsbedingungen keine Positivierung der Zellstoffmembran zu beobachten war.

c) In den pH-Grenzen von 5,5... 8,5 und besonders im neutralem Bereich bleibt das elektrokinetische Potential praktisch konstant und wird — bei ein und demselben Zusatz von 5 % Gesammt-Aluminiumsalzen — nicht vom Verhältnis Aluminat/Sulfat beeinflusst. Diese Beobachtung stimmt auch mit den Ergebnissen einer Versuchsreihe betreffs des Einflusses verschiedener pH auf das Potential ζ des Zellstoffs [29] überein, welches in Gegenwart verschiedener Pufferlösungen bestimmt wurde.

Bei einem pH $> 8{,}5$, bei Vorherrschen von Aluminiumverbindungen der Form AlO_2 im System, verzeichnet man eine zusätzliche Negativierung der Zellstoff-Fasern.

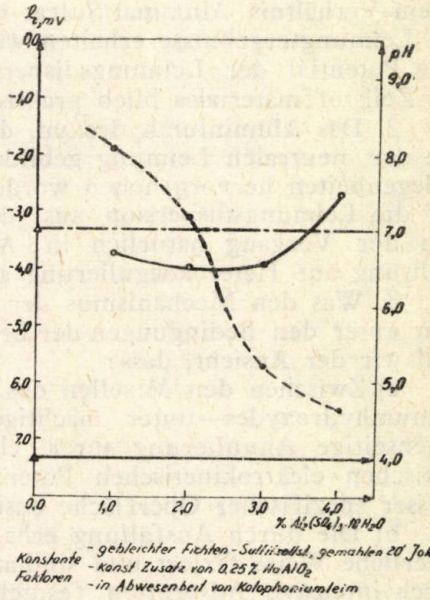


Abb. 8 — Die Veränderung des elektrokinetischen Potentials und des pH-Wertes von gemahlenen gebleichten Sulfitzellstoff in Abhängigkeit von Aluminiumsulfatzusatz bei konstantem Gehalt an Natriumaluminat und in Abwesenheit eines dispersen Leimstoffes.

Die Leimungsdispersion vom Bewoid-Typus (Kolophoniumleim mit hohem Gehalt an freiem Harz), hat keinen fühlbaren Einfluss auf die Höhe des Potentials ζ der Zellstoffsuspension, die gleichzeitig mit Natriumaluminat und Aluminiumsulfat, in bestimmten Verhältnissen, behandelt worden war.

Was die elektrokinetischen Potentialwerte der Zellstoffen angeht, die von mehreren Verfasser angegeben worden sind [19], [30], betrachten wir sie als übertrieben hoch. Sie stammen von der Verwendung von elektroosmotischen Bestimmungsverfahren, bei denen die oberflächliche Leitfähigkeit der Zellstoff-Fasern ausser Acht gelassen wird. Deshalb erhält man vor allem bei sehr kleinporigen Membranen und in Gegenwart von verdünnten Elektrolytlösungen unsichere Angaben, deren absolute Werte zu hoch sind, wie dies ja auch N. N. Block selbst anerkennt [19].

3. Schlussfolgerungen

Aus dem Studium der elektrokinetischen Erscheinungen, die in der Papierfabrikation, bei der Hydrophobierung bei neutraler Reaktion der Papierzellstoff-Fasern mit Kolophoniumleim vom Typus Bewoid auftreten, ergeben sich folgende Schlussfolgerungen:

1. Im neutralem Bereich, bei einem pH = 6,2...7,3, entsprechend einem Verhältnis Aluminat/Sulfat von $R = 0{,}125$, bei welchem die besten Leimungsergebnisse erhalten wurden, ist besonders das elektrokinetische Potential der Leimungsdispersion beansprucht worden, der Wert des Zellstoffmateriales blieb praktisch unverändert.

2. Das Aluminiumhydroxyd, das in überwiegenden Masse im Bereiche der neutralen Leimung gebildet wurde, übt, wie auch bei andern Gelegenheiten hervorgehoben worden ist, in erster Reihe einen Einfluss auf die Leimungsdispersion aus, deren Stabilität sie herabsetzt, wobei sich der Vorgang natürlich in Anwesenheit von Zellstoff-Fasern in Richtung auf Heterokoagulierung abwickelt.

3. Was den Mechanismus der Hydrophobierung von Zellstoff-Fasern unter den Bedingungen der Leimung bei neutraler Reaktion angeht, sind wir der Ansicht, dass:

a) Zwischen den Mizellen des dispersen Leimstoffs und des Aluminiumhydroxydes—unter mächtiger gegenseitiger Einwirkung—durch gegenseitige Annulierung ihrer elektrischen Ladung, bzw. bei einem kritischen elektrokinetischen Potential, ein ungeladenes Aggregat mit grosser spezifischer Oberfläche ensteht.

b) Die durch Ausfällung erhaltenen Teilchen werden in diskontinuierliche Weise fixiert und sind an der Oberfläche der Zellstoff-Fasern durch intensive Adsorption festgehalten, was vor allem den van der Waalschen Kräften zu verdanken ist. Der Vorgang der Hydrophobierung wird normalerweise später durch die Trocknung auf der Papiermaschine vervollständigt.

c) Die Möglichkeit einer gegenseitigen Einwirkung der dispersen Leimungsteilchen und des durch Adsorption zurückgehaltenen Aluminiumhydroxyds, bzw. eine Vernetzung der Cellulose, werden nicht abgeleugnet.

4. Das Schema, betreffend der Bildung eines organisch-anorganischen Makrocopolymers durch Bindung seitens des Aluminiumhydroxyds sowohl des Zellstoffes wie des Harzes, soll später noch bestätigt oder verforfen werden.

5. Wir sind der Ansicht, dass das Verfahren, sowie die beschriebene Apparatur zur Bestimmung des elektrokinetischen Potentials der Zellstoffmaterialen mit Erfolg beim Studium zahlreicher Vorgänge oder Stufen der Technologie von Faserstoffen benützt werden kann.

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für natürliche und syntetische Macromolekeln

LITERATURVERZEICHNIS

1. Kirkman A., L'industria della Carta, 1956, *8—9*, pp. 98—102.
2. Schur M. O., Levy R. M., Techn. Assoc. Papers, 1946, **29**, pp. 160—163.
3. Dohne W. P., Libby C. E., Techn. Assoc. Papers, 1962, **25**, pp. 662—669.

4. Chêne M., Chém. et Ind., 1943, **50**, pp. 16—20.
5. — Ann. Univ. de Grenoble, 1947-1948, **23**, pp. 451—461.
6. Barr P. E., Pulp a. Paper Ind., 1947, *3*, pp. 451-461.
7. Simionescu Cr. u. Mitarb., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1955, **I** (V), *1-2*, pp. 107—112.
8. Симионеску Кр., Поппел Эм., Бум. пром., 1956, *12*, стр. 7—9.
9. Simionescu Cr., Poppel Em., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV** (**VIII**), *1—2*, pp. 227-236.
10. — *Einige theoretische und praktische Ergebnisse über Papierleimung (im alkalischen und neutralen Medium).* Vortrag an der III-ten Internationalen Konferenz für Papier und Polygraphische Industrie, Budapest, Okt., 1959.
11. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII** (**XII**), *1—2*, pp. 177-188.
12. Simionescu Cr., Zellstoff u. Papier, 1957, *1*, S. 1.
13. Simionescu Cr. u. Mitarb., Ind. Lemn., cel. şi hîrt., 1954, *4*, p. 132.
14. Poppel Em., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Chimie, 1957, **8**, *2*, pp. 341—356.
15. Poppel Em., Disertaţie. Inst. polit. Iaşi, 1958.
16. Simioneseu Cr., Poppel Em., Rozmarin Gh., Cel. şi hîrt., 1961, *11*, pp. 388—403.
17. Hentschel O. M., *Chemische Technologie der Zellstoff- und Papierherstellung.* VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1962, S. 371
18. Engelhardt D., Zellstoff u. Papier, 1962, *12*, S. 472.
19. Block Nink C. J. J., Pulp a. Paper Mag. of Canada, 1956, Convention Issue, pp. 208—215.
20. Воюцкий С. С., *Коллоидная теория проклеиваня бумаги и картона.* Гизлегпром, М., 1946.
21. — *Сб. ст. по теории и практике проклеивания обувных картонов.* Гизлегпром, М., 1952.
22. Leggaly P., Leggaly H., TAPPI, 1959, **42**, *11*, pp. 889—899.
23. Chêne M., *Die Verwendung von Natriumaluminat zur Leimung und zeitgemässen chemischen Theorien.* Vortrag an der IV-ten Techn.-wissenschaftliche Konferenz, Budapest., Okt., 1962.
24. Depelsmaker M., La Papéterie, 1963, *12*, p. 1513.
25. Putilova N. I., *Lucrări practice de chimie coloidală.* Ed. Tehn., Buc., 1954, pp. 132—138, (übersetzt aus dem Russisch).
26. * * * STAS Nr. 2163-51.
27. Юрьев В. И., Позин С. С., Материалы ЗНИБ, 1950, вып. *38*, стр. 58—83.
28. Юрьев В. И,, Позин С. С., Вилич Л. Л., Ленингр. лесотехн. акад., 1954, *11*, стр. 25—28.
29. — Ленингр. лесотехн. акад.. 1955, *22*, стр. 8-11.
30. Mc. Naughton B. J. G., Chem. a. Ind., 1962, **24**, *8*, pp. 327-329.

STUDIUL UNOR FENOMENE ELECTROCINETICE ÎN TEHNOLOGIA HÎRTIEI

(Rezumat)

Sînt abordate unele aspecte teoretice privind hidrofobizarea pastelor celulozice prin metoda încleierii în mediu neutru. Încleierea hîrtiei este privită ca un proces chimico-coloidal iar pasta supusă hidrofobizării considerată ca un sistem complex (fibre celulozice, particule de agent de încleiere şi electrolit). Deoarece stabilitatea componenţilor acestui sistem, care interacţionează, este determinată de fenomenele electrocinetice, autorii urmăresc pragul de coagulare şi potenţialul electrocinetic al sistemelor disperse de încleiere, în funcţie de concentraţia electrolitului coagulant şi determină potenţialul electrocinetic al pastelor celulozice în sistem complex cu şi fără adaus de agent dispers de încleiere. Se indică aparatura şi metoda utilizată pentru determinarea potenţialului electrocinetic prin metoda potenţialului de curgere, în cazul suspensiilor de natură fibroasă.

Explicația figurilor

Fig. 1. — Pragurile de coagulare și variația pH-ului în funcție de electrolitul coagulant, în cazul cleiului tip Bevoid.

Fig. 2. — Schema aparatului pentru determinarea potențialului electrocinetic al dispersiilor de încleiere.

Fig. 3. — Pragurile de coagulare și variația pH-ului în funcție de electrolitul coagulant, în cazul cleiului neutru, complet saponificat.

Fig. 4. — Schema instalației de determinare a pontențialului ζ la suspensii fibroase celulozice.

Fig. 5. — Construcția celulei pentru măsurarea potențialului ζ la materiile fibroase.

Fig. 6. — Variația potențialului electrocinetic și al pH-ului celulozei sulfit albită în funcție de raportul aluminat/sulfat, la un adaus constant de 5% săruri de aluminiu exprimat în $Al_2(SO_4)_3.18H_2O$ și în lipsa cleiului de colofoniu.

Fig. 7. — Variația potențialului electrocinetic și al pH-ului celulozei sulfit albită, în funcție de raportul aluminat/sulfat, la un adaus constant de 5% săruri de aluminiu exprimat în $Al_2(SO_4)_3 . 18H_2O$, în prezența unui adaus constant de 3% clei de colofoniu.

Fig. 8. — Variația potențialului electrocinetic și al pH-ului celulozei sulfit albită și măcinată, în funcție de adausul de sulfat de aluminiu, la un procent constant de aluminiu, de sodiu și în lipsa agentului dispers de încleiere.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 675.03 ; 675.024

ASUPRA STABILITĂŢII ÎN TIMP A CARACTERISTICILOR CHIMICE ŞI FIZICO-MECANICE ALE PIEILOR TĂBĂCITE COMBINAT FORMOL-CROM

DE

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ, AGLAIA CHIRIŢĂ, MARIA MANCIU, HARRY SCHIFTER şi VALERIU NĂNESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

În cîteva lucrări anterioare [1], [2] s-a studiat tăbăcirea combinată formol-crom a pieilor pentru feţe de încălţăminte de tipul boxului, stabilindu-se un proces tehnologic care a fost experimentat semiindustrial. Pretăbăcindu-se în formaldehidă cu 1,0...1,5% formol de 36% este necesar la tăbăcirea ulterioară cu crom numai 1,5% Cr_2O_3, realizîndu-se o epuizare aproape totală a sărurilor de crom din baia de tăbăcire. Pieile obţinute după această metodă, au caracteristici organoleptice şi fizico-mecanice comparabile cu cele ale pieilor de box tăbăcite normal în crom, fiind superioare normelor prevăzute în standardele de stat. Temperatura de contracţie a pieilor este de 110°...115°C.

În lucrarea de faţă ne-am propus să studiem comportarea în timp a pieilor tăbăcite combinat formol-crom şi în special să urmărim variaţia caracteristicilor lor fizico-mecanice.

S-a pornit de la presupunerea că formaldehida fixată în piele, la pretăbăcirea în formol, s-ar putea, în timp, să se desprindă din unele legături ale sale cu colagenul, datorită pH-ului acid al pieilor tăbăcite combinat formol-crom, fapt care ar produce modificarea proprietăţilor pieilor tăbăcite. Cu această ocazie s-a căutat să se verifice unele păreri după care datorită unei insuficiente instabilităţi în timp a formaldehidei fixate, la pretăbăcirea cu formol, în tăbăcirea combinată formol-crom, s-ar înrăutăţi proprietăţile pieilor tăbăcite, ceea ce ar constitui un inconvenient principal în aplicarea în practică a acestei metode de tăbăcire.

2. Partea experimentală

Pentru a se studia comportarea la depozitare a pieilor tăbăcite combinat formol-crom s-au efectuat două încercări semiindustriale, la fabrica de pielărie „Flacăra Roşie", Bucureşti, şi la fabrica de pielărie „Parti-

zanul", Bacău. În ambele încercări s-a aplicat acelaşi proces tehnologic [2].

S-au prelucrat piei de bovine conservate prin sărare, de 13...16 kg bucata. La fabrica „Flacăra Roşie", Bucureşti, pieile au fost prelucrate pentru box cu faţa corectată, iar la fabrica „Partizanul", Bacău, pentru box cu faţa corectată, box cu faţa naturală, uscate în uscător Pasting şi uscător tip cameră şi bizon neuns.

Pielea gelatină a fost pretăbăcită în formol, la butoi, timp de 6 ore prin agitare, cu o flotă de 250% şi 1% formol de 36%, la pH = 7...7,5. pH-ul a fost menţinut la această valoare în timpul procesului de tăbăcire, prin adăugarea de carbonat de sodiu în soluţie de 10%. După formolare, pieile au fost spălate cu un curent de apă, timp de 10...15 min, după care au fost piclate la butoi cu 100% flotă, 8% clorură de sodiu şi 1,8% acid clorhidric comercial, timp de 2 ore. Tăbăcirea în crom s-a făcut la butoi cu 100...120% flotă şi 1,5% Cr_2O_3. S-a utilizat o sare bazică de crom de 36...40% bazicitate. Durata de agitare a butoiului a fost de 8 ore, după care pieile au fost lăsate în flotă peste noapte. Înainte cu 2 ore de terminarea agitării butoiului s-a mărit bazicitatea prin adăugare de carbonat de sodiu în soluţie de 10%. Pieile tăbăcite în crom au rezistat la proba de fierbere. După fixare, fălţuire, neutralizare, gresare, vopsire, a urmat finisarea în vederea obţinerii produselor finite amintite.

Din probele tăbăcite au fost alese, conform standardului de stat, circa 80 probe pentru analiza chimică şi fizico-mecanică, care au fost păstrate în condiţii normale, analizate din timp în timp, o perioadă de 20 luni.

Analiza chimică a probelor de piele, ale cărei rezultate sînt date în tabelele 1 şi 2, a fost efectuată complet numai la începutul perioadei de depozitare. La sfîrşitul perioadei de depozitare au fost analizate numai substanţele grase necombinate, deoarece celelalte componente ale pielei tăbăcite analizate nu au putut varia.

Tabelul 1

Analiza chimică a probelor de piele de la fabrica „Flacăra Roşie", Bucureşti

Sortul de piele	Umiditate %	Cenuşă %	Cr_2O_3 %	Substanţe grase %
Box cu faţa corectată, calit. I	13,47	4,15	2,86	3,57
Box cu faţa corectată, calit. II	13,17	4,24	2,91	3,77
Box cu faţa corectată, calit. III	13,88	4,63	3,70	3,60
Box cu faţa corectată, calit. IV	13,16	4,13	2,74	3,72

Tabelul 2

Analiza chimică a probelor de piele de la fabrica „Partizanul", Bacău

Sortul de piele	Umiditate %	Cenuşă %	Cr_2O_3 %	Substanţe grase %
Box cu faţa corectată	14,90	4,64	3,06	3,45
Box cu faţa naturală (uscat Pasting)	15,00	5,00	4,05	3,94
Box cu faţa naturală (uscat uscător cameră)	16,42	4,72	3,82	3,60
Bizon neuns	15,60	4,66	3,74	3,51

În tabelul 3 sînt date rezultatele determinării substanţelor grase a probelor de piele de la fabrica „Flacăra Roşie", Bucureşti şi de la fabrica „Partizanul", Bacău, după o depozitare de 10 luni.

Tabelul 3

Variaţia în timp a conţinutului de substanţe grase extractibile cu solvenţi *)

Sortul de piele	Substanţe grase %	
	iniţial	final
Fabrica „Flacăra Roşie", Bucureşti		
Box cu faţa corectată, calitatea I	4,12	3,74
Box cu faţa corectată, calitatea II	4,34	—
Box cu faţa corectată, calitatea III	4,18	3,81
Box cu faţa corectată, calitatea IV	4,16	3,92
Fabrica „Partizanul", Bacău		
Box cu faţa corectată	4,05	2,30
Box cu faţa naturală (uscat Pasting)	4,63	2,94
Box cu faţa naturală (uscat uscător cameră)	4,30	1,48
Bizon neuns	4,10	3,21

*) Rezultatele din tabel sînt calculate la 0% umiditate. Analiza iniţială a substanţelor grase a fost efectuată după 2 luni de la fabricare în cazul pieilor prelucrate la fabrica „Partizanul", Bacău şi după 11 luni de la fabricare în cazul pieilor prelucrate la fabrica „Flacăra Roşie", Bucureşti.

Din datele tabelului 3 se observă că substanţele grase extractibile cu solvenţi organici descresc în urma depozitării pieilor.

Scăderea conţinutului în substanţe grase extractibile cu solvenţi organici se datoreşte faptului că aceştia suferă, în pieile tăbăcite, schimbări importante, ale căror tip şi intensitate sînt funcţie de natura materiilor grase utilizate, în aşa fel încît din cantitatea şi calitatea grăsimilor extrase nu se poate trage nici o concluzie referitoare la materiile grase utilizate iniţial la gresarea pieilor [3]. Din lickerele preparate cu uleiuri sulfonate, la gresare o parte din grăsime se leagă de pielea cromată în urma unei combinaţii a acizilor graşi cu cromul prin înlocuirea grupelor sulfato din complexul de crom, cu esterul sulfuric al materiei grase [4] sau printr-o combinare a grupelor sulfonice cu pielea, avînd loc astfel o acţiune de tăbăcire [5]. În modul acesta se explică faptul că o parte din materia grasă primită de piele nu se mai poate extrage cu solvenţii [6].

În timpul uscării rapide a pieilor la temperaturi mai ridicate precum şi în timpul depozitării lor, materiile grase din piele sînt parţial scindate, cu formare de acizi graşi liberi, ceea ce se dovedeşte printr-o cifră de aciditate mărită a grăsimii extrase din pielea tăbăcită [7]...[11].

Legarea grăsimilor cu pielea creşte cu durata şi cu temperatura de depozitare a pieilor [12], [13]. Datorită suprafeţei mari pe care se găsesc

distribuite materiile grase în pielea tăbăcită, aceasta suferă o oxidare cu oxigenul din aer, oxidarea manifestîndu-se printr-o scădere a indicelui de iod cit şi prin formarea de oxiacizi graşi şi produse de polimerizare secundare [14].

Pentru a se urmări comportarea în timp a pieilor tăbăcite combinat formol-crom, din 2 în 2 luni, pe o perioadă de aproape 2 ani, s-au efectuat următoarele determinări: temperatura de contracţie, alungirea la rupere, alungirea sub sarcina de 1 kgf/mm^2, alungirea la crăparea feţei, rezistenţa la rupere, rezistenţa la crăparea feţei şi rezistenţa la sfîşiere.

Toate determinările au fost efectuate conform normelor prevăzute în standardele de stat.

Primele determinări asupra probelor de piele prelucrate la fabrica de pielărie „Flacăra Roşie", Bucureşti, au fost efectuate după 11 luni de depozitare, iar cele de la fabrica „Partizanul", Bacău, după 2 luni de depozitare.

Rezultatele determinărilor sînt redate în fig. 1...7. La întocmirea graficelor menţionate, pentru diferitele sorturi de piele s-a trasat cîte o singură diagramă astfel încît să pună în evidenţă alura generală a variaţiei indicelui studiat. Întrucît structura histologică a probelor de piele influenţează într-o măsură însemnată rezultatul diferitelor determinări fizico-mecanice, la alcătuirea graficelor din fig. 1...7 s-au eliminat o serie de date ale căror valori au diferit sensibil de valorile medii ale majorităţii determinărilor.

Analizînd rezultatele obţinute se constată că toţi indicii fizico-mecanici ai pieilor nu se înrăutăţesc, ci dimpotrivă, în timp suferă o uşoară îmbunătăţire. Acest fapt dovedeşte că pieile tăbăcite combinat formol-crom se comportă foarte bine la depozitare. Temperatura de contracţie a pieilor scade cu creşterea duratei de depozitare, depăşind însă 100°C chiar după 20 luni de depozitare.

Uşoara ameliorare a indicilor fizico-mecanici ai pieilor tăbăcite combinat formol-crom şi scăderea temperaturii de contracţie pot fi puse pe seama mai multor cauze.

După cum am constatat în una din lucrările noastre anterioare [15], din colagenul formolat, în mediu acid, formaldehida poate să se desprindă din legăturile sale cu colagenul, într-o anumită măsură, funcţie de pH-ul mediului, de timpul de contact şi de natura acidului.

Aceleaşi fenomene se pot produce şi în cazul pieilor tăbăcite combinat formol-crom în timpul depozitării. Pieile tăbăcite combinat formol-crom au un pH acid, datorită în primul rînd tăbăcirii în crom. Această aciditate poate influenţa în timp desfacerea unor legături dintre formaldehidă şi grupele bazice ale pielei. Prin îndepărtarea unei părţi din formaldehida fixată în piele, în timpul depozitării scade temperatura de contracţie a pielei şi cresc indicii fizico-mecanici.

Pe de altă parte, tăbăcirea în formaldehidă măreşte rezistenţa la oxidare a pieilor, conservîndu-le calităţile pe care le-au avut după tăbăcire şi finisare. Pieile tăbăcite cu formaldehidă sînt mai rezistente la transpiraţie şi provoacă o coroziune mai mică furniturilor metalice decît pielea tăbăcită vegetal sau în crom.

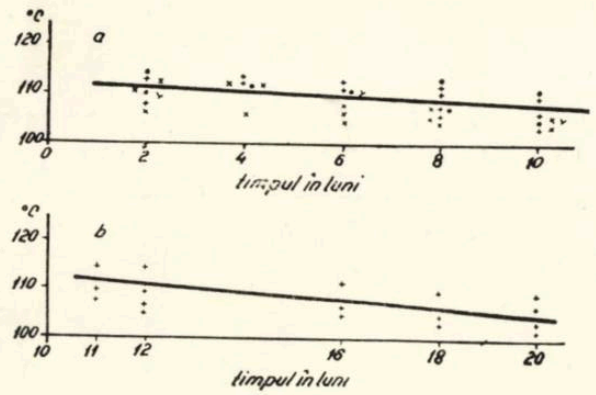


Fig. 1. — Variaţia temperaturii de contracţie.

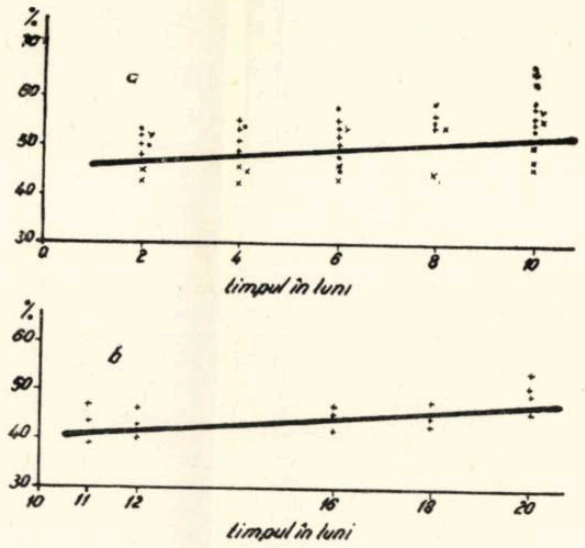


Fig. 2. — Variaţia alungirii la rupere.

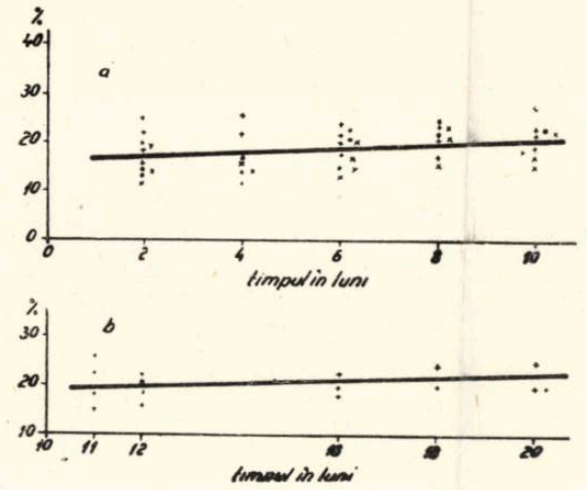


Fig. 3. — Variaţia alungirii sub sarcina de 1 kgf/mm².

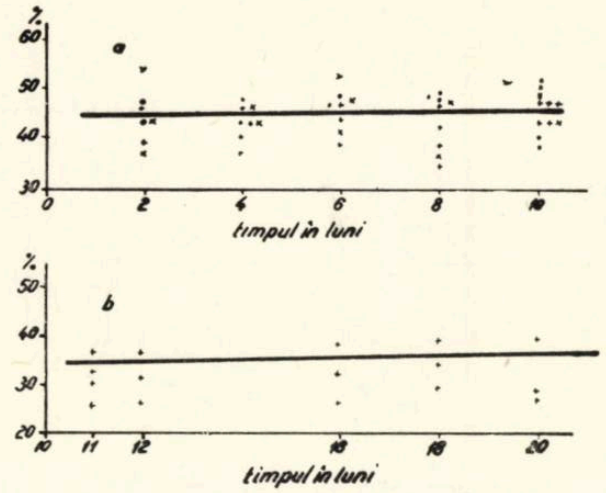


Fig. 4. — Variaţia alungirii la crăparea feţei.

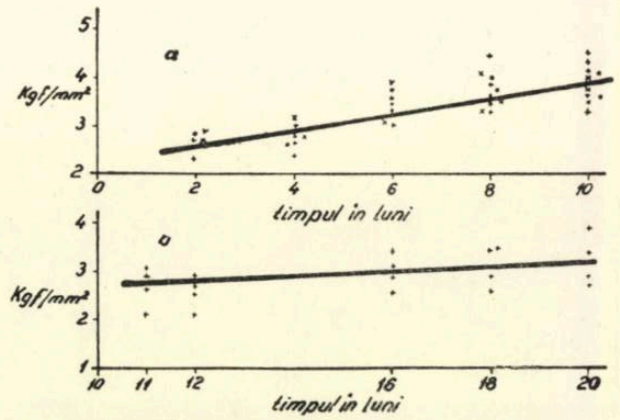


Fig. 5. — Variaţia rezistenţei la tracţiune.

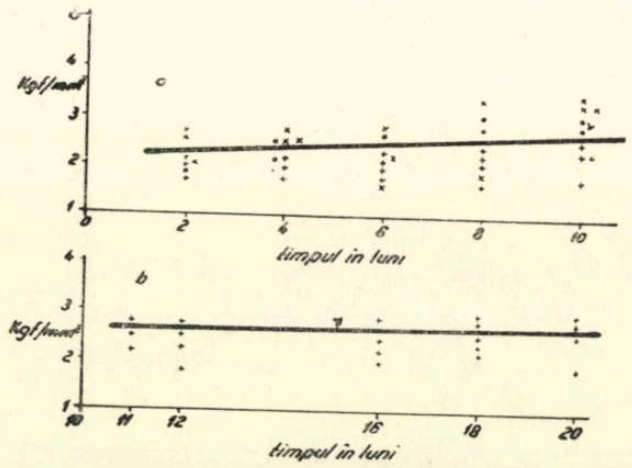


Fig 6. — Variaţia rezistenţei florii

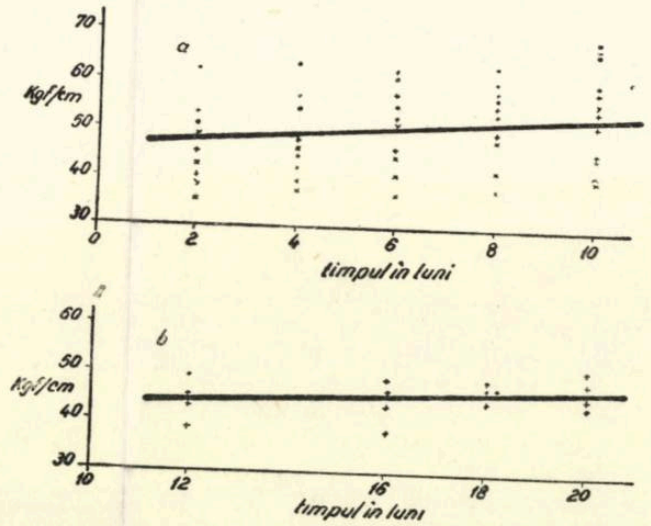
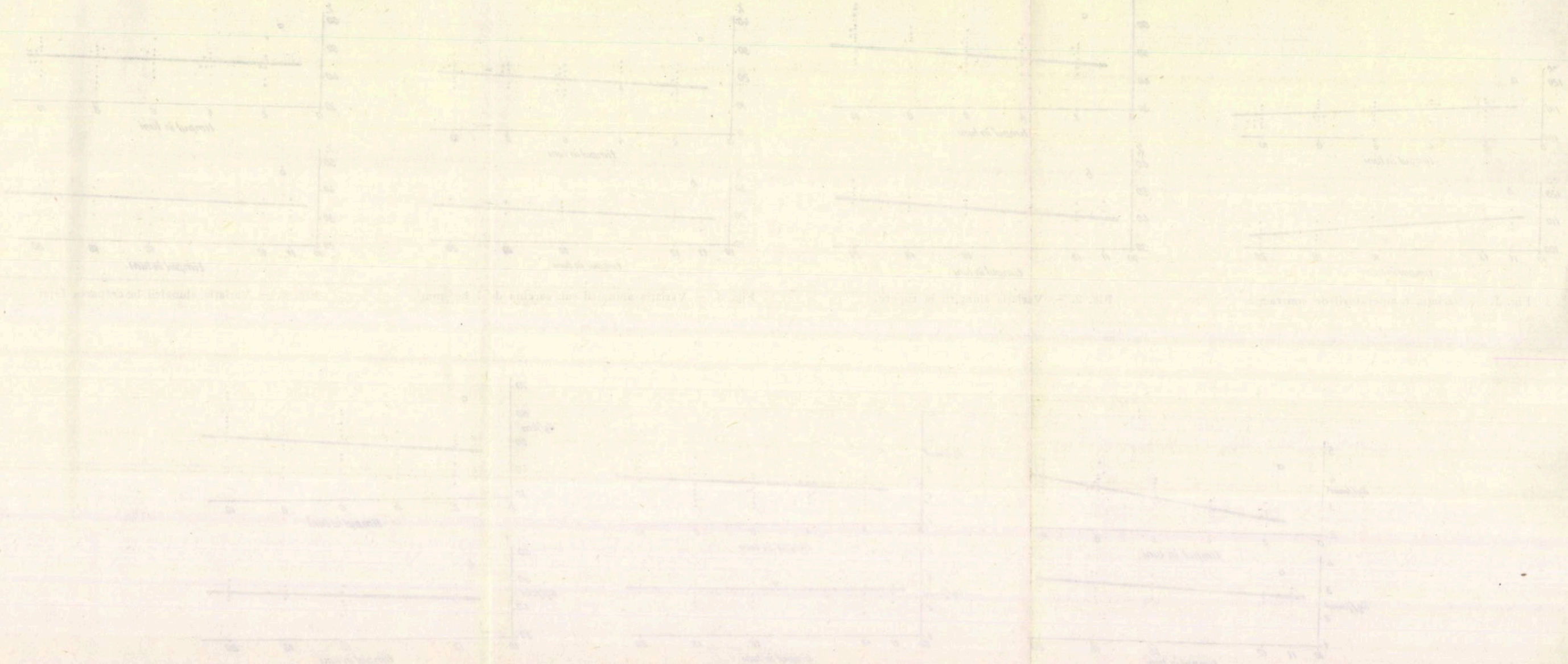


Fig. 7. — Variaţia rezistenţei la sfişiere.

a — proba de piele de la fabrica „Partizanul", Bacău; *b* — proba de piele de la fabrica „Flacăra Roşie" Bucureşti: + — box cu faţa corectată; × — box natural uscat obişnuit; ● — box natural uscat în uscător Pasting; ✓ — bizon neuns.



La îmbunătăţirea valorilor indicilor fizico-mecanici contribuie legarea în timp, de către piele, a uleiurilor sulfonate cu care s-au gresat pieile tăbăcite, mărindu-le supleţea şi rezistenţa lor la diferitele solicitări.

3. Concluzii

În baza studiilor întreprinse se poate afirma că pieile tăbăcite combinat formol-crom se comportă mai bine în timp, neînrăutăţindu-se calităţile iniţiale.

Pretăbăcirea în formaldehidă este favorabilă pieilor tăbăcite combinat formol-crom.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia pielei, încuiotorilor
de piele şi tananţilor,
Fabrica „Flacăra Roşie", Bucureşti,
Fabrica „Partizanul", Bacău

BIBLIOGRAFIE

1. Alexa Gh., Chiriţă Gh., Chiriţă A., Rev. Techn. Ind. Cuir, 1961, *1*, pp. 1—6; Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1—2*, pp. 193—202.
2. Alexa Gh., Chiriţă Gh., Chiriţă A., Hass H., Năncscu V., Năncscu G., Rev. Techn. Ind. Cuir, 1961, *2*, pp. 27—37; Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *3—4*, pp. 169—180.
3. Herfeld H., *Grundlagen der Lederherstellung.* Dresden u. Leipzig, 1950, S. 418.
4. Schindler W., Klaufer K., Collegium 1929, S. 286; Ibid., 1931, S. 339.
5. Stather F., Lauffmann R., Collegium, 1932, S. 391.
6. Schorlenmer K., Collegium, 1929, S. 526.
7. Stather F., Lauffmann R., Collegium, 1933, S. 722.
8. Stather F., Schubert R., Collegium, 1937, S. 456.
9. Phillips H., Cuir Technique, 1933, p. 172.
10. Phillips H., Balfe M. P., ISLTC, 1936, p. 453.
11. Balfe M. P., ISLTC, 1936, p. 368.
12. Stather F., Lauffman R., Collegium, 1932, S. 772.
13. Masner L., Micek K., Collegium, 1942, S. 1982.
14. Koppenhoefer R. M., Retzsch C. E., J. Amer. Leather Chem. Assoc., 1940, p. 78.
15. Alexa Gh., Chiriţă Gh., Chiriţă A., Rev. Techn. Ind. cuir, 1962, *10*, pp. 278—282.
16. Чернов Н. В., Аронина И. Н., Гайдаров А. П., Соловтсева А. А., Страхов И. П., Шестакова И. С., *Технология кожи и меха.* Гизлегпром, М., 1959, стр. 378.

SUR LA STABILITÉ EN FONCTION DU TEMPS DES CARACTÉRISTIQUES CHIMIQUES ET PHYSICO-MÉCANIQUE DES CUIRS DE TANNAGE COMBINÉ FORMOL-CHRÔME

(Résumé)

Dans une série de travaux antérieurs les Auteurs ont étudié deux procédés de tannage: formol-chrôme et formol-urée-chrôme.

Dans le présent travail les Auteurs vérifient la supposition quant à l'invariance en fonction du temps, des caractéristiques chimiques et physico-mécaniques des cuirs

tannés d'après ces procédés, conséquence d'une certaine instabilité de la liaison formaldéhyde-collagène.

Les résultats du travail montrent que les cuirs présentent même après 20 mois de magasinage les mêmes propriétés initiales.

Explication des figures

Fig. 1. — Variation de la température de contraction.
Fig. 2. — Variation de l'allongement à la rupture.
Fig. 3. — Variation de l'allongement en charge de 1 kg/mm^2.
Fig. 4. — Variation de l'allongement à la craquelure de la fleur.
Fig. 5. — Variation de la résistance à la traction.
Fig. 6. — Variation de la résistance de la fleur.
Fig. 7. — Variation de la résistance au déchirement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 675.042

CONTRIBUŢII LA STUDIUL OBŢINERII EXTRACTULUI DE VALONEE

DE

GH. CHIRIŢĂ, MARIA MANCIU, ELISABETA BOŢI, C. TONEGARU şi M. NIERGHEŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Valoneea este un material tanant utilizat de foarte multă vreme la tăbăcirea pieilor. Valoneea este fructul unor stejari ca : *Quercus valoneea, Quercus oegilops, Quercus ungenik, Quercus macrolepis, Quercus groeca,* ce cresc în Asia Mică şi arhipelagul grecesc. Acest fruct ajunge la maturitate în 2 ani şi are un diametru pînă la 3...5 cm. Conţinutul în tanin al valoneei comercializate este de 30...38%, variind în diferitele ei părţi componente astfel : solzii (trillo) ce înconjoară capsula conţin pînă la 45...50%, ghinda 16...20% şi capsula 25...30% tanin. În fructul de valonee capsula şi trillo reprezintă 8/10 din totalul fructului şi ghinda numai 2/10. Taninul de valonee este de natură pirogalică.

În lucrarea de faţă s-au studiat principalii parametri tehnologici de fabricaţie a extractului de valonee şi s-au determinat caracteristicile chimico-tehnologice ale extractului obţinut, în comparaţie cu un extract de valonee de import.

În literatura de specialitate lipsesc datele privind tehnologia de fabricaţie a extractului de valonee. În consecinţă, din valoneea importată de unele ţări din Europa, precum şi de ţara noastră, nu se poate obţine un randament bun de extracţie şi un extract tanant cu caracteristici favorabile. În lucrarea de faţă ne-am ocupat de: a) studiul în laborator al temperaturii şi duratei optime de extracţie; b) studiul în staţia pilot, în vederea stabilirii coeficientului de flotă, al gradului de epuizare a materialului tanant, al numărului de tratări şi al duratei optime de difuzie; c) caracterizarea chimico-tehnologică a extractului de valonee obţinut în condiţiile optime stabilite.

2. Definirea materialului tanant

S-a folosit valonee importată din Turcia, care s-a mărunţit la o moară Excelsior la o granulaţie de 3...5 mm diametru. Uniformitatea materialului s-a asigurat prin cernere, îndepărtîndu-se granulele rezultate sub 3 mm şi peste 5 mm diametru.

Extragerea taninului s-a efectuat în extractoare Koch, iar la analiza tanică s-a folosit metoda agitării, respectîndu-se normele internaționale de analiză [1]. S-a analizat conținutul în tanin al fructului complet de valonee și a părților sale componente: trillo, capsula și ghinda.

Datele analitice sînt trecute în tabelul 1.

Tabelul 1

Definirea materialului tanant

Date analitice %	Trillo	Capsula	Ghinda	Fruct total (valonee)
Umiditate	14,50	14,50	14,50	14,50
Reziduu total	46,07	29,90	21,88	35,37
Neextractibile	39,43	55,60	68,62	50,13
Solubile totale	44,20	28,22	19,32	33,28
Insolubile	1,87	1,68	2,56	2,09
Substanțe netanante	13,06	8,31	8,08	9,77
Tanin	31,14	19,91	11,24	23,51
Cifră de raport	70,45	70,84	58,25	70,64

Din analiza datelor tabelului 1 se observă că ghinda de valonee are un conținut scăzut de tanin și o cifră de raport redusă în comparație cu celelalte componente. Din acest motiv la recoltarea și uscarea valoneei o bună parte din ghinde sînt înlăturate.

3. Studiul în laborator al temperaturii și duratei optime de extracție

a) *Temperatura optimă de extracție.* Pentru determinarea temperaturii optime, materialul tanant s-a supus extracției, în extractoare Koch, variindu-se temperatura de la 50°C la 60°; 70°; 80°; 90° și 100°C. Durata de extracție a fost de 2 ore. La toate încercările, în prima oră extracția s-a efectuat la 50°C, iar în ora doua la una din temperaturile experimentate. Determinarea conținutului în tanin s-a efectuat după metoda colorimetrică a lui A. V. Korotkievici [2], cu fotometrul sovietic Ф. M. Soluțiile de tanin s-au diluat pentru a se încadra în limitele de sensibilitate ale fotocolorimetrului și s-au tratat cu o soluție saturată de molibdat de amoniu, care le colorează în galben-portocaliu. S-a lucrat pe filtrul albastru 53 M, iar rezultatele citirilor au fost transformate, folosindu-se curba etalon a concentrației.

Rezultatele analizelor sînt date în tabelul 2.

Tabelul 2

Variația conținutului de tanin extras, funcție de temperatura de extracție
(calculat la 100 g material tanant cu 13,21% umiditate)

Temperatura de extracție (°C)	50	60	70	80	90	100
Tanin (%)	10,0	18,4	19,6	21,6	21,2	18,8

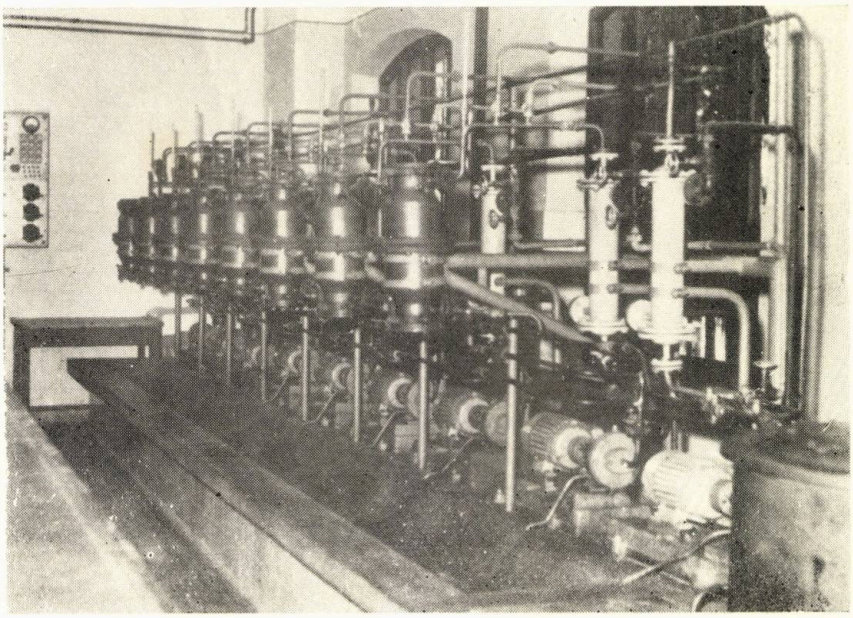


Fig. 1

Examinînd datele tabelului 2 se observă că procentul de tanin extras crește cu temperatura, fiind maxim la temperatura de 80°C.

Întrucît variația conținutului în tanin extras este redusă la temperaturile de 80° și 90°C, se poate considera că temperatura optimă de extracție a taninului de valonee este cuprinsă între 80° și 90°C.

b) *Durata optimă de extracție.* Pentru a determina durata optimă de extracție a taninului de valonee s-au efectuat extracții la temperatura optimă găsită, variindu-se durata de extracție de la 1 oră la 2; 3; 4; 5 și 6 ore. S-a lucrat respectîndu-se aceleași condiții ca și la determinarea temperaturii optime de extracție.

Rezultatele analizelor sînt trecute în tabelul 3.

Tabelul 3

Variația conținutului în tanin extras, funcție de durata de extracție
(calculat la 100 g material tanant cu 13,21% umiditate)

Durata de extracție (ore)	1	2	3	4	5	6
Tanin (%)	13,6	21,6	21,6	20,8	20,7	20,4

Din datele tabelului 3 rezultă că timpul optim de extracție este de 2 ore. Prin mărirea duratei de extracție peste 2 ore scade cantitatea de tanin extras. Taninurile pirogalice, deci și taninul de valonee, sînt ușor solubile în apă; astfel se explică durata scurtă de extracție. Prin mărirea duratei de extracție se produce degradarea taninurilor și totodată și mărirea ciclului de fabricație a extractului tanant.

4. Studii în stația pilot

În scopul determinării celorlalți parametri tehnologici de extragere a taninului de valonee, și anume: coeficientul de flotă, timpul optim de difuzie, gradul de epuizare a materialului, determinarea numărului de tratări, s-a lucrat pe o baterie de extracție a catedrei de tehnologia pielii, înlocuitorilor de piele și tananților de la Institutul politehnic din Iași (fig. 1).

Această baterie de extracție este compusă din 8 difuzoare închise, cu o capacitate de 10 l fiecare, legate prin conducte de legătură, prevăzute cu preîncălzitoare și pompe centrifuge pentru recircularea și transvazarea zemurilor. Difuzoarele sînt prevăzute cu termometre și manometre. Întreaga baterie de extracție este confecționată din cupru. Zemurile rezultate, după decantare se concentrează într-o instalație de evaporare cu simplu efect, la temperatura de 75°...80°C.

În studiile efectuate, difuzoarele bateriei de extracție au fost încărcate cu cîte 1 kg material tanant de valonee, mărunțit la dimensiunea de 3...5 mm. Într-un ciclu complet de extracție s-au efectuat 15 tratări, durata unei tratări fiind de 50 min. Temperatura de extracție a fost de 50°C în difuzorul cu materialul cel mai proaspăt, crescînd treptat cu cîte 5°C, astfel că în difuzorul cu materialul cel mai epuizat să se realizeze o temperatură de 80°...85°C. În bateria de extracție s-a lucrat pe principiul contracurentului, solventul fiind trecut peste materialul cel mai epuizat, iar soluția cea mai concentrată în tanin, peste materialul cel mai proaspăt.

a) *Influenţa coeficientului de flotă.* Coeficientul de flotă influenţează asupra concentraţiei în tanin a zemii de extracţie şi asupra epuizării materialului tanant. De aceea, în condiţiile de lucru ale unei baterii de extracţie, acesta trebuie astfel ales încît să se realizeze o epuizare cît mai avansată a taninului din material şi o concentraţie cît mai ridicată în tanin a zemii de extracţie.

În studiul de faţă s-au efectuat extracţii cu flota de 300% şi 600%, bateria de extracţie funcţionînd în condiţiile indicate mai sus. În studiul influenţei coeficientului de flotă asupra extracţiei taninului de valonee s-a urmărit: a) variaţia concentraţiei în tanin a zemurilor de extracţie din difuzoare, b) volumul zemii de extracţie trimisă la clarificare dintr-un difuzor, c) gradul de epuizare în tanin al materialului.

Conţinutul în tanin al zemurilor de extracţie a fost determinat colorimetric şi exprimat în g tanin la 100 ml soluţie.

Probele de zeamă de extracţie au fost luate din toate difuzoarele bateriei, la sfîrşitul unei perioade de difuzie (după 50 min de recirculare a zemurilor), înainte de transvazarea zemurilor. Difuzorul *1* conţine materialul cel mai proaspăt, iar difuzorul *8*, materialul cel mai epuizat.

Rezultatele analitice sînt date în tabelul 4.

Tabelul 4

Variaţia conţinutului în tanin al zemurilor de extracţie, funcţie de coeficientul de flotă utilizat (g tanin la 100 ml zeamă de extracţie)

Numărul difuzorului	Numărul de tratări	Coeficientul de flotă	
		3	6
1	1	9,70	3,68
2	3	7,12	—
3	5	5,38	1,86
4	7	3,30	1,44
5	9	1,36	1,08
6	11	1,34	0,52
7	13	—	0,26
8	15	0,40	0,16

La o flotă de 300% s-a obţinut, în medie, 2,6 l zeamă de extracţie din fiecare difuzor, iar la o flotă de 600%, în medie 5,39 l zeamă de extracţie.

Densitatea zemurilor de extracţie trimise la clarificare, folosind 300% flotă, a fost $d = 1{,}0653$ g/cm^3, iar în cazul flotei 600%, $d = 1{,}0320$ g/cm^3. Atît conţinutul în tanin cît şi concentraţia zemurilor de extracţie la flota de 600% sînt mult scăzute.

În vederea determinării gradului de epuizare s-a luat proba de material tanant, la extracţia de 300% flotă şi 60% flotă, din difuzoarele *6*, *7* şi *8* (după 11, 13 şi 15 tratări) cu grade diferite de epuizare şi s-a determinat conţinutul în tanin. Extracţia taninului din probele de material epuizat s-a efectuat în extractoare Koch, conform STAS 1883-50, iar taninul s-a determinat colorimetric.

Datele analitice sînt trecute în tabelul 5.

Tabelul 5

Variația conținutului în tanin al materialului epuizat, funcție de numărul de tratări la care a fost supus (calculat la 100 g material tanant cu 12,61% umiditate)

Numărul difuzorului	Numărul de tratări	Flota %	
		300	600
8	11	2,3	0,8
6	13	2,0	0,4
7	15	0,4	0,3

Examinînd datele tabelului 5 se constată că se realizează o epuizare avansată in tanin atît la o flotă 300% cît și la una de 600%. De aceea, fără a fi însoțite de o pierdere însemnată în tanin, se poate efectua un număr mai mic de tratări decît 15.

Pentru extracția economică a taninului de valonee se poate folosi o flotă de 300...400%, cu care ocazie se pot obține zemuri de extracție concentrate și o epuizare avansată a materialului tanant.

b) *Timpul optim de difuzie.* Durata de difuzie reprezintă timpul necesar pentru a se stabili un echilibru între concentrația în tanin a materialului și cea a solventului.

Pentru a stabili durata optimă de difuzie s-au luat probe de zeamă de extracție din diferite difuzoare, din 10 în 10 min. Prima probă a fost luată după 30 min de difuzie, iar ultima probă după 60 min.

La extracție s-a folosit o flotă de 300%. Conținutul în tanin al soluțiilor s-a determinat colorimetric, rezultatele înscriindu-se în tabelul 6, taninul fiind exprimat în g/l.

Tabelul 6

Variația conținutului în tanin al zemurilor de extracție, funcție de timpul de difuzie

Numărul difuzorului	Numărul de tratări	Timpul de difuzie min			
		30	40	50	60
1	1	—	67,2	97,0	100,0
2	3	—	—	71,2	—
3	5	42,0	48,0	53,2	53,0
4	7	21,6	24,8	33,0	32,0
5	9	—	—	13,6	—
6	11	10,8	11,0	13,44	12,80
7	13	—	—	—	—
8	15	2,96	3,64	3,96	3,96

Din datele tabelului 6 rezultă că pentru valonee este necesară o durată de difuzie de 50 min, deoarece pentru o durată mai îndelungată nu mai crește conținutul în tanin al zemurilor.

5. Caracterizarea chimico-tehnologică a extractului de valonee obținut în condițiile optime stabilite

Valoneea, mărunțită la 3...5 mm în diametru, a fost supusă extracției cu apă în bateria de extracție cu 8 difuzoare. Flota a fost de 300%. Temperatura de extracție, de 80°...85°C în difuzorul cu materialul cel mai epuizat, scade cu cîte 5°C de la un difuzor la altul, astfel că în difuzorul cu materialul cel mai proaspăt a fost de 50°C. Timpul de difuzie a fost de 50 min, iar numărul de tratări 15. Zeama de extracție obținută din difuzorul cel mai proaspăt, cu o densitate $d = 1{,}0653$ g/cm^3, după decantare a fost supusă concentrării într-un concentrator cu simplu efect la vid, la temperatura de 75°...80°C. S-a obținut un extract tanant cu o densitate $d = 1{,}2357$ g/cm^3, absolut clar.

Pentru a se ilustra calitățile extractului obținut în stația pilot, i s-au determinat cîteva din principalele caracteristici chimico-tehnologice, în comparație cu cele ale unui extract de valonee din import.

Analiza tehnică a extractelor este dată în tabelul 7. Analizele s-au efectuat în conformitate cu metodele internaționale, folosind, pentru determinarea netaninurilor, metoda agitării.

Tabelul 7

Analiza extractului de valonee

Date analitice %	Extract obținut în stația pilot		Extract din import	
Umiditate	65,67	0,00	11,21	0,00
Reziduu total	34,33	100,00	89,79	100,00
Solubile totale	32,84	95,65	88,04	97,96
Insolubile	1,49	4,35	1,75	2,04
Netaninuri	10,15	29,57	27,18	30,25
Tanin	22,69	66,08	60,86	67,71
Cifră de raport	69,09	69,09	69,12	69,12

Din datele tabelului 7 rezultă că s-a obținut un extract tanant asemănător celui din import. Substanțele insolubile pot fi mult micșorate printr-o purificare atentă.

Dintre caracteristicile tehnologice, au fost determinate: viteza de difuzie în pielea gelatină, astringența și sedimentarea soluțiilor de extract de valonee la concentrațiile la care se folosește în tăbăcirea pieilor.

a) *Viteza de difuzie a extractului de piele.* Pentru determinarea vitezei de difuzie [3], [4] s-a folosit piele gelatină-crupon, de vițel, de 5 kg bucata. Pielea gelatină a fost complet decalcificată cu 0,6% clorură de amoniu și 0,1% acid clorhidric. Apoi a fost spălată cu apă și ținută timp de 24 ore în soluție de clorură de potasiu. pH-ul pielii astfel pregătită era de 6,8. S-au tăiat bucăți egale de 5 cm × 7 cm, s-au spălat cu apă distilată, apoi au fost introduse în pahare de sticlă, care conțineau cîte 500 ml din soluțiile tanante luate în studiu. Pentru fiecare extract s-au pregătit soluții cu următoarele densități: 1,0069; 1,0138; 1,0280 și 1,0576 g/cm^3.

După 1; 3; 6; 12 și 24 ore de la introducerea pielii în soluțiile tanante a fost tăiată cîte o fișie de piele pe care s-a citit la microscop pătrunderea. Măsurătorile s-au efectuat în partea dinspre față a pielii și sînt exprimate în procente din grosimea totală a pielii.

O parte din rezultatele determinărilor sînt cuprinse în tabelul 8.

Tabelul 8

Pătrunderea taninului în pielea gelatină

Extractul	Durata de tăbăcire ore				
	1	3	6	12	24
	Densitatea zemii $d = 1{,}0069$ g/cm³				
Valex import	20,6	33,7	43,6	49,9	52,2
Valex stația pilot	15,4	31,9	41,8	48,1	50,0
	Densitatea zemii $d = 1{,}0280$ g/cm³				
Valex import	25,0	41,2	50,4	57,5	60,4
Valex stația pilot	29,6	36,6	49,4	55,2	61,1
	Densitatea zemii $d = 1{,}0576$ g/cm³				
Valex import	34,8	46,9	57,3	60,4	63,6
Valex stația pilot	35,5	47,3	56,2	64,7	68,9

Cunoscînd pătrunderea taninului în pielea gelatină s-a calculat viteza de difuzie (v. tabelul 9) a extractului tanant aplicînd relația :

$$V = S/T,$$

Tabelul 9

Viteza de difuzie a taninului în pielea gelatină

Extractul	După ore					Valoarea medie
	1	3	6	12	24	
	Densitatea zemii $d = 1{,}0069$ g/cm³					
Valex import	0,5	0,27	0,17	0 10	0,05	0,22
Valex stația pilot	0,4	0,28	0,18	0,10	0,05	0,22
	Densitatea zemii $d = 1{,}0280$ g/cm³					
Valex import	0,6	0,33	0,20	0,11	0,06	0,26
Valex stația pilot	0,8	0,33	0,18	0,12	0,07	0,30
	Densitatea zemii $d = 1{,}0576$ g/cm³					
Valex import	0,62	0,40	0,25	0,13	0,09	0,30
Valex stația pilot	1,0	0,41	0,24	0,14	0,07	0,37

în care: V — viteza de difuzie a taninului, (mm/oră), S — adîncimea pătrunderii taninului în secțiunea pielii, din partea din spre față a ei, (mm), T — timpul de pătrundere, (ore).

Puterea de pătrundere și viteza de difuzie a extractului de valonee produs în stația pilot sînt comparabile cu cele ale extractului de valonee din import. În tabele s-au dat numai rezultatele obținute cu soluțiile tanante mai diluate deoarece la concentrații mai ridicate puterea de pătrundere și viteza de difuzie sînt mai sensibile.

b) *Astringența extractului de valonee.* Viteza de pătrundere în interiorul țesutului dermic este invers proporțională cu dimensiunile particulelor de tanin, iar pe de altă parte, particulele de tanin pot avea o afinitate cu atît mai mare pentru fibra dermică cu cît sînt mai mari.

Prin astringența unui extract tanant se înțelege capacitatea de precipitare a particulelor tanante din soluție cu ajutorul electroliților. Precipită la adausuri mici de electroliți particulele cele mai mari, iar la cantități crescute de electroliți particulele tanante din ce în ce mai mici.

În vederea determinării astringenței extractului de valonee s-a aplicat metoda de precipitare cu clorură de sodiu. S-a lucrat cu o soluție de 1% tanin. Din soluția liberă de insolubile s-au luat cîte 100 ml la care s-au adăugat 11; 22 și 33 g clorură de sodiu fin pulverizată, s-a agitat 30 min, apoi s-a centrifugat 30 min la 3 000 rot/min.

Sedimentele s-au solvit separat cu apă distilată, s-au adus la 100 ml, dozîndu-se taninul după metoda Löwenthal.

Datele analitice sînt cuprinse în tabelul 10.

Tabelul 10

Precipitarea cu clorură de sodiu

Extractul	Substanțe precipitabile cu NaCl la adaus de g			Total precipitabile	Neprecipitabile
	11	22	33	%	%
Valonee import	18,6	29,2	34,7	34,7	65,3
Valonee stația pilot	17,6	26,0	33,06	33,06	66,94

Datele tabelului 10 arată că astringența extractului de valonee obținut pe stația pilot este foarte apropiată de cea a extractului de import.

c) *Proba de sedimentare.* Sedimentarea extractelor în prezența și în absența gelatinei furnizează o serie de indicații privind solubilizarea lor la concentrații diverse de utilizare și pe baza acestor date se pot trage concluzii asupra comportării extractului la tăbăcire [5].

Pentru determinarea sedimentului format de extractul de valonee în absența gelatinei, s-au preparat soluții de extracte tanante de următoarele densități: 1,0069; 1,0138; 1,0280; 1,0426; 1,0576; 1,0731; 1,0850 g/cm^3, care s-au introdus în cilindri gradați de

cîte 100 ml și s-au lăsat în repaus. După 24 și 48 de ore s-a citit volumul depozitului format, care s-a raportat la volumul total al soluției.

Rezultatele sînt date în tabelul 11.

Tabelul 11

Sedimentarea în absența pielii gelatină

Extractul	Densitatea soluțiilor g/cm³						
	1,0069	1,0138	1,0280	1,0426	1,0576	1,0731	1,0850
	după 48 ore de sedimentare						
Valex import	opalescență		2,5	5,1	6,0	5,0	3,0
Valex stația pilot	opalescență	2,0	2,0	4,0	5,0	4,0	3,0
	după 24 ore de sedimentare						
Valex import	2,0	3,0	5,0	6,0	5,0	4,5	4,0
Valex stația pilot	opalescență	2,0	2,2	4,0	6,0	4,0	4,0

Extractul de valonee produs în stația pilot are un conținut mic în sediment la toate concentrațiile soluțiilor.

6. Concluzii

1. În urma studiilor de laborator și în stația pilot s-au stabilit principalii parametri de extracție a taninului de valonee, reușind să se obțină un extract cu un conținut ridicat în tanin, cu o cifră de raport ridicată și cu caracteristici tehnologice comparabile cu cele ale extractului de valonee din import.

2. Parametrii tehnologici stabiliți sînt următorii: temperatura optimă de extracție — 80°...85°C; flota necesară — 300...400%; timpul de difuzie — 50 min; pentru extracție este necesară o baterie de extracție cu 8 difuzoare în care să se realizeze 12...15 tratări.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologia pielii,
înlocuitorilor de piele și a tananților

BIBLIOGRAFIE

1. *** *Méthodes officielles d'analyse de la Société Internationale des Chimistes des Industries du Cuir.* Paris, 1938.

2. Короткиевич А. В., Винодел. и виногр., 1960, 2, стр. 50—51.

3. Mezey E., Collegium, 1925, S. 305.
4. *** Inst. cerc. text., pielărie, cauciuc, Buc., 1954, p. 14.
4. Sagoschen I., Collegium, 1932, S. 500 - 505.

К ВОПРОСУ ПОЛУЧЕНИЯ ЭКСТРАКТА ИЗ ВАЛОНЕИ

(Резюме)

В лабораторной и пилотной установках изучаются главные параметры получения экстракта из валонеи. Исследуются химико-технологические свойства полученного экстракта при оптимальном режиме экстракции, установленного на пилоте.

Полученные результаты показали хорошие качества данного танидного экстракта.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Electrotehnică. Electronică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 1—2, 1964

Электротехника. Электроника

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Electrical Engineering. Electronics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 621.31

STUDIUL DISPERSIEI PERMITIVITĂŢII LA UNELE PRODUSE TEHNICE DE POLICLORURĂ DE VINIL IRADIATE CU RAZE X

DE

EMIL LUCA, OVIDIU SCUTARU, FLORENTINA TRIFAN ŞI I. LUCA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Consideraţii generale

Influenţa razelor X asupra conductivităţii electrice şi a proprietăţilor dielectrice ale diverselor materiale a constituit obiectul a numeroase cercetări, dintre care citäm cele de mai jos.

J. F. Fowler [1] se ocupă cu modificarea în general a conductivităţii electrice a solidelor supuse radiaţiilor X puternice.

T. M. Proctor [2] studiază polarizarea electrică a sticlei iradiate cu raze X.

B. Gross [3], [4] se ocupă cu polarizarea electrică a plexiglassului şi a sticlei, cînd acestea sînt supuse iradierii cu raze X.

I. I. Ejik şi S. T. Savlo [5], [6] determină pierderile dielectrice în cristalele de NaCl, KCl şi KBr, supuse iradierii cu raze X.

K. A. Vodopeanov şi I. G. Vorojţova [7] cercetează influenţa razelor X asupra proprietăţilor dielectrice ale cauciucurilor silico-organice şi influenţa radiaţiilor β asupra pierderilor dielectrice în mica [8], asemenea cercetări fiind întreprinse şi de J. Fowler şi Former [9] ş. a.

În cercetările întreprinse pînă în prezent s-a studiat variaţia permitivităţii ε şi a pierderilor dielectrice (exprimate prin tg δ) a diverselor materiale, funcţie de doza de radiaţii primită de material, în anumite condiţii de temperatură.

În cercetările efectuate de noi urmărim să determinăm influenţa razelor X asupra permitivităţii conservative ε' şi a pierderilor dielectrice, exprimate prin tg δ, la unele produse tehnice de policlorură de vinil, plecînd de la faptul că doza de radiaţii primită de materialul iradiat este definită, pe de o parte de intensitatea ionometrică a fasciculului incident de raze X, iar pe de altă parte de timpul cît durează iradierea.

Menţinînd constant timpul de iradiere, doza de radiaţii va fi definită numai de intensitatea ionometrică a fasciculului de raze X, a cărei valoare este dată de relaţia [10]:

$$I = CNiV^2,$$

unde: C — constantă, N — masa atomică a anticatodului, i — intensitatea curentului electronic în tubul de raze X, V — tensiunea la gol aplicată tubului de raze X.

Intensitatea ionometrică a fasciculului de raze X este determinată numai de i şi V, unde curentul electronic i din tub determină numărul fotonilor (cuante de radiaţie X) ce intră în componenţa fasciculului de raze X, iar tensiunea la gol V, aplicată tubului, determină lungimea de undă, respectiv frecvenţa radiaţiilor fasciculului de raze X.

Cu scopul de a determina influenţa tuturor factorilor ce produc variaţia permitivităţii (ε') şi a pierderilor dielectrice (tg δ) în cazul unor produse de policlorură de vinil iradiate cu raze X, cercetările întreprinse de noi nu s-au raportat la doza totală de radiaţii incidente la substanţa iradiată, ca în lucrările citate, ci noi am determinat: a) variaţia permitivităţii (ε') şi a pierderilor dielectrice (tg δ) funcţie de tensiunea la gol aplicată tubului de raze X, deci funcţie de lungimea de undă, respectiv frecvenţa radiaţiilor X incidente la substanţa iradiată; b) variaţia permitivităţii (ε') şi a pierderilor dielectrice (tg δ) funcţie de intensitatea curentului electronic din tubul de raze X, deci funcţie de numărul fotonilor ce intră în componenţa fasciculului incident de raze X; c) variaţia permitivităţii (ε') şi a pierderilor dielectrice (tg δ) funcţie de timpul cît acţionează fasciculul de raze X asupra substanţei.

2. Rezultate experimentale

Măsurările experimentale ale permitivităţii (ε') şi pierderilor dielectrice (tg δ) s-au întreprins, pentru toate probele, în gama de frecvenţe 100 Hz... 10 MHz, cu ajutorul unei punţi „Tesla", a unui Q-metru „Tesla" şi a unui montaj în punte Wien [11], care ne-a permis să determinăm atît variaţia de capacitate datorită iradierii, din care s-a calculat capacitatea probei, cît şi rezistenţa de pierderi a probei, cu ajutorul căreia s-a calculat tg δ.

Drept sursă de raze X s-a utilizat o instalaţie prevăzută cu un tub 4 БАМ 100.

a) *Variaţia permitivităţii* (ε') *şi a pierderilor dielectrice* (tg δ) *funcţie de tensiunea la gol aplicată tubului de raze X.* Menţinînd constantă temperatura probelor, curentul electronic din tub şi timpul de iradiere, în fig. 1 s-au trasat curbele de variaţie ale permitivităţii (ε') şi ale pierderilor dielectrice (tg δ), funcţie de tensiunea la gol aplicată tubului generator de raze X, pentru frecvenţele de: 1; 10 şi 100 kHz, în cazul unei probe de policlorură de vinil.

În fig. 2 sînt redate curbele de variaţie ale permitivităţii (ε') şi pierderilor dielectrice (tg δ) cu frecvenţa, la policlorura de vinil, atît pentru proba iradiată cît şi pentru cea neiradiată, pentru diverse tensiuni de alimentare la gol a tubului de raze X, în cazul cînd se menţin constante temperatura, curentul electronic din tub şi timpul de iradiere.

Din analiza acestor curbe rezultă următoarele concluzii:

1° Variind tensiunea de alimentare la gol a tubului de raze X, se produce o variație sensibilă a lui tg δ, la proba de policlorură de vinil;

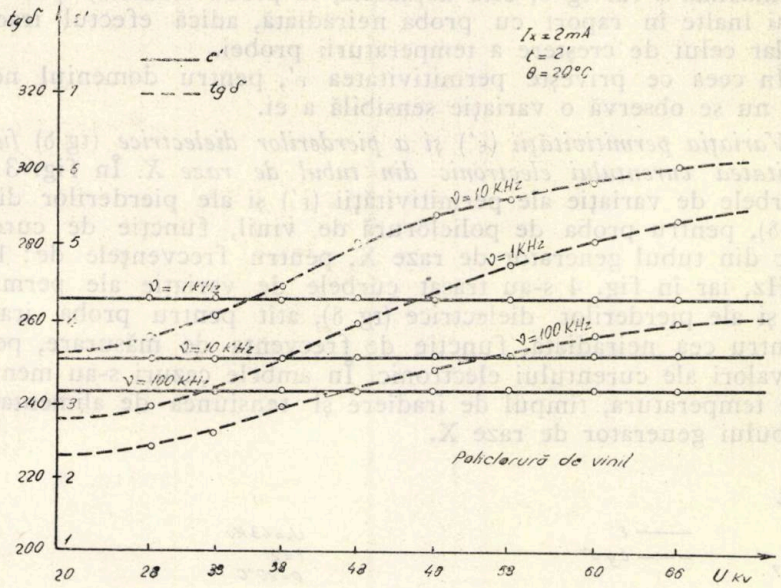


Fig. 1

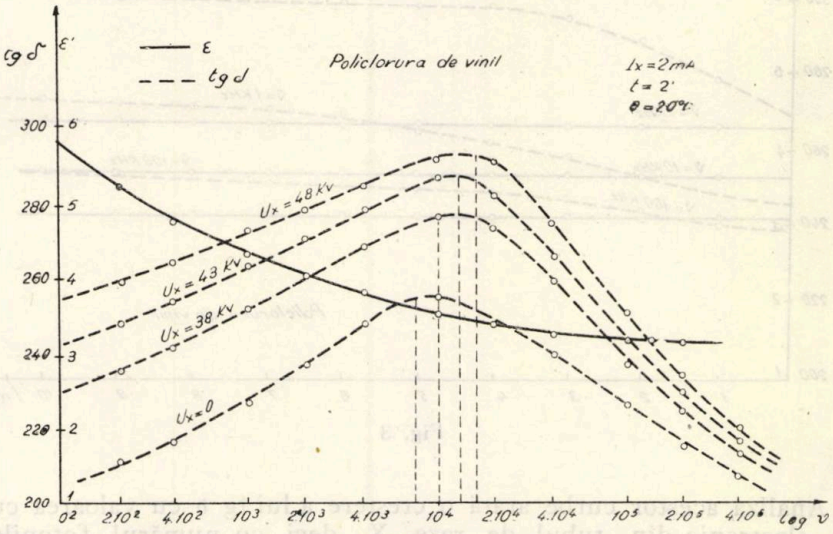


Fig. 2

anume, valoarea lui tg δ crește atunci cînd tensiunea la gol crește, adică tg δ variază în sens invers cu lungimea de undă a fasciculului incident de raze X.

2° Variaţia lui tg δ este cu atît mai accentuată cu cît măsurarea se efectuează la o frecvenţă mai joasă.

3° Zona de dispersie în cazul probei iradiate, reprezentată prin valoarea maximă a lui tg δ, este deplasată, la proba iradiată, spre frecvenţe mai înalte în raport cu proba neiradiată, adică efectul iradierii este similar celui de creştere a temperaturii probei.

4° În ceea ce priveşte permitivitatea ε', pentru domeniul nostru de lucru nu se observă o variaţie sensibilă a ei.

b) *Variaţia permitivităţii* (ε') *şi a pierderilor dielectrice* (tg δ) *funcţie de intensitatea curentului electronic din tubul de raze X.* În fig. 3 s-au trasat curbele de variaţie ale permitivităţii (ε') şi ale pierderilor dielectrice (tg δ), pentru proba de policlorură de vinil, funcţie de curentul electronic din tubul generator de raze X, pentru frecvenţele de: 1; 10 şi 100 kHz, iar în fig. 4 s-au trasat curbele de variaţie ale permitivităţii (ε') şi ale pierderilor dielectrice (tg δ), atît pentru proba iradiată cît şi pentru cea neiradiată, funcţie de frecvenţa de măsurare, pentru diferite valori ale curentului electronic. În ambele cazuri s-au menţinut constante temperatura, timpul de iradiere şi tensiunea de alimentare la gol a tubului generator de raze X.

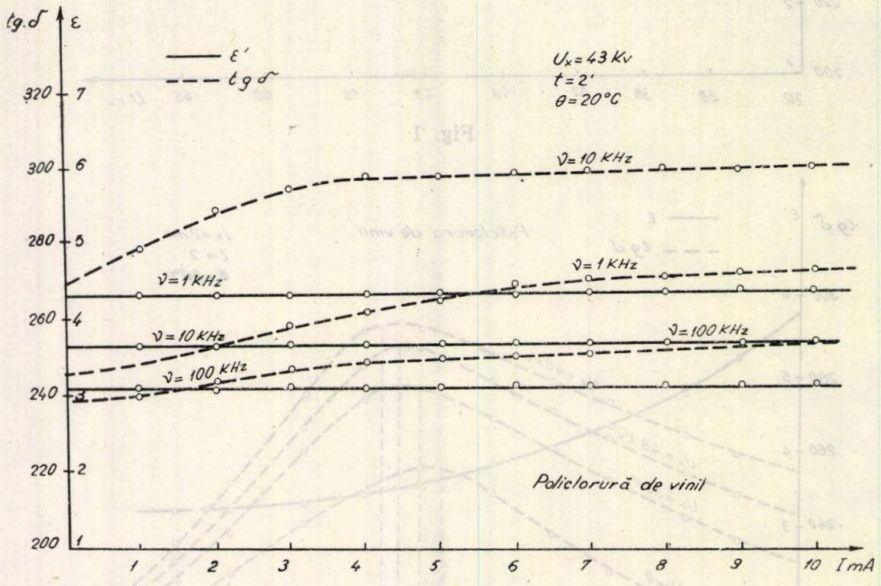


Fig. 3

Analiza acestor curbe arată o creştere a lui tg δ cu valoarea curentului electronic din tubul de raze X, deci cu numărul fotonilor X incidenţi la probă, creştere ce este mai accentuată în cadrul frecvenţelor joase. De asemenea se observă şi o deplasare a zonei de dispersie spre valori mai înalte ale frecvenţei de măsurare, odată cu creşterea valorii curentului electronic.

În general, variațiile observate în acest caz, în ceea ce privește valoarea lui tg δ, sînt mai mici decît cele observate în cazul în care parametrul variabil era tensiunea de alimentare la gol a tubului de raze X, adică lungimea de undă a fasciculului de raze X incident la probă.

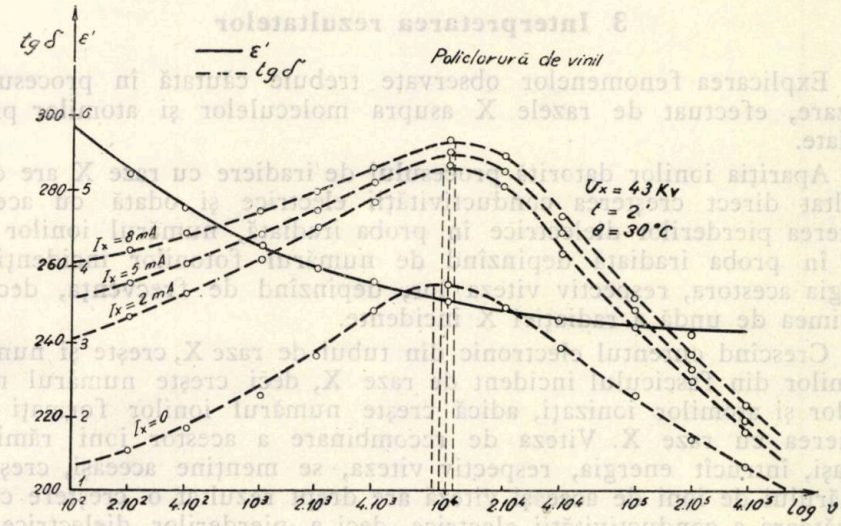


Fig. 4

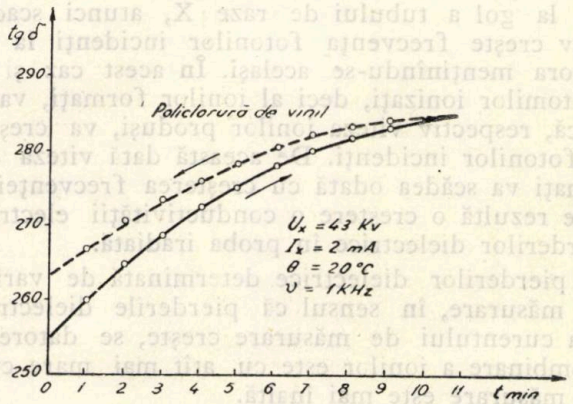


Fig. 5

c) *Variația pierderilor dielectrice* (tg δ) *funcție de timpul de iradiere.* Menținînd constante tensiunea de alimentare la gol a tubului de raze X, curentul electronic din tub și temperatura și variind timpul de iradiere, s-a trasat în fig. 5 curba de variație a pierderilor dielectrice (tg δ) cu timpul de iradiere.

Se observă că tg δ creşte la început mai accentuat, funcţie de timpul de iradiere şi apoi tinde către o valoare limită. Dacă procesul de iradiere încetează tg δ nu-şi reia imediat valoarea corespunzătoare probei neiradiate.

3. Interpretarea rezultatelor

Explicarea fenomenelor observate trebuie căutată în procesul de ionizare, efectuat de razele X asupra moleculelor şi atomilor probei iradiate.

Apariţia ionilor datorită procesului de iradiere cu raze X are drept rezultat direct creşterea conductivităţii electrice şi odată cu aceasta, creşterea pierderilor dielectrice în proba iradiată, numărul ionilor formaţi în proba iradiată depinzînd de numărul fotonilor incidenţi, iar energia acestora, respectiv viteza lor, depinzînd de frecvenţa, deci de lungimea de undă a radiaţiei X incidente.

Crescînd curentul electronic din tubul de raze X, creşte şi numărul fotonilor din fasciculul incident de raze X, deci creşte numărul moleculelor şi atomilor ionizaţi, adică creşte numărul ionilor formaţi prin iradierea cu raze X. Viteza de recombinare a acestor ioni rămînînd aceeaşi, întrucît energia, respectiv viteza, se menţine aceeaşi, creşterea numărului de ioni de aceeaşi viteză are drept rezultat o creştere corespunzătoare a conductivităţii electrice, deci a pierderilor dielectrice (exprimate prin tg δ).

Dacă se menţine constant curentul electronic şi se variază tensiunea de alimentare la gol a tubului de raze X, atunci scade lungimea de undă, respectiv creşte frecvenţa fotonilor incidenţi la proba iradiată, numărul acestora menţinîndu-se acelaşi. În acest caz şi numărul moleculelor şi al atomilor ionizaţi, deci al ionilor formaţi, va fi acelaşi, dar energia cinetică, respectiv viteza ionilor produşi, va creşte proporţional cu frecvenţa fotonilor incidenţi. De această dată viteza de recombinare a ionilor formaţi va scădea odată cu creşterea frecvenţei fotonilor incidenţi, de unde rezultă o creştere o conductivităţii electrice, respectiv o creştere a pierderilor dielectrice în proba iradiată.

Variaţia pierderilor dielectrice determinată de variaţia frecvenţei curentului de măsurare, în sensul că pierderile dielectrice scad atunci cînd frecvenţa curentului de măsurare creşte, se datoreşte faptului că viteza de recombinare a ionilor este cu atît mai mare cu cît frecvenţa curentului de măsurare este mai înaltă.

Menţinînd constantă tensiunea de alimentare la gol a tubului de raze X şi curentul electronic din tub şi variind numai timpul de iradiere, numărul fotonilor incidenţi, de aceeaşi frecvenţă, se menţine constant în timp, deci şi numărul ionilor de aceeaşi energie, respectiv aceeaşi viteză, formaţi prin procesul de ionizare, se va menţine acelaşi. Între viteza de formare şi cea de recombinare a ionilor se stabileşte în acest caz un echilibru în timp, deci conductivitatea electrică, respectiv pierderile dielectrice, tind spre o valoare limită.

În cele de mai sus s-a ținut seama numai de efectul primar de ionizare, determinat de cuanta de radiație X, neluîndu-se în considerare procesele suplimentare de ionizare, produse fie de electronii eliberați de către atomul ionizat, fie de către electronii rezultați prin efect Compton.

4. Concluzii

Lucrîndu-se cu produse tehnice de policlorură de vinil, supuse acțiunii unui fascicul de raze X, se constată următoarele:

a) Pierderile dielectrice, exprimate prin tg δ, cresc în cazul probelor iradiate, cînd se mărește curentul electronic din tubul generator de raze X și tensiunea la gol de alimentare a acestuia, adică se mărește numărul și energia fotonilor (cuantei de radiație X) incidenți la proba iradiată.

b) Măsurările făcîndu-se în gama de frecvențe cuprinsă între 100 Hz și 10 MHz, se constată că creșterea pierderilor dielectrice (tg δ) corespunzătoare creșterii curentului electronic din tubul de raze X sau a tensiunii de alimentare la gol a acestuia, este mai accentuată pentru frecvențe joase ale curentului de măsurare și scade odată cu creșterea frecvenței acestuia.

c) Zona de dispersie corespunzătoare valorii maxime a lui tg δ, se deplasează spre frecvențe mai înalte cînd crește curentul electronic sau tensiunea de alimentare la gol a tubului de raze X, deci cînd se mărește numărul și energia fotonilor incidenți la proba iradiată.

d) Pentru domeniul nostru de măsurare nu se observă nici o variație sensibilă a permitivității conservative ε'.

e) Rezultatele experimentale obținute pot fi interpretate prin prisma procesului de ionizare produs de fasciculul incident de raze X asupra probei iradiate, cînd datorită ionizării atomilor și moleculelor probei, deci a ionilor formați, crește conductivitatea electrică a acesteia, adică cresc pierderile dielectrice exprimate prin tg δ.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de fizică
și
Institutul agronomic „Ion Ionescu de la Brad", Iași

BIBLIOGRAFIE

1. Fowler J. F., Proc. Roy. Soc., 1950, **236**, p. 446.
2. Proctor T. M., Phys. Rev., 1959, **116**, *6*, p. 1436.
3. Gross B., J. Chim. Phys., 1949, **17**, *13*, p. 866.
4. — Phys. Rev., 1945, **67**, p. 233.
5. Ежик И. И., Шавло С. Т., ИВУЗ, Физ., 1959, *4*, стр. 140.
6. — ИВУЗ, Физ., 1960, *5*, стр. 13.
7. Водопяно К. А., Ворожцова Ж. Г., ИВУЗ, Физ., 1962, *1*, стр. 48.
8. — ИВУЗ, Физ., 1960, *5*, стр. 118.
9. Fowler J., Former, Nature, 1955, **175**, p. 458.
10. Destriau G., *Physique appliquée des installations à rayons X*. Dunod, Paris, 1945.
11. Petrescu V., Luca E., Savin Gh., Bărbulescu D., Bul. Inst. polit. Iași, 1960, **VI (X)**, *1—2*, p. 212.

ÉTUDE DE LA DISPERSION DE LA PERMITIVITÉ CHEZ CERTAINS PRODUITS TECHNIQUES DE POLYCHLORURE DE VINIL IRRADIÉS PAR RAYONS X

(Résumé)

Ayant soumis des produits techniques de polychlorure de vinil à l'action irradiante d'un fascicule de rayons X, on aboutit aux conclusion suivantes.

Dans le cas d'un domaine de travail limité en ce qui concerne la tension d'alimentation à vide du tube générateur de rayons X entre 20...70 kV, et en ce qui concerne le courant électronique du tube entre 0...10 mA, la permitivité ε' n'a pas varié sensiblement, tandis que les pertes diélectriques, exprimées par tg δ, ont augmenté avec la tension d'alimentation ainsi que avec l'intensité du courant électronique du tube.

La zône de dispersion, correspondante à la valeur maximum de tg δ, se déplace vers des fréquences plus hautes avec l'augmentation de la tension d'alimentation ou du courant électronique du tube de rayons X.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z 621.317.335 ; 621.317.333

METODĂ DE MĂSURARE ÎN PUNTE, A CĂREI ECHILIBRARE SE REALIZEAZĂ PRIN ADUCEREA A DOI CURENŢI ÎN CUADRATURĂ

DE

GH. SAVIN şi V. PETRESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică naţională de electrotehnică, Bucureşti, 8—9 decembrie 1962

1. Introducere

Într-un circuit constituit din două ramuri (fig. 1) (pe o ramură o bobină de inductanţă L şi rezistenţă r în serie cu o rezistenţă R, iar pe o altă ramură un condensator de capacitate C în serie cu o rezistenţă R_B), curenţii I_A şi I_B se pot aduce în cuadratură; în acest caz între parametrii circuitului există relaţia [1]:

$$L = CR_AR_B, \tag{1}$$

unde $R_A = R + r$.

Cînd parametrii circuitului nu variază cu frecvenţa, relaţia (1) este independentă de frecvenţă şi deci este valabilă şi în regim periodic nearmonic. Momentul realizării cuadraturii curenţilor I_A şi I_B se poate găsi cu ajutorul oricărui indicator sensibil la fază pentru 90°. În scopul indicării defazajului de 90° dintre curenţii I_A şi I_B, noi am folosit

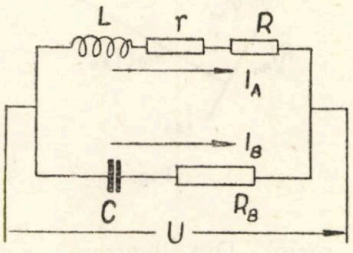


Fig. 1

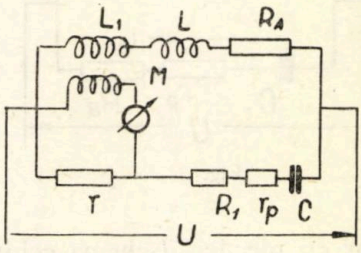


Fig. 2

indicatorul de fază electrodinamic, electrometrul cu cadrane, indicatorul de fază compensat şi oscilograful catodic [1], [2]. În lucrările citate s-a arătat că puntea Carey Foster şi compensatorul Geyger [3] folosesc schema din fig. 1 dotată cu un indicator de fază compensat (fig. 2).

Schema din fig. 1 permite măsurarea capacităţilor condensatoarelor fără pierderi şi a inductanţei bobinelor dacă se cunoaşte în prealabil rezistenţa lor. Principalele avantaje ale folosirii schemei sînt următoarele: a) aducerea curenţilor I_A şi I_B în cuadratură se realizează prin variaţia unui singur parametru; b) dacă relaţia [1] este satisfăcută, prin alimentarea schemei cu o tensiune periodică nesinusoidală, armonicele curenţilor i_A şi i_B sînt de asemenea în cuadratură; c) schema permite legarea simultană la masă, atît a generatorului de alimentare cît şi a indicatorului sensibil la fază, ne mai fiind necesară utilizarea transformatoarelor ecranate; d) eroarea la aprecierea cuadraturii este foarte redusă, mai ales prin folosirea indicatoarelor sensibile la fază (pentru 90°) moderne [4].

Un inconvenient al metodei îl constituie faptul că eroarea în aprecierea cuadraturii este minimă dacă $\varphi_A = \varphi_B = 45°$ [1], deci după o primă determinare a parametrului trebuie realizată şi condiţia optimă de măsurare.

Metoda propusă de noi se poate utiliza şi la măsurarea parametrilor bobinelor cu miez magnetic şi a condensatoarelor cu pierderi [2], dacă în momentul aducerii curenţilor în cuadratură se poate determina şi raportul lor. Întrucît parametrii schemei intervin în două relaţii, echilibrarea se realizează prin variaţia a doi parametri. Schema care foloseşte indicatorul de fază compensat, utilizată de Carey Foster pentru măsurarea inductivităţii mutuale şi de către W. Geyger pentru măsurarea capacităţilor şi unghiului de pierderi, necesită, pentru echilibrare, variaţia a doi parametri.

2. Extinderea principiului curenţilor în cuadratură în scopul determinării precise a parametrilor condensatoarelor cu pierderi şi a bobinelor cu miez magnetic

a) *Măsurarea parametrilor condensatoarelor cu pierderi.* În fig. 3 şi 4 se indică schema de principiu şi diagrama topografică corespunzătoare, folosită la determinarea capacităţii şi rezistenţei de pierderi la un con-

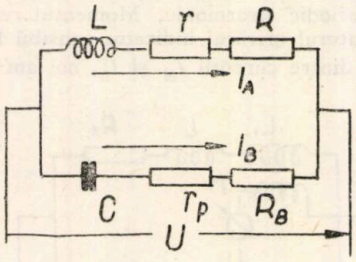


Fig. 3

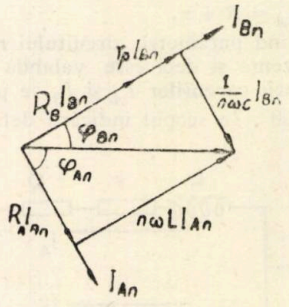


Fig. 4

densator cu pierderi (schema echivalentă serie). Din diagramă rezultă:

(2) $$n\omega L I_{An} = (R_B + r_p) I_{Bn} \text{ şi } R_A I_{An} = [1/(n\omega C)] I_{Bn},$$

de unde se deduce:

(3) $$r_p = n\omega L (I_{An}/I_{Bn}) - R_B \quad \text{şi} \quad (4) \quad n\omega C = (1/R_A) \cdot (I_{Bn}/I_{An}).$$

În consecinţă, determinarea parametrilor condensatoarelor cu pierderi este posibilă numai dacă după realizarea cuadraturii curenţilor se determină şi raportul lor.

b) *Măsurarea parametrilor bobinelor cu miez magnetic.* În fig. 5 se indică schema de principiu folosită pentru determinarea inductanţei şi rezistenţei de pierderi la o bobină cu miez magnetic, în care s-au notat: r_p — rezistenţa de pierderi, r — rezistenţa bobinei, măsurată în curent continuu,

$$R_A = R + r + r_p .$$

Prin aplicarea unei tensiuni sinusoidale de la o sursă de impedanţă internă practic nulă, curentul I_A este periodic nesinusoidal iar curentul I_B, sinusoidal. Se urmăreşte obţinerea cuadraturii între termenul fundamental al curentului I_A şi curentul I_B. Dacă tensiunea aplicată este periodică nesinusoidală, se urmăreşte obţinerea cuadraturii între termenii fundamentali ai curenţilor I_A şi I_B.

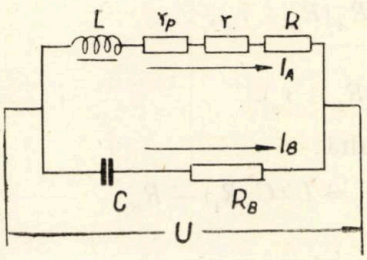


Fig. 5

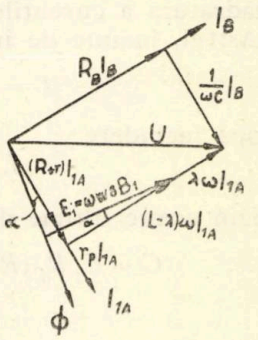


Fig. 6

Diagrama topografică, în cazul alimentării schemei la o tensiune sinusoidală, este dată în fig. 6. Din diagramă rezultă:

$$\operatorname{tg}\alpha = r_p/[(L-\lambda)\omega], \tag{5}$$

unde: λ — inductanţa de dispersie, iar α — unghiul de pierderi. De asemenea

$$[1/(\omega C)]\, I_B = (R + r + r_p)\, I_{1A} \text{ şi } R_B I_B = \omega L I_{1A} . \tag{6}$$

Din relaţiile (6) rezultă:

$$r_p = [1/(\omega C)]\,(I_B/I_{1A}) - (R + r), \tag{7}$$

$$\omega L = R_B\,(I_B/I_{1A}). \tag{8}$$

Din relaţiile (7) şi (8) rezultă că parametrii bobinei cu miez magnetic se pot determina dacă în momentul realizării cuadraturii se cunosc curenţii I_{1A} şi I_B.

c) *Realizarea unei scheme care permite aducerea a doi curenţi în cuadratură şi determinarea simultană a raportului lor.* Schema din fig. 7 se poate folosi pentru măsurarea parametrilor condensatoarelor cu pierderi şi totodată se poate adapta în scopul măsurării parametrilor bobinelor

cu miez magnetic. În schemă, C este condensatorul cu pierderi şi C_1 un condensator etalon. Aducerea curenţilor I_A şi I_B în cuadratură se poate realiza prin variaţia rezistenţei R_B. În aceste condiţii se poate scrie relaţia generală [1] sub forma:

$$L = [CC_1/(C + C_1)]\, R_A (R_B + r_p). \tag{9}$$

În etapa a doua a măsurătorii se închide întrerupătorul K şi se variază potenţiometric R_1 pînă cînd indicatorul sensibil la fază indică din nou cuadratura curenţilor. În acest caz se poate scrie pentru armonica de rang n relaţia suplimentară:

$$R_1 I_{An} = [1/(n\omega C_1)]\, I_{Bn}\,. \tag{10}$$

Din relaţia (10) se determină raportul I_{An}/I_{Bn} care se înlocuieşte în relaţiile (3) şi (4) şi se obţin valorile lui r_p şi C.

Din punct de vedere al calculului este mai simplu să se scrie relaţia de cuadratură a curenţilor înainte şi după închiderea întrerupătorului K.

Astfel, înainte de închidere:

$$L = [CC_1/(C + C_1)]\, R_A (R_B + r_p),$$

iar după închidere:

$$L = C(R_A - R_1)(R_B + r_p).$$

Din aceste ultime două relaţii rezultă:

$$C = C_1 R_1/(R_A - R_1), \quad (12)\ r_p = L/(C_1 R_1) - R_B\,. \tag{11}$$

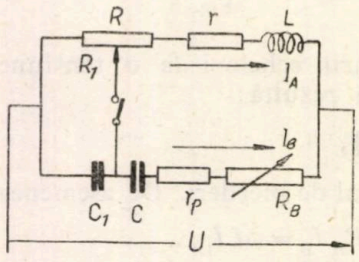


Fig. 7

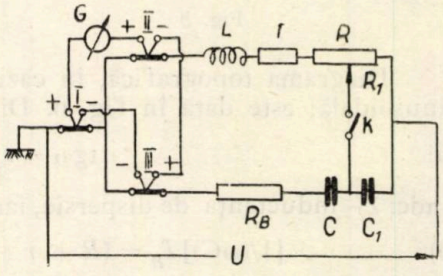


Fig. 8

Dacă în loc de întrerupătorul K se montează un indicator de nul în curent alternativ se obţine schema punţii Owen [3, p. 181].

Din cele arătate rezultă că puntea Owen constituie un alt caz particular al metodei generale de măsurare prin aducerea a doi curenţi în cuadratură.

d) *Folosirea unui indicator sensibil la fază termoelectric pentru indicarea cuadraturii curenţilor.* Presupunînd că cele trei termocuple sînt identice, în cele trei încălzitoare se disipă puterile:

$$(13) \qquad P_{\mathrm{I}} = \frac{r_0}{T}\int_0^T i^2\,\mathrm{d}t, \quad P_{\mathrm{II}} = \frac{r_0}{T}\int_0^T i_A^2\,\mathrm{d}t, \quad P_{\mathrm{III}} = \frac{r_0}{T}\int_0^T i_B^2\,\mathrm{d}t.$$

Întrucît $i^2 = (i_A + i_B)^2 = i_A^2 + i_B^2 + 2 i_A i_B$ şi $E_{\mathrm{I}} = kP_{\mathrm{I}}$, $E_{\mathrm{II}} = kP_{\mathrm{II}}$, $E_{\mathrm{III}} = kP_{\mathrm{III}}$, se poate deduce relaţia:

$$(14) \qquad E = E_{\mathrm{I}} - E_{\mathrm{II}} - E_{\mathrm{III}} = 2k\,\frac{r_0}{T}\int_0^T i_A\, i_B\,\mathrm{d}t.$$

Dacă se fac substituţiile: $i_A = \sum_1^\infty \sqrt{2}\, I_{An} \sin(n\omega t - \alpha_n)$ şi $i_B = \sum_1^\infty \sqrt{2}\, I_{Bn} \sin(n\omega t - \beta_n)$ rezultă $E = 2k r_0 \sum_1^\infty I_{An} I_{Bn} \cos\varphi_n$. Deci f. e. m. se anulează pentru $\varphi_n = \pi/2$, condiţie ce se realizează simultan pentru toate armonicele. Dacă termocuplele nu sînt identice, există posibilitatea practică de a se face corecţiile necesare prin şuntarea încălzitoarelor cu rezistenţe reglabile.

Noi am folosit trei termocuple Goerz cu un curent de încălzire de 15 mA şi cu forţa termoelectromotoare de 13 mV. Ca instrument de nul s-a folosit un galvanometru „Multiflex" avînd caracteristicile: $R_i = 60\ \Omega$ şi $K = 2.10^{-8}$ A/div. Eroarea de determinare, funcţie de sensibilitatea aparatului de zero, a fost de $\pm$ 0,1 la mie.

Echilibrînd puntea Owen la frecvenţa de 50 Hz cu ajutorul unui galvanometru de vibraţie avînd caracteristicile: $K_i = 10^{-8}$ A/div., $K_u = 10^{-5}$ V/div., s-a obţinut o eroare de determinare de acelaşi ordin de mărime.

În domeniul audiofrecvenţelor (determinările s-au efectuat în domeniul de frecvenţă pînă la 2000 Hz), folosind ca indicator de nul oscilograful Tesla, eroarea de determinare era de aproximativ 50 ori mai mare.

Puntea Tesla „TM" - 383, realizată după schema punţii Owen şi folosind un indicator de nul special „TM" - 622, poate măsura inductanţe mari — în domeniul 1...1 100 H — cu o eroare totală minimă de $\pm$ 2%. Eroarea de determinare, funcţie de sensibilitatea aparatului de zero, este de $\pm$ 1 la mie.

În comparaţie cu puntea Owen echilibrată, schema folosind indicatorul sensibil la fază prezintă următoarele avantaje:

a) În ce priveşte precizia determinărilor, calea obţinerii cuadraturii curenţilor pare a fi mai avantajoasă decît cea a obţinerii echilibrului punţii, mai ales în frecvenţe audio. În cazul punţilor, tensiunile parazite (din cuplaje) pe diagonala de măsură pot fi de ordinul milivoltului, deci sensibilitatea nu mai este limitată de sensibilitatea instrumentului de zero.

b) Un alt aspect important îl constituie faptul că aducerea în cuadratură se realizează prin variaţia unui singur parametru, în timp ce echilibrarea punţii Owen presupune efectuarea unui număr mai mare de operaţii (variind doi sau trei parametri) — convergenţa punţii Owen nefiind satisfăcătoare.

c) Pentru puntea Owen este necesară folosirea transformatoarelor ecranate în scopul punerii simultane la masă atît a generatorului cît şi a indicatorului de nul. Ajungem astfel la concluzia că pentru cazul

particular al punţii Owen, la care în mod obligator curenţii pe cele două ramuri sînt în cuadratură, este mai avantajoasă folosirea indicatorului sensibil la fază pentru 90° decît cea a indicatorului de nul.

Făcînd o comparaţie cu celelalte metode în punte folosite în aceleaşi scopuri ar trebui să ne referim la performanţele schemei de măsurare propuse de noi. Metoda curenţilor în cuadratură dă rezultate foarte bune cînd φ_A şi φ_B au valori apropiate de 45°. Pentru a realiza această situaţie cu inductanţe şi capacităţi dintr-un domeniu larg de valori, este necesar să se modifice frecvenţa tensiunii de alimentare.

Pentru măsurarea inductanţelor şi capacităţilor de valori mici trebuie să se crească frecvenţa tensiunii de alimentare. Determinările sînt precise numai dacă parametrii schemei nu variază cu frecvenţa. Dacă parametrii variază cu frecvenţa o schemă realizată practic nu poate lucra în orice domeniu de frecvenţă.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică
Catedra de măsuri şi maşini electrice,

BIBLIOGRAFIE

1. Савин Г., Изм. техн., 1961, *12*, стр. 45.
2. Savin Gh., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **VII (XI)**, *1—2*, p. 201.
3. Krönert I., *Messbrücken und Kompensatoren.* Bd. **I**, 1935, R. Oldenbourg, Berlin.
4. Орнатский П. П., Изм. техн., 1960, *2*, стр. 64.

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ МОСТОМ, УРАВНОВЕШЕНИЕ КОТОРОГО СДЕЛАНО ПРИВЕДЕНИЕМ ДВУХ ТОКОВ В КВАДРАТУРУ

(Резюме)

При пользовании схемы-деривации, содержащей в одной из ветвей индуктивность и сопротивление, а в другой емкость и сопротивление, токи из ветвей могут быть приведены в квадратуру.

В этом случае между параметрами цепи существует отношение $L = CR_AR_B$.

Фазовый индикатор для 90°, реализованный из трех термоэлементов, разрешает нахождение квадратуры токов.

Отмечается идентичность предлагаемой схемы с мостом Овена, но, по сравнению с последним, она имеет следующие преимущества:

а) для получения квадратуры изменяется только один параметр,

б) схема не нуждается в экранированных трансформаторах,

в) чувствительность ограничена только фазовым индикатором, без появления паразитирующего напряжения.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. D. 621.317.7.085.1

DÉTERMINATION DU MOMENT DE FORCE RÉSISTANT DES SYSTÈMES À INDUCTION À DISQUE ET À AIMANT

PAR

M. P. ZLATEV ET D. N. TZVETKOV

1. Introduction

On sait que le moment de force résistant dans un système à induction à disque et à aimant est déterminé au moyen de formules empiriques. Une telle formule est donnée par exemple dans [1] où le coefficient numérique empirique est fonction des paramètres géométriques. Ces paramètres caractérisent la forme de l'aimant ainsi que sa disposition par rapport à l'axe de rotation. L'utilisation des formules empiriques conduit à des résultats qui diffèrent considérablement de ceux trouvés par l'expérience.

Le présent travail a pour objet l'appliquation la méthode de la conductance mutuelle électrique [2] à la détermination du moment de force résistant des systèmes à induction à disque et à aimant.

2. Étude théorique

a). *Position du problème.* Le système à induction du type envisagé, qui est utilisé pour la production d'un moment de force résistant, est constitué en principe suivant le schéma représenté dans la fig. 1. La formule à l'aide de la quelle on calcule ce moment est déterminé dans ce qui suit.

En utilisant les notations de la fig. 2 le flux élémentaire entrecoupé par le vecteur induction magnétique est de la forme $d\varphi = B\,ds$, où $ds = b_1 R_{av}\,d\theta$; $B = \Phi/(b\,b_1)$ représente la valeur moyenne de l'induction magnétique sous le pôle de l'aimant. La tension électromotrice correspondante est égale à

$$e = (\omega R_{av}/b)\,\Phi. \tag{1}$$

En vertu de [2] les courants de Foucault utiles sous le pôle de l'aimant peuvent être déterminés par la relation

$$i_F = eG, \tag{2}$$

où

$$G = \frac{\gamma}{4\pi} \oint_{\Gamma} \oint_{\Gamma'} \frac{\mathrm{d}\mathbf{l}.\mathrm{d}\mathbf{l}'}{r}. \tag{3}$$

Ici G — la conductance mutuelle électrique relative aux courants mentionnés, γ — la conductivité électrique du disque, Γ — le contour d'intégration qui coïncide avec la ligne moyenne d'induction de l'aimant, Γ' — le contour d'intégration bouclant les courants de Foucault utiles, r — la distance entre les élements linéaires dl et dl'.

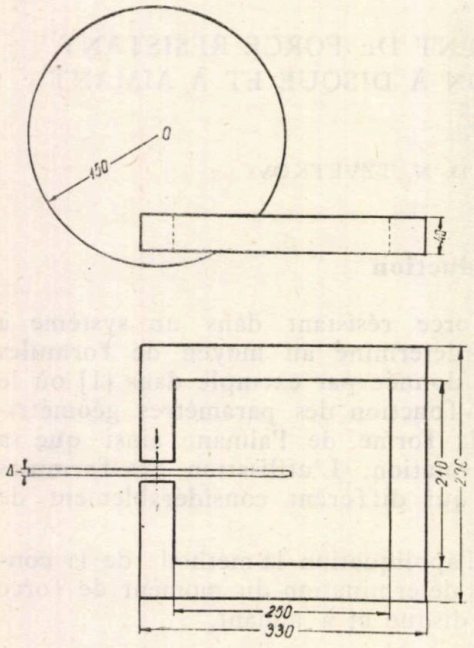


Fig. 1

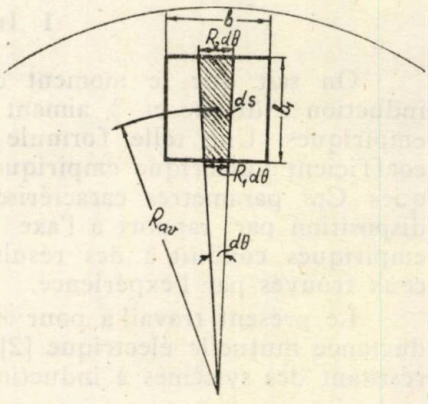


Fig. 2

D'après la loi de Laplace, ces courants sont soumis à l'action d'une force résultante électromagnétique dont l'expression, dans le cas envisagé, est

$$F = (i_F/b)\,\Phi. \tag{4}$$

Le moment résistant que l'on cherche et que cette force exerce par rapport à l'axe de rotation prend la forme

$$M_r = FR_{av} = (\omega\, GR_{av}^2/b^2)\,\Phi^2. \tag{5}$$

Cette formule permet d'éviter les relations empiriques qui restent relativement beaucoup moins précises dans le cas des systèmes considérés.

b) *Détermination de la conductance mutuelle électrique.* Nous admettons que les contours d'intégration Γ et Γ' de l'expression (3) sont rectangulaires et situés symétriquement dans un même plan (fig. 3). En utilisant les notations représentés sur la figure et effectuant les calculs on obtient [3]:

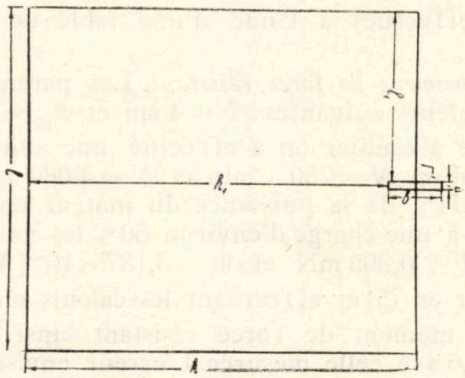


Fig. 3

$$
(6)\quad
\begin{cases}
G = [\gamma/(4\pi)]\,(l_a \ln\{[(l_{11}+l_a)/(l_{11}-l_a)]\,[(d_{11}-l_a)/(d_{11}+l_a)]\} + \\
\quad + l_1 \ln\{[(l_{10}-l_1)/(l_{10}+l_1)]\,[(d_{10}+l_1)/(d_{10}-l_1)]\} - \\
- 2\{h_a \ln[(d_{11}+h_a)/(d_{10}+h_a)] - h_b \ln[(d_{12}-h_b)/(d_{20}-h_b)] - \\
\quad - h_1 \ln[(l_{11}+h_1)/(l_{10}+h_1)] + h_2 \ln[(l_{12}-h_2)/(l_{20}-h_2)]\} + \\
\quad + 4\,(l_{10}-l_{11}-d_{10}+d_{11}),
\end{cases}
$$

où on a posé

$$
l_a = l_1 + \Delta,\ h_a = h_1 + b,\ h_b = h - h_1,\ h_2 = h - h_1 - b,\ l_{11} = \sqrt{h_1^2 + l_a^2},
$$

$$
l_{12} = \sqrt{h_2^2 + l_a^2},\ l_{10} = \sqrt{h_1^2 + l_1^2},\ l_{20} = \sqrt{h_2^2 + l_1^2},\ d_{11} = \sqrt{h_a^2 + l_a^2},\ d_{12} = \sqrt{h_b^2 + l_a^2},
$$

$$
d_{10} = \sqrt{h_a^2 + l_1^2} \text{ et } d_{20} = \sqrt{h_b^2 + l_1^2};
$$

Δ représente l'épaisseur du disque.

3. Étude expérimentale et calcul pratique

a) *Calcul de la conductance mutuelle électrique.* Dans le but de calculer la conductance mutuelle électrique et pour confirmer expérimentalement les résultats théoriques, on a fait construire un modèle d'un système à induction à disque et à aimant. Sur la fig. 1 sont marquées les dimensions géométriques du circuit magnétique. Les dimensions

représentés sur la fig. 3 sont en ce cas: $b = 4$ cm, $l = 25$ cm, $l_1 = 12{,}4$ cm, $h = 29$ cm, $h_1 = 27$ cm, $\Delta = 0{,}2$ cm.

Pour $\gamma = 34.10^6\,\Omega^{-1}\,m^{-1}$, après remplacement dans (6) et (7) et en effectuant les calculs on trouve [3]:

$$G = 7{,}05 \cdot 10^3\,\Omega^{-1}.$$

Les calculs sont effectués à l'aide d'une table de logarithmes à cinq décimales.

b) *Calcul du moment de force résistant.* Les paramètres géométriques b et R_{av} ont les valeurs suivantes: $b = 4$ cm et $R_{av} = 11$ cm.

Sur le modèle à étudier on a effectué une suite de mesures pour des vitesses de rotation $N = 750$ t/min et $N = 1\,000$ t/min, à une charge variant entre 50...94% de la puissance du moteur entrainant le disque. Plus spécialement, à une charge d'environ 50% les valeurs des grandeurs mesurées sont: $M_r = 0{,}395$ mN et $\Phi = 3{,}1875 \cdot 10^{-4}$ Vs. Pour ce flux, après remplacement en (5) et effectuant les calculs on a $M_r = 0{,}425$ mN.

La valeur du moment de force résistant ainsi calculée est supérieure d'environ 7,6% à celle mesurée. L'erreur envisagée varie approximativement de + 5% à + 10% pour une charge correspondante de l'ordre de 33...94%.

4. Conclusions

De l'étude théorique et expérimentale effectuée ci-dessus, on peut déduire que:

a) La méthode de la conductance mutuelle électrique utilisée pour déterminer le moment de force résistant des systèmes à induction à disque et à aimant conduit à des résultats qui satisfont aux exigences de la pratique.

b) La formule déduite (5) peut servir de base pour déterminer l'influence exercée par les paramètres de construction sur le moment de force résistant des systèmes envisagés.

Reçu le 8 VIII 1963

Institut de Mécanique appliquée et d'Electrotechnique, Sofia, Bulgarie

BIBLIOGRAPHIE

1. Горюнов П. Н., Пигин С. М., Шумиловский Н. Н., *Электрические счетчики.* М., 1951.
2. Златев М. П., ИАН СССР, ОТН, Энерг. и автом., 1960, *6.*
3. Zlatev M. P., Panamsky I. M., Farchy S. L., RGÉ, 1963, *5*, p. 297.

DETERMINAREA MOMENTULUI REZISTENT LA SISTEMELE DE INDUCŢIE CU DISC ŞI MAGNET

(Rezumat)

Se prezintă o determinare aproximativă a momentului rezistent la sistemele de inducţie cu disc şi magnet. În acest scop se utilizează metoda conductanţei mutuale electrice relative la curenţii turbionari activi. Se dă şi o expresie corespunzătoare a momentului acestor sisteme. S-au efectuat experienţe care confirmă rezultatele studiului teoretic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 528.23 ; 621.317

CONTRIBUŢIUNI EXPERIMENTALE LA STUDIUL FUCŢIONĂRII AMPLIFICATORULUI MAGNETIC, CU IEŞIREA LA FRECVENŢĂ DUBLĂ, CA ELEMENT DE MĂSURĂ

DE

I. BEJAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

O largă utilizare au căpătat în ultimii ani amplificatoarele magnetice cu ieşire la frecvenţă dublă, în instalaţiile de măsură şi control, cunoscute sub denumirea de *modulatoare magnetice* (cu circuit magnetic închis (fig. 1)) şi *magnetometre* (cu circuit magnetic deschis).

Atenţia deosebită care se acordă acestui tip de amplificator se datoreşte avantajelor pe care le prezintă faţă de celelalte tipuri de amplificatoare magnetice în general şi faţă de restul amplificatoarelor în special (mai ales faţă de cel electronic în curent continuu). Dintre cele mai importante avantaje amintim: a) pragul de sensibilitate mic, amplificatorul de tipul considerat lucrînd la valori mici ale mărimii de intrare ; b) în lipsa semnalului de intrare nu este influenţat de factori externi ca : existenţa unui cîmp magnetic exterior (pentru construcţia toroidală), variaţii de temperatură, variaţii de tensiune etc. ; în această situaţie mărimea de ieşire este nulă ; c) faza mărimii de ieşire se inversează (variază cu un unghi de 180°) la schimbarea polarităţii semnalului de intrare, ceea ce în unele scheme de măsură constituie un avantaj ; d) se obţine o liniaritate perfectă a caracteristicii intrare-ieşire ($E_2 = f(I_c)$), ceea ce prezintă importanţă în cazul transformatoarelor de măsură.

Modulatoarele magnetice sînt utilizate pentru amplificarea semnalelor mici de curent continuu, în măsurarea exactă a curentului continuu şi tensiunii (transformatoare de măsură). De asemenea sînt utilizate în instalaţiile de calcul ca sumatoare algebrice, iar în combinaţie cu elemente neliniare sînt folosite pentru efectuare de produs şi cît ; asociate cu capacităţi sau inductanţe ele pot fi folosite pentru integrare sau diferenţiere. De puteri mari modulatoarele sînt folosite la alimentarea instalaţiilor de iluminat cu lămpi luminiscente, sudură etc.

Magnetometrele sînt utilizate în măsuri geofizice (sonde magnetice, compas magnetic etc.), în încercările materialelor nemagnetice şi feromagnetice, în instalaţiile de telemăsură etc.

După cum este cunoscut [1]...[3], în înfăşurările de comandă n_c sau alte înfăşurări aflate în condiţii similare (n_2) (fig. 1), ale unui amplificator magnetic ale cărui înfăşurări de lucru n_1 sînt legate în serie, se induc forţe electromotoare alternative a căror frec-

venţă este un multiplu par al frecvenţei sursei de alimentare, din care predominantă este armonica de ordinul doi. Aceste armonici, în funcţie de valoarea impedanţei înfăşurărilor precum şi de valoarea cîmpului continuu şi alternativ la care se lucrează, prin curentul corespunzător lor, pot introduce modificări în ceea ce priveşte starea de magnetizare a amplificatorului magnetic şi ca urmare se pot produce schimbări calitative şi cantitative în parametrii principali ai acestuia (coeficienţii de amplificare, caracteristica intrare–ieşire, erorile etc.), precum şi asupra mărimilor în legături cu aceşti parametri, în schemele de control şi reglaj automat. Aceste modificări au loc atît în cazul amplificatoarelor magnetice propriu-zise cît şi în cazul modulatoarelor.

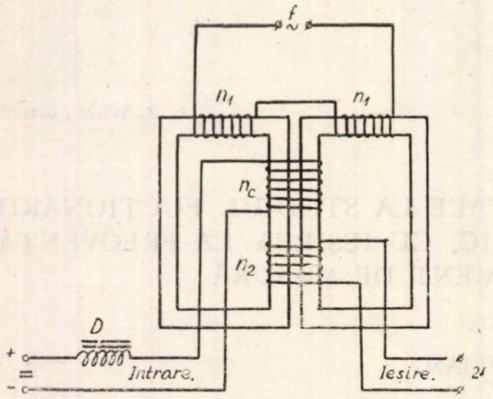


Fig. 1

Dacă în cazul amplificatoarelor magnetice obişnuite (cu ieşire la frecvenţa de bază) influenţa magnetizării suplimentare după armonicele pare, asupra mărimilor de ieşire, este mai mult de ordin cantitativ (date fiind valorile relativ reduse ale acestor armonice, respectiv ale cîmpului determinat de acestea în comparaţie cu cîmpul alternativ de bază şi continuu), în cazul modulatoarelor acest aspect nu mai are loc. În acest tip de amplificator cîmpul determinat de armonicele pare de curent poate fi de acelaşi ordin de mărime cu cîmpul continuu şi chiar cu cel alternativ. Ele se comportă astfel ca elemente cu magnetizare concomitentă în două cîmpuri alternative, peste care se suprapune cel continuu. În afară de aceasta, datorită fenomenului de redresare a fluxului magnetic [1], [4] în funcţie de valorile cîmpurilor alternative (în cazul magnetizării simultane), în curba inducţiei poate apare un flux redresat (continuu) care este capabil să slăbească sau să întărească cîmpul continuu principal (de comandă).

Cercetările efectuate [5]...[10] studiază regimurile de funcţionare a modulatoarelor magnetice la mers în gol şi în sarcină, în funcţie de diferiţi parametri ca: forma curbei tensiunii, valoarea cîmpului continuu şi alternativ, forma cîmpului alternativ, rezistenţa de sarcină etc. Este studiată de asemenea influenţa armonicelor pare asupra rezistenţei de sarcină optimă corespunzătoare puterii maxime la ieşire, precum şi influenţa armonicelor pare de ordin superior (4, 6, 8 etc.) asupra tensiunii de ieşire nefiltrată. O atenţie deosebită se acordă erorilor introduse în mărimea de ieşire (tensiune sau curent) de diferiţi factori, precum şi metodele de îndepărtare sau limitare ale acestora.

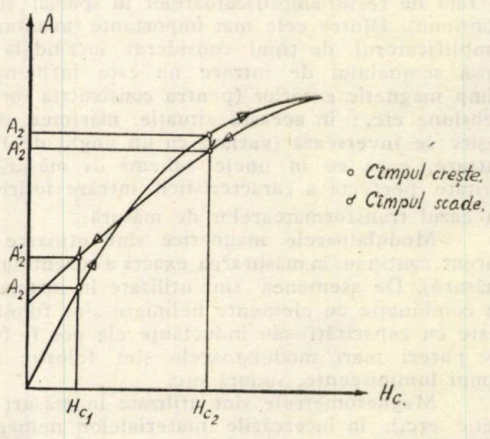


Fig. 2.

Dintre toţi factorii care determină cele mai mari erori, este menţionat fenomenul de histerezis, în urma magnetizării în curent continuu. În legătură cu acest aspect, în literatura menţionată se afirmă că, întocmai ca şi în cazul amplificatoarelor magnetice cu ieşire la frecvenţa de bază, şi în cazul modulatoarelor fenomenul de histerezis poate fi complet îndepărtat din caracteristica intrare–ieşire, printr-o alegere corespunzătoare a cîmpului alternativ de bază [9]. Acest cîmp trebuie să fie cu atît mai intens cu cît valoarea cîmpului continuu pînă la care s-a făcut magnetizarea este mai ridicată. Toate aceste studii nu ţin

însă seama de caracterul complex de magnetizare în cazul modulatoarelor, de influența magnetizării după armonicele pare de curent care circulă în înfășurările în care se culege mărimea de la ieșire (sau altele similare).

Încercările experimentale preliminare, efectuate de noi, au arătat, în afară de deosebiri cantitative, deosebiri calitative în procesul de magnetizare a modulatoarelor, în sensul că în curba de intrare-ieșire, în anumite condiții de lucru, se manifestă un fenomen de histerezis răsturnat față de cel clasic, adică curba mărimii de la ieșire A_2 la creșterea cîmpului continu este situată deasupra aceleiași curbe (A_2') ridicată la scăderea cîmpului de comandă (fig. 2). Această constatare ne-a determinat să întreprindem un studiu experimental privind acest aspect, studiu ale cărui rezultate sînt prezentate în cele ce urmează.

2. Partea experimentală

Pentru a urmări existența acestui fenomen, precum și pentru a cerceta care sînt factorii care-l determină și-l limitează, au fost efectuate încercări experimentale urmărind să se stabilească: a) dacă răsturnarea fenomenului de histerezis apare ca urmare a modificării stării de magnetizare a circuitului magnetic, prin curentul de magnetizare corespunzător armonicelor pare; b) dacă acest fenomen este influențat de tipul constructiv al modulatorului; c) dacă fenomenul este influențat de volumul circuitului magnetic (același tip constructiv, același material pentru circuitul magnetic, aceleași dimensiuni); d) legătura între valoarea cîmpului alternativ și cea a cîmpului continuu pe de o parte și erorile introduse de răsturnarea fenomenului de histerezis pe de altă parte; e) dacă starea magnetică anterioară efectuării încercărilor influențează asupra valorilor erorilor; f) dacă materialul din care este confecționat circuitul magnetic exercită o influență sensibilă.

Toate aceste încercări au fost efectuate pentru tensiunea de alimentare practic sinusoidală (tensiunea de la sistem) și sarcină activă. Montajul cu ajutorul căruia s-au întreprins încercările experimentale este dat în fig. 3. Încercările experimentale au fost întreprinse pe un număr de cinci modulatoare magnetice; patru din ele sînt confecționate cu miezul din oțel de transformator de construcții diferite: cu miez dublu (un exemplar), toroidal cu miezul din tole dispuse în benzi (un exemplar) și cu circuitul magnetic din tole inelare (două exemplare). Cel de-al cincilea modulator este construit cu circuitul magnetic din mumetal UI 60.

Alimentarea înfășurărilor de lucru s-a realizat de autotransformatorul A_t (fig. 3), iar înfășurările de comandă au fost alimentate de la sursa de curent continuu, prin sistemul potențiometric R_p.

Cu ocazia încercărilor preliminare s-a constatat că procesul de înlăturare a fenomenului de histerezis din caracteristica de intrare-ieșire este sensibil chiar la valori scăzute ale cîmpului determinat de armonicele pare, și anume chiar și la cîmpul corespunzător curentului consumat de aparatele cu care se efectuează măsurarea mărimii de ieșire. Din acest motiv încărcarea modulatorului s-a realizat chiar pe aparatele cu care s-a întreprins măsurarea mărimii de ieșire (sarcină practic activă) fără o altă

sarcină suplimentară. În acest scop s-au folosit drept aparate de măsură: voltmetrul electrostatic (cu care ocazie s-a măsurat forţa electromotoare E_2), voltmetrul cu redresor (cu care ocazie s-a măsurat tensiunea U_2, în valoare medie) şi miliampermetrul cu redresor (cu care ocazie s-a măsurat curentul I_2, în valoare medie). Toate aceste mărimi au fost măsurate direct, nefiltrate.

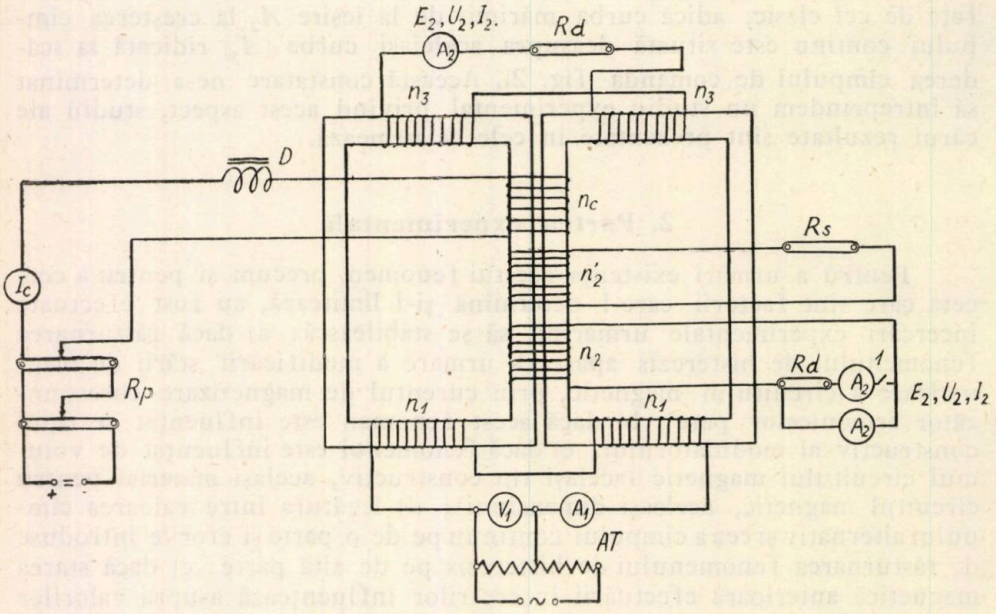


Fig. 3

Pentru confirmarea rezultatelor obţinute în cazul încercărilor în care mărimea de la ieşire era măsurată în acelaşi circuit n_2, unde era montată şi sarcina R_d, au fost întreprinse încercări suplimentare, măsurînd mărimea de la ieşire în altă înfăşurare decît cea în care este montată sarcina.

Toate încercările au fost efectuate intensificînd cîmpul continuu pînă la o valoare ridicată (25...40 Oe) (menţinînd tensiunea alternativă constantă); au fost reţinute sub formă de tabele şi reprezentări grafice numai valorile mărimilor de la ieşire pentru cîmp continuu relativ scăzut, cînd în general variaţia mărimii de la ieşire este liniară.

3. Analiza rezultatelor experimentale

Pentru a uşura urmărirea schimbărilor cantitative şi calitative la creşterea şi scăderea cîmpului continuu, din rezultatele experimentale a fost calculată diferenţa relativă (eroarea) a mărimii de ieşire a_2 [%], care a fost considerată pozitivă în cazul cînd mărimea A'_2 la scăderea cîmpului

continuu este mai mare decît aceeaşi mărime A_2, dar la creşterea cîmpului continuu (fig. 2):

$$(1) \qquad a_2[\%] = [(A'_2 - A_2)/A'_2] \cdot 100 > 0.$$

Eroarea s-a considerat negativă în cazul cînd $A_2 > A'_2$ şi deci $a_2[\%] < 0$. Prima situaţie ($a_2[\%] > 0$) corespunde manifestării normale a fenomenului de histerezis, în urma magnetizării în curent continuu [1].

a) În primul rînd s-a determinat forţa electromotoare E_2 (măsurată cu voltmetrul electrostatic) şi s-au calculat diferenţele relative $e_2[\%]$, cu ajutorul relaţiei (1), pentru diverse valori ale cîmpului de excitaţie H_p, în cazul modulatorului cu miez dublu MM_1.

În fig. 4 sînt date curbele de variaţie a forţei electromotoare E_2 în funcţie de curentul de la intrare I_c, pentru două valori ale cîmpului de excitaţie $H_p = 0{,}78$ şi 10 Oe.

Din analiza rezultatelor obţinute (fig. 4) se observă că pentru valori mici ale cîmpului alternativ H_p şi continuu H_c, fenomenul de histerezis se manifestă în mod normal, ($E'_2 > E_2$, $e_2[\%] > 0$); pentru o anumită valoare a cîmpului H_c eroarea $e_2[\%]$ se anulează, după care, cu creşterea cîmpului continuu se obţine răsturnarea curbelor ($E'_2 < E_2$, $e_2[\%] < 0$).

Pentru un cîmp de comandă de intensitate constantă se observă că odată cu creşterea cîmpului alternativ eroarea pozitivă se micşorează, se anulează la o anumită valoare H_p, de unde apoi devine negativă. Pentru valori ale cîmpului continuu la care fenomenul de histerezis apare numai răsturnat, pentru orice valoare a cîmpului alternativ, eroarea $e_2[\%]$ creşte în valoare absolută o dată cu acesta (H_p). În fig. 5 este reprezentată variaţia erorii $e_2[\%]$ în funcţie de cîmpul alternativ (punctele $a,...,h$), pentru diverse valori ale cîmpului continuu (curbele $1,...,6$).

Din fig. 4 şi 5 se constată că nu poate fi vorba de un anumit cîmp alternativ, pentru care consecinţele fenomenului de histerezis sînt complet îndepărtate pentru orice valoare a cîmpului continuu; cîmpul alternativ pentru care eroarea datorită fenomenului de histerezis se anulează creşte o dată cu creşterea cîmpului continuu—fapt cunoscut—dar apare situaţia (pentru cîmpuri alternative şi continue intense) cînd se manifestă în caracteristica de intrare-ieşire un fenomen de histerezis răsturnat ($e_2[\%] < 0$).

Aceeaşi situaţie s-a obţinut şi în cazul cînd mărimea de la ieşire a fost măsurată în înfăşurările n_3 dispuse separat pe fiecare miez şi legate potrivit (fig. 3). De asemenea au fost întreprinse încercări în situaţia cînd cîmpul alternativ, variabil la valori ridicate ale cîmpului continuu, este aplicat probei numai în timpul efectuării lecturilor, la valori mici ale cîmpului continuu; mai departe, creşterea şi scăderea intensităţii cîmpului continuu s-a realizat în lipsa cîmpului alternativ. A rezultat

[1]) Dat fiind că forma curbei mărimii de ieşire, pentru aceeaşi valoare a cîmpului continuu, nu este diferită atunci cînd cîmpul de comandă variază către valori crescătoare şi descrescătoare, aprecierea schimbărilor survenite în mărimea de ieşire, folosind diferenţa relativă $a_2[\%]$, permite ca tipul aparatului folosit, sensibil la forma mărimii măsurate, să nu intervină.

că creşterea amplitudinii cîmpului alternativ, la valori ridicate ale cîmpului continuu, nu aduce modificări însemnate în ce priveşte valorile şi sensul erorii.

Valoarea maximă pozitivă a erorii ($e_2[\%] > 0$) este de circa + 10%, în timp ce valorile maxime negative, corespunzătoare fenomenului de histerezis răsturnat, sînt de aproximativ 4,5%.

Dacă se urmăreşte pe caracteristica de magnetizare $\mu = f(H_p)$ (fig. 6) valoarea cîmpului alternativ pentru care, la un anumit cîmp continuu H_c, eroarea $e_2[\%] = 0$, se observă că acesta este situat în apropierea valorii maxime a lui μ.

În continuare s-au ridicat date experimentale pe acelaşi modulator, dar măsurînd mărimea de la ieşire U_2 cu un voltmetru cu redresor, cu rezistenţă interioară de 1 000 Ω/V. În fig. 7 este reprezentată caracteristica de intrare-ieşire, pentru aceleaşi condiţii de cîmp alternativ ca cele din fig. 4, iar în fig. 8 sînt date curbele de variaţie ale erorii $u_2[\%]$ pentru cîteva valori ale cîmpului continuu H_c, comune cu curbele din fig. 5.

Din analiza fig. 7 şi 8 se constată aceeaşi situaţie, anume: pentru valori ale cîmpului alternativ şi continuu reduse, eroarea este pozitivă, fenomenul de histerezis se manifestă normal, iar începînd de la anumite valori ale acestora apare o răsturnare a fenomenului de histerezis din curba mărimii de ieşire.

Menţionăm faptul că încercările ale căror rezultate au fost date în fig. 5...8 au fost efectuate cu un timp de repaus de cel puţin cinci ore între două încercări consecutive [2]).

Rezultate foarte puţin diferite au fost găsite, cînd pentru restul condiţiilor identice încercările au fost efectuate fără această revenire naturală, încercare după încercare, sau cînd circuitul magnetic a fost demagnetizat prin aplicarea unui cîmp magnetic alternativ descrescător.

Din comparaţia rezultatelor obţinute prin măsurarea mărimii de la ieşire cu cele două tipuri de aparate, se observă că în aceleaşi condiţii de cîmp alternativ H_p şi continuu H_c, fenomenul de histerezis se manifestă în mod diferit şi anume: în cazul cînd rezistenţa de sarcină este finită (voltmetru cu redresor), pentru un acelaşi cîmp continuu H_c, cîmpul alternativ H_p, pentru care fenomenul de histerezis este eliminat din caracteristica de intrare-ieşire ($u_2[\%] = 0$) este mai intens decît în cazul cînd rezistenţa de sarcină este infinită; pentru acelaşi cîmp alternativ H_p, valoarea cîmpului continuu pentru care eroarea este nulă, este mai intensă în cazul folosirii aparatului cu rezistenţă scăzută. Această situaţie este pusă în evidenţă de fig. 9, unde este reprezentat cîmpul alternativ H_p şi cel continuu H_c, pentru care eroarea introdusă de fenomenul de histerezis este nulă în cazul cînd măsurătorile mărimii de ieşire au fost efectuate cu un aparat cu rezistenţă interioară practic infinită (voltmetru electrostatic), curba *a*, şi cînd aceeaşi mărime a fost măsurată cu un aparat cu rezistenţă interioară finită (voltmetru cu re-

[2]) Printr-o încercare se înţelege aici ridicarea datelor experimentale necesare trasării unei perechi de curbe, la creşterea şi descreşterea cîmpului continuu (fig. 2), pentru o anumită valoare a cîmpului alternativ.

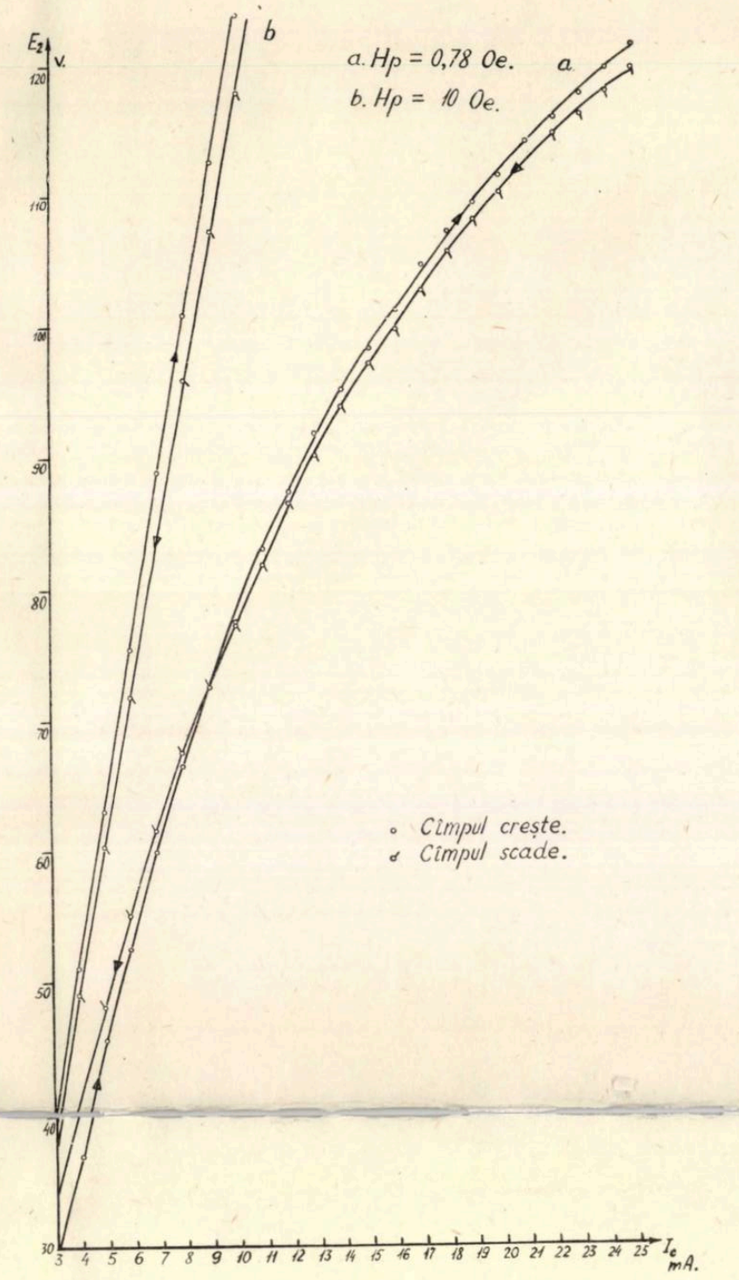


Fig. 4

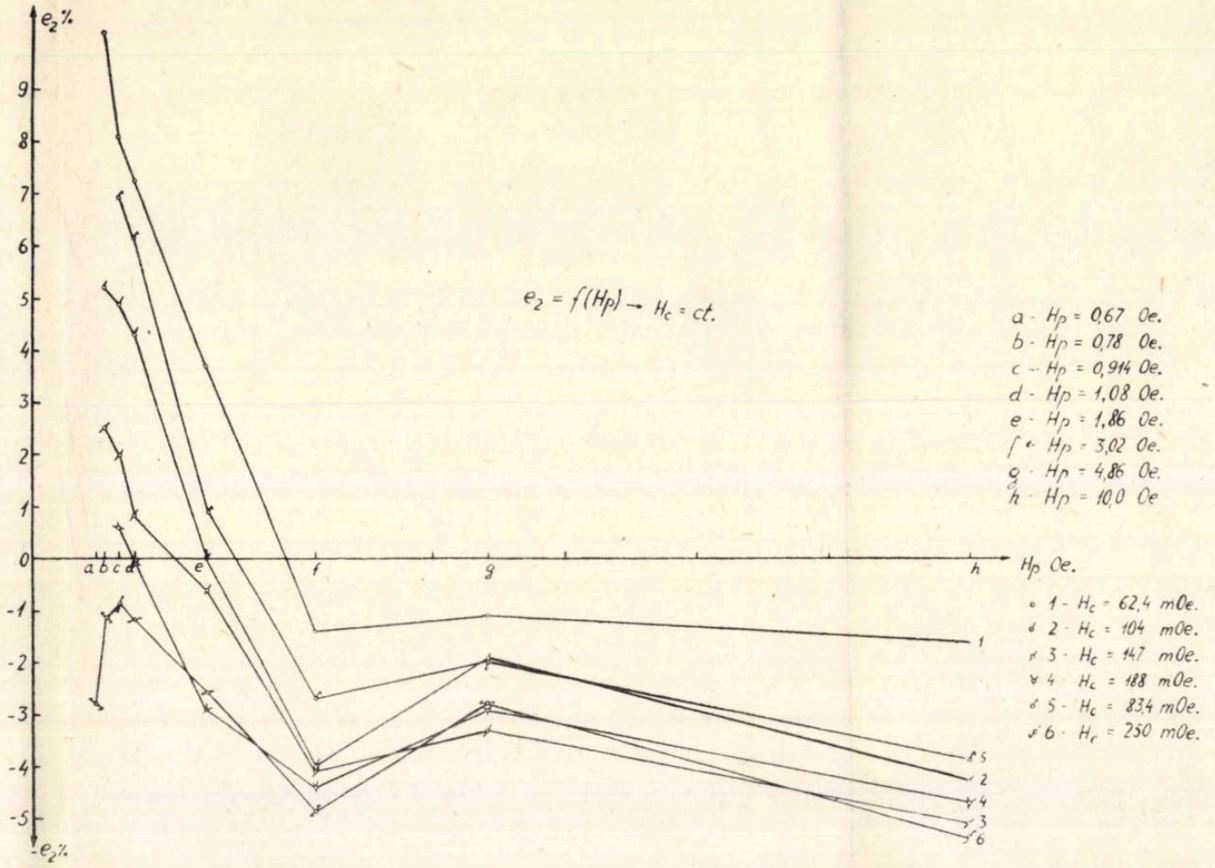


Fig. 5

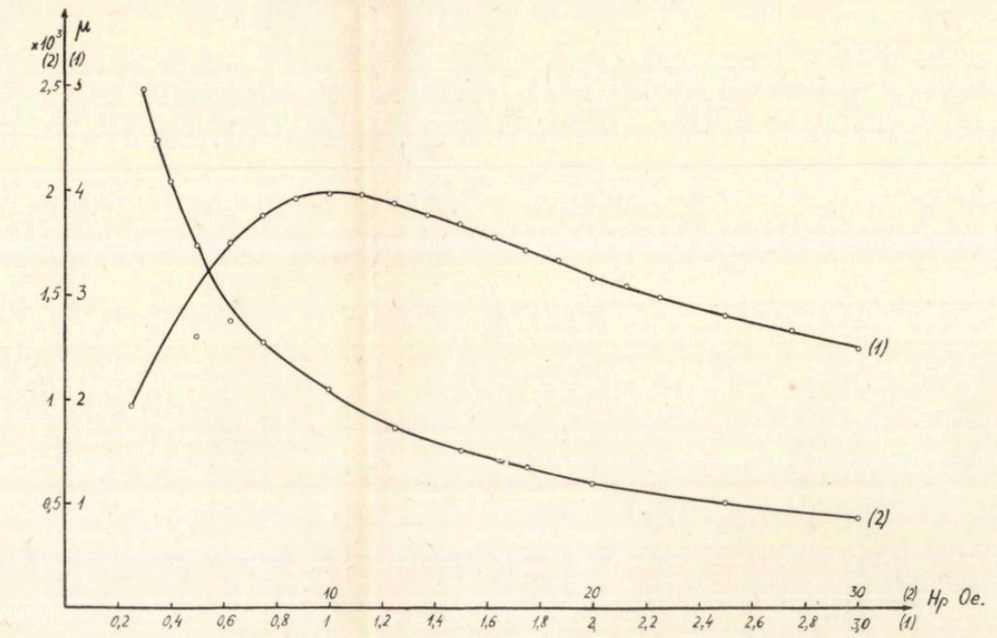


Fig. 6

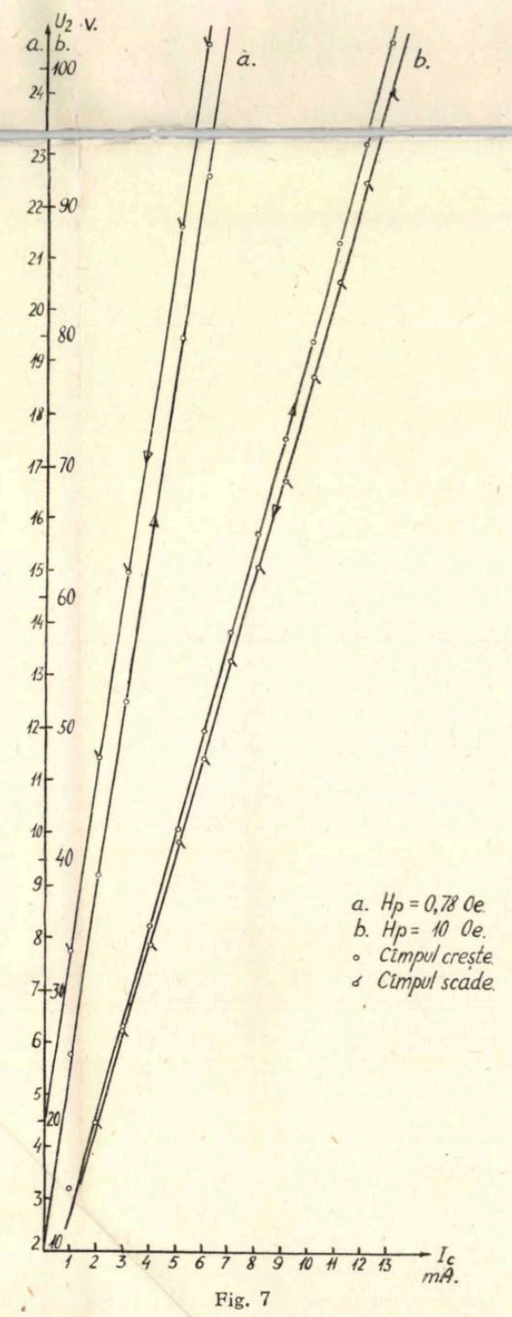


Fig. 7

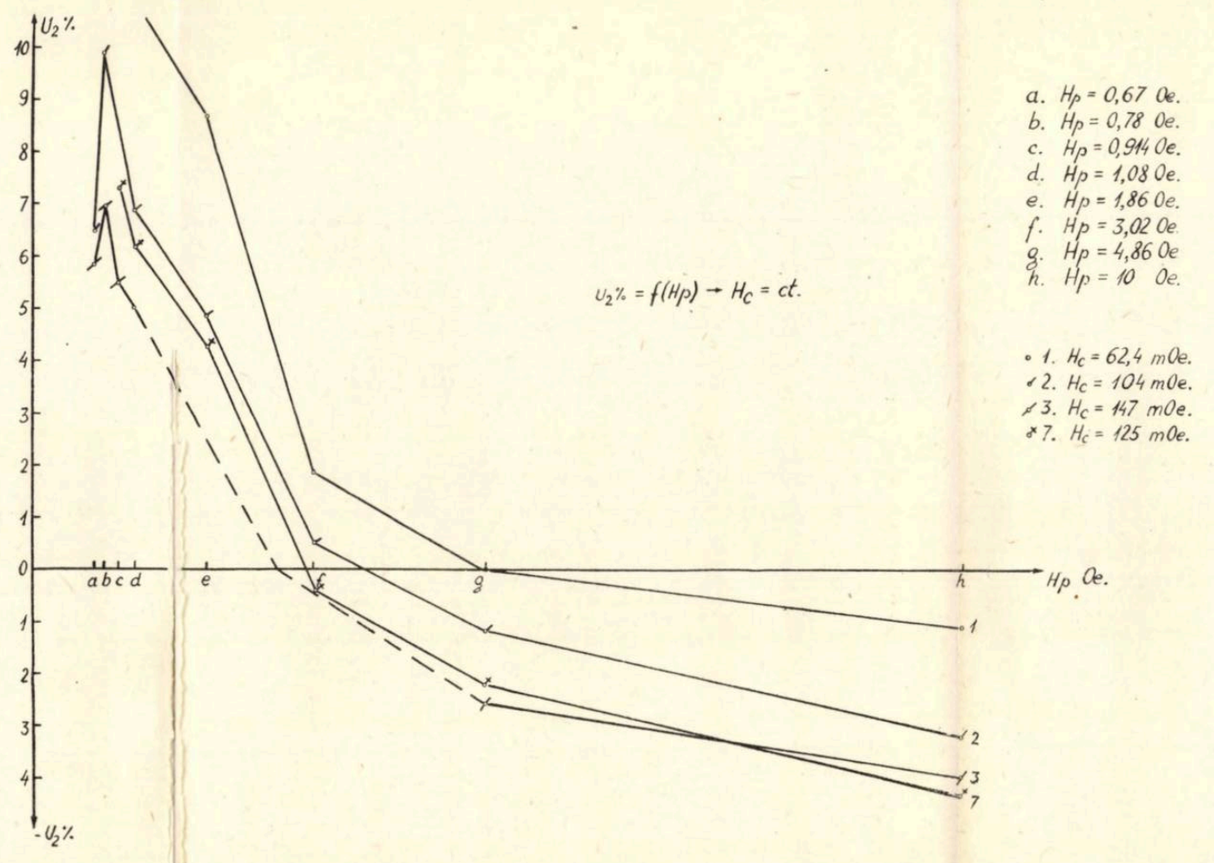


Fig. 8

dresor), curba *b*. Pentru valori ale cîmpurilor H_p şi H_c situate în zona haşurată eroarea este pozitivă (fenomenul de histerezis se manifestă normal), iar pentru valori ale acestora situate în zona nehaşurată eroarea este negativă şi fenomenul de histerezis apare răsturnat faţă de cel clasic.

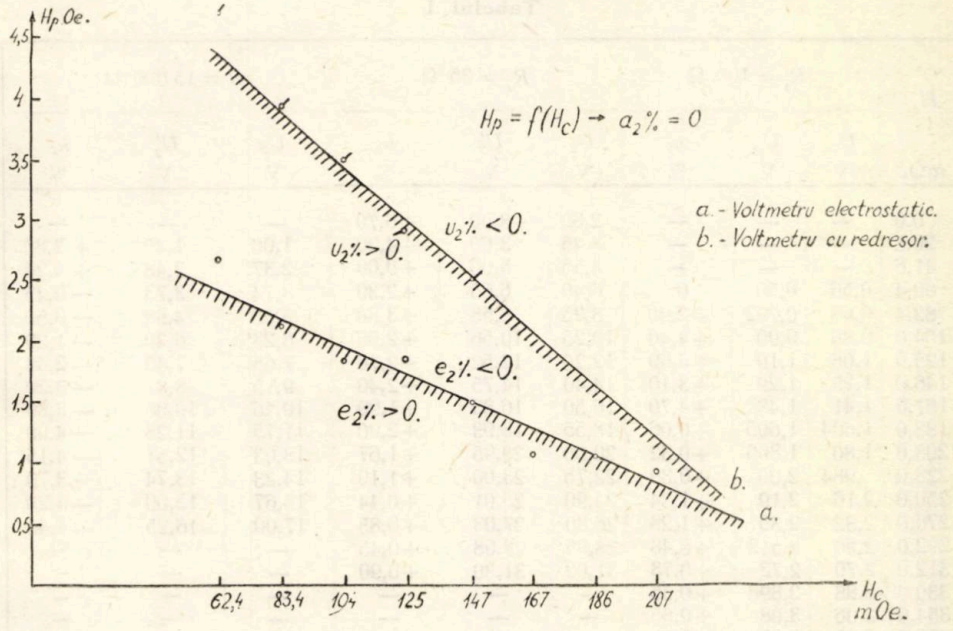


Fig. 9

Se remarcă faptul că pentru valori ale cîmpului alternativ şi continuu situate între cele două curbe, eroarea este negativă în cazul cînd rezistenţa de sarcină este infinită (voltmetru electrostatic) şi este pozitivă în cazul cînd rezistenţa de sarcină este finită (voltmetru cu redresor). De aici rezultă că deşi redus (aproximativ 1 mA), curentul I_m, determinat de armonicele pare, modifică starea circuitului magnetic în sensul arătat mai sus (cîmpul H_m corespunzător este de maximum 75 mOe).

Urmărind influenţa curentului corespunzător armonicelor pare asupra eliminării consecinţelor fenomenului de histerezis din caracteristica de intrare-ieşire, au fost întreprinse încercări încărcînd modulatorul magnetic pe sarcini de valori reduse ale rezistenţei, alese astfel ca amperspirele determinate de acest curent (I_m) să fie ridicate. În acest mod au fost întreprinse încercări, pe de o parte încărcînd modulatorul pe o rezistenţă de sarcină de 100 Ω şi măsurînd mărimea de ieşire drept cădere de tensiune la bornele ei, iar pe de altă parte legînd direct înfăşurările de ieşire pe miliampermetrul cu rezistenţa de intrare de 35 Ω şi măsurînd mărimea de la ieşire sub formă de curent. Rezultatele obţinute sînt date în tabelul 1. În acelaşi tabel sînt date şi valorile maxime ale cîmpului de magnetizare după armonicele pare (H_m). Încercările au fost efectuate

pentru un cîmp alternativ de excitaţie $H_p = 3{,}02$ Oe; pentru comparaţie, în acelaşi tabel 1 sînt date şi rezultatele obţinute în aceleaşi condiţii de cîmp alternativ, dar încărcînd modulatorul pe o rezistenţă de valoare ridicată ($R = 15\,000\ \Omega$), cînd apar erori atît pozitive cît şi negative.

Tabelul 1

H_c	$R_s = 100\ \Omega$			$R_s = 35\ \Omega$			$R = 15\,000\ \Omega$		
mOe	U_2 V	U_2' V	u_2 %	U_2 V	U_2' V	u_2 %	U_2 V	U_2' V	u_2 %
0,0	—	—	—	2,80	3,00	+6,70	—	—	—
20,8	—	—	—	3,45	3,60	+4,20	1,00	1,40	+ 2,80
41,6	—	—	—	4,55	5,00	+9,00	2,37	2,48	+ 4,20
62,4	0,56	0,56	0	6,40	6,65	+2,30	3,74	3,73	— 0,45
83,4	0,68	0,702	+2,90	8,25	8,58	+3,80	5,00	4,98	— 0,50
104,0	0,86	0,90	+4,40	10,25	10,56	+2,90	6,28	6,20	— 1,20
125,0	1,06	1,10	+3,60	12,20	12,52	+2,70	7,65	7,46	— 2,48
146,0	1,25	1,29	+3,10	14,40	14,75	+2,40	9,15	8,81	— 3,20
167,0	1,41	1,48	+4,70	16,50	16,83	+1,90	10,46	10,06	— 3,80
188,0	1,604	1,605	+0,06	18,55	18,93	+2,00	11,75	11,28	— 4,00
208,0	1,80	1,806	+0,32	20,60	20,95	+1,67	13,03	12,51	— 4,15
228,0	,984	2,00	+0,80	22,75	23,00	+1,10	14,23	13,74	— 3,70
250,0	2,16	2,19	+1,34	24,90	25,01	+0,44	15,67	15,00	— 4,20
270,0	2,32	2,35	+1,28	26,80	27,03	+0,85	17,00	16,25	— 4,40
292,0	2,50	2,512	+0,48	28,95	29,08	+0,45	—	—	—
312,0	2,70	2,72	+0,73	31,02	31,30	+0,90	—	—	—
330,0	2,88	2,896	+0,55	—	—	—	—	—	—
354,0	3,06	3,08	+0,65	—	—	—	—	—	—
375,0	3,25	3,26	+0,30	—	—	—	—	—	—
H_m mOe	100			300			10		
H_p Oe	3,02								

Din tabelul 1 rezultă că în cazul cînd cîmpul determinat de armonicele pare este intens ($H_m \geqslant 100$ mOe) nu mai apare răsturnarea fenomenului de histerezis, şi pentru orice valori ale cîmpului continuu eroarea corespunde numai fenomenului de histerezis normal ($u_2[\%] > 0$, $i_2[\%] > 0$). De asemenea se observă că pentru acelaşi cîmp continuu eroarea pozitivă este mai ridicată cînd rezistenţa de sarcină este redusă (tabelul 1).

Urmărind aceeaşi idee au fost întreprinse încercări încărcînd modulatorul magnetic într-o înfăşurare n_2', alta decît cea în care se măsoară mărimea de la ieşire (fig. 3). Rezistenţele de sarcină R_s au fost alese astfel ca amperspirele determinate de armonicele pare din înfăşurarea de măsură n_2 (fig. 3) să fie neglijabile în comparaţie cu cele determinate de curentul corespunzător armonicelor pare din înfăşurarea sarcinii (10 mOe faţă de 0,21; 0,45; 1,2 Oe).

În fig. 10 sînt date curbele de variaţie a erorilor $u_2[\%]$ în funcţie de curentul continuu, respectiv cîmpul continuu, pentru diverse valori ale rezistenţei de sarcină, la care corespund diferite valori maxime ale cîmpului de reacţie H_m, determinat de armonicele pare.

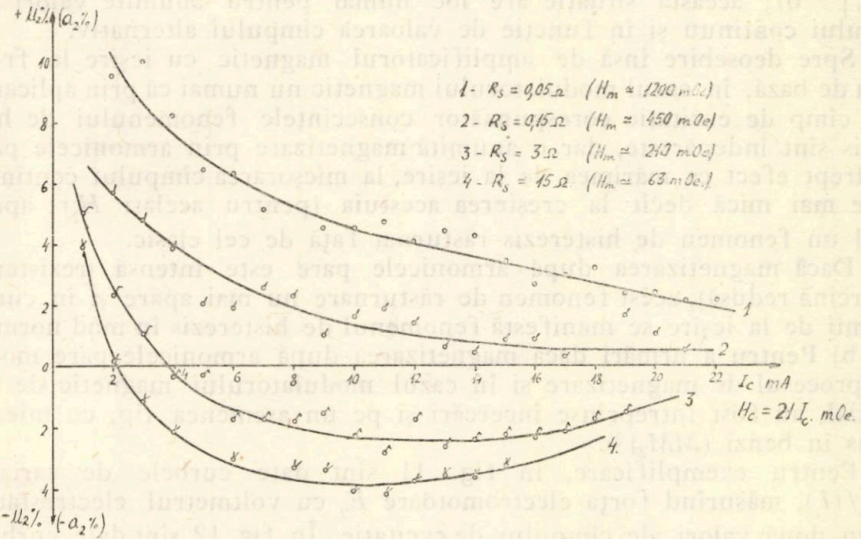


Fig. 10

Ca şi în cazul precedent, se constată că odată cu micşorarea cîmpului H_m determinat de armonicele pare, apare situaţia în care eroarea $u_2[\%]$ devine negativă.

Observaţie. Dată fiind dispoziţia exterioară a înfăşurării în care s-a aplicat sarcina R_s, fluxul de scăpări este ridicat, ceea ce are drept efect ca apariţia situaţiei cînd $u_2[\%] > 0$ să aibă loc la valori calculate ale cîmpului armonicelor pare, mai mari faţă de cazul considerat în tabelul 1. Înfăşurarea în care s-a efectuat măsurarea mărimii de ieşire este situată în imediata vecinătate a miezului.

Din rezultatele obţinute pe acest tip de modulator magnetic (cu miez dublu) rezultă că modul în care se manifestă fenomenul de histerezis (în urma magnetizării în curent continuu) asupra valorii mărimii de ieşire şi erorii corespunzătoare, influenţează în primul rînd valoarea cîmpului alternativ de excitaţie H_p, aplicat modulatorului. Spre deosebire însă de amplificatorul magnetic cu ieşirea la frecvenţa de bază, unde pentru un cîmp continuu dat, începînd de la o anumită valoare a cîmpului alternativ fenomenul de histerezis este complet îndepărtat, în cazul acestui tip de amplificator (modulator magnetic) aceasta nu mai are loc. Limitarea consecinţelor datorită fenomenului de histerezis sau eliminarea completă a lor, depinde, în afară de valoarea cîmpului alternativ de bază H_p, şi de cîmpul de magnetizare, datorită armonicelor pare. În

cazul cînd această magnetizare este redusă sau nu există, ceea ce are loc atunci cînd impedanţa sarcinii este ridicată, fenomenul de histerezis, în curba mărimii de la ieşire, se manifestă în mod normal numai pentru valori reduse ale cîmpurilor continuu şi alternativ. Eroarea introdusă de fenomenul de histerezis poate fi şi în acest caz complet îndepărtată ($e_2[\%] = 0$); această situaţie are loc numai pentru anumite valori ale cîmpului continuu şi în funcţie de valoarea cîmpului alternativ.

Spre deosebire însă de amplificatorul magnetic cu ieşire la frecvenţa de bază, în cazul modulatorului magnetic nu numai că prin aplicarea unui cîmp de excitaţie corespunzător consecinţele fenomenului de histerezis sînt îndepărtate, dar o anumită magnetizare prin armonicele pare are drept efect ca mărimea de la ieşire, la micşorarea cîmpului continuu să fie mai mică decît la creşterea acestuia (pentru acelaşi H_c); apare astfel un fenomen de histerezis răsturnat faţă de cel clasic.

Dacă magnetizarea după armonicele pare este intensă (rezistenţă de sarcină redusă), acest fenomen de răsturnare nu mai apare şi în curba mărimii de la ieşire se manifestă fenomenul de histerezis în mod normal.

b) Pentru a urmări dacă magnetizarea după armonicele pare modifică procesul de magnetizare şi în cazul modulatorului magnetic de tip toroidal, au fost întreprinse încercări şi pe un asemenea tip, cu miezul dispus în benzi (MM_2)[3]).

Pentru exemplificare, în fig. 11 sînt date curbele de variaţie $E_2 = f(I_c)$, măsurînd forţa electromotoare E_2 cu voltmetrul electrostatic, pentru două valori ale cîmpului de excitaţie. În fig. 12 sînt date curbele de variaţie ale tensiunii $U_2 = f(I_c)$ pentru două valori ale cîmpului de excitaţie: $H_p = 0{,}45$ şi 1,05 Oe, iar în fig. 13 variaţia erorii $u_2[\%]$ în funcţie de cîmpul de excitaţie, în cazul folosirii voltmetrului cu redresor.

Întrucît cu ajutorul voltmetrului electrostatic avut la dispoziţie nu au putut fi făcute lecturi la valori reduse ale cîmpului continuu, unde E_2 este sub limita de măsură a aparatului, pentru măsurarea forţei electromotoare a fost folosit un voltmetru electronic. Pentru exemplificare, în fig. 14 sînt date curbele de variaţie ale forţei electromotoare E_2 măsurată la gol (curbele *a*) şi a tensiunii U_2 (curbele *b*), măsurată cu voltmetrul electronic la bornele unei rezistenţe de sarcină R_d (fig. 3), de valoare finită şi anume 30 kΩ (pentru un acelaşi cîmp de excitaţie $H_p = 0{,}668$ Oe).

Din analiza rezultatelor obţinute pe acest tip de modulator rezultă că întocmai ca în cazul modulatorului precedent, cu miez dublu, pentru valori reduse ale cîmpului de magnetizare suplimentară apare răsturnarea fenomenului de histerezis în curba de la ieşire (fig. 11, 12, 14). Ca şi în acel caz eroarea poate fi pozitivă, nulă sau negativă, în funcţie de valoarea cîmpului alternativ H_p şi continuu H_c (fig. 13).

Pentru a pune în evidenţă şi la acest tip de modulator faptul că în cazul cînd cîmpul determinat de armonicile pare de curent este ridicat, fenomenul de histerezis se manifestă numai normal, în tabelul 2 sînt date rezultatele experimentale în cazul încărcării modulatorului magnetic

[3]) Toate încercările de pe acest modulator sînt efectuate fără un timp de repaus între două încercări consecutive, adică încercare după încercare.

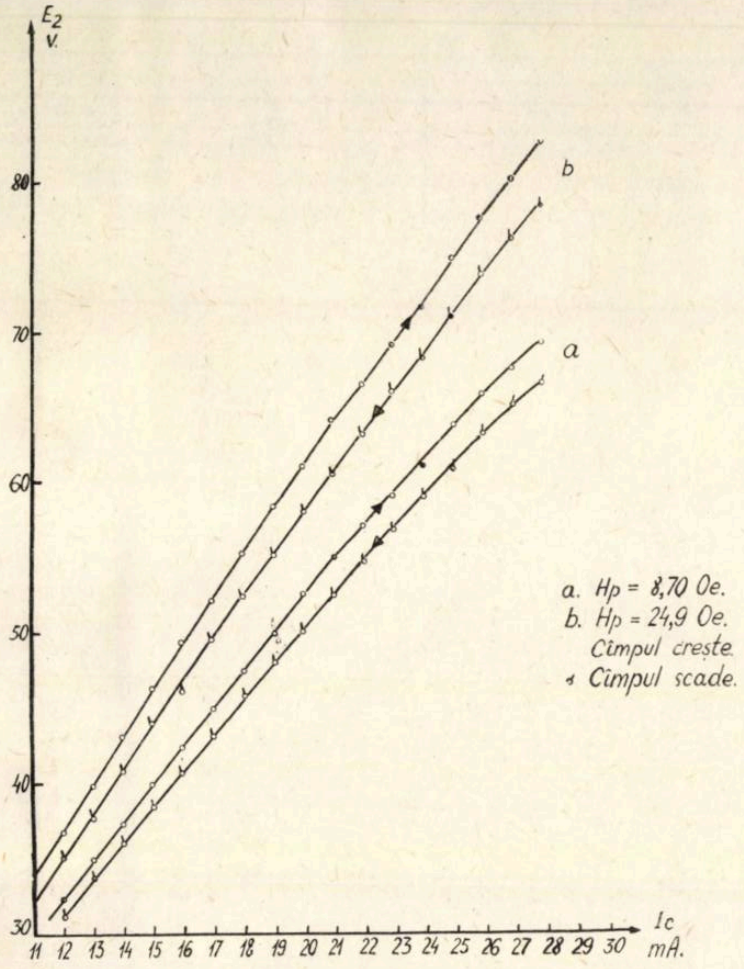


Fig. 11

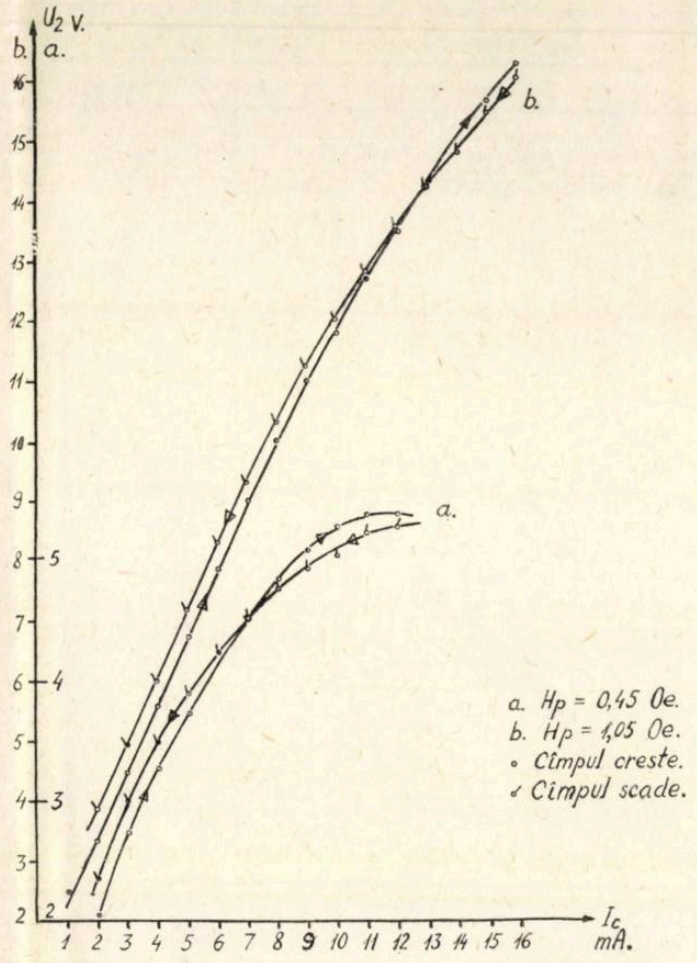


Fig. 12

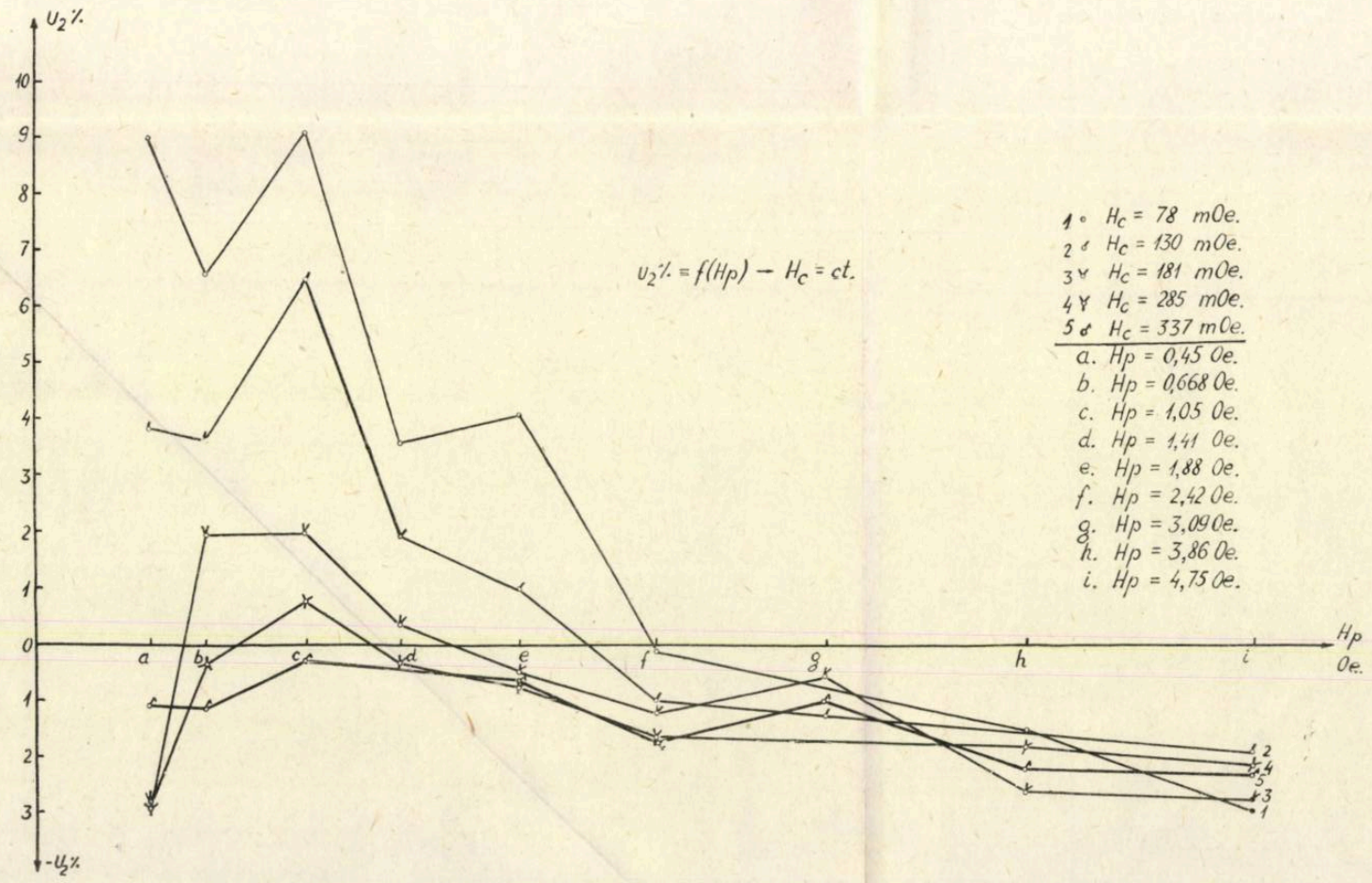


Fig. 13

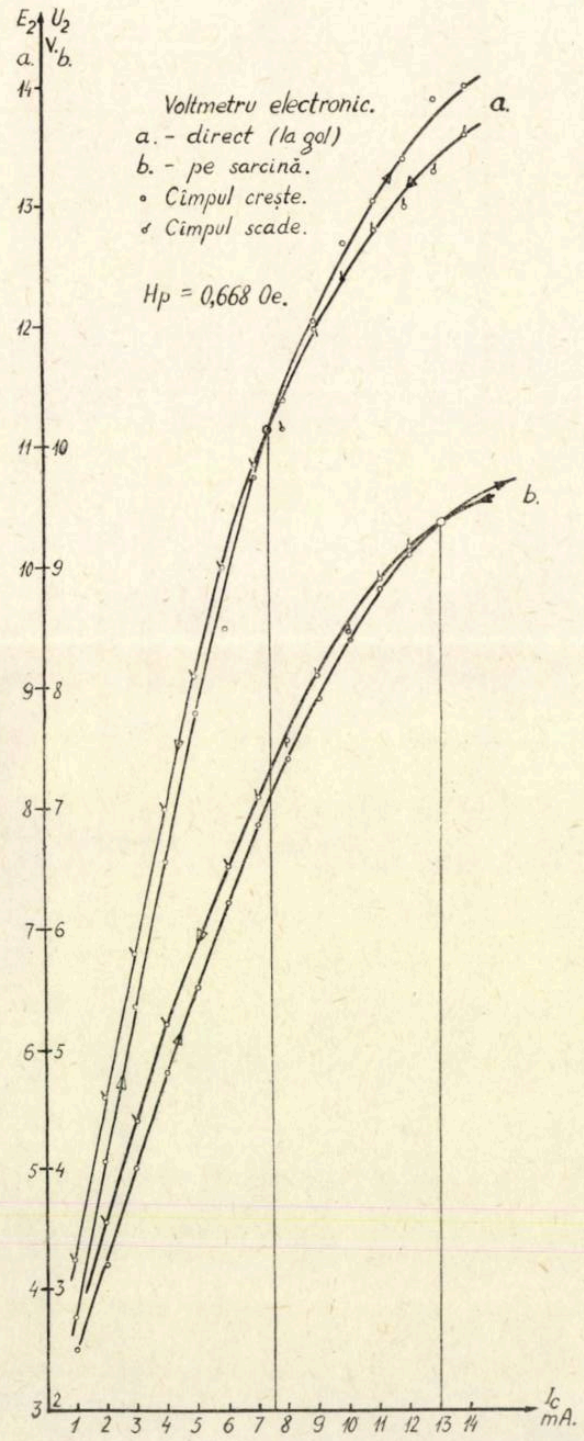


Fig. 14

Tabelul 2

H_c	H_p = 1,88 Oe						H_p = 4,75 Oe					
mOe	U_2 V	U_2' V	u_2 %	I_2 A	I_2' A	i_2 %	U_2 V	U_2' V	u_2 %	I_2 A	I_2' %	i_2 %
0,0	0,50	0,50	0	0,390	0,397	+ 1,89	2,00	2,50	+ 2,00	0,580	0,587	+ 1,20
25,9	2,80	2,95	+ 5,10	0,130	0,447	+ 3,90	—	—	—	0,622	0,620	— 0,40
52,0	4,40	4,50	+ 2,22	0,526	0,549	+ 4,20	4,80	4,75	— 1,04	0,701	0,701	0
78,0	6,20	2,47	+ 4,10	0,650	0,677	+ 4,10	6,89	6,60	— 2,94	0,840	0,831	— 1,00
104	8,15	8,35	+ 2,40	0,810	0,845	+ 4,10	8,65	8,51	— 1,60	1,012	1,010	— 0,25
130	10,00	10,10	+ 0,99	0,975	1,015	+ 3,90	10,65	10,45	— 1,88	1,200	1,190	— 0,83
155	11,75	11,90	+ 1,25	1,150	1,187	+ 3,10	12,55	12,25	— 2,39	1,402	1,399	— 0,25
181	12,70	13,75	+ 0,36	1,340	1,372	+ 2,30	14,60	14,20	— 2,74	1,632	1,620	— 0,76
207	15,50	15,50	0	1,515	1,550	+ 2,20	16,60	16,25	— 2,10	1,856	1,850	— 0,32
234	17,40	17,32	— 0,46	1,690	1,712	+ 1,30	18,55	18,06	— 2,70	2,080	2,076	— 0,20
259	19,00	18,97	— 0,16	1,870	1,900	+ 1,60	20,50	20,00	— 2,50	2,280	2,270	— 0,44
285	20,70	20,55	— 0,73	2,060	2,084	+ 1,20	22,48	22,00	— 2,13	2,490	2,490	0
311	22,40	22,30	— 0,45	2,200	2,230	+ 1,30	24,40	23,82	— 2,38	2,700	2,696	— 0,15
337	23,90	23,75	— 0,63	2,380	2,396	+ 0,67	26,15	25,55	— 2,30	2,904	2,902	— 0,07
363	25,40	25,20	— 0,79	2,520	2,584	+ 2,40	28,00	27,48	— 1,85	3,150	3,130	— 0,63
389	26,25	26,60	— 1,31	2,700	2,740	+ 1,50	29,90	29,35	— 1,84	3,392	3,390	— 0,05
415	28,25	—	—	2,890	2,904	+ 0,48	31,95	31,15	— 2,50	3,600	3,600	0
440	—	—	—	—	3,090	—	33,50	32,95	— 1,64	3,830	3,816	— 0,37
466	—	—	—	3,210	3,260	+ 1,50	—	—	—	4,056	4,050	— 0,15
492	—	—	—	3,392	3,410	+ 0,53	—	—	—	4,290	4,296	—
518	—	—	—	3,560	3,596	+ 1,00	—	—	—	4,500	4,500	—
H_m Oe	0,074			0,25			0,074			0,32		

pe sarcini ce determină valori diferite ale cîmpului de magnetizare suplimentară H_m, pentru două valori ale cîmpului de excitaţie H_p; în aceste încercări mărimea de la ieşire a fost măsurată ca tensiune (U_2) şi curent (I_2).

De aici se observă că şi pentru acest tip de modulator, la valori ridicate ale cîmpului H_m (cînd a fost măsurat I_2) şi la valori reduse ale cîmpului de excitaţie H_p, fenomenul de histerezis se manifestă normal ($u_2[\%] > 0$), iar pentru valori ridicate ale lui H_p erorile sînt negative, dar de valori mici.

c) Pentru a urmări dacă volumul circuitului magnetic influenţează procesul de răsturnare a fenomenului histerezis din caracteristica de intrare-ieşire a modulatorului, au fost întreprinse o serie de încercări pe două modulatoare de tip toroidal (MM_3 şi MM_4), cu aceeaşi dispoziţie a tolelor (în inele), acelaşi material feromagnetic, aceeaşi lungime medie a liniei de forţă, dar de secţiune diferită, şi anume avînd raportul secţiunilor egal cu doi.

Pentru a pune în evidenţă influenţa volumului s-a lucrat în aceleaşi condiţii de cîmp de magnetizare suplimentară după armonicele pare şi într-o aceeaşi gamă de variaţii a cîmpului alternativ şi continuu. Rezultatele obţinute (erorile) sînt date în tabelul 3 pentru cazul cînd mărimea

Tabelul 3

u_2 %									
MM_3					MM_4				
H_c mOe	H_p = 0,97 Oe	H_p = 1,23 Oe	H_p = 2,10 Oe	H_p = 14,5 Oe	H_c mOe	H_p = 1,25 Oe	H_p = 3,28 Oe	H_p = 11,0 Oe	H_p = 72,8 Oe
0	—	—	—	—	0	—	—	—	—
36	+15,3	+5,6	0	0	57	+13,3	0	+2,8	+2,8
72	+8,25	+4,7	—0,16	—0,31	75,4	+2,9	0	+1,17	0
108	+5,74	+3,98	—0,95	—0,21	112	—3,18	0	+0,15	+2,2
144	+3,97	+6,0	—1,5	—0,88	150	+1,42	0	0	+2,1
180	+2,32	+1,42	—1,56	—0,9	188	+1,93	0	—0,47	+0,92
216	+1,18	+0,83	—1,05	—1,93	226	+0,33	—0,16	—0,32	+1,17
252	+0,70	0	—1,76	—1,55	264	—	—0,34	—0,34	+0,86
298	+0,042	—0,27	—1,72	—2,40	301	—0,25	—0,28	—	+0,29
324	—1,16	—1,05	—2,09	—2,818	339	—0,22	—0,81	—0,08	0
360	—0,29	—1,31	—2,05	—2,25	377	—0,27	—1,33	—1,19	—0,72
396	—0,52	—1,51	—1,55	—2,3	414	—2,58	—0,87	—1,55	—0,02
422	—1,28	—2,00	—1,39	—2,22	453	—0,71	—1,25	—2,25	—0,82
496	—1,00	—2,00	—1,95	—2,50	490	—0,23	—1,33	—1,55	—0,76
504	—0,4	—2,27	—2,70	—2,27	529	—1,22	—1,03	—1,45	—1,35
540	—1,57	—1,65	—2,32	—2,50	566	—0,89	—1,26	—1,60	—0,83
576	—1,00	—1,50	—2,05	—2,60	604	—1,02	—1,00	—1,70	—1,58
612	—3,00	—2,50	—2,15	—2,38	642	—0,27	—1,27	—1,38	—1,20
648	—1,20	—0,90	—0,70	—3,40	679	—0,39	—0,95	—	—
685	—1,16	—2,40	—1,50	—1,60	716	—0,95	—	—	—
720	—1,58	—0,57	—2,30	—0,77	754	—0,38	—	—	—
H_m Oe	0,053				0,053				

de ieşire a fost măsurată sub formă de tensiune (cîmp de magnetizare suplimentară redus), şi în tabelul 4 în cazul cînd mărimea de ieşire a fost măsurată sub formă de curent. În aceleaşi tabele sînt date şi valorile maxime ale cîmpului de magnetizare suplimentară H_m şi a rezistenţei de sarcină R_d.

Tabelul 4

H_c	i_2 %					
	MM_3		MM_4			
mOe	H_p = = 1,23 Oe	H_p = = 2,1 Oe	H_c mOe	H_p = = 1,25 Oe	H_p = = 3,28 Oe	H_p = = 11,0 Oe
0	+1,5	+1,1	0	+60,0	+11,0	0
18,8	+19	0	14	+21,0	+8,8	+1,3
37,6	+18	+2,06	28	+20,0	+3,0	0
56,0	+11	−0,9	42	+15,0	+2,8	0
75,0	+8,7	−1,6	56	+12,0	+2,3	+0,23
93,8	+9,3	0	70	+9,0	+2,1	+0,49
113,0	+4,5	−2,4	84	+6,8	+1,23	0
132,0	+3,8	0	98	+5,3	+1,62	0
151,0	+3,9	0	112	+4,24	+1,22	0
170,0	+3,65	+0,85	126	+2,88	+0,39	0
188,0	+2,30	+0,39	140	+2,87	+0,25	−0,15
207,0	+2,10	−0,34	154	+2,24	+0,45	−0,04
226,0	+1,95	−0,32	168	+2,17	—	+0,04
255,0	+1,55	+0,26	182	+2,24	+0,20	0
300,0	+0,87	+0,24	196	+1,36	+0,54	0
338,0	+0,052	0	210	+1,57	+0,33	+0,33
376,0	+0,047	0	224	+1,66	+0,31	+0,47
H_m Oe	0,21	0,21	0,21			
R_d Ω	167 şi 670	167	167			

Analizînd rezultatele din tabelele 3 şi 4 se observă că pentru aceleaşi valori ale cîmpului alternativ şi continuu, precum şi pentru aceleaşi valori ale cîmpului de reacţie H_m, valorile negative ale diferenţei relative $u_2[\%]$ sînt cu atît mai mici cu cît volumul miezului este mai redus. În cazul modulatorului magnetic MM_4, practic se pot neglija erorile introduse prin răsturnarea fenomenului de histerezis, la orice valoare a cîmpului de excitaţie. În ceea ce priveşte valorile pozitive ale acestor diferenţe, ele se supun condiţiilor cunoscute din literatură: cu creşterea cîmpului de excitaţie, pentru acelaşi cîmp continuu, ele se micşorează.

În cazul cînd mărimea de ieşire a fost măsurată astfel ca valoarea cîmpului de reacţie H_m, determinat de armonicele pare, să fie ridicată (tabelul 4), în majoritatea lor diferenţele relative $i_2[\%]$ corespund situa-

ţiei de histerezis normal. În acest caz, prin aplicarea unui cîmp de excitaţie corespunzător, fenomenul de histerezis poate fi considerat practic îndepărtat, date fiind valorile mici ale diferenţelor pozitive. Pentru modulatorul MM_3 de volum mai mare, pentru valorile cîmpurilor H_m date apar şi diferenţe relative negative, de valori reduse, ce corespund situaţiei cînd curba mărimii de la ieşire, la creşterea cîmpului continuu H_c, este situată deasupra aceleiaşi curbe, dar la scăderea cîmpului. Aceasta înseamnă că pentru modulatoare magnetice cu volum mare al circuitului magnetic, valoarea cîmpului H_m, pentru care nu mai apare situaţia de mai sus, iar fenomenul de histerezis poate fi îndepărtat, trebuie să fie mai mare.

Din cele de mai sus rezultă că în cazul modulatoarelor magnetice de volum mare, caracterul complex de magnetizare se manifestă mai puternic, în sensul că aduce o răsturnare mai evidentă a fenomenului de histerezis clasic. În cazul modulatoarelor de volum redus consecinţele acestui fapt sînt neînsemnate şi se pot neglija; în curba mărimii de ieşire se manifestă numai fenomenul de histerezis normal ($a_2[\%]>0$), mai mult sau mai puţin în raport cu intensitatea cîmpului de excitaţie H_p.

d) Măsurătorile efectuate pe modulatorul magnetic cu miezul din mumetal au avut drept scop de a verifica calitativ dacă în cazul folosirii materialelor cu proprietăţi magnetice ridicate, pentru confecţionarea circuitului magnetic, apar sau nu în curba mărimii de ieşire erori negative; aceste erori, aşa cum s-a găsit în cazul celorlalte modulatoare, arată că în anumite condiţii valoarea mărimii de la ieşire, pentru acelaşi cîmp de comandă, este mai redusă la scăderea cîmpului continuu decît în cazul creşterii sale.

Din încercările efectuate, pentru exemplificare se dau în tabelul 5 rezultatele măsurătorilor obţinute pentru două valori ale tensiunii de alimentare $U = 40$ şi 60 V. Cîmpul de excitaţie corespunzător acestor valori ale tensiunii este situat mult peste valoarea cîmpului de saturaţie. Acest fapt a fost stabilit prin ridicarea la osciloscop a curbei de magnetizare. Ca şi în cazul celorlalte modulatoare magnetice şi în acesta, modulatorul a fost conectat la ieşire atît pe rezistenţă de sarcină de valoare ridicată, cît şi pe rezistenţă de sarcină de valoare redusă.

În primul caz încrcările au fost efectuate legînd la ieşirea modulatorului o rezistenţă activă; mărimile de ieşire U_2 şi U_2' au fost măsurate sub forma de cădere de tensiune pe această rezistenţă, cu ajutorul voltmetrului electrostatic. Caracteristicile rezistenţei de sarcină sînt: tip D.V.T., $R = 25\,k\Omega$, $I = 30$ mA, clasă de precizie 0,2 (de fabricaţie sovietică).

În cel de-al doilea caz încercările au fost efectuate legînd înfăşurarea de ieşire direct pe miliampermetrul cu redresor, cu care ocazie au fost măsurate mărimile I_2 şi I_2'. Rezistenţa interioară a miliampermetrului pe cele două scări este de aproximativ 167 şi respectiv 67 Ω.

Din tabelul 5 rezultă că şi în cazul modulatorului magnetic avînd circuitul magnetic confecţionat din material cu proprietăţi magnetice superioare se manifestă fenomenul de histerezis în mod diferit: pentru

sarcini de valori mici, cînd cîmpul de reacţie este intens, fenomenul de histerezis se manifestă normal, curba mărimii de ieşire la creşterea cîmpului continuu fiind situată deasupra aceleiaşi curbe obţinute la micşorarea cîmpului continuu; se obţine situaţia inversă cînd rezistenţa de sarcină este de valoare ridicată. Valorile ridicate ale cîmpului de excitaţie la care s-a lucrat determină în mărimea de ieşire numai erori negative (cînd a fost măsurată mărimea de ieşire U_2). Măsurînd mărimea de ieşire cu voltmetrul care permite măsurarea tensiunilor mici (voltmetru cu redresor), la valori reduse ale cîmpului de excitaţie a fost găsită situaţia cunoscută din literatură, cînd fenomenul de histerezis se manifestă normal.

În tabelul 6 sînt date rezultatele obţinute cînd mărimea de ieşire a fost măsurată cu voltmetrul cu redresor, în condiţiile aceloraşi încercări, ale căror rezultate sînt date în tabelul 5. Din aceste încercări se desprind aceleaşi concluzii ca şi în cazul precedent.

Menţionăm faptul că valorile mărimilor de ieşire cuprinse în tabelele 5 şi 6 reprezintă media aritmetică a şase măsurători efectuate în aceleaşi condiţii de lucru.

Tabelul 5

I_c	H_c	$U = 40$ V			$U = 60$ V					
		U_2	U'_2	u_2	U_2	U'_2	u_2	I_2	I'_2	i_2
mA	mOe	V	V	%	V	V	%	mA	mA	%
12	378				30,6	30,7	+ 0,33	2,006	2,006	0
14	440	31,0	31,0	0	35,0	34,95	— 0,01	2,306	2,304	— 0,087
18	566	36,2	36,0	— 0,55	43,4	43,6	+ 0,46	2,924	2,920	— 0,13
22	691	40,6	40,3	— 0,73	52,2	51,6	— 1,1	3,324	3,324	0
26	817	45,03	44,6	— 0,96	60,1	59,6	— 0,83	4,166	4,172	+ 0,15
30	914	48,65	48,3	— 0,72	68,3	67,5	— 1,18	4,82	4,836	+ 0,33
32	1 040	51,25	50,8	— 0,88	71,7	71,2	— 0,7	5,160	5,202	+ 0,80
40	1 260	59,40	58,6	— 1,35	87,2	86,3	— 1,03	6,75	6,83	+ 1,00
45	1 415	65,15	63,7	— 2,2	96,1	95,0	— 1,15	7,78	7,83	+ 0,63
50	1 570	70,0	68,6	— 2,0	103,8	102,8	— 1,06	8,83	8,91	+ 0,90
55	1 725	75,03	73,6	— 1,9	111,1	110,0	— 0,92	9,86	10,01	+ 1,50
60	1 885	79,00	78,2	— 1,0	118,0	116,7	— 1,1	10,85	10,97	+ 1,10
70	2 200	88,00	86,45	— 1,75	130,2	128,3	— 1,45	12,80	12,98	+ 1,40
80	2 520	94,80	93,40	— 1,5	140,1	138,3	— 1,28	14,87	14,95	+ 0,53
90	2 820	100,07	99,1	— 0,97	149,0	147,7	— 0,89	16,80	16,86	+ 0,35
100	3 140	105,2	103,8	— 1,32				18,78	18,80	+ 0,10
110	3 460	110,8	109,3	— 1,35				20,87	20,83	— 0,14
120	3 780	113,9	112,3	— 1,40				22,80	22,70	— 0,44
130	4 090	117,5	116,3	— 1,03				24,68	24,62	— 0,30
140	4 400	120,8	119,0	— 1,5				26,62	26,57	— 0,19
150	4 710	123,6	122,1	— 1,22				28,68	28,60	— 0,28
160	5 040	126,3	124,9	— 1,1				30,35	30,25	— 0,33

Dacă se urmăresc pe caracteristica de magnetizare valorile cîmpului alternativ pentru care are loc schimbarea semnului erorii ($a_2[\%] < 0$), se constată că aceasta are loc la valori mult mai mari decît în cazul modulatoarelor cu miezul din oţel electrotehnic.

BUDAPESTI MŰSZAKI KÖZPONTI KÖNYVTÁR 1848

Tabelul 6

I_c	H_c	$U = 40$ V			$U = 60$ V		
mA	mOe	U_2 V	U'_2 V	u_2 %	U_2 V	U'_2 V	u_2 %
12	378				29,5	29,5	0
14	440	30,0	30,0	0	33,50	33,5	0
18	566	35,1	35,0	−0,28	42,50	42,75	+0,59
22	691	40,0	39,9	−0,25	51,5	51,0	−0,97
26	817	44,75	44,0	−1,5	59,0	58,2	−1,35
30	914	48,25	47,9	−0,72	67	65,7	−1,90
32	1 040	50,40	50,0	−0,8	70,1	69,45	−0,80
40	1 260	57,75	57,50	−0,43	84,5	83,2	−1,53
45	1 415	62,5	62,1	−0,64	92,5	91,7	−0,87
50	1 570	67,5	67,0	−0,74	100,0	99,50	−0,5
55	1 725	72,5	72,0	−0,7	107,5	107,0	−0,47
60	1 185	77,0	76,0	−1,3	115,0	113,0	−1,70
70	2 200	85,5	83,8	−2,0	127,5	125,5	−1,55
80	2 520	92,4	90,75	−1,8	138,0	136,5	−1,10
90	2 820	98,8	96,70	−2,1	147,0	145,5	−1,0
100	3 140	104,0	102,2	−1,7			
110	3 460	109,0	107,3	−1,56			
120	3 780	113,0	111,5	−1,32			
130	4 090	117,2	115,5	−1,45			
140	4 400	120,5	119,1	−1,15			
150	4 710	124,0	122,5	−1,20			
160	5 040	127,0	125,0	−1,55			

4. Concluzii

Din rezultatele experimentale obţinute pe cele cinci modulatoare magnetice utilizate s-a ajuns la următoarele concluzii:

a) Spre deosebire de amplificatorul magnetic cu ieşire la frecvenţa cîmpului de excitaţie, în cazul modulatorului magnetic îndepărtarea sau limitarea fenomenului de histerezis din mărimea de ieşire depinde, în afară de amplitudinea cîmpului de excitaţie H_p, şi de valoarea cîmpului H_m determinat de curentul de sarcină, a cărui frecvenţă este un multiplu par al frecvenţei cîmpului de excitaţie.

b) În cazul cînd acest cîmp lipseşte (rezistenţă de sarcină infinită) sau este redus, apare o răsturnare a fenomenului de histerezis în mărimea de ieşire, în sensul că curba de variaţie a acestuia la creşterea cîmpului continuu este situată deasupra aceleiaşi curbe, dar la micşorarea cîmpului continuu; eroarea introdusă este negativă ($a_2[\%]<0$).

c) Această răsturnare a fenomenului de histerezis clasic apare pentru orice tip de modulator magnetic (cu miez dublu sau toroidal) din fier electrotehnic şi mumetal, pentru orice condiţii de măsurare a mărimii de ieşire (dispoziţia înfăşurărilor, absenţa sau prezenţa cîmpului de excitaţie în timpul variaţiei cîmpului continuu, cu sau fără timp de repaus între două încercări consecutive etc.).

d) Pentru valori reduse ale cîmpului de excitaţie şi aceleaşi valori ale cîmpului de la intrare, fenomenul de histerezis se manifestă normal şi numai începînd de la anumite valori ale cîmpului alternativ apare răsturnarea fenomenului de histerezis. Pentru aceeaşi valoare a cîmpului de excitaţie se constată că la creşterea cîmpului continuu erorile pozitive introduse de fenomenul de histerezis se micşorează, pentru anumite valori ale acestuia se anulează, iar pentru o altă gamă de valori corespunde un fenomen de histerezis răsturnat faţă de cel normal ($a_2[\%]<0$).

e) De aici rezultă că în cazul modulatorului magnetic nu poate fi vorba de un anumit cîmp alternativ H_p pentru care se înlătură complet sau se reduc pînă la o anumită valoare consecinţele fenomenului de histerezis din mărimea de ieşire, pentru orice valoare a cîmpului continuu.

f) Valoarea cîmpului de excitaţie H_p pentru care $a_2[\%]<0$ este situată în general deasupra valorii corespunzătoare permeabilităţii maxime şi este mult mai mare în cazul modulatorului cu miezul din mumetal.

g) Cu micşorarea rezistenţei de sarcină, dată fiind existenţa unui cîmp suplimentar H_m determinat de armonicele pare, erorile negative introduse de fenomenul de histerezis răsturnat se micşorează şi începînd de la o anumită valoare a cîmpului H_m această situaţie nu mai apare.

h) Valorile cîmpului de reacţie H_m pentru care nu mai apare răsturnarea ciclului clasic de histerezis, depind de cîmpul de excitaţie H_p; pentru valori ale acestuia situate in jurul cîmpului corespunzător permeabilităţii maxime ($H_p = 1...10$ Oe), acest cîmp H_m este de circa 0,3...0,4 Oe.

i) Valorile maxime pozitive ale diferenţelor relative ($a_2[\%]>0$) sînt de aproximativ 10...15% şi depind numai de amplitudinea cîmpului de excitaţie H_p şi anume scad cu creşterea acestuia, în timp ce valorile maxime negative ($a_2[\%]<0$) sînt de aproximativ 4...6% şi depind în afară de cîmpul de excitaţie şi de cîmpul de reacţie H_m.

j) Influenţa cîmpului de reacţie H_m se face simţită asupra modului în care se manifestă fenomenul de histerezis, pentru valori ale acestuia determinate chiar de consumul aparatelor cu care se efectuează măsurarea mărimii de ieşire. Ca urmare, măsurînd mărimea de ieşire cu aparate cu consum diferit, în rest condiţiile fiind identice, fenomenul de histerezis poate să se manifeste în mod normal ($a_2[\%]>0$), să nu apară ($a_2[\%]=0$) sau să apară ca histerezis răsturnat ($a_2[\%]<0$).

k) Asupra modului de manifestare a fenomenului histerezis răsturnat în mărimea de ieşire, în cazul modulatorului magnetic influenţează în afară de rezistenţa de sarcină şi volumul circuitului magnetic al modulatorului.

l) Pentru acelaşi cîmp de excitaţie H_p şi pentru acelaşi cîmp de reacţie H_m, cu cît volumul circuitului magnetic este mai mic cu atît diferenţele relative negative sînt mai mici.

m) Pentru modulatorul magnetic de volum redus, chiar la valorile cîmpului de reacţie H_m determinate de consumul aparatului de măsură, diferenţele relative negative sînt practic neglijabile.

n) Pentru modulatorul de volum mare, la valori mari ale cîmpului de reacţie ($H_m = 0,2...0,4$ Oe) diferenţele relative sînt totdeauna pozitive şi la anumite valori ale cîmpului de excitaţie ele se anulează sau sînt negative.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de utilizări

BIBLIOGRAFIE

1. Розенблатт М. А., *Магнитные усилители.* Т. **I—II**, Изд. Сов. Радио, М., 1960.
2. Гейгер В. А., *Схемы магнитных усилителей.* ГЕИ, М.—Л., 1959.
3. Сторм Г. Ф., *Магнитные усилители.* ИИЛ, М., 1957, (trad. din l. engleză).
4. Бессонов Л. А., *Автоколебания в электрических цепях со сталью.* ГЕИ, М.—Л., 1958, стр. 130—137.
5. Williams F. C., Noble S. W., Proc. I. E. E., 1950, **97,** Part **II,** pp. 445—459.
6. Frost-Smith E. H., Proc. I. E. E., 1953, **100,** Part **II,** pp. 362—375.
7. Noble S. W., Boxandall P. J., Proc. I. E. E., 1952, **99,** Part **II,** *70,* pp. 327—348.
8. Gale H. M., Atkinson P. D., Proc. I. E. E., 1949, **96,** Part **II,** *51,* pp. 339—354.
9. Розенблатт М. А., Радиотехн., 1956, **XI,** *8,* стр. 36 - 51.
10. Дай Тзы-син, Автом. и телемех., 1961, **XXII,** *6,* стр. 787—794.

EXPERIMENTAL CONTRIBUTIONS ABOUT THE SERVICE AS MEASURE ELEMENT OF MAGNETIC AMPLIFYERS WITH DOUBLE FREQUENCY OUTPUT

(Summary)

Studying the errors introduced by hysteresis in magnetic modulators with double frequency output the Author concluded:

1. At high values of the excitation field, the hysteresis appears inversed, introducing negative errors in the output entity (fig. 5 and 8).

2. The negative errors are greater when the excitation field is greater, that is when his penetration depth is greater.

3. At the same value of the excitation field, the hysteresis appears in inversed manner for a little value of the reaction field, determined by the par current harmonics. In high reaction fields, the hysteresis appears normaly — the errors are positive (fig. 10).

4. The course of hysteresis in magnetical modulators depends of the volum of the magnetic circuit, for the sames values of the excitation and reaction fields. For a big volume of the magnetic circuit, the hysteresis appears inversed (negative errors), but for small volume the hysteresis is normal — the errors are positive (tables 3 and 4).

5. In the general case, the consequences of hysteresis in magnetical modulators can not be eliminated, but they can be reduced, by choosing in corresponding manner the metioned parameters.

6. The complete elimination of hysteresis in the output entity of the magnetic modulator represents a particular case in his functionning.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 621.3.016.35

STABILIREA FUNCŢIEI DE TRANSFER A SISTEMULUI DE URMĂRIRE PENTRU MAŞINII DE COPIAT

DE

ANDREI NICOLAIDE

1. Introducere

Aplicarea în industrie pe scară tot mai largă a maşinilor de copiat cu sistem de urmărire electronic sau tranzistorizat, presupune studierea funcţiilor de transfer ale sistemelor de urmărire.

Sistemele de urmărire ale maşinilor de copiat [1] sînt însă destul de complexe şi de aceea se ajunge la scheme structurale care de multe ori nu sînt deloc simple.

Stabilirea funcţiei de transfer pornind de la o schemă structurală se face utilizînd regulile generale de scriere a funcţiei de transfer a elementelor legate în serie, în paralel, sau cu legătură inversă [1]...[4].

Situaţiile dificile de stabilire a funcţiei de transfer, care pot apare la o anumită conexiune a elementelor schemei, pot fi evitate printr-o legare echivalentă, dar mai simplă pentru calcule.

În cele ce urmează se va examina cazul sistemului de urmărire electronic al unei maşini de copiat prin frezare şi se va arăta modul în care aranjarea convenabilă a elementelor schemei structurale poate conduce uşor la stabilirea funcţiei de transfer. Cele expuse mai jos se pot aplica şi în alte cazuri similare.

2. Schema de principiu şi modul de funcţionare al unui sistem electronic de urmărire pentru maşini de copiat

Schema de principiu a sistemului considerat [1] este reprezentată în fig. 1, unde: *1* — şablon, *2* — piesă de prelucrat, *3* — camă de copiere, *4* — freză, *5* — traductor inductiv de deplasare, *5* — reductor.

Modul de funcţionare este următorul. Traductorul de deplasare transformă abaterea camei *3* faţă de poziţia de repaus, în tensiunea U_s, care este aplicată la intrarea amplificatorului electronic prin transformatorul T_r. Cama de copiere este legată rigid de freză şi datorită acestui fapt tensiunea U_s caracterizează abaterea profilului suprafeţei care se prelucrează faţă de şablonul dat; această abatere a sistemului de urmărire o vom nota cu δ. Amplitudinea tensiunii U_s indică mărimea, iar faza — semnul abaterii.

Amplificatorul căruia i s-a aplicat tensiunea U_s conţine dubla triodă L_1. Această triodă lucrează în regim de redresor sensibil la fază şi exceptînd amplificarea tensiunii U_s, produce semnalul de comandă al sistemului.

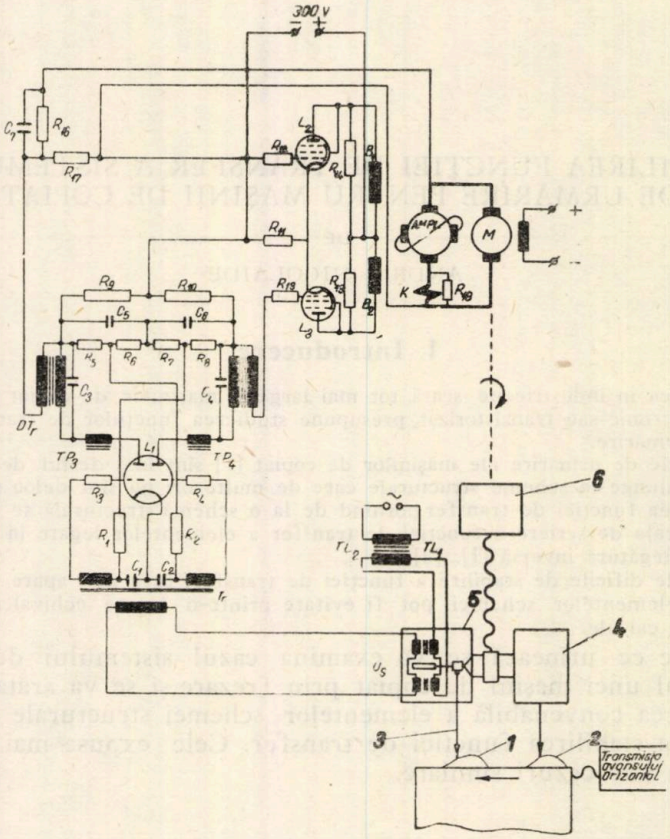


Fig. 1. — Schema de principiu a sistemului de urmărire al unei maşini de copiat prin frezare.

Tensiunea de ieşire din acest amplificator conţine, în afara componentei proporţionale cu abaterea, şi componente proporţionale cu derivata şi integrala în raport cu timpul a abaterii δ, deci $p\delta$ şi δ/p. Semnalul proporţional cu $p\delta$ se obţine cu ajutorul transformatorului de diferenţiere DT_r, a cărui bobină primară este conectată în circuitul anodic al triodei L_1, iar bobina secundară în circuitele de grilă ale tuburilor L_2 şi L_3. Semnalul proporţional cu integrala abaterii este produs la intrarea amplificatorului cu ajutorul circuitelor $R_1 C_1$ şi $R_2 C_2$, care împreună cu trioda L_1 constituie un element de integrare activ. Condensatoarele $C_3 \ldots C_6$ servesc la filtrarea componentei alternative a semnalului.

Amplificatorul electronic de ieșire este un amplificator de curent continuu și conține tuburile L_2 și L_3. În circuitele anodice ale tuburilor L_2 și L_3 sînt conectate bobinele de comandă B_1 și B_2 ale amplidinei, care alimentează motorul de curent continuu M, de acționare. Motorul are excitație independentă. Bobinele B_1 și B_2 sînt conectate astfel încît tensiunile lor magnetomotoare să fie în opoziție. În absența semnalului la intrarea amplificatorului (abatere nulă), curenții din bobinele de comandă ale amplidinei fiind egali, t. m. m. rezultantă este nulă.

În sistemul de urmărire pe care îl examinăm există o reacție negativă de tensiune, realizată cu ajutorul circuitului constituit din R_{16}, R_{17}, C_7. Rezistența variabilă R_{18}, care șuntează bobina de compensare K, permite să se varieze gradul de compensare al amplidinei.

3. Schema funcțională și schema structurală a sistemului de urmărire

Traductorul T este indicat în schema funcțională ca un element care transformă mărimea de intrare (δ), în mărimea de ieșire (U_s).

Elementul următor al schemei de principiu este amplificatorul electronic de intrare. La construcția schemei funcționale trebuie să apară ambele sale funcții: amplificarea tensiunii U_s și producerea semnalelor de comandă suplimentare proporționale cu derivata și integrala abaterii. Aceasta se poate realiza reprezentînd amplificatorul de intrare prin două elemente succesive: amplificatorul (A-1) și elementul de corectare (EC).

Amplificatorul de ieșire se poate reprezenta printr-un singur element (A-2) împreună cu amplidina. La capetele elementului A-2 este legat elementul RN, care asigură reacția negativă de tensiune.

Ultimul element al schemei funcționale este motorul de acționare împreună cu reductorul mecanic și transmisia elicoidală (M). Reductorul și transmisia elicoidală, exceptînd scăderea vitezei, transformă mișcarea de rotație a motorului în deplasarea de translație a suportului frezei și dispozitivului de copiere, care reprezintă mărimea de ieșire S_e a sistemului. De aceea în ultimul element intervine de asemenea și transmisia elicoidală, reprezentată în schema de principiu separat de reductor.

Schema funcțională a sistemului de urmărire al mașinii de copiat este dată în fig. 2.

Schemei funcționale din fig. 2 (reprezentarea bloc) îi corespunde schema structurală din fig. 3, unde sînt puse în evidență funcțiile de transfer.

Funcțiile de transfer din fig. 3 corespund elementelor din schema funcțională din fig. 2, anume: $W_1(p)$ — funcția de transfer a traductorului (T din fig. 2), $W_2(p)$ — funcția de transfer a primului etaj de amplificare (A-1 din fig. 2) care conține tubul dublă triodă 6H7 (fig. 1), $W_3(p)$ — funcția de transfer a sistemului de corectare $C.E.$ din fig. 2, $W_4(p)$ — funcția de transfer a ansamblului: etaj final de amplificare electronic (cu tuburile 6Ф6 din fig. 1) și primul etaj de amplificare al amplidinei (etajul conținînd excitația și circuitul transversal

ale amplidinei), $W_5(p)$ — funcţia de transfer a ansamblului: al doilea etaj de amplificare al amplidinei (care conţine circuitul longitudinal) motorul, reductorul şi transmisia elicoidală, $W_6(p)$ — funcţia de transfer corespunzătoare frezei, $W_7(p)$ — funcţia de transfer corespunzătoare reacţiei negative (de la bornele de ieşire ale amplidinei la intrarea ultimului etaj electronic de amplificare).

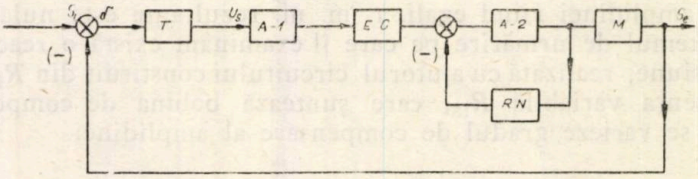


Fig. 2. — Schema funcţională a sistemului de urmărire.

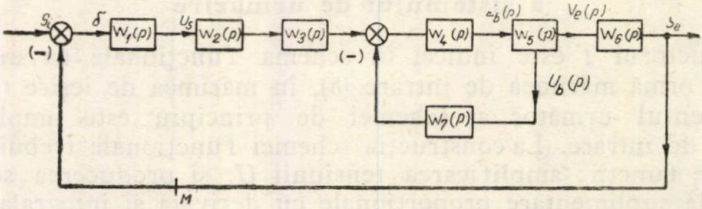


Fig. 3. — Schema structurală a sistemului reprezentat în fig. 2.

Deoarece mărimea de intrare a elementului *RN* (fig. 2), de reacţie negativă, nu este o mărime de ieşire sau una de intrare a elementului cu funcţia de transfer W_5, s-a reprezentat ca în fig. 3 legătura de intrare a elementului *RN*. Legătura de ieşire a elementului de reacţie *RN* se realizează simplu, ca în fig. 3.

În general

$$W(p) = X_e/X_i, \tag{1}$$

unde $W(p)$ — funcţia de transfer a unui element oarecare, iar X_e şi X_i — respectiv mărimile de ieşire şi intrare ale acelui element.

4. Stabilirea expresiei funcţiilor de transfer ale elementelor schemei [1]

a) $W_1(p)$ corespunde sistemului traductor (T) şi este de forma

$$W_1(p) = k_c, \tag{2}$$

unde k_c — coeficientul dispozitivului de copiere (V/mm).

b)
$$W_2(p) = k_{a1}, \tag{3}$$

unde k_{a1} — factorul de amplificare al primului etaj de amplificare electronic.

c) $W_3(p)$ corespunde elementului de corectare indicat în fig. 4. Notăm: k_d — coeficientul elementului de diferențiere (s); k_i — coeficientul elementului de integrare (1/s).

Ținînd seama de fig. 4 rezultă că se poate scrie

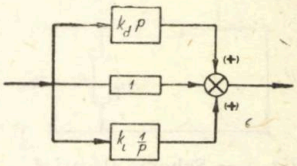


Fig. 4. — Elementul de corectare și legătura cu etajul următor de amplificare (elementul EC din fig. 2).

$$W_3(p) = 1 + k_d p + k_i/p = (k_d p^2 + p + k_i)/p. \tag{4}$$

d) Funcția de transfer a ansamblului amplificator electronic de ieșire și primul etaj de amplificare al amplidinei este:

$$W_4(p) = k_{a2}/(1 + T_q p), \tag{5}$$

unde: k_{a2} — factorul de amplificare al etajului electronic final de amplificare și al primului etaj al amplidinei; T_q — constanta de timp transversală a amplidinei (s).

e) Funcția de transfer a motorului și a celui de al doilea etaj de amplificare al amplidinei este:

$$W_5(p) = [1/(C_e Q)]/(1 + T_M p), \tag{6}$$

unde: C_e — coeficientul care reprezintă raportul dintre tensiunea la bornele indusului și viteza de rotație stabilizată (V/(rad/s)), Q — coeficientul de transfer al reductorului împreună cu transmisia elicoidală (rad/mm), T_M — constanta electromecanică de timp a motorului de acționare, ținînd seama și de rezistența circuitului longitudinal al amplidinei (s).

f) Elementul corespunzător lui $W_6(p)$ are drept mărime de intrare viteza V_e a frezei și drept mărime de ieșire deplasarea $S_e(p)$ a aceleiași freze. Funcția de transfer corespunzătoare va fi aceea a unui element integrator și anume:

$$W_6(p) = 1/p. \tag{7}$$

g) Funcția de transfer a elementului de reacție negativă se poate stabili folosind schema electrică a elementului respectiv, care este dată în fig. 5.

Deoarece se presupune că impedanța de ieșire este infinită avem:

$$U_e = R_2 i_2(p), \tag{8}$$

$$i_2(p) = U_i/[Z_1(p) + R_2], \tag{9}$$

$$U_e = \{R_2/[Z_1(p) + R_2]\}\, U_i = \left(R_2/\{1/[(1/R_1 + pC)] + R_2\}\right) U_i =$$

$$= \{R_2(1/R_1 + pC)/[1 + R_2(1/R_1 + pC)]\}\, U_i;$$

deci:

$$U_e(p)/U_i(p) = \{(R_2/R_1)[R_1/(R_1 + R_2)] + \tag{10}$$

$$+ [R_1 R_2/(R_1 + R_2)]\, pC\}/\{1 + [R_1 R_2/(R_1 + R_2)]\, pC\}.$$

Notăm

$$R_1 R_2/(R_1 + R_2) = R_0, \tag{11}$$

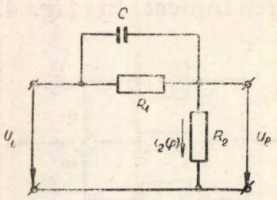


Fig. 5. — Schema electrică a elementului de reacţie negativă.

(12) $$R_0 C = T_0,$$

(13) $$R_0/R_1 = k_0,$$

deci

(14) $$U_e(p)/U_i(p) = (k_0 + T_0 p)/(1 + T_0 p).$$

Rezultă

(15) $$W_7(p) = (k_0 + T_0 p)/(1 + T_0 p).$$

unde: k_0 — coeficientul de transfer al circuitului din fig. 5, care este un circuit de stabilizare, T_0 — constanta de timp a aceluiaşi circuit.

5. Funcţia de transfer a sistemului deschis

a) *Primul mod de stabilire a expresiei funcţiei de transfer.* Se va prezenta, cu unele simplificări, metoda dată în [1]. Presupunem sistemul deschis, deci cu legătura întreruptă în punctul M (fig. 3).

Pentru a putea efectua calculele utilizînd schema structurală este necesar să se mute legătura de intrare a elementului *7* din fig. 3. Pentru a muta legătura de intrare a elementului *7* este necesar să se introducă în serie cu elementul *7* un element *8*, astfel că în urma acestei transformări mărimile de intrare şi de ieşire pentru toate elementele din fig. 3, să rămînă neschimbate. Se obţine astfel schema structurală a sistemului, dată în fig. 6.

Mărimea de intrare la elementul de reacţie este tensiunea la bornele amplidinei şi este dată de expresia

(16) $$U_b = E_b - R_b I_b(p),$$

unde: $I_b(p)$ — curentul din circuitul longitudinal al amplidinei (acelaşi curent circulă şi prin circuitul indusului motorului de avans al frezei), $E_b(p)$ — t.e.m. indusă în circuitul longitudinal al amplidinei, $U_b(p)$ — tensiunea la bornele amplidinei, R_b — rezistenţa circuitului longitudinal al amplidinei.

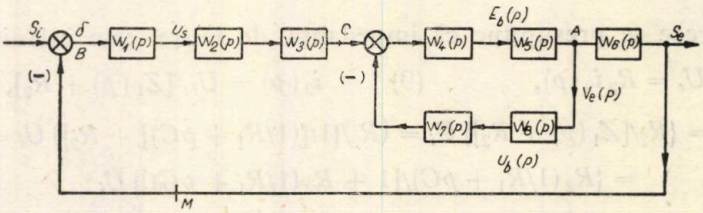


Fig. 6. — Schema structurală a sistemului din fig. 3 după mutarea legăturii de intrare a elementului *7* în *A*.

Dacă se neglijează cuplul rezistent al motorului, se poate scrie pentru cuplul dezvoltat de motor, relaţia:

(17) $$M = C_M I_b(p) = \mathcal{J} p \Omega(p),$$

unde s-a notat: M — cuplul motor, Ω — viteza unghiulară de rotație (rad/s), $\mathcal{J}$ — momentul de inerție al motorului cu considerarea masei în mișcare de translație a suportului (kgm^2), C_M — coeficientul de transfer de cuplu al motorului.

De asemenea s-a notat cu: V_e — viteza de deplasare a frezei (mm/s), S_e — deplasarea frezei (mm).

Avem:

(18) $$\Omega = QV_e\,, \qquad (19)\quad I_b(p) = (\mathcal{J}Q/C_M)\,pV_e(p),$$

și

(20) $$U_b(p) = E_b(p) - (R_b\,\mathcal{J}Q/C_M)\,pV_e(p).$$

Dar se poate scrie:

(21) $$(R_b\,\mathcal{J}Q/C_M)\,pV_e(p) = (R_b\,C_e\,QT_M p/R_e)\,V_e(p),$$

unde s-a notat:

(22) $$R_e = R_b + R_M;$$

R_M — rezistența circuitului indusului motorului, $T_M = \mathcal{J}R_e/(C_eC_M)$ — constanta electromecanică de timp corespunzătoare circuitului indusului motorului.

Deci

(23) $$U_b(p) = E_b(p) - [R_b\,C_e\,QT_M/R_e]\,pV_e(p).$$

Notăm

(24) $$Z_0 = (R_b\,C_e\,QT_M/R_e)\,p;$$

rezultă că se poate scrie:

(25) $$U_b(p) = E_b(p) - Z_0(p)\,V_e(p).$$

Dar pentru elementul 5 avem:

(26) $$V_e(p)/E_b(p) = W_5(p);$$

deci se poate scrie

(27) $$U_b(p) = [1/W_5(p) - Z_0(p)]\,V_e(p).$$

Rezultă că funcția de transfer a elementului 8 din fig. 6 este:

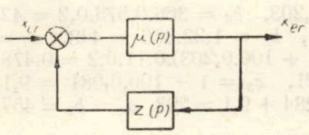


Fig. 7. — Element cu reacție negativă.

(28) $$W_8(p) = U_b(p)/V_e(p) = 1/W_5(p) - Z_0(p) = \\ = (1 + T_M p)/[1/(C_e\,Q)] - (R_b/R_e)C_e\,QT_M p;$$

sau punînd

(29) $$\gamma = R_M/R_e\,,$$

(30) $$W_8(p) = (1 + \gamma T_M p)\,C_e\,Q.$$

Funcția de transfer a elementelor legate în serie este:

$$W'(p) = W_1(p)\,W_2(p)\,W_3(p)\,W_6(p).$$

Funcţia de transfer a unui element cu reacţie (fig. 7) este:

$$W_r(p) = X_{er}/X_{ir} = \mu(p)/[1 + \mu(p) Z(p)]. \tag{31}$$

Funcţia de transfer a părţii sistemului cuprinsă între A şi C (fig. 6) este:

$$W''(p) = W_4(p)\, W_5(p)/[1 + W_4(p)\, W_5(p)\, W_7(p)\, W_8(p)]. \tag{32}$$

Funcţia de transfer a sistemului deschis este:

$$W_d(p) = W'(p)\, W''(p) = \tag{33}$$
$$= W_1(p)\, W_2(p)\, W_3(p)\, W_4(p)\, W_5(p)\, W_6(p)/[1 + W_4(p)\, W_5(p)\, W_7(p)\, W_8(p)],$$

deci:

$$W_d(p) = \tag{34}$$
$$= \frac{k_c k_{a1} (1/p)(k_d p^2 + p + k_i)[k_{a2}/(1 + T_q p)]\{[1/(C_e Q)]/(1 + T_M p)\}(1/p)}{1 + [k_{a_3}/(1 + T_q p)]\{[1/C_e(Q)]/(1 + T_M p)\}[(k_0 + T_0 p)/(1 + T_0 p)](1 + \gamma T_M p)\, C_e Q};$$

sau

$$W_d(p) = B(p)/C(p) = (b_0 p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3)/[(c_0 p^3 + c_1 p^2 + c_2 p + c_3) p^2], \tag{35}$$

unde:

$$b_0 = Dk_d\, T_0,\ b_1 = D(k_d + T_0),\ b_2 = D(1 + k_i T_0),\ b_3 = Dk_i,\ c_0 = T_q\, T_M\, T_0,$$
$$c_1 = T_q\, T_M + T_q\, T_0 + (1 + k_{a2}\gamma)\, T_M\, T_0,$$
$$c_2 = T_q + T_M + (1 + k_{a2})\, T_0 + k_{a2} k_0 \gamma T_M,\ c_3 = 1 + k_{a2} k_0,\ D = k_c\, k_{a1}\, k_{a2}/(C_e\, Q).$$

Funcţia de transfer a sistemului de urmărire închis pentru mărimea de ieşire, respectiv pentru eroare, $\delta = S_i - S_e$, este:

$$S_e(p)/S_i(p) = B(p)/[B(p) + C(p)] = \tag{36}$$
$$= (b_0 p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3)/(a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5);$$

$$\delta(p)/S_i(p) = C(p)/[B(p) + C(p)] = \tag{37}$$
$$= [(c_0 p^3 + c_1 p^2 + c_2 p + c_3)/(a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + a_3 p^2 + a_4 p + a_5)] p^2,$$

unde:

$$a_0 = c_0,\ a_1 = c_1,\ a_2 = b_0 + c_2,\ a_3 = b_1 + c_3,\ a_4 = b_2,\ a_5 = b_3.$$

Pentru un caz real al unei maşini de copiat prin frecare se dau [1]:

$D = 10.9,6.100/(1.26,2) = 366\ (1/s)$, $\gamma = 1,4/(5,5 + 2,4) = 0,203$, $b_0 = 366.0,573.0,2 = 42$, $b_1 = 366.(0,573 + 0,2) = 284$, $b_2 = 366\ (1 + 1,22.0,2) = 457$, $b_3 = 1,22.366 = 448$, $c_0 = 0,032.0,11.0,2 = 0,000704$, $c_1 = 0,032.0,11 + 0,032.0,2 + (1 + 100.0,203).0,11.0,2 = 0,478$, $c_2 = 0,032 + 0,11 + (1 + 100).0,2 + 100.0,081.0,203.0,11 = 21$, $c_3 = 1 + 100.0,081 = 9,1$, $a_0 = c_0 = 0,000704$, $a_1 = c_1 = 0,478$, $a_2 = 42 + 21 = 63$, $a_3 = 284 + 9,1 = 293$, $a_4 = b_2 = 457$, $a_5 = b_3 = 448$.

Înlocuind în expresiile (35), (36), (37), se obţine:

$$W(p) = (42 p^3 + 284 p^2 + 457 p + 448)/(0,000704 p^3 + 0,478 p^2 + 21 p + 9,1) p^2;$$
$$S_e(p)/S_i(p) = (42 p^3 + 284 p^2 + 457 p + 448)/(0,000704 p^5 + 0,478 p^4 + 63 p^3 + 293 p^2 + 457 p + 448);$$
$$\delta(p)/S_i(p) = [(0,000704 p^3 + 0,478 p^2 + 21 p + 9,1)/(0,000704 p^5 + 0,478 p^4 + 63 p^3 + 293 p^2 + 457 p + 448)] p^2.$$

b) *Al doilea mod de stabilire a expresiei funcției de transfer.* Se va arăta în continuare un mod de stabilire a funcției de transfer în care se evită apariția legăturilor de tipul celei de intrare a elementului 7 din fig. 3. În acest caz nu mai este necesar să se recurgă la deplasarea legăturii de intrare a elementului de reacție.

Pentru aceasta vom introduce în locul elementului 5 din fig. 3, două elemente având funcțiile de transfer $W_{5'}(p)$ și $W_{5''}(p)$, respectiv. Primul element (5') corespunde etajului de amplificare longitudinal al amplidinei, iar cel de al doilea (5'') corespunde motorului. Această situație concordă de altfel și cu aspectul fizic real.

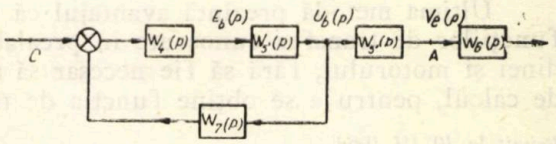


Fig. 8. — Schema structurală a porțiunii dintre punctele A și C cu amplidina și motorul introduse prin elemente distincte.

Porțiunea din schema structurală dintre punctele C și A ia forma indicată în fig. 8.

Funcția de transfer a elementului 5' este

$$W_{5'}(p) = U_b(p)/E_b(p).$$

Din relațiile (25), (26), rezultă

$$U_b(p)/E_b(p) = 1 - Z_0(p)\, W_5(p),$$

sau ținînd seama de relațiile (24) și (6):

$$U_b(p)/E_b(p) = 1 - (R_b/R_e)\,[T_M/(1 + T_M p)],$$

deci

$$W_{5'}(p) = 1 - (R_b/R_e)\,[p\, T_M/(1 + T_M p)] =$$
$$= (R_e + R_M p\, T_M)/[R_e\,(1 + T_M p)] = (1 + \gamma\, T_M p)(1 + T/_M p).$$

Funcția de transfer a elementului 5'' este

$$W_{5''}(p) = V_e(p)/U_b(p).$$

Ținînd seama de expresia (27) rezultă

$$1/W_{5''}(p) = 1/W_5(p) - Z_0(p) = (1 + \gamma\, T_M p)\, C_e\, Q = W_8(p).$$

Funcția de transfer a porțiunii dintre C și A, este conform fig. 8:

$$W''(p) = \{W_4(p)\, W_{5'}(p)/[1 + W_4(p)\, W_{5'}(p)\, W_7(p)]\}\, W_{5''}(p) =$$
$$= \frac{W_4(p)\,[(1 + \gamma\, T_M p)/(1 + T_M p)]\,\{[1/(C_e\, Q)]/(1 + \gamma\, T_M p)\}}{1 + W_4(p)\,[(1 + \gamma\, T_M p)/(1 + T_M p)]\, W_7(p)\,[C_e\, Q/(C_e\, Q)]} =$$
$$= \frac{W_4(p)\,[1/(C_e\, Q)]/(1 + T_M p)}{1 + W_4(p)\,\{[1/(C_e\, Q)]/(1 + T_M p)\}\, W_7(p)\,(1 + \gamma\, T_M p)\, C_e\, Q}$$

sau

$$W''(p) = W_4(p)\, W_5(p)/[1 + W_4(p)\, W_5(p)\, W_7(p)\, W_8(p)]$$

şi se regăseşte deci expresia (32) de mai sus.

6. Concluzii

Ultima metodă prezintă avantajul că se pot utiliza direct expresiile funcţiilor de transfer cunoscute în prealabil, în cazul de faţă a amplidinei şi motorului, fără să fie necesar să se recurgă la diferite artificii de calcul, pentru a se obţine funcţia de transfer a sistemului.

Primit la 10 III 1964 *Institutul politehnic, Braşov*

BIBLIOGRAFIE

1. Васильев Д. В., Чюйч В. Г., *Расчет систем автоматического управления.* ГНТИМЛ, М.-Л., 1959.
2. Penescu C., *Automatica şi telemecanica sistemelor energetice.* Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1959.
3. Boţan N., Bejan I., Balaban E., *Curs de acţionări electromecanice şi automatizări.* ESDP, Buc., 1962.
4. Gille J. G., Decaulne P., Pelegrin M., *Théorie et calcul des asservissements.* Dunod, Paris, 1958.

ÉTABLISEMENT DE LA FONCTION DE TRANSFERT DU SYSTÈME D'ASSERVISSEMENT DES MACHINES À COPIER

(Résumé)

L'utilisation de plus en plus fréquente des machines à copier, pourvues d'un système d'asservissement électronique ou transistorisé, suppose l'étude de la fonction de transfert du système asservi.

Les systèmes d'asservissement des machines à copier sont assez complexes ; par conséquent on obtient souvent des schémas fonctionnels relativement compliqués.

Les situations difficiles qu'on peut rencontrer lors de l'établissement de la fonction de transfert pour un certain mode de connexion des éléments du schéma, peuvent être évitées, en adoptant un mode de connexion équivalent, mais plus simple pour les calculs.

On examine le système d'asservissement électronique d'une fraise à copier et on indique que l'adoption d'un schéma équivalent convenable, conduit facilement à l'établissement de la fonction de transfert. Les simplifications exposées dans l'article peuvent être appliquées aussi en d'autres cas.

Explications des figures

Fig. 1. — Schéma de principe du système d'asservissement d'une machine à copier (fraise).
Fig. 2. — Schéma fonctionnelle du système d'asservissement.
Fig. 3. — Schéma de structure du système représenté dans la fig. 2.
Fig. 4. — Élément de correction et de liaison avec l'étage suivant d'amplification (élément *EC* de la fig. 2).
Fig. 5. — Schéma électrique de l'élément à réaction négative.
Fig. 6. — Schéma de structure du système de la fig. 3, après le déplacement de la liaison d'entrée de l'élément *7* en *A*.
Fig. 7. — Élément à réaction négative.
Fig. 8. — Schéma de structure de la portion délimitée par les points *A* et *C*, avec l'amplidyne et le moteur introduites par éléments distincts.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

Д. К. 531.8

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ МЕХАНИЗМОВ С ПОМОЩЬЮ КИНОСЪЕМКИ[1])

И. Н. ПОПОВ

1. В статье предлагается новый метод экспериментального исследования кинематики неустановившегося движения механизмов с помощью киносъемки на примере гальванометрических механизмов.

Неустановившееся движение механических систем в общем случае описываются уравнением вида:

$$I(d^2\varphi/dt^2) + P(d\varphi/dt) + W\varphi = M, \tag{1}$$

где: I — момент инерции подвижной системы, P — коэффициент успокоения, W — удельный противодействующий момент, M — вращающий момент.

Решение этого уравнения, при начальных условиях: $\varphi(0)=0$, $\omega(0)=(0)$, выглядит так:

$$\varphi = \varphi_{ном}\left[1-(1/\sqrt{1-\beta^2})\exp(-\beta\omega_0 t)\sin(\omega_0\sqrt{1-\beta^2}\,t + \arcsin\sqrt{1-\beta^2})\right]. \tag{2}$$

Здесь: $\omega_0 = \sqrt{W/I}$ — угловая частота собственных колебаний, $\varphi_{ном} = M/W$ — номинальный угол отклонения, $\beta = P/(2\sqrt{IW})$ — степень успокоения.

Основной задачей эксперимента является определение постоянных (I, P, W, M), входящих в уравнение (1) с последующим сравнением их с найденными теоретическим путем из следующих рассуждений.

Полагая, что функция времени $\varphi(t)$ определена экспериментально из (2), находим время экстремальных значений

$$t_{экстр} = \pi n/(\omega_0\sqrt{1-\beta^2}), \tag{3}$$

и время, при котором $\varphi = \varphi_{ном}$

$$t_{\varphi=\varphi_{ном}} = (\pi n - \varepsilon)/(\omega_0\sqrt{1-\beta^2}), \quad (n = 1, 2, 3,\ldots), \quad \varepsilon = \arcsin\sqrt{1-\beta^2}. \tag{4}$$

Из (4) имеем:

$$1/(\omega_0\sqrt{1-\beta^2}) = t_{экстр}/(\pi n). \tag{5}$$

---

[1]) Работа выполнена под руководством доцента к. т. н. А. И. Соловьева.

Решая совместно (4) и (5) получим:

$$\varepsilon = \pi n - (t_1/t_2)\,\pi n,$$

где: $t_1 = t_{\varphi=\varphi_{ном}}$, $t_2 = t_{экстр}$.

Тогда

$$B = \cos\varepsilon = (-1)^n \cos[(t_1/t_2)\,\pi n].$$

Из совместного решения (3) и (6) находим

$$\omega_0 = \pi n/\{(-1)^{n+1} t_2 \sin[(t_1/t_2)\,\pi n]\}. \tag{7}$$

Использовав выражение (6) и (7) и выражения входящих в него параметров находим:

$$I = \left(\{t_2^2 \sin^2[(t_1/t_2)\,\pi n]\}/(\pi n)^2\right) W, \tag{8}$$

$$P = \{t_2 \,|\, \sin[2\pi n\,(t_1/t_2)]\,|\,/\,(\pi n)\}\, W. \tag{9}$$

Удельный противодействующий момент W равен:

$$W = M/\varphi_{ном}. \tag{10}$$

2. Для определения I и P по формулам (8) и (9) экспериментально находим время t, отклонения системы от нуля до некоторого номинального значения ($\varphi_{ном}$) и время t_2 колебания системы относительно номинала.

В эксперименте использовался механизм вольтметра М-340 (ГОСТ 1845-52). При измерении напряжения 71 б, указатель прибора перемещался на $\varphi_{ном} = 0{,}394$ рад. Перемещение указателя прибора от нуля до номинального значения и процесс колебания относительно номинала за время успокоения, фиксировался кинокамерой.

Сущность опытов состоит в следующем:

1. Синхронно включался прибор М-340 и кинокамера. Процесс съемки длился до полного успокоения указателя прибора. Опыт повторялся 7 раз.

2. Обрабатывалась кинолента и по ее кадрам, зафиксировавшим положения указателя прибора со скоростью 24 кадра в секунду, строилась таблица угловых перемещений φ в функции времени.

3. По данным таблицы 1 построены графики $\varphi = \varphi(t)$ в масштабе 5:1.

4. Найдены средние, из семи измерений, значения $\varphi(t)$, приведенных в таблице и по этим данным построен экспериментальный график $\varphi(t)$, показанный условной линией.

5. По экспериментальному графику находились время t_1 и t_2 при $n = 1, 2, 3$ и определялись I и P по формулам (8) и (9):

$$I = 0{,}014\,W, \quad P = 0{,}0445\,W, \quad W = 2{,}54M.$$

Таким образом, входящие в (1) постоянные оказываются представленными в виде функций движущего момента M, легко опреде-

ляемого экспериментально. На стрелку прибора подвешивались на различных плечах грузы от 5 до 10 мг и из условия, что разность между моментом двигающим и моментом сопротивления пружины (после включения прибора) в периоде успокоения равна внешнему моменту, находилась величина движущего момента M. Найденное значение подставляется в (10); находится W, входящий в (8) и (9).

Таблица 1

Теоретико-экспериментальные данные для построения кривых $\varphi = \varphi(t)$

Время колебаний сек	Отклонение указателя от нуля рад		
	по теории	по эксперименту	по экспериментально найденным I, P, W, M
0	0	0	0
0,1	0,092	0,128	0,136
0,2	0,310	0,367	0,399
0,3	0,510	0,561	0,565
0,4	0,605	0,605	0,593
0,5	0,585	0,519	0,492
0,6	0,478	0,378	0,383
0,7	0,358	0,293	0,318
0,8	0,273	0,286	0,316
0,9	0,277	0,346	0,351
1	0,327	0,415	0,405
1,1	0,393	0,446	0,435
1,2	0,445	0,449	0,442
1,3	0,465	0,413	0,428
1,4	0,443	0,373	0,398
1,5	0,401	0,360	0,381

Для механизма упомянутого прибора получены следующие экспериментальные данные:

$I = 4{,}05.10^{-3}$ Гсм/сек², $P = 0{,}01282$ Гсм/сек, $W = 0{,}289$ Гсм/рад.

В порядке сравнения эти же параметры найдены теоретическим путем. Заэскизированы, обмерены и взвешены детали подвижной системы прибора и подсчитан приведенный момент инерции $I = 4{,}79.10^{-3}$ Гсм сек² [1].

По формуле

$$P = P_{\text{обм}} + P_k, \tag{11}$$

где $P_{\text{обм}}$ и P_k — коэффициенты успокоения обмотки ($P_{\text{обм}} \approx 0$) и каркаса,

(12) $$P_k = [(Bhb)^2/r_k]\,10^{-9}$$ дин сем сек/рад,

где: B — индукция в зазоре ($B = 1000$ г), h и b — активная высота и ширина рамки ($h = 22$ мм, $b = 18$ мм), r_k — сопротивление каркаса

$$r_k = \varrho\,[2(b + h)/(c\delta)],$$

где: ϱ — удельное сопротивление, c — ширина рамки, δ — толщина каркаса рамки.

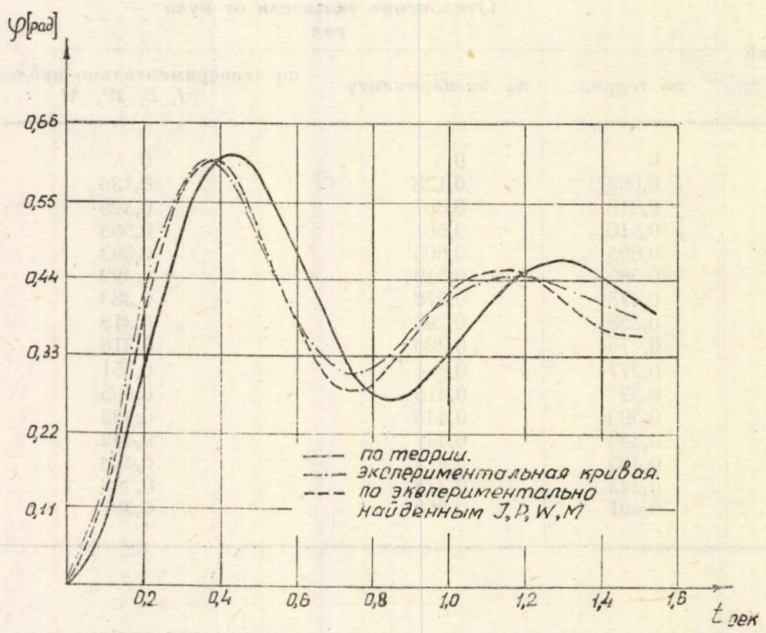


Рис. 1. — Теоретическая и экспериментальная кривые угловых перемещений гальванометрического механизма, в функции времени.

После подстановки имеем

$$r_k = [2(22 + 18)\,10^{-3}/(6.0{,}3)]\,0{,}028 = 1{,}24.10^{-3}\ \Omega,$$

$$P_k = [0{,}1.10^{-4}.2{,}2.1{,}8)^2.0{,}102.10^5/(1{,}24.10^{-3})] = 0{,}0130 \text{ Гсм сек},$$

$$P \approx P_k = 0{,}0130 \text{ Гсм сек},$$

$$W = bh^3 E/(12L).$$

Здесь: E — модуль упругости первого рода, L — выпрямленная длина пружины;

$$W = 2[(11 \cdot 10^3 \cdot 0{,}55 \cdot 0{,}08^3)/(12 \cdot 198)] = 0{,}264 \text{ Гсм/рад}.$$

Экспериментальные и расчетные значения P и W — почти совпадают. Расхождения и значениях момента инерции составляют 15,5%. Через экспериментально найденные значения $I = I(W)$, $P = P(W)$ и $W = W(M)$ определены ω_0 и β, входящие в уравнение (2), с помощью которого построен график $\varphi = \varphi(t)$, представленный на рис. 1 (пунктир).

Рассогласование двух опытных графиков (пунктир и условная линия на рис. 1) объясняется неучтенным, в последнем случае, трениям в опорах и инерционностью пружин. Незначительность рассогласования упомянутых кривых свидетельствует о практической возможности исключения трения в подобных инженерных расчетах.

На этом же рисунке представлена теоретическая кривая $\varphi = \varphi(t)$ (сплошная линия), рассогласование которой с экспериментальными не превышает 28%.

Выводы

1. В работе предлагается новый метод экспериментального исследования колебательных процессов в механизмах и машинах, позволяющий уточнить аналитическое решение задачи.

2. На примере гальванометрических механизмов с высшими удельными нагрузками в опорах на кернах ($\sigma_{см} \leqslant 500$ кГ/мм²), доказана практическая возможность пренебрежения трением в динамических расчетах определенной области механизмов.

3. Установлено, что погрешность аналитического метода решения уравнения динамики колебания системы составляет 28%.

Поступило 24 VI 1963 г.

Таганрогский радиотехнический институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. **Соловьев А. И. и др.**, *Расчеты механизмов автоматики, измерительной и счетно-решающей техники.* Изд. ТРТИ, 1961.
2. **Арутюнов В. О.**, *Расчет и конструирование электроизмерительных приборов.* ГЭИ, М.-Л., 1949.

STUDIUL EXPERIMENTAL AL CINEMATICII MECANISMELOR, CU AJUTORUL FILMĂRII

(Rezumat)

Se propune o metodă nouă pentru cercetarea experimentală a proceselor oscilatorii în mecanisme şi maşini, care permite precizarea rezolvării analitice a problemei.

Folosind mecanismele galvanometrice cu sarcini specifice superioare în reazeme la borne ($\sigma_{cM} \leqslant 500$ kg/mm^2), s-a demonstrat posibilitatea practică de a neglija frecarea la calcule dinamice, într-un anumit domeniu de funcţionare a mecanismelor.

Se stabileşte că eroarea metodei analitice în rezolvarea ecuaţiei dinamicii oscilaţiei sistemului este de 28%.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Curbele teoretice şi experimentale ale deplasărilor unghiulare ale unui mecanism galvanometric în funcţie de timp.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C.Z. 621.3.011.3

IMPEDANŢA ÎN CIRCUITE ELECTRICE LINIARE ŞI NELINIARE ÎN REGIM PERMANENT PERIODIC, NESINUSOIDAL

DE

HUGO ROSMAN şi ALFRED BRAIER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Scopul acestei Note este de a aduce unele precizări în privinţa utilizării noţiunii de impedanţă, în sisteme electrice, mecanice ş. a., în regim permanent periodic, nesinusoidal.

Pentru conciziune ne vom referi numai la cazul circuitelor electrice, rezultatele ce se obţin în legătură cu impedanţa mecanică, acustică etc. fiind întru totul similare.

În cele ce urmează vom considera sistematic o latură pasivă a unui circuit (liniar sau neliniar), lipsită de cuplaje cu alte laturi ale circuitului sau ale altui circuit.

2. În cazul unui circuit liniar, în regim permanent sinusoidal, se defineşte drept impedanţă raportul [1]:

$$Z = U_b/I \tag{1}$$

dintre valorile efi:ace ale tensiunii la bornele laturii şi intensităţii de curent din latură.

Dacă se recurge la metoda simbolică a mărimilor complexe, se face uz de expresia complexă a impedanţei [1]:

$$\underline{z} = \underline{u}_b/\underline{i}\,, \tag{2}$$

definită ca raport dintre expresiile complexe ale tensiunii la bornele laturii şi intensităţii de curent din latură.

Expresia complexă a impedanţei se bucură de proprietatea remarcabilă privind egalitatea dintre modulul expresiei complexe (2) a impedanţei şi mărimea (1) a impedanţei unei laturi a circuitului. Această proprietate este o consecinţă a faptului că fiind date două mărimi complexe $\underline{m}$, $\underline{n}$, de module M, respectiv N,

$$|\underline{mn}| = MN. \tag{3}$$

În cazul considerat impedanţa nu depinde de amplitudinile tensiunii la borne sau intensităţii de curent, sau, după cum se obişnuieşte a se spune, nu depinde de forma curbelor tensiunii şi intensităţii de curent.

3. În acest paragraf vom considera cazul în care latura fie are o structură liniară şi este alimentată sub o tensiune la borne periodică dar nesinusoidală, fie conţine şi elemente neliniare, fiind alimentată sub o tensiune la borne periodică, sinusoidală sau nesinusoidală. În ambele cazuri curentul din latura considerată este periodic dar nesinusoidal [2].

Este logic să se admită că şi în acest caz este posibil să se definească drept impedanţă a ramurii considerate raportul (1), cu aceleaşi semnificaţii ca în regim permanent sinusoidal. Acest punct de vedere aparţine lui C. I. Budeanu şi elevilor săi (de ex. [3]), fiind acceptat şi de alţi cercetători. Astfel, J. S. Thomson [4], S. P. Schlesinger [5] şi W. J. Cunningham [6] extind utilizarea definiţiei impedanţei dată de relaţia (1) şi la cazul laturilor cu capacităţi sau inductivităţi neliniare, cu anumite restricţii în ceea ce priveşte contribuţia armonicilor de ordin superior la valoarea eficace a tensiunii la borne sau a curentului. Pe această cale se reuşeşte conservarea şi în cazul ramurilor neliniare, funcţionînd în regim permanent periodic nesinusoidal, a noţiunii de reactanţă (capacitivă sau inductivă).

În acest caz, însă, impedanţa astfel definită depinde de amplitudinea tensiunii la borne sau a intensităţii de curent, adică depinde de forma curbelor tensiunii şi intensităţii de curent.

Exemplu. Fie de determinat impedanţa unui element neliniar avînd caracteristica volt-amper dată de relaţia

$$i = Au^{\alpha}, \quad (\alpha \neq 1), \tag{4}$$

alimentat sub o tensiune sinusoidală de amplitudine U_m.

În acest caz [2], [7] valoarea efectivă a curentului este:

$$I = \pi^{-1/4} A U_m^{\alpha} [\Gamma(\alpha + 1/2)/\Gamma(\alpha + 1)]^{1/2}. \tag{5}$$

Impedanţa elementului neliniar, ţinînd seama de (1), va fi:

$$Z = [(\sqrt{\pi}/2)^{1/2}/(A U_m^{\alpha-1})]\,[\Gamma(\alpha + 1)/\Gamma(\alpha + 1/2)]^{1/2}. \tag{6}$$

4. Cazul special al unei laturi pasive liniare alimentată sub o tensiune la borne nesinusoidală este apt de a fi tratat sub o formă simbolică, ale cărei avantaje sînt comparabile cu cele ale metodei simbolice a mărimilor complexe, în cazul regimului permanent sinusoidal.

Aceste metode recurg la reprezentarea mărimilor din circuit în anumite spaţii, pe care C. I. Budeanu le denumeşte „de ordin superior" [8] şi care sînt în fond spaţii Hilbert [9].

Astfel, R. Vallée [10] ataşează tensiunii periodice

$$u(t) = \mathcal{R}e \sum_{k=0}^{\infty} \sqrt{2}\, U_k e^{jk\omega t} \tag{7}$$

şi intensităţii de curent periodice:

$$i(t) = \mathcal{R}e \sum_{k=0}^{\infty} \sqrt{2}\, I_k e^{jk\omega t} \tag{8}$$

vectorii complecși $\vec{\underline{U}}(\underline{U}_0, \underline{U}_1, ..., \underline{U}_k, ...)$, respectiv $\vec{\underline{I}}(\underline{I}_0, \underline{I}_1, ... \underline{I}_k, ...)$, într-un spațiu Hilbert.

Dacă $\underline{Z}(\omega)$ este expresia complexă a impedanței laturii considerate, fie:

$$\underline{Z}(0) = \underline{Z}_0, \quad \underline{Z}(\omega) = \underline{Z}_1, ..., \underline{Z}(k\omega) = \underline{Z}_k \tag{9}$$

expresiile lui $\underline{Z}(\omega)$ pentru diferiți multipli întregi ai pulsației ω. Pentru armonicile de rang k ale tensiunii și intensității de curent:

$$\underline{U}_k = \underline{Z}_k \underline{I}_k \tag{10}$$

și deci pentru întreg spectrul de armonici:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \vdots \\ \underline{U}_k \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 & \dots & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \underline{Z}_k & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \vdots \\ \underline{I}_k \\ \vdots \end{bmatrix}, \tag{11}$$

care se poate concentra sub forma:

$$[\vec{\underline{U}}] = [\underline{Z}][\vec{\underline{I}}], \tag{12}$$

$[\underline{Z}]$ fiind o matrice diagonală cu elemente complexe.

Expresia (12) poate fi considerată ca reprezentînd legea lui Ohm, scrisă, pentru ramura considerată, sub formă simbolică. Pe această cale se poate imagina posibilitatea construirii unui prim procedeu simbolic de studiu a circuitelor liniare în regim permanent periodic nesinusoidal. După cum se poate constata ușor acest procedeu nu se dovedește simplu de mînuit deși formalismul rezolvării circuitelor devine analog celui de rezolvare a circuitelor liniare în regim permanent sinusoidal, folosind metoda simbolică a mărimilor complexe.

Un alt procedeu simbolic, util în studiul și rezolvarea circuitelor liniare în regim permanent periodic nesinusoidal, îl constituie cel utilizat de B. A. Rozenfeld [11]. Anume se preconizează atașarea pe lîngă fiecare funcție periodică $f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} (a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t)$, considerată ca original, a unei mărimi hipercomplexe $\hat{F} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k a_k + j_k b_k)$, considerată ca imagine, funcțiile 1_k, j_k fiind ortonormate. Introducînd în spațiul vectorial al mărimilor $\hat{F}$ produsul vectorial, asociativ și distributiv (față de adunare), spațiul vectorial cu o astfel de înmulțire este un spațiu Hilbert. Algebra astfel construită este comutativă reprezentînd o sumă directă a corpului numerelor reale (generat de 1_0) și a mulțimii numărabile de corpuri de numere complexe (generate de perechea de elemente 1_k, j_k). Elementul unitate al algebrei este:

$$\sum_{k=0}^{\infty} 1_k = 1, \tag{13}$$

iar

$$1_k^2 = 1_k, j_k^2 = -1_k, 1_k j_k = j_k 1_k = j_k, 1_k j_l = j_k 1_l = 1_k 1_l = j_k j_l = 0, (k \neq l). \tag{14}$$

De asemenea

$$d^m/dt^m \equiv \sum_{k=0}^{\infty} (j_k k\omega)^m, \tag{15}$$

m fiind un întreg pozitiv sau negativ.

Această metodă simbolică, numită a mărimilor hipercomplexe, se bucură în general de aceleaşi avantaje ca şi metoda simbolică (a mărimilor complexe) în regim permanent sinusoidal şi anume: a) corespondenţa dintre funcţiile imagine şi cele original este biunivocă; b) ecuaţiile satisfăcute de funcţiile imagine sînt mai simplu de rezolvat decît cele satisfăcute de funcţiile original; c) procedeul de determinare a funcţiei original cînd se cunoaşte funcţia imagine este uşor de mînuit.

Dacă se consideră o latură pasivă constituită dintr-un rezistor liniar ideal avînd rezistenţa r, o bobină liniară ideală avînd inductivitatea L şi un condensator liniar ideal avînd capacitatea C, grupate în serie şi alimentate sub tensiunea periodică nesinusoidală $u = \sum_{k=0}^{\infty} \sqrt{2}\,(U'_k \cos k\omega t + U''_k \sin k\omega t)$, ecuaţia laturii considerate este

$$u = ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{c}\int i\,dt, \tag{16}$$

$i(t)$ fiind funcţia (original) ce urmează să fie determinată. Trecînd la imaginile hipercomplexe ale curentului şi tensiunii, ecuaţia (16) devine:

$$\hat{U} = \left[r + \sum_{k=0}^{\infty} j_k\left(k\omega L - \frac{1}{k\omega c}\right)\right]\hat{I}, \tag{17}$$

unde s-a ţinut seama de identitatea (18).

Ecuaţia (20) se poate scrie şi sub forma:

$$\hat{U} = \hat{Z}\hat{I}, \tag{18}$$

unde

$$\hat{Z} = \hat{U}/\hat{I} = r + \sum_{k=0}^{\infty} j_k\left(k\omega L - \frac{1}{k\omega c}\right) \tag{19}$$

reprezintă expresia hipercomplexă a impedanţei.

În acest mod, ecuaţiilor integro-diferenţiale liniare ale funcţiilor original, în circuite liniare funcţionînd în regim permanent periodic nesinusoidal, le corespund ecuaţii algebrice liniare ale funcţiilor imagine. Analogia cu metoda simbolică (a mărimilor complexe) din cazul circuitelor liniare funcţionînd în regim permanent sinusoidal, permite să se constate cu uşurinţă că folosind, în cazul circuitelor liniare funcţionînd în regim

permanent nesinusoidal, metoda simbolică a mărimilor hipercomplexe, este posibil să se aplice, în Uod adecvat, acestui din urmă caz, totalitatea teoremelor și metodelor de rezolvare a circuitelor din primul caz. Trebuie însă de pus în evidență o deosebire fundamentală între cele două metode simbolice. În timp ce modulul mărimii complexe a impedanței coincide totdeauna cu mărimea ei (v. 2), modulul mărimii hipercomplexe a impedanței diferă totdeauna de mărimea ei. Acest din urmă aspect este o consecință faptului că fiind date două numere hipercomplexe $\hat{V}$, $\hat{W}$, de module V, respectiv W,

$$|\hat{V}\hat{W}| \neq VW. \tag{20}$$

Deci

$$Z = U_b/I \neq |\hat{Z}| = |\hat{U}_b/\hat{I}|. \tag{21}$$

Diferența, care se pune în evidență, între modul de calcul al mărimii impedanței, în regim permanent sinusoidal și în regim permanent periodic nesinusoidal, derivă din faptul că în timp ce în cazul primului regim impedanța nu depinde de formele curbelor tensiunii și intensității de curent, dimpotrivă, în cazul celui de-al doilea regim depinde în mod esențial.

Deși o parte a atributelor reprezentării simbolice a impedanței, din regim permanent sinusoidal, nu se mai mențin în regim permanent periodic nesinusoidal, utilizarea metodei simbolice și în acest ultim caz, la rezolvarea circuitelor liniare, se dovedește, în ultimă instanță, avantajoasă.

5. Avantajele expuse mai sus ale metodei simbolice (a mărimilor hipercomplexe) de studiu a circuitelor electrice liniare în regim permanent periodic nesinusoidal sînt în cea mai mare parte păstrate și în cazul regimurilor nepermanente, atunci cînd se utilizează metoda operațională. În acest din urmă caz se utilizează impedanța operațională.

Relații de tipul

$$u = zi \tag{22}$$

în regim nepermanent, utilizate în literatură (de ex. [12]), trebuie preluate cu rezerve. Anume, fie se consideră că relația (22) este scrisă în valori instantanee și atunci impedanța z trebuie privită ca un operator integro-diferențial liniar de o structură ce trebuie precizată de la caz la caz, fie se consideră că relația (22) este scrisă sub formă operațională și atunci u, i reprezintă imaginile tensiunii și intensității de curent, iar z—impedanța operațională a laturii considerate, în ipoteza condițiilor inițiale nule ($u(0) = 0$, $i(0) = 0$).

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de electrotehnică,
Catedra de mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. Rădulеț R., *Bazele teoretice ale electrotehnicii.* Vol. **III**, Litogr. învăț., Buc., 1955, p. 50
2. Antoniu I. S., Stănciulescu Fl., St. și cerc. de energ., 1961, **XI**, *4* pp. 701—716.

3. Antoniu I. S., *Chestiuni speciale de electrotehnică*. Ed. Acad. R. P. R., Buc., 1956, p. 288.
4. Thomsen J. S., J. Appl. Phys., 1953, **24**, pp. 1379—1382.
5. Thomsen J. S., Schlesinger S. P., Trans. IRE on Circuit Theory, 1955, CT-2, pp. 271—278.
6. Каннингхем В., *Введение в теорию нелинейных систем*. ГЭИ, М.—Л., 1962, стр. 273—279, (trad. din l. engl.).
7. Babikov M. A., *Aparate electrice*. EES, Buc., 1951, p. 159, (trad. din l. rusă).
8. Budeanu C. I., Bull. de Math. et de Phys., Éc. Polyt. Buc., 1935, **7**, *1—3*.
9. Ionescu V., Electrotehnica, ASIT, 1956, **6**, *8*, pp. 280—286.
10. Vallée R., Ann. des Télécom., 1951, **6**, *3*, pp. 61—66.
11. Розенфелд Б. А., Тр. сем. вект. и тенз. ан., 1949, **7**, стр. 381—387.
12. Crug C. A., *Bazele electrotehnicii*. Vol. **2**, EES, Buc., 1953, p. 436, (trad. din l. rusă).

IMPÉDANCE DES CIRCUITS ÉLECTRIQUES LINÉAIRES ET NONLINÉAIRES, EN RÉGIME PERMANENT PÉRIODIQUE NONSINUSOÏDAL

(Résumé)

L'idée de C. I. Budeanu et ses éléves [3] quant à l'extension de la définition de l'impédance aux cas des circuits fonctionnant en régime permanent périodique nonsinusoïdal permet à utiliser pour la résolution de ces circuits des méthodes symboliques [10], [11] analogues à celle des nombres complexes (que l'on utilise dans le cas du régime permanent sinusoïdal).

On met et évidence quelques aspects concernant les différences qui y interviennent dans le mode d'emploi de l'impédance en régime permanent sinusoïdal et nonsinusoïdal. Par exemple tandis que le module de l'impédance complexe coïncide toujours avec la valeur numérique de l'impédance, le module de l'impédance hypercomplexe diffère toujours de sa valeur numérique. Pour calculer la valeur de cette dernière impédance on doit utiliser la relation (1).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Mecanică tehnică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 1—2, 1964

Техническая механика

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Mechanical Engineering

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

Д. К. 531.01

О ДИНАМИЧЕСКОМ ЭФФЕКТЕ ДЕЙСТВИЯ УСКОРЕНИЙ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА

С. Н. КОЖЕВНИКОВ и Д. МАНЖЕРОН

1. На втором всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике первый из авторов положил начало, в своем обширном докладе посвященном динамике машин с упругими звеньями и распределенными параметрами [1], цитируя ряд работ второго из авторов, посвященных исследованию полей ускорений любого порядка кинематических цепей и механизмов [2]...[4], разработке проблемы изучения влияния ускорений любого порядка, а значит первым долгом ускорений второго порядка, на динамические нагрузки в механизмах. В плане дальнейшей разработки этой важной для новейшей техники проблемы имеется в виду приведение расчетных уравнений к виду, удобному для практического использования в конструкторской практике и, наконец, экеспериментальная проверка. Первый из авторов, придавая, по праву, экеспериментальной проверке очень большое значение, применяет в связи с поставленной задачей, наряду с физическим моделированием, электронные моделирующие установки, в целях возможности проследить влияние параметров рассматриваемых систем в более широком диапазоне, чем это допускает физическое моделирование.

Второй из авторов ввел, в разработке задачи по исследованию полей ускорений любого порядка, некоторые новые методы, как например, метод приведенных ускорений, метод тангенциальных координат и матрично-тензорный метод [5]...[7], послужившие основой работ многочисленных исследователей [8]...[12]. В частности матрично-тензорный метод второго из авторов, используемый на выше упомянутом съезде в работе [13], представляет большие преимущества при применении счетно-решающих быстродействующих электронных вычислительных машин. Его перевод на один из математических языков (Фортран), сделанный в работе Дж. И. Уиккера [14], основанный на работах второго из авторов, написанных в сотрудничестве с К. Дрэганом [15], [16], имеет в своей основе, если принять известными все обозначения и определения изложенные, напр., в [17], матричное уравнение замыкания кинематической цепи

$$T^{(n,0)} = T^{(1,0)} \cdot T^{(2,1)} \ldots T^{(n-1,\,n-2)}\, T^{(n,\,n-1)} = E, \quad I_n \equiv I_0$$

и определение положений, полей скоростей и полей ускорений первого и более высоких порядков методом последовательных приближений [18]. Так напр., рассматривая звенья I_ν и $I_{\nu-1}$ некоторой вращательной пары принадлежащей кинематической цепи, соответствующий тензор положения $T^{(\nu,\,\nu-1)}$ при вариировании лишь координаты θ_ν, представляется в виде

$$T^{(\nu,\,\nu-1)}(\theta_\nu) \simeq (E + Q_\theta\,d\theta_\nu)\,T^{(\nu,\,\nu-1)}(\bar{\theta}_\nu),$$

$$T^{(\nu,\,\nu-1)}(\bar{\theta}_\nu) = \left\| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_\nu\cos\bar{\theta}_\nu & \cos\bar{\theta}_\nu & -\sin\bar{\theta}_n\cos\eta_\nu & -\sin\bar{\theta}_\nu\sin\eta_\nu \\ a_\nu\sin\bar{\theta}_\nu & \sin\bar{\theta}_\nu & \cos\bar{\theta}_\nu\cos\eta_\nu & \cos\bar{\theta}_\nu\sin\eta_\nu \\ s_\nu & 0 & -\sin\eta_\nu & \cos\eta_\nu \end{array} \right\|, \quad \theta_\nu = \bar{\theta}_\nu + d\theta_\nu,$$

а тензор положения $T^{(\nu,\,\nu-1)}(s_\nu)$ соответствующий рассмотрению поступательной пары, определяемой параметром s_ν, дается выражением

$$T^{(\nu,\,\nu-1)}(s_\nu) \simeq (E + Q_s\,ds_\nu)\,\bar{T}^{(\nu,\,\nu-1)}(s_\nu),$$

$$\bar{T}^{(\nu,\,\nu-1)}(\theta_\nu) = \left\| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_\nu\cos\theta_\nu & \cos\theta_\nu & -\sin\theta_\nu\cos\eta_\nu & -\sin\theta_\nu\sin\eta_\nu \\ a_\nu\sin\theta_\nu & \sin\theta_\nu & \cos\theta_\nu\cos\eta_\nu & \cos\theta_\nu\sin\eta_\nu \\ \bar{s}_\nu & 0 & -\sin\eta_\nu & \cos\eta_\nu \end{array} \right\|, s_\nu = \bar{s}_\nu + ds_\nu,$$

где Q_θ и Q_s, соответственно, матричные операторы

$$Q_\theta = \left\| \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\|, \quad Q_s = \left\| \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\|,$$

удобные для программирования на ЭВМ.

Отказываясь здесь от разработки матричных операторов относящихся к ускорениям различных порядков, изложенных отчасти в [18] и данных затем, в общей формулировке авторами в [19], переходим к динамической задаче, указанной в заглавии настоящей статьи.

2. При установившемся движении механизма (стационарном движении) возмущающие функции, определяемые ускорением переносного движения, можно выразить тригонометрическими рядами, или, как это сделал систематически — с последующим применением электронно-механических устройств для соответствующих проверок — в своей кандидатской диссертации [20] Р. К. Богдан, комплексными тригонометрическими рядами в зависимости от времени и угла поворота ведущего звена механизма. Возмущенные перемещения в этом случае будут также периодическими, причем при совпадении круговых частот возмущающих гармоник с круговыми частотами собственных колебаний возможен резонанс. Деформации при возбужденном движении в этом случае будут увеличиваться пропорционально времени действия возмущающей функции. В случае, если ни одна из круговых гармоник возмущающей функции не совпадает с круговой частотой, возбужденные колебания совершаются с постоянной амплитудой гармоник.

Задачи такого типа при одном упругом звене с распределенной массой в механизме рассмотрены Гейгером [21], Панферовым [22], Мейер цур Капелленом [23] и др.

Речи о резонансе не может быть в случае нестационарного режима работы механизма, т. е. в случае неустановившегося или переходного режима. Указанные решения в этом случае непригодны, потому что при их отыскании предполагается, что режим работы механизма установился и движение различных точек звена периодическое.

Воздействие непериодической функции на упругое звено механизма или возмущающей функции, имеющей характер временного импульса, может быть определено в результате отыскания решений в замкнутой форме. Необходимость использования такого типа решений возникает при отыскании, например, напряжений в элементах конструкций подъемно-качающихся столов прокатных станов в начале и конце движения, напряжений в стрелах экскаваторов (драглайнов) в процессе перемещения по неровному основанию, определяющему возмущенные перемещения оси крепления стрелы, напряжений материала коромысла кулачкового механизма в процессе удаления или сближения между фазами дальнего и ближнего стояния и во многих других случаях.

Более точное представление о характере динамических нагрузок на звенья механизма можно составить в случае, если найден закон изменения ускорений второго порядка. В литературе ускорение второго порядка известно под названием рывок [24], а соответствующая сила инерции — под названием толчок.

Графический метод определения ускорений второго порядка — метод планов — разработан М. М. Тишиным [25]. По всей видимости полученные независимо от него, но значительно позже, аналогичные результаты даны Б. Е. Горским и Л. И. Кременштейном [24]. Большой цикл работ по исследованию ускорений второго порядка принадлежит, как было сказано, второму из авторов [2]...[7].

Таким образом, в настоящее время вопрос об определении ускорений второго порядка, линейных и угловых, разрешен достаточно полно, однако возможности их практического применения при расчете механизмов остаются пока неиспользованными.

Целью настоящей работы является выяснение динамического эффекта, который может появиться в результате действия ускорений второго порядка на звенья механизма, т. е. выяснения соотношения режимных и конструктивных параметров. Последнее может быть принято за критерий, позволяющий установить либо при заданных конструктивных параметрах режимные параметры, при которых динамическое усиление кинетостатических нагрузок будет незначительным, либо наоборот, при вынужденном режиме работы определить конструктивные параметры. Для машин, работающих при форсированных режимах работы такая оценка крайне необходима с целью выяснения фактических напряжений в деталях машины, динамической точности, наконец, более точного закона движения ведомого звена.

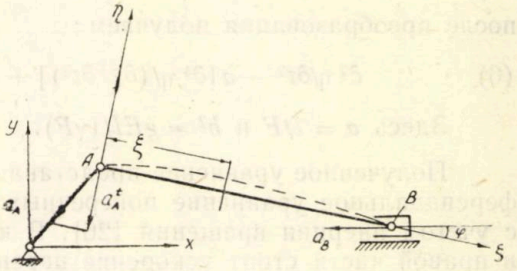


Рис. 1. — Схема кривошипно-шатунного механизма.

Не ставя перед собой задачу решить проблему в целом, рассмотрим механизм с одним упругим звеном, например, кривошипно-шатунный механизм с упругим шатуном (рис. 1).

Пусть в неподвижной системе координат xOy заданы ускорения $\bar{a}_A$ и $\bar{a}_B$ центров шарниров A и B. Связывая подвижную систему координат с шатуном и рассматривая движение отдельных точек шатуна в этой системе, в точке, координируемой абсциссой ξ, необходимо приложить силу инерции переносного движения. Пренебрегая продольными деформациями шатуна, можно ограничиться рассмотрением действия проекции

$$dP_i = -(\xi\ddot{\varphi} + a_A^t)\,dm, \tag{1}$$

указанной силы на нормаль к линии центров шарниров, вызывающей изгиб шатуна.

Здесь $dm = (\gamma/g)F\,d\xi$, γ/g — плотность, F — площадь сечения шатуна, $\ddot{\varphi}$ — угловое ускорение вращения системы координат $[\xi, \eta]$, a_A^t — проекция ускорения центра A шарнира на ось η.

Перемещение точки на оси упругого шатуна под действием сил инерции равно $\eta = f(t, \xi)$; угловое ускорение при повороте сечения, координируемого абсциссой ξ

$$\varepsilon = \partial^2 \alpha / \partial t^2 = \partial^3 \eta / (\partial \xi \, \partial t^2). \tag{2}$$

Пренебрегая действием веса, кориолисовыми силами инерции, растягивающими шатун, и изменением переносной силы инерции, вызванной деформацией шатуна, можно написать два условия равновесия выделенного элемента шатуна длиною $\mathrm{d}\xi$:

$$[Q + (\partial Q/\partial \xi)\,\mathrm{d}\xi] - Q - (\gamma F/g)\,(\partial^2 \eta/\partial t^2 + \xi\ddot{\varphi} + a_A^t)\,\mathrm{d}\xi = 0, \tag{3}$$

$$-M + [M + (\partial M/\partial \xi)\,\mathrm{d}\xi] + Q\,\mathrm{d}\xi - (\gamma I/g)\,[\partial^3 \eta/(\partial \xi\, \partial t^2)] = 0. \tag{4}$$

Имея в виду, что

$$\partial^2 M/\partial \xi^2 = EI\,(\partial^4 \eta/\partial \xi^4), \tag{5}$$

после преобразования получаем:

$$\partial^2 \eta/\partial t^2 - a\,[\partial^4 \eta/(\partial \xi^2\, \partial t^2)] + b^2\,(\partial^4 \eta/\partial \xi^4) = -\xi\ddot{\varphi} - a_A^t. \tag{6}$$

Здесь $a = I/F$ и $b^2 = gEI/(\gamma F)$.

Полученное уравнение представляет собою хорошо известное дифференциальное уравнение поперечных колебаний однородного стержня с учетом инерции вращения [26]. В качестве возмущающей функции в правой части стоит ускорение переносного движения элемента стержня, координируемого абсциссой ξ.

В случае, если можно пренебречь инерцией вращения сечения, a следует положить равным нулю.

Следуя второму методу Пуасона [27] при определении общего решения уравнения (6) без правой части, необходимо положить $\eta = XT$, где $X = f(\xi)$ и $T = f(t)$.

Тогда из (6) получаем два независимых уравнения

$$\ddot{T} + k^2 b^2 T = 0, \quad (8) \quad X^{\mathrm{IV}} + a k^2 \ddot{X} - k^2 X = 0; \tag{7}$$

k^2 — неизвестная постоянная.

В качестве решения для T следует принять

$$T = \sum (A_n \cos kbt + B_n \sin kbt). \tag{9}$$

Положив $X = C \exp(p\xi)$ из (8), получим характеристическое уравнение

$$p^4 + a k^2 p^2 - k^2 = 0. \tag{10}$$

корни которого равны:

$$\begin{cases} p_{1,2} = \pm \sqrt{(-ak^2 + \sqrt{a^2 k^4 + 4k^2})/2} = \pm C_1, \\ p_{3,4} = \pm \mathrm{i} \sqrt{(ak^2 + \sqrt{a^2 k^4 + 4k^2})/2} = \pm \mathrm{i}\, C_1. \end{cases} \tag{11}$$

Таким образом, общее решение однородного дифференциальонго уравнения, при корнях, определяемых из (11), после преобразований можно записать в форме:

$$X(\xi) = D_1 \operatorname{ch} c_1 \xi + D_2 \operatorname{sh} c_1 \xi + D_3 \cos c_2 \xi + D_4 \sin c_2 \xi. \tag{12}$$

Постоянные интегрирования $D_1, \ldots, D_4$ определяются из условия удовлетворения функции $X(\xi)$ закреплению концов стержня.

Вследствие того, что в рассматриваемом случае шатун шарнирно связан с другими звеньями, следует положить

$$\eta = 0 \text{ и } \partial^2 \eta / \partial \xi^2 = 0 \text{ при } \xi = 0 \text{ и } \xi = l.$$

Этим условиям удовлетворяют $D_1 = D_2 = D_3 = 0$ и $\sin c_2 l = 0$. Из последнего условия имеем $c_2 l = n\pi$ или $c_2 = n\pi/l$; $n = 1, 2, \ldots$

Таким образом, функция, определяющая форму деформации балки, имеет вид:

$$X_n = D_4 \sin (n\pi/l)\, \xi. \tag{13}$$

При известном c_2 можно определить значения k^2:

$$c_2^2 = (n\pi/l)^2 = (ak^2 + \sqrt{a^2 k^4 + 4k^2})/2$$

т. е.

$$k^2 = k_n^2 = (n\pi/l)^4 / [1 + (n\pi/l)^2 a]. \tag{14}$$

Если пренебречь инерцией вращения элементов шатуна, то $a = 0$ и

$$k_n = (n\pi/l)^2. \tag{15}$$

Соответствующие значения составляющих спектра круговых частот колебаний балки будут равны

$$\beta_n = b k_n = b (n\pi/l)^2 [1 + (n\pi/l)^2 a]^{-1/2}$$

или

$$\beta_n = [gEI/(\gamma F)]^{-1/2} (n\pi/l)^2 [1 + (n\pi/l)(I/F)]^{-1/2}. \tag{16}$$

При $a = 0$

$$\beta_n = [gEI/(\gamma F)]^{-1/2} (n\pi/l)^2. \tag{17}$$

Таким образом, общее решение однородного уравнения можно представить в виде:

$$\eta_1(\xi, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \beta_n t + B_n \sin \beta_n t) \sin [(n\pi/l)\xi]. \tag{18}$$

Постоянные интегрирования определяются начальными условиями, т. е. законом распределения в начальный момент деформации и скоростей по длине стержня. Эти условия могут быть нулевыми, тогда $\eta_1(\xi, t) = 0$. В ряде случаев может оказаться, что начальные деформации и возмущенные деформации складываются неблагоприятно, тогда необходимо исследовать результирующий эффект, следовательно, нужно знать постоянные A_n и B_n.

Начальные условия можно формулировать так:

$$\eta_1(\xi, 0) = f_\eta(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin[(n\pi/l)\xi], \tag{19}$$

$$\dot{\eta}_1(\xi, 0) = f_v(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n B_n \sin[(n\pi/l)\xi], \tag{20}$$

т. е. $f_\eta(\xi)$ и $f_v(\xi)$ можно представить разложенными по собственным формам деформации стержня.

Коэффициенты A_n и B_n ряда Фурье можно определить по формулам

$$A_n = \frac{2}{l}\int_0^l f_\eta(\xi)\sin[(n\pi/l)\xi]\,d\xi \quad \text{и} \quad B_n = \frac{2}{l\beta_n}\int_0^l f_v(\xi)\sin[(n\pi/l)\xi]\,d\xi. \tag{21, 22}$$

Свободные колебания стержня могут возникнуть в результате скачкообразного изменения ускорения исследуемого звена, например, при изменении знака зазора в кинематической паре.

При выяснении влияния ускорения второго порядка на динамические деформации упругого звена механизма следует обратиться к частным решениям дифференциального уравнения, определяемым возмущающими функциями — $\xi\ddot{\varphi}$ и — a_A^t.

Каждую из этих функций можно представить разложенными по собственным формам деформации свободно опертого по концам стержня.

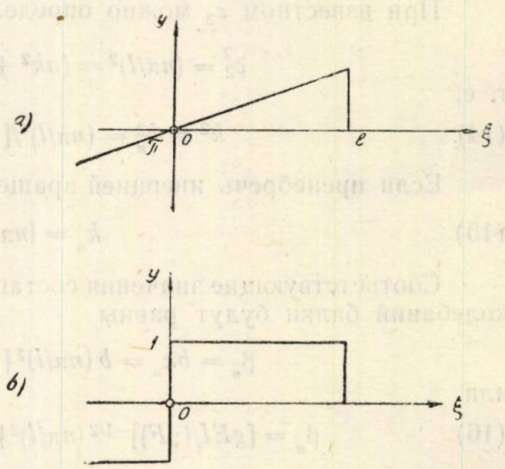


Рис. 2. — а) продолженная функция $y = \xi$; б) продолженная функция $y = 1$.

Так как $\ddot{\varphi}$ не зависит от ξ, то о разложении $\xi\ddot{\varphi}$ можно составить суждение по разложению $y = \xi$, если эту функцию рассматривать как продолженную.

В случае нечетного продолжения [28] (рис. 2 а), ξ можно представить в виде суммы:

$$\xi = \frac{2l}{\pi}\left[\sin\frac{\pi}{l}\xi - \frac{1}{2}\sin 2\frac{\pi}{l}\xi + \ldots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin\frac{n\pi}{l}\xi + \ldots\right] = \tag{23}$$

$$= \begin{cases} \xi \text{ при } 0 < \xi < l, \\ 0 \text{ при } \xi = l. \end{cases}$$

Возмущающую функцию a_A^t можно представить как произведение $a_A^t \cdot 1$, а единичную функцию, ограниченную интервалом $0 < \xi < l$

также можно рассматривать как продолженную функцию, (рис. 2 б). Таким образом, имеем:

$$a^t_A \cdot 1 = a^t_A \frac{4}{\pi}\left[\sin\frac{\pi}{l}\xi + \frac{1}{3}\sin\frac{3\pi}{l}\xi + \ldots + \frac{1}{2n-1}\sin\frac{(2n-1)\pi}{l}\xi + \ldots\right], \tag{24}$$

$$0 < \xi < l.$$

Частное решение уравнения (6) с правой частью можно искать следуя методу Фурье в форме ряда

$$\eta_2 = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t)\sin[(n\pi/l)\xi], \tag{25}$$

удовлетворяющее начальным и граничным условиям: а) при $t=0$ — $\eta_2 = 0$ и $\partial\eta/\partial t = 0$; б) при $\xi=0$ и $\xi=l$ — $\eta_2 = 0$ и $\partial^2\eta/\partial\xi^2 = 0$. Здесь $F_n(t)$ — искомые функции времени.

Подставляя в дифференциальное уравнение (6) принятое решение η_2, а также разложение продолженных функций ξ и 1, сравнением в правой и левой частях уравнения множителей при $\sin[(n\pi/l)\xi]$ для различных n, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений с правой частью относительно F_n.

Нетрудно заметить, что вид функции, стоящей в правой части, будет зависеть от n. Для нечетных значений n в правой части, уравнений будут налицо члены разложения ξ и 1, а для четных значений будут налицо только члены разложения ξ.

Выполняя указанные операции, нетрудно получить уравнения

$$\ddot{F}_n(t) + \beta_n^2 F_n(t) = f_n(t) \tag{26}$$

при чем для четных значений $n, (n = 2, 4, 6, \ldots)$,

$$f_n(t) = -\{(2l/n)/[1 + a(n\pi/l)^2]\}\ddot{\varphi} \tag{27}$$

и для нечетных значений $n, (n = 1, 3, 5, \ldots)$,

$$f_n(t) = -\{(2l/n)\ddot{\varphi} + [4/(n\pi)]\, a^t_A\}/[1 + a(n\pi/l)^2]. \tag{28}$$

Здесь

$$\beta_n^2 = b^2(n\pi/l)^2/[1 + a(n\pi/l)^2]. \tag{29}$$

Форма возмущающей функции для различных n дает возможность тотчас же сделать некоторые заключения. Нетрудно видеть, что четные формы возмущающего перемещения могут возникнуть лишь под действием сил инерции, появляющихся в результате наличия углового ускорения $\ddot{\varphi}$. Нечетные формы возмущенного перемещения возникают под действием $\ddot{\varphi}$ и a^t_A.

Каждое из дифференциальных уравнений (26) представляют собой обыкновенное дифференциальное уравнение с правой частью, при этом $F_n(t)$ должна удовлетворять условиям $F_n(0) = 0$ и $F_n'(0) = 0$.

Дальнейший анализ зависит от характера работы механизма, а именно от того, при каком режиме работает механизм, стационарном или нестационарном.

Поскольку нас интересует влияние ускорений второго порядка на динамические нагрузки в механизме, то мы остановимся лишь на нестационарном режиме, когда функции $\ddot{\varphi}(t)$ и $a_A^t(t)$ непериодические.

Искомые частные решения уравнений можно представить в виде [10]:

$$F_n(t) = \frac{1}{\beta_n}\int_0^t f_n(\tau)\sin\beta_n(t-\tau)\,d\tau,\quad 0<\tau<t.$$

Интегрируя по частям, имеем[1]):

$$F_n(t) = \frac{1}{\beta_n^2} f_n(t) - \frac{1}{\beta_n^2}\int f_n'(\tau)\cos\beta_n(t-\tau)\,d\tau. \tag{30}$$

Первое слагаемое можно представить себе как статическое действие возмущающей функции, в данном случае ускорений линейного или углового, а второй член — как динамическую поправку к статическому действию возмущающей функции, зависящей от ускорения второго порядка ($f_n'(t)$) и спектра частот собственных поперечных колебаний стержня.

Таким образом, динамический эффект заданного закона движения звена на деформации его, следовательно и напряжения, можно оценить в случае, если известен закон изменения ускорения второго порядка.

Если для анализа работы механизма используются графические методы исследования, позволяющие в результате построения планов ускорений судить о кинетостатической нагрузке звена, то для определения динамического эффекта изменения ускорения следует предварительно установить закон изменения ускорений второго порядка (см. [2]...[4]).

---

[1]) Интеграл, входящий в (30), требует дополнительных пояснений в случае, когда угловое ускорение шатуна и переносное ускорение не заданы в аналитической форме. При использовании графических методов анализа требуется вычисление интегралов типа $\int_0^t f_n'(\tau)\cos\beta_n(t-\tau)\,d\tau$ а также — если продолжить разложение (30) — и типов $\int_0^t f_n^{(i)}(\tau)\begin{Bmatrix}\cos\beta_n(t-\tau)\\ \sin\beta_n(t-\tau)\end{Bmatrix}d\tau$, и сравнение его (их) с функцией $f(\tau)$, зависящей от ускорений.

Теперь можно написать общее решение уравнения деформации упругого звена механизма:

$$\eta = \eta_1 + \eta_2$$

или подставляя значения η_1 и η_2, получаем окончательно:

$$\eta = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \beta_n t + B_n \sin \beta_n t) \sin \frac{n\pi}{l} \xi +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ - \frac{2l(-1)^{n-1}}{n\pi\beta_n^2} \left[\ddot{\varphi} - \int_0^t \dddot{\varphi}(\tau) \cos \beta_n (t-\tau) \, d\tau \right] \sin \frac{n\pi}{l} \xi \right\} +$$

(31)

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ (-1)^m \frac{4}{(2m-1)\pi\beta_{2m-1}^2} \times \right.$$

$$\left. \times \left[a_A^t - \int_0^t \dot{a}_A^t(\tau) \cos \beta_{2m-1} (t-\tau) \, d\tau \right] \sin \frac{n\pi}{l} \xi \right\}, \quad (n = 1, 2, \ldots),$$

Полученное решение дает представление о распределении деформаций упругого шатуна по его длине в функции времени.

Следует иметь в виду, что в первой и второй суммах возможно появление форм деформаций как нечетного, так и четного порядка, при чем члены второго ряда будут весьма интенсивно убывать, потому что они пропорциональны $1/n^5$. Уже коэффициент у второго члена ряда равен 1/32, а у третьего 1/243. Члены третьей суммы будут иметь тлюько нечетные гармоники. Второй член будет иметь в качестве множителя $1/(2m-1)^5 = 1/3^5 = 1/243$.

В связи с этим при практических расчетах достаточно ограничиться одним-двумя членами каждой из сумм, представляющих собою частные решения дифференциального уравнения деформаций.

При анализе динамических процессов в тяжелых машинах возникающих под действием сил, зависящих от времени, было показано, что динамический эффект зависит от соотношения режимного и конструктивного параметров [30], [31]. В качестве конструктивного параметра принята круговая частота собственных колебаний, а в качестве режимного — время нарастания возмущающей функции до наибольшего значения. При этом получается, например, для силовой функции, нарастающей линейно в течение времени и в дальнейшем остающейся постоянной, что при $T_1/T_0 > 8...10$, т. е. в случае времени T_1 нарастания силы, равной (8...10) T_0, где T_0 — период колебаний наиболее низкого тона, то с динамическим эффектом приложения силы можно не считаться.

В связи с тем, что полученные в [30], [31] аналитические выражения аналогичны решениям, определяющим динамический эффект действия ускорений второго порядка, можно утверждать, что при нестационарном режиме (разгон, торможение) с ними можно не считаться,

если время нарастания ускорения больше в 8...10 раз периода колебаний основного тона стержня.

Можно предполагать, что данное исследование дает общий вывод, который можно распространить на звенья механизма с различным закреплением концов, различным распределением масс и жесткостей по длине. Действительно, указанные условия определяют лишь спектр собственных частот и функцию распределения $X(\xi)$ по длине стержня. Что касается временной функции, то она остается без изменения. Поэтому о характере воздействия ускорений второго порядка можно судить по установленном любым методом спектре частот, главным образом, частоты основного тона.

Поступила 21 III 1964 г.

Академия Наук УССР, г. Киев, СССР,
и
Ясский политехнический институт

ЛИТЕРАТУРА

1. Кожевников С. Н., *Динамика машин с упругими звеньями и распределенными параметрами.* Второй Всесоюзный Съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов. АН СССР, М., 1964, стр. 112—113.
2. Манжерон Д., ДАН СССР, 1955, **102,** *5,* стр. 897—898.
3. — ДАН СССР, 1957, **112,** *1,* стр. 27—28.
4. — ИАН СССР, ОТН, Мех. и Машиностр., 1960, *1,* стр. 168—169.
5. Mangeron D., *Mechanisms Design based on the Theory of reduced Accelerations of any Order.* Proceedings of the Seventh Congress on theoretical and applied Mechanics. Bombay, Dec., 26-28, 1961, pp. 249-252.
6. — *Variation of Accelerations of any Order from the Standpoint of Dual Geometry and their Applications to the Theory of Mechanisms and Machines.* The Eighth Congress on theoretical and applied Mechanics. Delhi, October 10-12, 1963, Abstracts, pp. 71-72.
7. — *Matrix-Tensor Method in Mechanisms Mechanics.* Proceedings of the Ninth Congress on theoretical and applied Mechanics, Kanpur, India, 1964, (в печати).
8. Drăgan C., *Noi metode de studiu a mecanismelor şi maşinilor.* Disertaţie. Univ., „Al. I. Cuza", Iaşi, 1961.
9. Зильберман Я. С., Тр. Рост./Д. инст. инж. железнодор. трансп., 1961, **XXIX,** стр. 11—91.
10. Чжан Цы-сянь, Теория машин и механизмов, 1962, *92—93,* стр. 17—27.
11. Топенчаров В. Б., Чешанков В., Годишник на механо-электротехн. ин-т., София, 1962, стр. 17—23.
12. Калицин Г., *Теория на механизмите и машините.* Държавно изд. Техника, София, 1960.
13. Дижечко Н. Н., Кислицын С. Г., *Аналитические методы исследования сложных пространственных механизмов.* Второй Всесоюзный Съезд по теоретической и прикладной механике. АН СССР, Москва, 1964, стр. 82.

14. Uicker J. J. Jr., *Velocity and Acceleration Analysis of Spatial Mechanisms using 4 × 4 Matrices.* Northwestern Univ., Technological Inst., Evanston, Illinois, September, 1963.
15. Mangeron D., Drăgan C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **III (VII)**, *1-2*, pp. 151—164.
16. — Изв. на матем. институт БАН, София, 1960, **IV**, *2*, стр. 57—65.
17. Mangeron D., Drăgan C., Rev. Méc. appl., 1962, **VII**, *3*, pp. 539-552.
18. — *Studiul cîmpurilor de viteze şi de acceleraţii de diferite ordine prin metoda matricială 4 × 4.* Programul celei de a XI-a sesiuni ştiinţifice a cadrelor didactice. Inst. polit., Timişoara, 16-17 mai 1964, p. 30.
19. Koževnikov S. N., Mangeron D., Rend. Accad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. 8, **XXXVIII**, 1964, (в печати).
20. Bogdan R. C., *Cercetarea grupelor assurice în construcţia mecanismelor, prin serii armonice complexe şi metoda mecano-electronică.* Disertaţie. Inst. polit. Buc., 1964.
21. Geiger F., Getriebetechnik, 1939, **7**, S. 197-203.
22. Панферов Ф., *Поперечные колебания звена в механизме.* В сборн. *Исследования в области машиностроения.* АН СССР, стр. 144.
23. Meyer zur Capellen W., Österr. Ingenieurarchiv, 1962, S. 341-348.
24. Горский И., Кременштейн Г., Изв. ВУЗ-ов, технол. лег. пром., 1962, *3* стр. 216—220.
25. Тишин М. М., Тр. моск. авиац. инст., 1939, **IV**, стр. 73—76.
26. Тимошенко С. П., *Теория колебаний в инженерном деле.* ГНТИ, М., 1931.
27. Крылов А. Н., *О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики.* ГТТИ, Москва, 1950.
28. Серебренников М. Г., *Гармонический анализ.* Огизгостехиздат, М., 1948.
29. Смирнов В. И., *Курс высшей математики.* Т. **2**, ГТТИ, М., 1933.
30. Mangeron D., Koževnikov S. N., Bull. Acad. Roy. Sci. de Belgique, 5-e série, 1964, **LI**, (в печати).
31. Кожевников С. Н., Тр. инст. машинов. СТММ, 1959, **18**, *72*.
32. — *Динамика машин с упругими звеньями.* АН УССР, 1961.

ASUPRA EFECTULUI DINAMIC AL ACCELERAŢIILOR DE ORDIN SUPERIOR

(Rezumat)

Scopul prezentei lucrări, ce are ca punct de plecare studii detaliate elaborate de cel de al doilea autor relative la cîmpurile de acceleraţii de diferite ordine în lanţuri cinematice şi în mecanisme şi maşini [2]... [7], precum şi lucrarea celui dintîi autor consacrată dinamicii maşinilor cu elemente elastice şi cu parametri distribuiţi, prezentată la recentul congres unional de mecanică teoretică şi aplicată [1], constă în elucidarea efectului dinamic asupra elementelor unui mecanism, ce poate lua naştere ca urmare a acţiunii acceleraţiilor de ordin superior.

Punerea în evidenţă a ralaţiilor ce au loc între parametrii constructivi şi cei de regim constituie un criteriu preţios menit a permite fie stabilirea parametrilor de regim dîndu-se parametrii constructivi, fie reciproc, conduce la determinarea parametrilor

constructivi corespunzători unui regim forţat prestabilit. În prezenta lucrare autorii se mărginesc a prezenta laturile problemei importante, formulate mai sus, expunînd în detaliu studiul efectelor dinamice ale acceleraţiilor de ordin superior în cazul mecanismelor cu un element elastic.

Lucrarea se încheie cu indicaţii asupra problematicii unei serii de lucrări aflate în curs de elaborare.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Schema mecanismului bielă-manivelă.

Fig. 2. — a) Funcţia prelungită $y=\xi$; b) funcţia prelungită $y=1$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. C. 539.38

ON THE PROBLEM OF TRANSITION PHENOMENON (I)

BY

B. R. SETH

1. Introduction

The present trend to explain experimental results relating to problems involving irreversible phenomena in continuum mechanics consists in assuming: a) complicated constitutive equations, b) yield conditions and c) semi-empirical assumptions, like creep-strain laws.

The formal frameworks so constituted have not all been successful. One source of all trouble is the use of classical measures even when we know from experiment that the strain in such cases is nonlinear in character. The dynamical equations of equilibrium and the concepts of stress are well defined; only the strain measures are flexible, as they should be. Any restriction placed of these measures stresses the constitutive equations unnecessarily into complex form.

It, therefore, appears thas a generalized strain measure should be constructed, which should reduce to the known ones in special cases. The function of these measures should be to condence the nonlinear effects of the deformation and to show that no yield conditions or creep strain laws may be assumed. They should also do away with the anomalies which exist in current literature, like those made in assuming separate creep strain laws for stress and time dependance.

The idea of a transition state may be identified analytically with asymptotic representation at the turning point of a differential equation. Such representations have been used in a number of problems in continuum mechanics, which involve discontinuities, quick transitions and non-uniformities. In most of the problems approximation has been carried out by truncating the field equations or the boundary conditions or both. Boundary layers, skin and edge effects, shocks, Stokes phenomenon, stability, relaxation oscillation and adiabatic theorem in quantum mechanics are well-known examples. A large amount of work has been done on this subject by Stokes, Poincaré, Horn, Birkhoff, Noaillon, Tamarkin, Perron, Trjitzinski, Twittin, Hukuhara Jeffreys, Langer, Wasow, Levinson, Bellman, Stocker, Friedrichs, Reissner, Lin and others. Exhaustive references will be found in an address of Friedrichs [1].

In the present paper we shall confine our attention to transition phenomenon in elastic-plastic deformation and creep rupture and in some next ones, partially written in collaboration with D. Mangeron, we shall discuss applications concerning shellsand tubes under pressure, dynamics of mashines with elastic-plastic links, transition theory of sheet bending a. o. [11]...[14].

2. Measure of deformation

Unlike the dynamical stress-equation of a medium a number of measures for the deformation produced in it have been proposed. The attempt to linearize the measures has led to the formulation of complicated constructive equations of the medium which have been successfully used only in simple cases. It has not been generally recognized that this measure e_{ij} must be nonlinear at least in the transition region.

In a recent paper [2] we have proposed a generalized strain measure of the form

$$\Lambda = (1 - ne)^{-1/n}, \tag{2.1}$$

where n is the coefficient of strain measure which takes on the values -1, -2, 0, 2, 4 and ∞ for Cauchy, Green, Hencky, Almansi, Swainger and no-strain measures respectively. This can further be generalized by

$$\Lambda = (1 - ne^{1/m})^{-1/n}, \quad m > 0. \tag{2.2}$$

n is positive or nonnegative according as the strained or unstrained state is taken as the frame or reference. It is zero for Hencky's measure.

The use of generalized strain measures suggests the direction in which theoretical formulae may be extended to conform to experimental data. They also do away with semi-empirical laws like Newton's law for creep-strain. In metals in which only deformation and rotations can be large they help to simplify constitutive equations. In creep rupture different values of m and n give creep-strain-rates measures in the transient ductile and final stages. They also give the experimental creep-law of Andrade, and those assumed by Kachanov and Odqvist [3]. Their importance cannot be over-emphasized in transition problems.

3. Stress-strain relations

For an isotropic homogeneous elastic body the stress tensor τ can be shown to be related to the strain tensor e by means of this relation [4]

$$\tau = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 e + \mathbf{A}_3 e^2, \tag{3.1}$$

where the response coefficients $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$, $\mathbf{A}_3$ are functions of the strain invariants of e. In elastic-plastic deformation of metals e^2 can be neglected and $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$ can be taken as constants.

We shall therefore use the relation

$$\tau_{ij} = \lambda \delta_{ij} e_{ii} + 2\mu e_{ij}, \tag{3.2}$$

where e_{ij} is the nonlinear measure given by (2.1) or (2.2).

The response coefficients λ and μ do not possess their ordinary values in the transition region. By discussing the cases of simple tension and shear thea should be identified with the yield stress in tension, compression or shear.

4. Constitutive equations for the plastic and creep states

In this case the material starts to flow and the strain e_{ij} is to be replaced by the rate of strain deviator. We may write (3.2) as

$$e_{ij} = E^{-1}[(1+\sigma)\tau_{ij} - \sigma\delta_{ij}\tau_{ij}]. \tag{4.1}$$

Changing e_{ij} into e'_{ij}, E^{-1} into an arbitrary quantity λ_1 and $\sigma \to 1/2$, we get

$$e'_{ij} = 3\lambda_1 \tau'_{ij}/2, \tag{4.2}$$

τ'_{ij} being the stress-deviator. These are Levy-von Mises relations.

We shall now use the results of the previous sections for problems of elastic-plastic deformation and show how we get some results, which are generally assumed, and others which have not been analytically proved.

5. Elastic-Plastic Torsion. Displacements, Strains, Stresses of finite Torsion

The results for the elastic torsion of a cylinder subjected to finite twist are already known [5], [6]. In cylindrical coordinates they are

$$\begin{cases} u = r(1-\beta),\ v = \alpha rz,\ w = dz,\ e_{rr} = [1-(r\beta' + \beta)^2]/2, \\ e_{\theta\theta} = (1-\beta^2)/2,\ e_{zz} = d - d^2/2 - \alpha^2 r^2 \beta^2/2, \end{cases} \tag{5.1}$$

$$\begin{cases} e_{r\theta},\ e_{rz} = 0,\ e_{\theta z} = \alpha r\beta^2/2,\ \tau_{rr} = \lambda I_1 + \mu - \mu(r\beta' + \beta)^2, \\ \tau_{\theta\theta} = \lambda I_1 + \mu - \mu\beta^2,\ \tau_{zz} = \lambda I_1 + \mu(2d - d^2 - \alpha^2 r^2 \beta^2), \end{cases} \tag{5.2}$$

$$\tau_{rz},\ \tau_{r\theta} = 0,\quad \tau_{\theta z} = \mu\alpha r\beta^2, \tag{5.3}$$

where

$$I_1 = 3/2 - (1-d)^2/2 - \beta^2(1+\alpha^2 r^2)/2 - (r\beta' + \beta)^2/2, \tag{5.4}$$

$\beta' = d\beta/dr$ and λ, μ are elastic coefficients.

The stresses, given by (5.3), satisfy the equations of equilibrium if β satisfies the nonlinear differential equation [5]

$$[1 + (1-c)\alpha^2 r^2]\beta^2 + (r\beta' + \beta)^2 + c\int k\beta'^2\, dr = 2K^2, \tag{5.5}$$

where $c = (1-2\sigma)/(1-\sigma)$ and K is a constant of integration. We have already shown that this equation has a uniquely holomorphic solution valid on the axis of the cylinder given by

$$\beta = K[1 - (1-c)\alpha^2 r^2/8 + [(6-c)/(12.8^2)](1-c)^2\alpha^4 r^4 \ldots]. \tag{5.6}$$

This corresponds to the regular elastic solution. But for the moment we are not concerned with it. We have to determine the turning points of (5.5). It may be mentioned that c lies between 0 and 1.

6. Turning point solution of equations (5.5)

If we make the successive substitutions

$$t = (1-c)\,\alpha^2 r^2, \quad \beta'/\beta = \gamma, \quad 2+\gamma+1 = y, \tag{6.1}$$

we see that (5.5) reduces to [5]

$$[2ty + (y-1)(2y^2 + cy + 2 - c)](\mathrm{d}\beta/\mathrm{d}y) + 2\beta y(y-1) = 0. \tag{6.2}$$

$\mathrm{d}\beta/\mathrm{d}y$ vanishes for $y = 1$ (which gives $\beta = a =$ constant), for $y = 0$ and $y = \pm\infty$, $y \to 0$ gives $\beta \to \mathbf{A}_0/r$, which is the asymptotic value of β for large t [7]. $y = \pm\infty$ gives $\beta \to 0$ or ∞. Thus we see that the turning point for our ourpose is $y = 0$.

From (5.3) we find that

$$R \equiv 3 - 2c - (1-c)(1-d)^2 - c\tau_{rr}/\mu = \beta^2(1 + y^2 - c + t). \tag{6.3}$$

By taking the logarithmic differentiation of both sides and making use of (6.2) we get

$$\mathrm{d}(\log R)/\mathrm{d}(\log t) = -[c(y^2-1)]/[2(y^2 + 1 - c + t)]. \tag{6.4}$$

This shows that at the turning point $y = 0$ the asymptotic value of (6.4) is $c/[2(1-c+t)]$. Thus we get

$$R = K_1[t/(1-c+t)]^{c/[2(1-c)]}, \tag{6.5}$$

$$\tau_{rr} = \mu c^{-1}\{3 - 2c - (1-c)(1-d)^2 - K_1[t/(1-c+t)]^{c/2(1-c)}\}. \tag{6.6}$$

The asymptotic values of the other stresses can now be easily written down from (5.3), with the help of (6.3) and (6.6). In particular we have

$$\begin{aligned}\tau_{zz} &= \tau_{rr} - \mu(1-d)^2 + \mu\beta^2[y^2 - t/(1-c)] = \\ &= \{\tau_{rr}[(1-c)^2 + t] - \mu(1-c)^2(1-d)^2 - \mu(3-2c)\}/[(1-c)(1-c+t)].\end{aligned} \tag{6.7}$$

The asymptotic value of β^2 is obtained from (6.3) and (6.5) as

$$\beta^2 = \{K_1[t/(1-c+t)]^{c/[2(1-c)]}\}/(1-c+t). \tag{6.8}$$

For $c = 2$, it degenerates into the value K_1/t, which is an exact solution of (5.5).

7. Boundary conditions

The constants K_1 and d have to be determined from the boundary condition

$$\tau_{rr} = 0 \quad \text{over } r = a, \tag{7.1}$$

$$\int_0^a \tau_{zz}\, r\,\mathrm{d}r = 0. \tag{7.2}$$

The first gives K_1 and the second d. Substituting from (6.6) we get

$$K_1 = [(1 - c + t_0)/t_0]^{c/[2(1-c)]}\,[3 - 2c - (1 - c)(1 - d)^2], \tag{7.3}$$

where $t_0 = (1 - c)\,\alpha^2 a^2$. To fix our attention we put $c = 2/3$, $(\sigma = 1/4)$. The value of K_1 now becomes

$$K_1 = t_0^{-1}(1 + 3t_0)\,[5 - (1 - d)^2]/9, \tag{7.4}$$

where $t_0 = \alpha^2 a^2/3$. With this value of c (7.2) gives

$$(1 - d)^2 = 5 - 18t_0^2/[(1 + 3t_0)\log(1 + 3t_0) - 3t_0]. \tag{7.5}$$

To the first degree of t_0, this gives

$$d = 2t_0 = 2\alpha^2 a^2/3. \tag{7.6}$$

The twisting couple M ist given by

$$M = \mu\int_0^a 2\pi\alpha r^3\beta^2\,dr = 9\pi\mu\alpha^{-3}\int_0^{t_0} t\beta^2\,dt = 9\pi\mu\alpha^{-3}\int_0^{t_0}\frac{9K_1 t^2}{(1 + 3t)^2}\,dt = \tag{7.7}$$

$$= \pi\mu\alpha^{-3}[5 - (1 - d)^2]\,[2 + \alpha^2 a^2 - 2(1 + \alpha^2 a^2)\,\alpha^{-2} a^{-2}\log(1 + \alpha^2 a^2)].$$

The shearing stress $\tau_{\theta z}$ is given by

$$\tau_{\theta z} = \mu\alpha r\,[5 - (1 - d)^2]\,t(1 + 3t_0)/[t_0(1 + 3t)^2]. \tag{7.8}$$

Its greatest value occurs at $r = a$ where the plastic state first sets in. If we denote this greatest value by k, we get

$$k = \mu\alpha a\,[5 - (1 - d)^2]/(1 + 3t_0). \tag{7.9}$$

Eliminating μ between (7.7) and (7.9) we get the transitional value of the couple as

$$M = \pi k(1 + \alpha^2 a^2)\,\alpha^{-4} a^{-1}[2 + \alpha^2 a^2 - 2(1 + \alpha^2 a^2)\,\alpha^{-2} a^{-2}\log(1 + \alpha^2 a^2)]. \tag{7.10}$$

To the first order this gives

$$M = \pi k a^3/3, \tag{7.11}$$

which is the value of M when the transition from elastic to plastic state takes place on the outer boundary of the cylinder. This is *one half of the classical* value for the fully plastic state, which is $2\pi k a^3/3$.

8. Fully plastic state

The results for the fully plastic state may be obtained from the results in Section **7** by making $c \to 0$. Thus we get

$$\tau_{rr} = \lim_{c\to 0}\left(\mu c^{-1}[3 - (1 - d)^2]\,\{1 - [a^2(1 + \alpha^2 r^2)\,r^{-2}(1 + \alpha^2 a^2)^{-1}]^{c/[2(1-c)]}\}\right) = \tag{9.1}$$

$$= \{\mu[3 - (1 - d)^2]\log[a^2(1 + \alpha^2 r^2)\,r^{-2}(1 + \alpha^2 a^2)^{-1}]\}/2.$$

In like manner

$$\tau_{\theta z} = \mu\alpha r\,[3 - (1 - d)^2]/(1 + \alpha^2 r^2). \tag{8.2}$$

Denoting its greatest value by k we get

$$k = \mu\alpha a\,[3 - (1 - d)^2]/(1 + \alpha^2 a^2). \tag{8.3}$$

We can therefore write the value of τ_{rr} and $\tau_{\theta z}$ in the fully plastic stats as

$$\begin{cases} \tau_{rr} = [k(1 + \alpha^2 a^2)/(2\alpha a)] \log \{a^2(1 + \alpha^2 r^2)/[r^2(1 + \alpha^2 a^2)]\}, \\ \tau_{\theta z} = kr(1 + \alpha^2 a^2)/[a(1 + \alpha^2 r^2)]. \end{cases} \tag{8.4}$$

τ_{rr} vanishes at $r = a$ and so satisfies the boundary condition in (7.1). It becomes logarithmically infinite on the axis of the cylinder, thus indicating that there is always a core of material which relains elastic. The other normal stresses have also a similar singularity. For sufficiently small values of αa, $\tau_{\theta z} \to k$ except at $r = 0$ where it vanishes.

The corresponding values of β^2, τ_{zz} and $\tau_{\theta\theta}$ are

$$\beta^2 = [3 - (1 - d)^2]/(1 + \alpha^2 r^2),\ \tau_{\theta\theta} = \tau_{rr} - k(1 + \alpha^2 a^2)/[\alpha a(1 + \alpha^2 r^2)], \tag{8.5}$$

$$\tau_{zz} = \tau_{rz} + k(1 + \alpha^2 a^2)/[\alpha a(1 + \alpha^2 r^2)] - 3k(1 + \alpha^2 a^2)/\{\alpha a[3 - (1 - d)^2]\}. \tag{8.6}$$

The boundary condition (7.2) gives

$$3 - (1 - d)^2 = 2\alpha^2 a^2/\log(1 + \alpha^2 a^2). \tag{8.7}$$

To the first approximation in $\alpha^2 a^2$ we get

$$d = \alpha^2 a^2/2. \tag{8.8}$$

From (8.2) and (8.3) we get the twisting couple as

$$M = \pi k \alpha^{-4} a^{-1}(1 + \alpha^2 a^2)\,[\alpha^2 a^2 - \log(1 + \alpha^2 a^2)]. \tag{8.9}$$

For the first approximation this becomes

$$M = \pi k a^3/2. \tag{8.10}$$

This is one and one-half times the transition value given by (7.11) and is less than the classical value $2\pi k a^3/3$.

9. Limits for the value of αa

At transition from the elastic to the plastic state we see from the relation in (7.5) that for $c = 2/3$ we should have

$$2\alpha^4 a^4 < 5\,[(1 + \alpha^2 a^2)\log(1 + \alpha^2 a^2) - \alpha^2 a^2]. \tag{9.1}$$

This is satisfied only if

$$\alpha^2 a^2 < 0.85. \tag{9.2}$$

In the fully plastic state we see from (8.7) that

$$2\alpha^2 a^2 < 3\log(1+\alpha^2 a^2). \tag{9.3}$$

This requires

$$\alpha^2 a^2 < 1.15. \tag{9.4}$$

At these limiting values the corresponding values of the couples in (7.10) and (8.9) become

$$M = 0.44\pi k a^3, \tag{9.5}$$

$$M = 0.63\pi k a^3. \tag{9.6}$$

These are in fairly good agreement with the classical values $\pi k^3/2$ and $2\pi k a^3/3$ respectively.

For practical purposes the values of αa for the transition and the fully plastic state should be determined from (7.9) and (8.3) combined with (7.5) and (8.7) respectively. For most metals we know that $k/\mu = 4\times 10^{-3}$. Thus for transition we get $\alpha a = 10^{-3}$, and the longitudinal extension d as

$$d = 2\times 10^{-6}/3. \tag{9.7}$$

These are in good agreement with the values determined experimentally by Bader and Nadai [8] and Poynting [9].

For the fully plastic state the values are $\alpha a = 2\times 10^{-3}$ and $d = 2\times 10^{-6}$, which are of the same order as those determined by Poynting and Reiner [10] for steel wires. As shown by Poynting there is a decrease in the radius of the wire. We find this decrease to be 20%, which is rather high. Thiy may be due to the fact that both Poynting and Reiner treat wires within the elastic limits.

10. Yield condition

The stresses in (8.4) and (8.6) do not satisfy any classical yield condition. If we substitute their values in von Mises yield condition we get

$$(\tau_{rr}-\tau_{\theta\theta})^2+(\tau_{\theta\theta}-\tau_{zz})^2+(\tau_{zz}-\tau_{rr})^2+6\tau_{\theta z}^2 =$$
$$= 6k^2(1+\alpha^2 a^2)^2\alpha^{-2}a^{-2}(1+\alpha^2 r^2)^{-1}\{1-3/[3-(1-d)^2]\}+$$
$$+18k^2(1+\alpha^2 a^2)^2\alpha^{-2}a^{-2}[3-(1-d)^2]^{-2}.$$

It is only for the extreme case of $d=1$ that its R.H.S. reduces to the constant quantity $2k^2(1+\alpha^2 a^2)\alpha^{-2}a^{-2}$.

Received the 21 V 1964

The Indian Society of Theoretical and Applied Mechanics, Kharagpur, India

REFERENCES

1. Friedrichs K. O., Bull. Amer. Math. Soc., 1955, **61**, pp. 485—504.
2. Seth B. R., *Generalized Strain Measure with Applications to Physical Problems.* Proc. IUTAM sympos. on Second Order Effects in Elasticity, Plasticity and Fluid Dynamics, Haifa, 1962.
3. — *Transition Theory of Creep Rupture.* Math. Res. Center, Techn. Rep. No. *321*, 1962.
4. Reiner M., Amer. J. Math., 1948, **70**, pp. 433—446.
5. Seth B. R., Phil. Trans. Lond. Roy. Soc., 1935, **234 A**, pp. 231–264.
6. — J. Math. a. Phys., 1952, **31**, pp. 84—90.
7. — *Asymptotic Phenomenon in large Torsion.* MRC Report No. *264*, 1961.
8. Bader W., Nadai A., *Nadai's Plasticity.* 1931, pp. 144—145.
9. Poynting J. H., Proc. Roy. Soc., London, 1909, **82 A**, p. 546; Ibid., 1912, **86 A**, p. 534.
10. Reiner M., *Research on Second Order Effects to infinitesimal Elasticity of Metals.* Techn. Rep. Air Res. Develop. Com., U. S. A. Air Force, 1960.
11. Mangeron D., Seth B. R., Rend. Accad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. VIII, 1964, **XXXVIII**, (in print).
12. — Bull. Acad. Roy. Sci. Belgique, s. 5-e 1964, **LI**, (in print).
13. Seth B. R., *Generalized Strain and Transition Concepts for Elastic-Plastic Deformation, Creep and Relaxation.* Eleventh Intern. Congress of Appl. Mech., Munich, 1964. Abstracts, pp. 33–34.
14. Mangeron D., Seth B. R., Rev. Méc. appl., Acad. R. P. R., 1964, **X**, (in print).

PROBLEMA FENOMENELOR DE TRANZIŢIE (I)

(Rezumat)

Autorul, luînd ca bază o serie de lucrări proprii [5]...[7] consacrate studiului fenomenelor de tranziţie, expune rezultatele obţinute în domeniul studiului fenomenelor de tranziţie în cazul deformaţiei elasto-plastice şi a curgerii lente, urmînd ca, într-un şir de lucrări, elaborate în parte cu D. Mangeron [11]...[14], să se discute aplicaţii relative la învelişuri subţiri şi la tuburi supuse la presiune, la dinamica maşinilor cu elemente elasto-plastice ş. a.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. K. 531.32

HARMONISCHE ERREGUNG MIT STABILISIERTER AMPLITUDE

VON

GY. LUDVIG

Ein wichtiges Anwendungsgebiet der elektronischen Analogrechner ist die Untersuchung der erregten Schwingungen von Schwingungssystemen mit einem oder mit mehreren Freiheitsgraden. Das erregte System kann auch ein nichtlineares sein.

Die in der Praxis vorkommenden harmonischen Erregungen können durch folgende Gesetzmässigkeiten charakterisiert werden: a) $F = F_0 \cos \omega t$, b) $F^+ = me\,\omega^2 \cos \omega t$.

Der Wert F_0 kann — je nach der Eigenart der Aufgabe — eine Kraft, ein Moment oder die Amplitude der Verschiebung eines Federendes bedeuten, während im Fall b) das Produkt $me\omega^2$, die auf den mit einer Winkelgeschwindigkeit ω umlaufenden Rotor der Masse m und Exzentrizität e einwirkende Massenkraft darstellt. Deren in Richtung der einen Koordinatenachse fallende Komponente verursacht gleichfalls eine harmonische Erregung.

Eine derartige Erregung wird durch die Lösung der homogenen Differentialgleichung 2. Grades

$$\ddot{z} + \omega^2 z = 0$$

von dem Analogrechner selbst geliefert [1]...[4].

Das Programm der Differentialgleichung ist in Abb. 1 dargestellt.

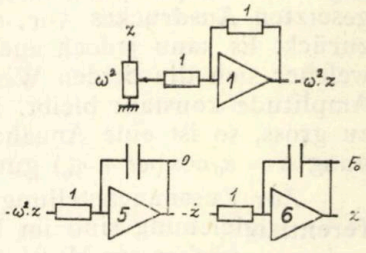


Abb. 1

Ist die Integrationskonstante des Operationsverstärkers *5* gleich 0 und wird bei dem Integrator *6* eine Integrationskonstante von F_0 eingestellt, so beträgt die Ausgangsspannung dieses Operationsverstärkers $z = F_0 \cos \omega t$. Dies entspricht dem Erregungsfall a). Am Ausgang des Operationsverstärkers *1* kann hingegen die Spannung

$$\ddot{z} = -F_0 \omega^2 \cos \omega t$$

abgenommen werden, welche abgesehen vom Vorzeichen, die Erregung b) ergibt. Die vorgeschriebene Kreisfrequenz ω der Erregung wird durch das vor dem Operationsverstärker *I* eingeschaltete Potentiometer eingestellt.

Im Zusammenhang mit dem beschriebenen Erregungstyp ist zu erwähnen, dass die Operationsverstärker mit geringfügigen Rechenfehlern arbeiten, weshalb sich die theoretisch konstante Amplitude der Erregung im Laufe der Zeit geringfügig verändert. Dies wird durch das in Abb. 2 dargestellte Diagramm veranschaulicht.

Im Untersuchungsfall war eine Verminderung der Schwingungsamplitude nach 78 Schwingungen während einer Minute auf 70% des ursprünglichen Wertes zu verzeichnen. Die Art der Verminderung war der Coulombschen Reibungsdämpfung ähnlich. Die Anwendung einer derartigen Erregung hingegen hat einen Rechenfehler zur Folge.

Um dies zu vermeiden, ist die konstante Amplitude in irgend einer Weise zu sichern. Dies könnte durch eine entsprechend eingestellte negative Dämpfung erreicht werden, wobei jedoch eine vorausgehende Einregelung des erforderlichen Wertes ziemliche Schwierigkeiten bereitet und eben deshalb praktisch auch nicht zur Anwendung gelangte. Die zweite Lösung sieht eine Druckknöpfe nur zeitweise erfolgende Einschaltung der negativen Dämpfung vor, wobei die Amplitude der Erregung am Bildschirm der Rechenmaschine kontrolliert wird. Diese Arbeit beansprucht während des Rechnens die volle Aufmerksamkeit der Maschinenbedienung. Zur Vermeidung dieser Nachteile wurden die im folgenden dargelegten Erregungen mit stabilisierten Amplituden ausgearbeitet.

In der Fachliteratur wird die Amplitudenstabilisierung mit Hilfe der nichtlinearen Differentialgleichung 2. Grades nach van der Pol

$$\ddot{z} + (K_1 z^2 - K_2)\dot{z} + \omega^2 z = 0$$

vorgeschlagen [1], [2].

Der in Klammern gesetzte *Dämpfungsfaktor* ist bei kleinen Amplituden negativ, d. h., dass die Schwingungsamplitude zunimmt. Ist hingegen die Amplitude gross, so herrscht das erste Glied des in Klammern gesetzten Ausdruckes vor, d. h. die Amplitude der Schwingung geht zurück. Es kann jedoch auch eine Amplitude z_0 gefunden werden, bei welcher sich die beiden Wirkungen gegenseitig kompensieren und die Amplitude konstant bleibt. Ist der Wert der Faktoren K_1 und K_2 nicht zu gross, so ist eine Annäherung der stationären Lösung mit der Beziehung $z = z_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$ gut möglich.

Zur Zusammenstellung des Programms der van der Pol'schen Differentialgleichung sind im Falle des Analogrechners Typ MN-7, 7 Operationsverstärker, ein Multiplikator und ein Funktionserzeuger erforderlich, d. h., dass die Erregung annähernd die Hälfte der Funktionselemente des Rechners beansprucht.

Die erste Variante der im Lehrstuhl Technische Mechanik ausgearbeiteten amplitudenstabilisierenden Schaltung benutzt den Grundgedanken

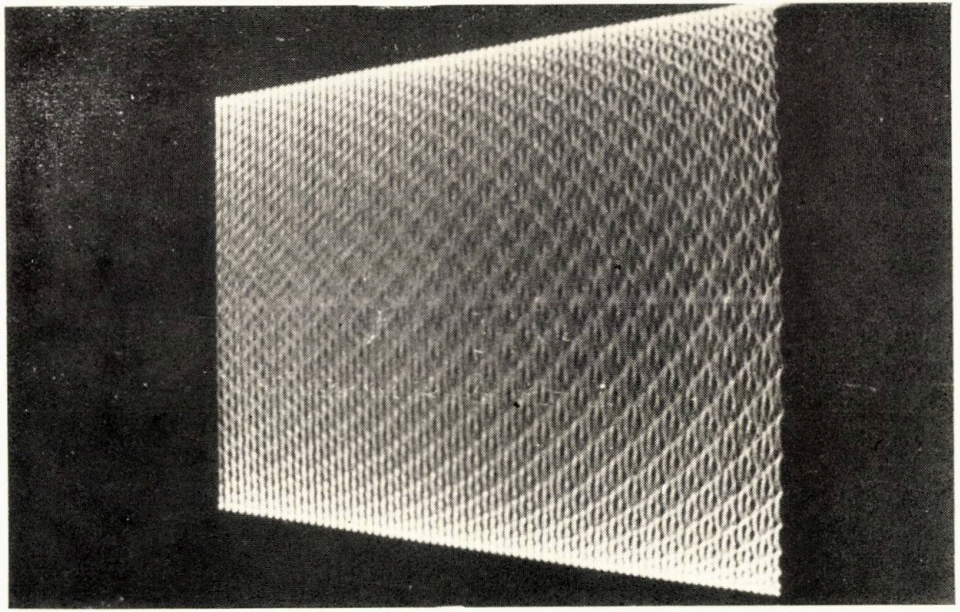


Fig. 2

der van der Pol'schen Differentialgleichung, wobei jedoch statt z^2 der Absolutwert von z in den Ausdruck aufgenommen wurde:

$$\ddot{z} + (K_1 |z| - K_2)\,\dot{z} + \omega^2 z = 0\,.$$

Der in Klammern stehende *Dämpfungsfaktor* hat bei Schwingungen mit geringem Amplituden negatives Vorzeichen, während bei grossen Schwingungsamplituden das erste positive Glied vorherrscht. Die stationäre Amplitude z_0 kann auf Grund der *Gleichheit der Arbeit der negativen und positiven Dämpfungskräfte* ermittelt werden. (Die Ausdrücke Kraft und Arbeit werden hier in übertragenem Sinn gebraucht, da die Bewegungsgleichung durch die Masse dividiert wurde. Genau genommen, müsste man auf die Masseneinheit bezogene Kraft und Arbeit sagen). Die *Dämpfungskraft* ist:

$$(K_1 |z| - K_2)\,\dot{z}\,.$$

Die während einer Periode geleistete Arbeit erhält man aus:

$$L = \int_0^T (K_1 |z| - K_2)\,\dot{z}^2\,\mathrm{d}t\,.$$

Sind die Werte K_1 und K_2 nicht zu gross, so kann die Lösung der Differentialgleichung durch den Ansatz $z = z_0 \cos \omega t$ gut charakterisiert werden. Darum folgt $\dot{z} = -z_0\,\omega \sin \omega t$.

Nach Einsetzen dieser Ausdrücke und Einführen der neuen Veränderlichen $\varphi = \omega t$ wird

$$L = \int_0^{2\pi} (K_1 z_0 |\cos \varphi| - K_2)\, z_0^2\,\omega \sin^2 \varphi\,\mathrm{d}\varphi\,.$$

Im stationären Zustand ist diese Arbeit gleich 0, d. h.

$$K_1 z_0^3\,\omega \int_0^{2\pi} |\cos \varphi| \sin^2 \varphi\,\mathrm{d}\varphi = K_2 z_0^2\,\omega \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi\,\mathrm{d}\varphi\,.$$

Nach Integrieren und Kürzen erhält man

$$4 K_1 z_0/3 = K_2\,\pi\,,$$

d. h.

$$z_0 = (3\pi/4)\ (K_2/K_1)\,;$$

(im Falle der van der Pol'schen Gleichung [5] $z_0 = 2\sqrt{K_2/K_1}$).

So ist die Erregeramplitude nur vom Verhältnis der Faktoren K_2 und K_1 abhängig und bleibt bei sämtlichen ω-Werten gleich gross. Auf Grund der unmittelbaren Betrachtung ist ersichtlich, dass der stationäre Zustand um so schneller erreicht ist, je grösser der Absolutwert der Faktoren K_2 unr K_1 ist. Zu grosse Koeffizienten anzuwenden wäre jedoch

unzweckmässig, da dabei die Amplituden der Oberschwingungen der Erregung gegenüber denen der Grundschwingungen nicht vernachlässigt werden können.

Zur Zusammenstellung des Programms der Differentialgleichung

$$\ddot{z} + (K_1 |z| - K_2)\,\dot{z} + \omega^2 z = 0$$

sind 5 Operationsverstärker, 2 Diodeneinheiten und 1 Multiplikator erforderlich. Die Schaltung wurde ausprobiert und dabei stellte sich heraus, dass sie die Amplitudenkonstanz in ausreichender Weise gewährleistet. An dieser Stelle wollen wir uns jedoch mit dieser Frage nicht eingehender befassen, da es uns gelang, die Amplituden konstanter Grösse mit einer noch einfacheren Schaltung zu erzeugen.

Die Differentialgleichung dieser Schaltung ist folgende:

$$\ddot{z} + K_1 \dot{z} - K_2 \operatorname{sgn} \dot{z} + \omega^2 z = 0.$$

Das ist die Bewegungsgleichung des freien Systems linearer Dämpfung mit *negativer Coulomb'scher Reibung.*

Bei Annahme der Näherungslösung $z = z_0 \cos \omega t$ ist die durch die lineare Dämpfung während einer Periode umgewandelte Energie:

$$L_1 = K_1 z_0^2 \omega \pi.$$

Die negative Reibungskraft ergibt hingegen während einer Periode eine Arbeit $L_2 = 4 K_2 z_0$. Nach Kompensierung der in das System eingespeisten und durch die Dämpfung verbrauchten Energie ist

$$K_1 z_0^2 \omega\pi = 4 K_2 z_0,$$

d. h.

$$\omega z_0 = (4/\pi)\,(K_2/K_1) = \text{konst.}$$

Das Produkt $z_0 \omega$ bedeutet die Amplitude der Geschwindigkeit, d. h. eine auf Grund der Differentialgleichung ausgearbeitete Schaltung gewährleistet die Konstanz der Geschwindigkeitsamplitude. Näherungsweise ist auch diese eine harmonische Schwingung und kann also als Erregung benutzt werden.

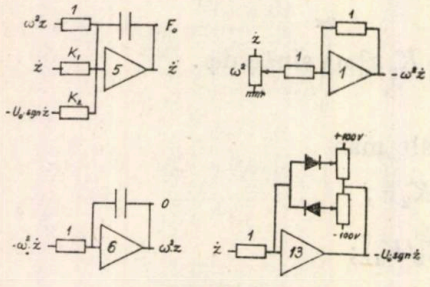


Abb. 3

Das der Differentialgleichung

$$\ddot{z} + K_1 \dot{z} - K_2 \operatorname{sgn} \dot{z} + \omega^2 z = 0$$

entsprechende Programm ist in Abb. 3 dargestellt.

Ist der Wert der Integrationskonstante des Operationsverstärkers 5

$$F_0 = z_0 \omega = (4/\pi)\,(K_2/K_1),$$

so wird die am Verstärker-Ausgang erhaltene Spannung:

$$z = F = F_0 \cos \omega t.$$

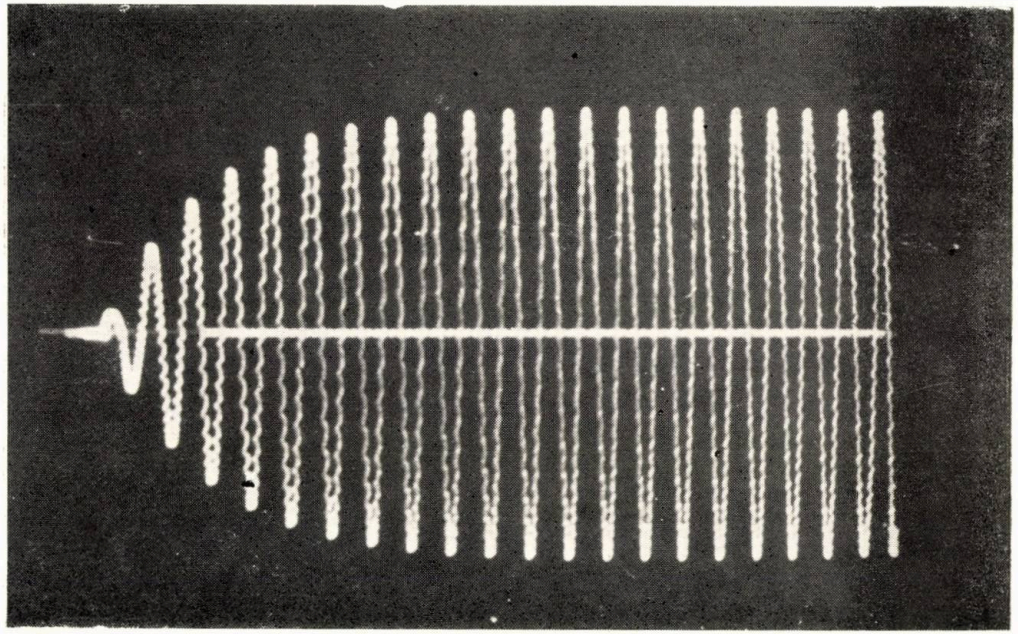


Fig. 4 a

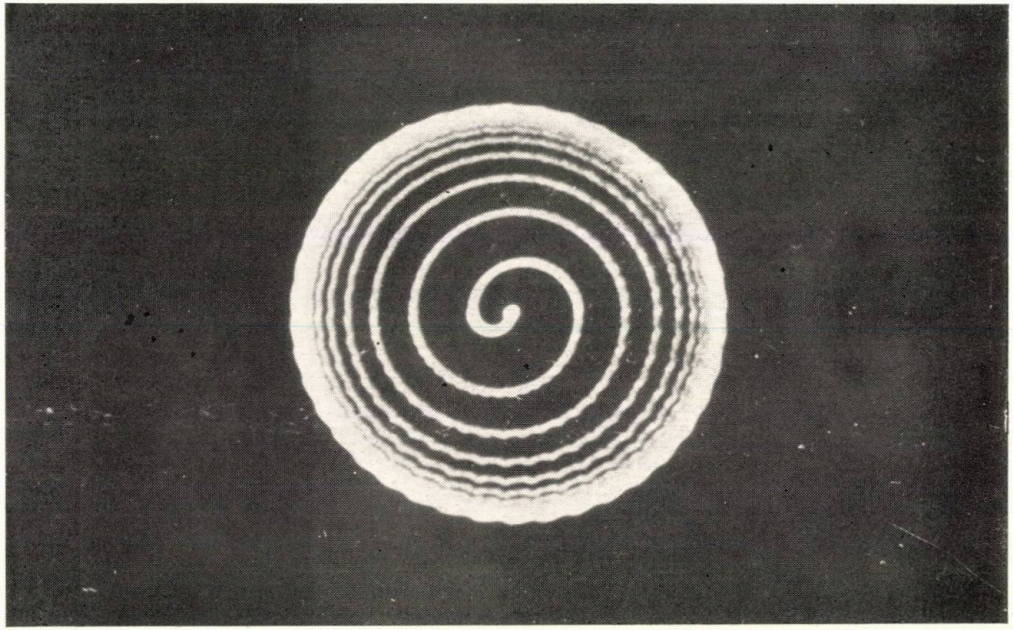


Fig. 4 b

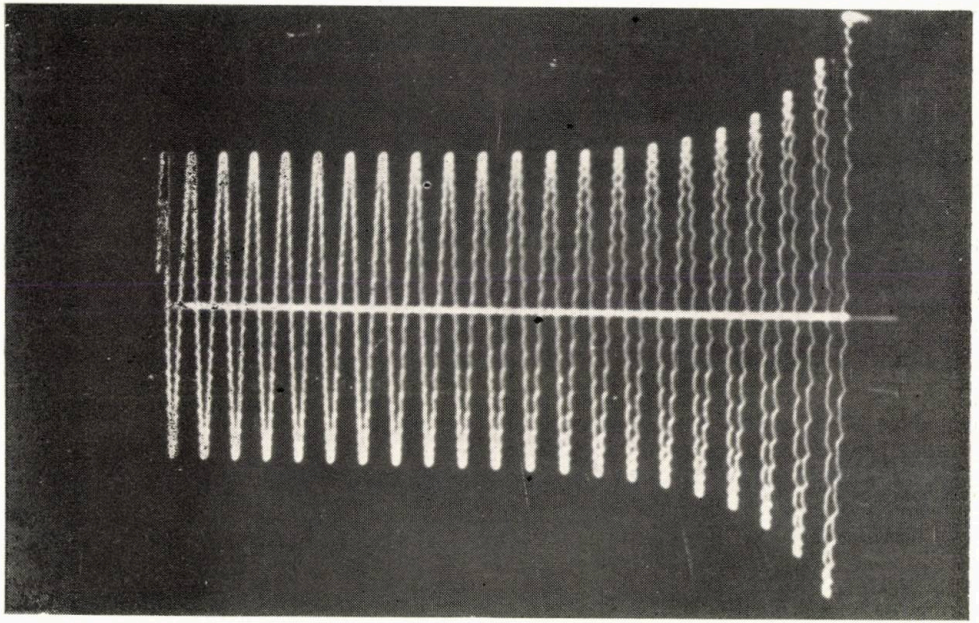


Fig. 4 c

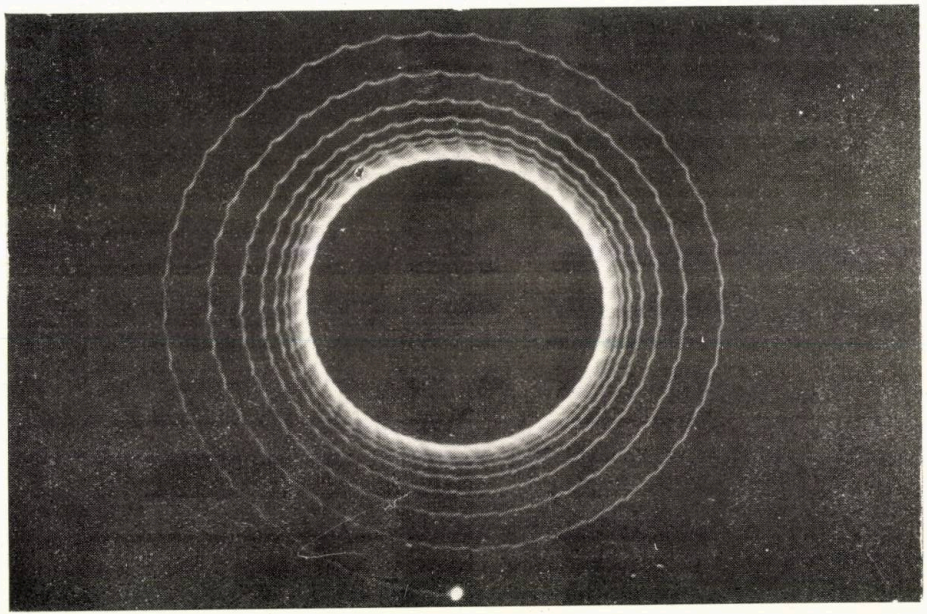


Fig. 4 d

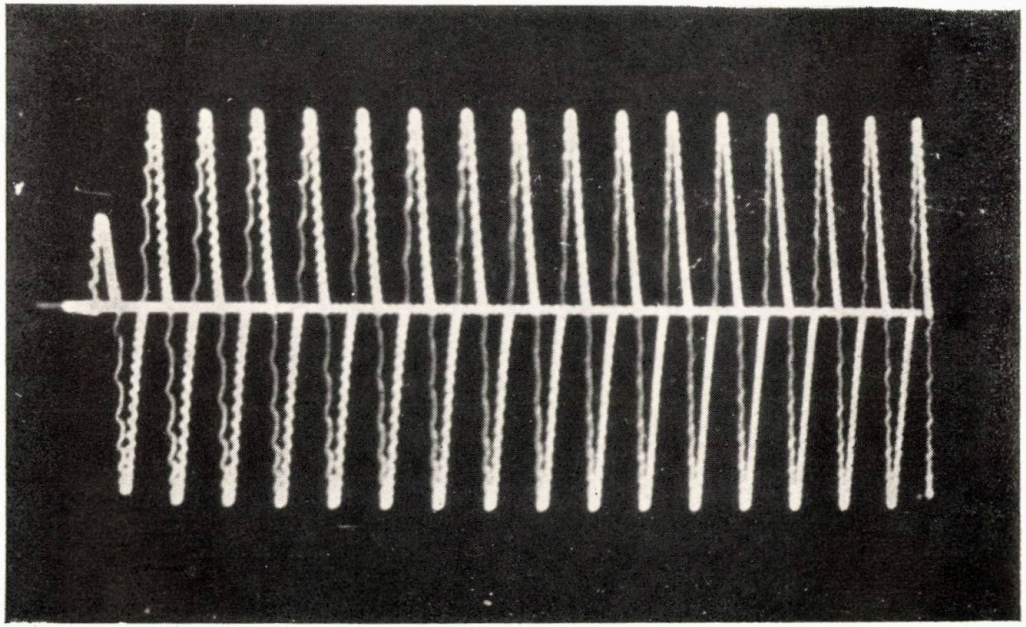


Fig. 5 a

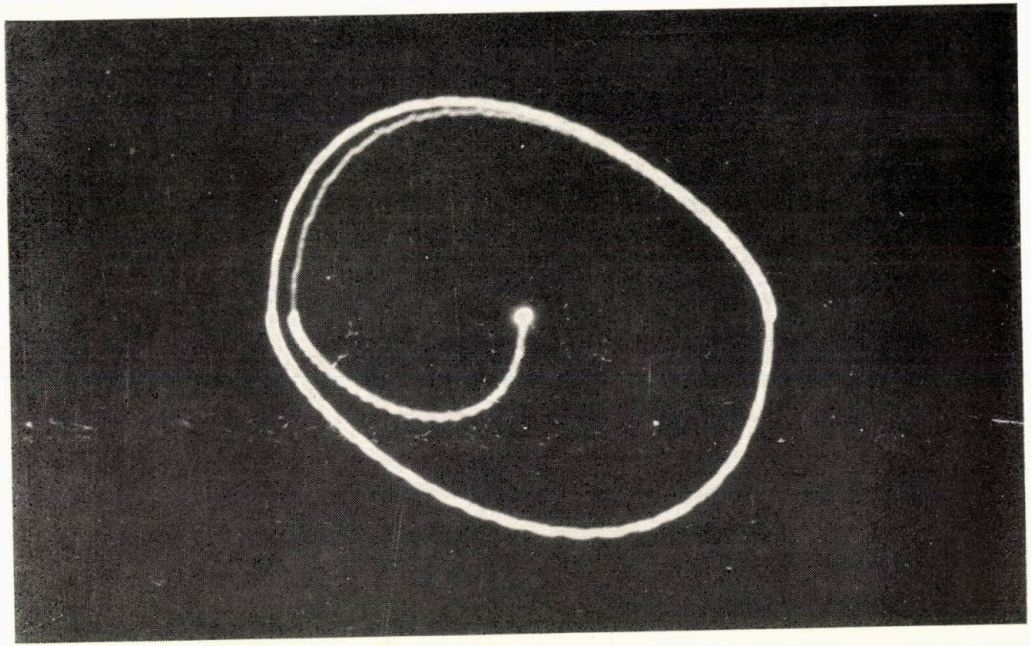


Fig. 5 b

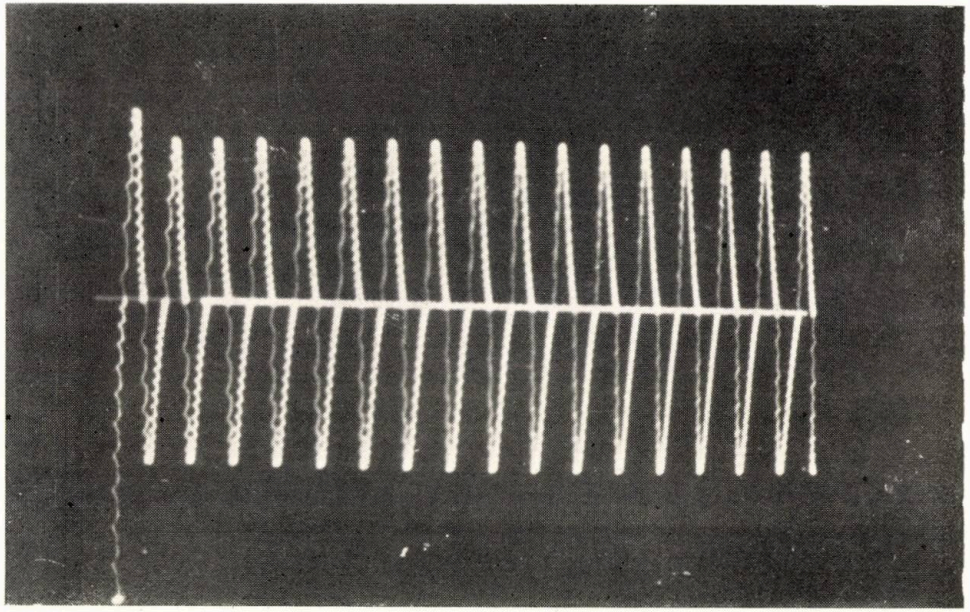


Fig. 5 c

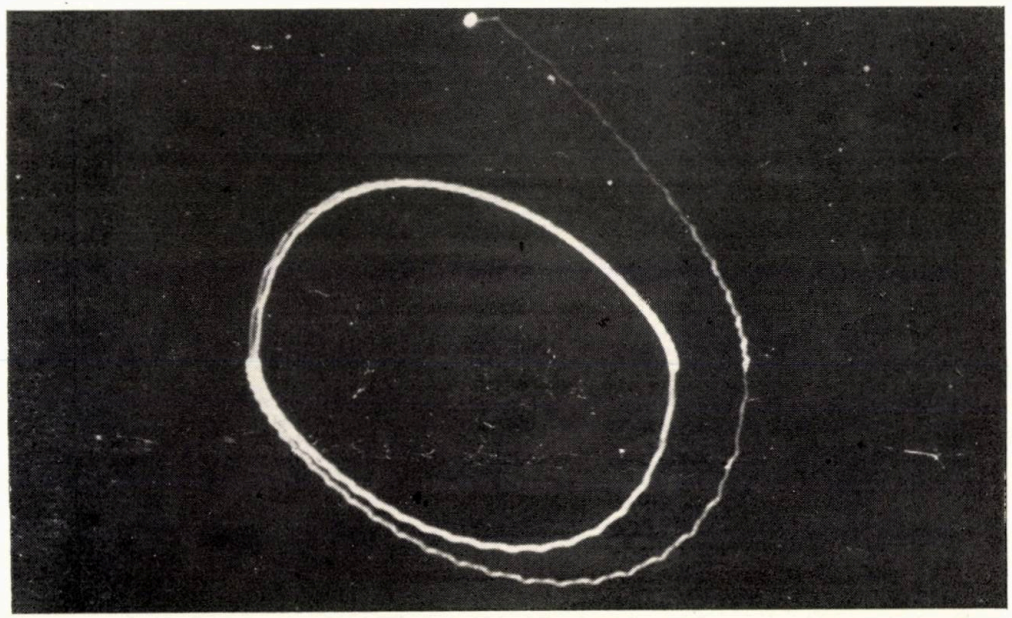


Fig. 5 d

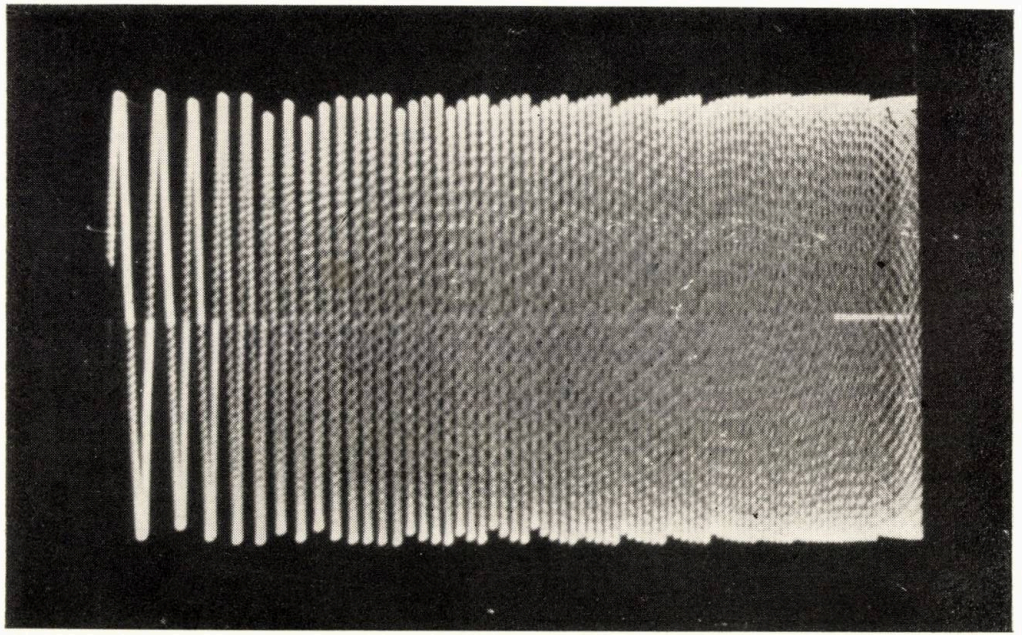


Fig. 6

Dies entspricht dem mit a) bezeichneten Erregungsfall.

Am Ausgang des Operationsverstärkers *1* kann zugleich eine Erregung von

$$F^* = -\omega^2 \dot{z} = -F_0 \omega^2 \cos \omega t$$

abgenommen werden, die, abgesehen vom Vorzeichen, dem Erregungsfall b) entspricht.

Bei der Ableitung der für die Amplitude der Erregung aufgeschriebenen Beziehung $F_0 = (4/\pi)(K_2/K_1)$ wurde angenommen, dass die Ausgangsspannung des Operationsverstärkers *13* je nach dem Vorzeichen von z, $U_0 = \pm 1$ V ist. Praktisch wird zweckmässigerweise eine grössere Ausgangsspannung eingestellt. Der in Volt ausgedrückte Wert der stabilisierten Amplitude ergibt sich hiermit zu

$$F_0 = U_0 (4/\pi)(K_2/K_1).$$

Die Grösse der Amplitude richtet sich lediglich nach dem Verhältnis K_2/K_1, d. h., dass die gewünschte Amplitude durch die Änderung sowohl von K_2 als auch von K_1 eingestellt werden kann.

Unterschreitet die Integrationskonstante des Operationsverstärkers *5* den Wert F_0, so steigt die Amplitude der Erregung so lange, bis der gewünschte Wert in stationärem Zustand erreicht wird. Wird hingegen eine F_0 überschreitende Integrationskonstante eingestellt, so vermindert sich die Amplitude dementsprechend.

Sind die Werte K_2 und K_1 gering, so wird das Erreichen des stationären Zustandes länger dauern, während dies bei grossen Werten K_2 und K_1 rascher eintritt.

In Abb. 4 sind die Ergebnisse für $K_2 = K_1 = 0{,}1$ dargestellt, während in den Abb. 5 die Werte $K_2 = K_1 = 1$ eingestellt wurden. Im Laufe dieser Untersuchungen wurde die Ausgangsspannung der 13. Operationsverstärker auf $U_0 = (\pi/4) \cdot 40 = \pm 31{,}4$ V eingestellt. Folglich ist $F = 40$ V.

Die geringfügige Welligkeit der Linien in den Abbildungen wurde durch die Störwirkung des 50 Hz-Netzes verursacht.

In den Abb. 5a und 5b ist die Integrationskonstante des Integrators *5* Null, während sie auf den Abb. 5c und 5d 80 V beträgt. Die Abszisse der Abb. 5a und 5c stellt die Zeit dar, während die Abb. 5b und 5d die Verhältnisse in der Phasenebene darstellen. Hier wurde an die Horizontalablenkung der Kathodenstrahlröhre des Anzeigegerätes die Ausgangsspannung des Operationsverstärkers *6* angelegt.

Diese Schaltung, die konstante Amplituden gewährleistete, entspricht einem nichtlinearen Schwingungssystem, d. h., die in der Form $F = F_0 \cos \omega t$ geschriebene Lösung bedeutet lediglich eine Näherung, die umso genauer ist, je kleiner K_2 und K_1 sind. Werden diese jedoch gross gewählt, so tritt der stationäre Zustand schnell ein. Im Falle der Abb. 5 tritt der stationäre Zustand bei $K_1 = K_2 = 1$ bereits nach einem Zyklus ein, wobei jedoch die nichtlineare Verzerrung gross ist. In den Abb. 5a und 5c wird die Sinuskurve durch sägezahnförmige Dreiecke angenähert. Die Werte K_2 und K_1 werden der jeweiligen Aufgabe entsprechend auf Grund vorhergehender Versuche und Überlegungen ausgewählt.

So sind z. B. bei der Untersuchung von Anlauf-Auslauf-Versuchen (wobei sich die Kreisfrequenz der Erregung ändert) die Werte von K_2 und K_1 verhältnismässig hoch zu wählen. Bei dem in Abb. 6 dargestellten Fall wurde z. B. die Erregerfrequenz alle 5 Sekunden um 5% der Endfrequenz (etwa 1,6 Hz) erhöht. Obwohl nur der Wert $K_1 = K_2 = 0{,}1$ eingestellt wurde, viel die Amplitude insgesamt nur an einer Stelle unter 90% des vorgeschriebenen Wertes.

Die beschriebene Methode ist auch zur kontinuierlichen Erregung von nichtlinearen Schwingungssystemen mit zeitweise geänderten Frequenzen geeignet. In diesem Falle können die Faktoren K_1 und K_2 0,1 auch unterschreiten, da bis zum Eintreten des stationären Zustandes des Erregungssystems zur Stabilisierung der Erregeramplitude genügend Zeit zur Verfügung steht.

Die dargestellte Erregung bedeutet besonders bei Rechnungsserien (z. B. Aufnahme von Resonanzkurven) eine grosse Hilfe da die Maschine fast ohne Beaufsichtigung arbeiten kann, während früher die Amplitude durch die Maschinenbedienung zeitweise über eine Druckknopfsteuerung berichtigt werden musste.

Eingegangen am 25 XII 1963

Technische Universität,
Budapest, Ungarn

LITERATURVERZEICHNIS

1. Fifer S., *Analogue Computation.* McGraw-Hill, N. Y., 1961.
2. Korn G. A, Korn T. M., *Electronic Analog Computers.* McGraw-Hill, N. Y., 1952.
3. Adler H., *Elektronische Analogrechner.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1962.
4. Коган Б. Я., *Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования.* ГИФМЛ, М., 1959.
5. den Hartog-Mesmer, *Mechanische Schwingungen.* Springer, Berlin, 1962.

EXCITAŢIE ARMONICĂ CU AMPLITUDINE STABILIZATĂ

(Rezumat)

Autorul foloseşte programarea pentru ecuaţia diferenţială

$$\ddot{z} + K_1 \dot{z} - K_2 \operatorname{sign} \dot{z} + w^2 z = 0$$

şi asigură, cu precizie suficientă, în cadrul utilizării maşinii analogice de calcul MN-7, o excitaţie de amplitudine constantă, utilizîndu-se un număr minim de elemente de comutare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. C. 681.14 ; 531.32 ; 539.414

PROGRAMME FOR CALCULATING FORCED VIBRATIONS IN TORSIONAL VIBRATING SYSTEMS BY AN AUTOMATIC COMPUTER

BY

IVAN PLANDER and JOSEF GRUSKA

1. Introduction

The calculation of dynamic stresses excited by torsional vibrations of crankshafts in combustion engines is closely connected with the determination of the amplitudes of forced vibrations. The amplitudes of forced vibrations depend on the amplitudes of the exciting moments on the magnitude of external and internal damping and on the tuning, i. e. on the ratio of the excitation frequency and the natural one. At determining the optimum operational properties of the crankshaft in an entire range of working revolutions one cannot do without a great deal of calculations resulting from the repetitive calculation of amplitudes. Therefore in such cases it is convenient to use automatic computers. Torsional vibrating systems with a smaller number of masses may be solved by means of analog computers [1]. In the case of more complex systems it is more advantageous to use digital computers.

2. Formulation of the problem

In the further part the calculation of resonance angle amplitudes of forced vibrations by an electronic digital computer will be treated because this calculation represents the most difficult task at dimensioning the crankshafts of combustion engines.

A reduced branched-off torsional system with one nodal mass being considered (Fig. 1 a), where: p — number of branches, s number of masses in the jth branch, P — the entire number of masses, i. e.

$$P = 1 + \sum_{j=1}^{p} s_j .$$

Thus also systems shown in Fig. 1 b and 1 c may be involved.

Let on each mass, except the nodal one, act exciting moments having a resonance frequency ω and being mutually displaced in phase. (The natural frequencies of the system may be calculated as eigen values

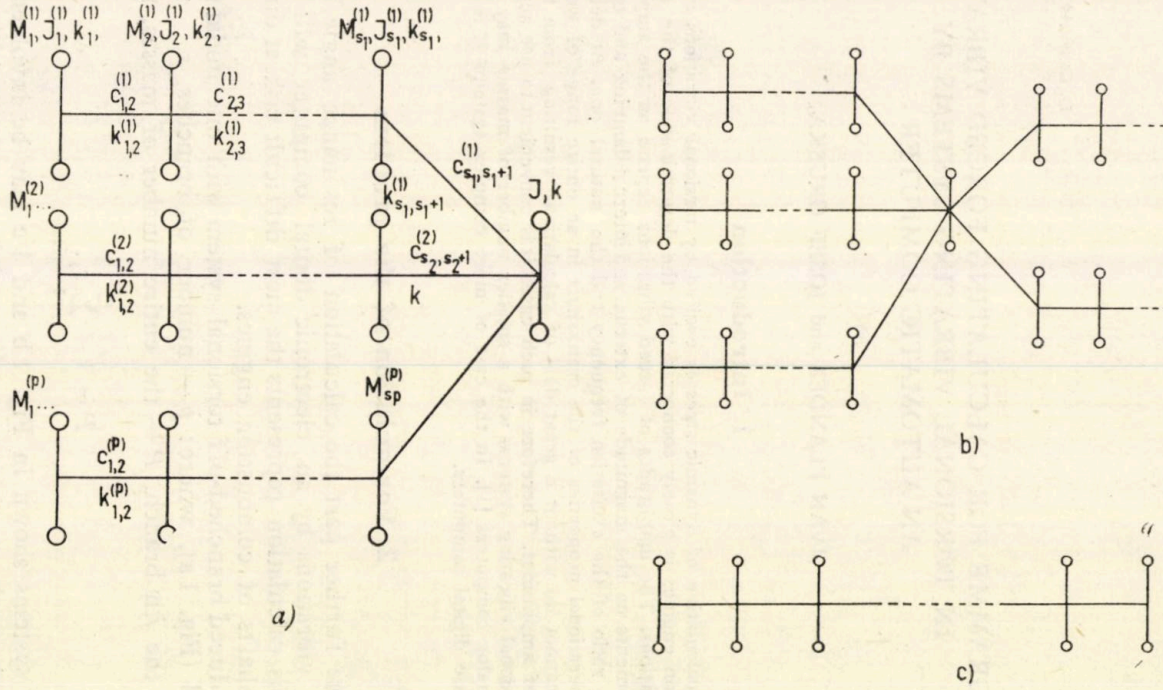


Fig. 1. — Equivalent dynamic systems.

of the matrix according to programmes formerly elaborated on an automatic computer.) Phase displacements are determined by the firing order or by the injection of the engine, respectively. At calculating the resonance amplitude some external and internal dampings having an essential influence on their magnitude are to be taken into consideration. In general the exact values of the damping factors are not known. By choosing the external factor values, the calculation on an automatic computer however, allows to speedily determine their influence on the resonance amplitudes.

3. Equations of motion

The equation of motion for the ith mass of the jth branch of the system is:

$$I_i^{(j)} \ddot{\bar{\varphi}}_i^{(j)} = \bar{M}_i^{(j)} - k_i^{(j)} \dot{\bar{\varphi}}_i^{(j)} - k_{i,i+1}^{(j)} (\dot{\bar{\varphi}}_i^{(j)} - \dot{\bar{\varphi}}_{i+1}^{(j)}) - k_{i+1,i}^{(j)} (\dot{\bar{\varphi}}_i^{(j)} - \dot{\bar{\varphi}}_{i-1}^{(j)}) - \\ - c_{i,i+1}^{(j)} (\bar{\varphi}_i^{(j)} - \bar{\varphi}_{i+1}^{(j)}) - c_{i-1,i}^{(j)} (\bar{\varphi}_i^{(j)} - \bar{\varphi}_{i-1}^{(j)}), \tag{3.1}$$

where: $I_i^{(j)}$ — is a mass moment of inertia of the ith mass in the jth branch (in the further it will be shortly mentioned as mass (i,j), (kp cm sec^2), $\bar{\varphi}_i^{(j)}$ — complex angular deflection of the mas (i,j) (1), $\bar{M}_i^{(j)}$ — complex exciting moment acting on the mass (i,j), (kp cm), $k_i^{(j)}$ — external damping factor of the mass (i,j), $c_{i,i+1}^{(j)} = G_{i,i+1}^{(j)} I_{p_{i,i+1}}^{(j)} / l_{i,i+1}^{(j)}$ — torsional rigidity of the shaft section between the masses (i,j) and $(i+1,j)$, (kp cm), $k_{i,i+1}^{(j)}$ — coefficient of relative internal damping of the shaft section between the masses (i,j) and $(i+1,j)$, (kp cm), $G_{i,i+1}^{(j)}$ — modulus of rigidity of the material of shaft between (i,j) and $(i+1,j)$, (kp cm^2), $I_{p_{i,i+1}}^{(j)}$ — polar moment of inertia of cross-section of the reduced shaft between the masses (i,j) and $(i+1,j)$, (cm^4), $l_{i,i+1}^{(j)}$ — reduced length of the shaft section between the masses (i,j) and $(i+1,j)$ (cm).

The equations of motion for the first mass of the jth branch is obtained from the equation (3.1) if $i = 1$ and $c_{-1,1}^{(j)} = k_{-1,1}^{(j)} = 0$ is put.

The equation of motion for the nodal mass has the following form:

$$I\ddot{\bar{\varphi}} = -k\dot{\bar{\varphi}} - \sum_{j=1}^{p} [k_{s_j,s_j+1}^{(j)} (\dot{\bar{\varphi}} - \dot{\bar{\varphi}}_{s_j}^{(j)}) + c_{s_j,s_j+1}^{(j)} (\bar{\varphi} - \bar{\varphi}_{s_j}^{(j)})], \tag{3.2}$$

where: $\bar{\varphi}$ — the complex entire angular displacement of the nodal mass, k — external damping factor of the nodal mass.

For briefness'sake the following notation may be introduced:

$$I_{s_j+1}^{(j)} = I, \quad k_{s_j+1}^{(j)} = k, \quad \bar{\varphi}_{s_j+1}^{(j)} = \bar{\varphi}, \quad \text{for } j = 1, 2, \ldots, p.$$

4. Solution

According to our assumption it may be written

$$\bar{M}_i^{(j)} = (M_i^{(j)} + \mathrm{i}\, N_i^{(j)}) \exp(\mathrm{i}\omega t), \tag{4.1}$$

where ω is the natural frequency of the system. The solution of the equation systems (3.1) and (3.2) will be sought for in the form:

$$\bar{\varphi}_i^{(j)} = (\varphi_i^{(j)} + \mathrm{i}\psi_i^{(j)}) \exp(\mathrm{i}\omega t). \tag{4.2}$$

Introducing the notation

$$\bar{\alpha}_{i,i+1}^{(j)} = \bar{\varphi}_i^{(j)} - \bar{\varphi}_{i+1}^{(j)} \tag{4.3}$$

it may written

$$\alpha_{i,i+1}^{(j)} = (\alpha_{i,i+1}^{(j)} + \mathrm{i}\beta_{i,i+1}^{(j)}) \exp(\mathrm{i}\omega t), \tag{4.4}$$

where according to (4.2) and (4.3)

$$\alpha_{i,i+1}^{(j)} = \varphi_i^{(j)} - \varphi_{i+1}^{(j)}, \quad \beta_{i,i+1}^{(j)} = \psi_i^{(j)} - \psi_{i+1}^{(j)}. \tag{4.5}$$

The equation (3.1) may be written now in the form:

$$I_i^{(j)} \ddot{\bar{\varphi}}_i^{(j)} = \bar{M}_i^{(j)} - k_i^{(j)} \bar{\varphi}_i^{(j)} - k_{i,i+1}^{(j)} \bar{\alpha}_{i,i+1}^{(j)} - k_{i-1,i}^{(j)} \bar{\alpha}_{i-1,i}^{(j)} -$$

$$- c_{i,i+1}^{(j)} \dot{\bar{\alpha}}_{i,i+1}^{(j)} - c_{i-1,i}^{(j)} \dot{\bar{\alpha}}_{i-1,i}^{(j)}.$$

From the relations (4.2) and (4.4) by differentiating

$$\dot{\bar{\varphi}}_i^{(j)} = \mathrm{i}\omega \bar{\varphi}_i^{(j)}, \quad \ddot{\bar{\varphi}}_i^{(j)} = -\omega^2 \bar{\varphi}_i^{(j)}, \quad \dot{\bar{\alpha}}_{i,i+1}^{(j)} = \mathrm{i}\omega \bar{\alpha}_{i,i+1}^{(j)} \tag{4.7}$$

is obtained.

Using the relations (4.7) and the notation (4.2) and (4.4) for arranging the equation (4.6) and considering the real and imaginary parts separately, the following equations will be obtained:

$$\begin{cases} c_{i,i+1}^{(j)} \alpha_{i,i+1}^{(j)} - \omega k_{i,i+1}^{(j)} \beta_{i,i+1}^{(j)} = \\ \quad = M_i^{(j)} + \omega^2 I_i^{(j)} \varphi_i^{(j)} + \omega k_i^{(j)} \psi_i^{(j)} + c_{i-1,i}^{(j)} \alpha_{i-1,i}^{(j)} - \omega k_{i-1,i}^{(j)} \beta_{i-1,i}^{(j)}, \\ \omega k_{i,i+1}^{(j)} \alpha_{i,i+1}^{(j)} + c_{i,i+1}^{(j)} \beta_{i,i+1}^{(j)} = \\ \quad = N_i^{(j)} + \omega^2 I_i^{(j)} \psi_i^{(j)} - \omega k_i^{(j)} \varphi_i^{(j)} + \omega k_{i-1,i}^{(j)} \alpha_{i-1,i}^{(j)} + c_{i-1,i}^{(j)} \beta_{i-1,i}^{(j)}. \end{cases} \tag{4.8}$$

Let the jth branch be considered. Having $\bar{\varphi}_1^{(j)}$, i. e. $\varphi_1^{(j)}$, $\psi_1^{(j)}$ from the equations (4.8) may be successively calculated

$$\alpha_1^{(j)}, \quad \beta_1^{(j)}, \quad \varphi_2^{(j)}, \quad \psi_2^{(j)}, \quad \alpha_2^{(j)}, \ldots, \varphi_{s_j+1}^{(j)}, \quad \psi_{s_j+1}^{(j)}. \tag{4.9}$$

The algorithm for the calculation is given in the form of a block diagram in the Fig. 2. According to that algorithm successively such quan-

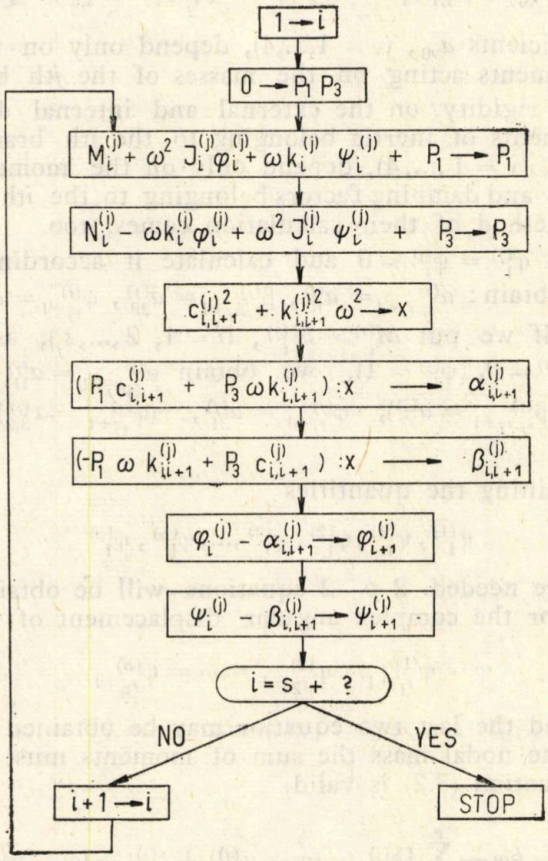


Fig. 2. — Block diagram of algorithm for calculating $\varphi_i^{(j)}$ and $\psi_i^{(j)}$ from the knowns $\varphi_1^{(j)}$ and $\psi_1^{(j)}$.

tities (4.9) as the function of moment components $(M_i^{(j)}, N_i^{(j)})$ those of the constants of the system $(c_{i,i+1}^{(j)}, k_{i,i+1}^{(j)}, k_i^{(j)}, I_i^{(j)})$ and of the quantities $\varphi_1^{(j)}, \psi_1^{(j)}$ may be expressed

$$(4.10)\quad \begin{cases} \alpha_{s_j,s_j+1}^{(j)} = a_{1,0}^{(j)} + a_{1,1}^{(j)}\varphi_i^{(j)} + a_{1,2}^{(j)}\psi_1^{(j)}, \quad \beta_{s_j,s_j+1}^{(j)} = a_{2,0}^{(j)} + a_{2,1}^{(j)}\varphi_1^{(j)} + a_{2,2}^{(j)}\psi_1^{(j)}, \\ \varphi_{s_j+1}^{(j)} = a_{3,0}^{(j)} + a_{3,1}^{(j)}\varphi_1^{(j)} + a_{3,2}^{(j)}\psi_1^{(j)}, \quad \psi_{s_j+1}^{(j)} = a_{4,0}^{(j)} + a_{4,1}^{(j)}\varphi_1^{(j)} + a_{4,2}^{(j)}\psi_1^{(j)}, \end{cases}$$

where the coefficients $a_{\nu 0}$, $(\nu = 1,...,4)$, depend only on the components $M_i^{(j)}$, $N_i^{(j)}$ of moments acting on the masses of the jth branch, further on the torsional rigidity, on the external and internal damping factors and on the moments of inertia belonging to the jth branch. The coefficients $a_{\nu 1}$, $a_{\nu 2}$, $(\nu = 1,...,4)$, depend only on the moments of inertia, torsional rigidity and damping factors belonging to the jth branch. Hence the following method of their calculation comes, too.

Let us put $\varphi_1^{(j)} = \psi_1^{(j)} = 0$ and calculate it according to the given algorithm. We obtain: $\alpha_{s_j,s_j+1}^{(j)} = a_{10}^{(j)}$, $\beta_{s_j,s_j+1}^{(j)} = a_{20}^{(j)}$, $\varphi_{s_j+1}^{(j)} = a_{30}^{(j)}$, $\psi_{s_j+1}^{(j)} = a_{40}^{(j)}$.

Similarly, if we put $M_i^{(j)} = N_i^{(j)}$, $(i = 1, 2,..., s_j)$, as well as $\varphi_1^{(j)} = 1, (\varphi_1^{(j)} = 0)$, $\psi_1^{(j)} = 0$, $(\psi_1^{(j)} = 1)$, we obtain $\alpha_{s_j,s_j+1}^{(j)} = a_{11}^{(j)}$, $(\alpha_{s_j,s_j+1}^{(j)} = a_{1,2}^{(j)})$, $\beta_{s_j,s_j+1}^{(j)} = \alpha_{21}^{(j)}$, $(\beta_{s_j,s_j+1}^{(j)} = a_{22}^{(j)})$, $\varphi_{s_j+1}^{(j)} = a_{31}^{(j)}$, $(\varphi_{s_j+1}^{(j)} = a_{3,2}^{(j)})$, $\psi_{s_j+1}^{(j)} = a_{4,1}^{(j)}$, $(\psi_{s_j+1}^{(j)} = a_{4,2}^{(j)})$.

For determining the quantities

$$(4.11)\qquad \varphi_1^{(1)}, \psi_1^{(1)}, \varphi_1^{(2)}, \psi_1^{(2)}, ..., \varphi_1^{(p)}, \psi_1^{(p)}$$

$2p$ equations are needed. $2p-2$ equations will be obtained under the condition that for the complex angular displacement of the nodal mass

$$(4.12)\qquad \bar{\varphi} = \bar{\varphi}_{s_1+1}^{(1)} = \bar{\varphi}_{s_2+1}^{(2)} = \dots = \bar{\varphi}_{s_p+1}^{(p)}$$

is to be valid and the last two equation may be obtained from the condition that on the nodal mass the sum of moments must be equal zero, i. e. that the equation (3.2) is valid,

$$(4.13)\qquad \ddot{I\bar{\varphi}} = -k\dot{\bar{\varphi}} - \sum_{j=1}^{p} [k_{s_j,s_j+1}^{(j)}(\dot{\bar{\varphi}} - \dot{\bar{\varphi}}_{s_j}^{(j)}) + c_{s_j,s_j+1}^{(j)}(\bar{\varphi} - \bar{\varphi}_{s_j}^{(j)})].$$

As the equalities (4.12) are valid, the equation (4.13) may be written in the form:

$$\begin{aligned} (4.14)\qquad \ddot{I\bar{\varphi}}_{s_1+1}^{(1)} = &-k\dot{\bar{\varphi}}_{s_1+1} - [k_{s_1,s_1+1}^{(1)}(\dot{\bar{\varphi}}_{s_1+1}^{(1)} - \dot{\bar{\varphi}}_{s_1}^{(1)}) + k_{s_2,s_2+1}^{(2)}(\dot{\bar{\varphi}}_{s_2+1}^{(2)} - \dot{\bar{\varphi}}_{s_2}^{(2)}) + \\ &+ \dots + k_{s_p,s_p+1}^{(p)}(\dot{\bar{\varphi}}_{s_p+1}^{(p)} - \dot{\bar{\varphi}}_{s_p}^{(p)}) + c_{s_1,s_1+1}^{(1)}(\bar{\varphi}_{s_1+1}^{(1)} - \bar{\varphi}_{s_1}^{(1)}) + \\ &+ c_{s_2,s_2+1}^{(2)}(\bar{\varphi}_{s_2+1}^{(2)} - \bar{\varphi}_{s_2}^{(2)}) + \dots + c_{s_p,s_p+1}^{(p)}(\bar{\varphi}_{s_p+1}^{(p)} - \bar{\varphi}_{s_p}^{(p)})], \end{aligned}$$

or, by using the relations (4.5), in the form

$$(4.15)\qquad I\ddot{\varphi}^{(1)}_{s_1+1} + k\dot{\varphi}^{(1)}_{s_1+1} - \sum_{j=1}^{p} (k^{(j)}_{s_j,s_j+1}\dot{\alpha}^{(j)}_{s_j,s_j+1} + c^{(j)}_{s_j,s_j+1}\bar{\alpha}^{(j)}_{s_j,s_j+1}) = 0.$$

From the equations (4.12) we obtain

$$(4.16)\qquad \begin{cases} \varphi^{(1)}_{s_1+1} = \varphi^{(2)}_{s_2+1}, \quad \varphi^{(1)}_{s_1+1} = \varphi^{(3)}_{s_3+1}, \ldots, \varphi^{(1)}_{s_1+1} = \varphi^{(p)}_{s_p+1}; \\ \psi^{(1)}_{s_1+1} = \psi^{(2)}_{s_2+1}, \quad \psi^{(1)}_{s_1+1} = \psi^{(3)}_{s_3+1}, \ldots, \psi^{(1)}_{s_1+1} = \psi^{(p)}_{s_p+1}. \end{cases}$$

Using the relations (4.7) and notations (4.2)...(4.4) for the arrangement of the equation (4.15) and considering the real and imaginary parts separately, we obtain:

$$(4.17)\qquad \begin{cases} I\omega^2\varphi^{(1)}_{s_1+1} + k\omega\psi^{(1)}_{s_1+1} + \\ \qquad + \sum_{j=1}^{p} (c^{(j)}_{s_j,s_j+1}\alpha^{(j)}_{s_j,s_j+1} - \omega k^{(j)}_{s_j,s_j+1} - \omega k^{(j)}_{s_j,s_j+1}\beta^{(j)}_{s_j,s_j+1}) = 0, \\ I\omega^2\psi^{(1)}_{s_1+1} - k\omega\varphi^{(1)}_{s_1+1} + \sum_{j=1}^{p} (\omega k^{(j)}_{s_j,s_j+1}\alpha^{(j)}_{s_j,s_j+1} + c^{(j)}_{s_j,s_j+1}\beta^{(j)}_{s_j,s_j+1}) = 0. \end{cases}$$

If we subtitute into the equations (4.16) and (4.17) the terms (4.10) for

$$\varphi^{(1)}_{s_1+1}, \psi^{(1)}_{s_1+1}, \varphi^{(2)}_{s_2+1}, \psi^{(2)}_{s_2+1}, \ldots, \varphi^{(p)}_{s_p+1}, \psi^{(p)}_{s_p+1}, \alpha^{(1)}_{s_1,s_1+1}, \beta^{(1)}_{s_1,s_1+1}, \ldots, \alpha^{(p)}_{s_p,s_p+1}, \beta^{(p)}_{s_p,s_p+1},$$

a system of $2p$ linear equations for $2p$ unknowns $\varphi^{(1)}_1$, $\psi^{(1)}_1$, $\varphi^{(2)}_1$, $\psi^{(2)}_1$, ..., $\varphi^{(p)}_1$, $\psi^{(p)}_1$ will be obtained.

So the process of calculation is following:

1. Compute $\alpha^{(j)}_{,\nu\mu}$ (4.10) for $\nu = 1....,4$; $\mu = 0, 1, 2$.

2. Substitute the terms (4.10) for $\varphi^{(j)}_{s_j+1}$, $\psi^{(j)}_{s_j+1}$, $\alpha^{(j)}_{s_j,s_j+1}$, $\beta^{(j)}_{s_j,s_j+1}$, $(j = 1, 2, ..., p)$, into the equations (4.16) and (4.17) and compute from these equations the quantities $\varphi^{(1)}_1$, $\psi^{(1)}_1$, $\varphi^{(2)}_1$, $\psi^{(2)}_1$, ... $\varphi^{(p)}_1$, $\psi^{(p)}_1$.

3. By using an algorithm for the computation of $\varphi^{(j)}_i$, $\psi^{(j)}_i$ (Fig. 2) compute the components of the angular displacement in the other masses.

For the angular displacement $\Phi^{(j)}_i$ of the mass (i, j) we obtain

$$(4.18)\qquad \Phi^{(j)}_i = \sqrt{\varphi^{(j)2}_i + \psi^{(j)2}_i}\,\sin[\omega t + \operatorname{arctg}(\psi^{(j)}_i, \varphi^{(j)}_i)].$$

5. Programme

There was designed a programme for the automatic computer URAL I in the Institute of Information Theory and Automation of the Czechoslovak Academy of Sciences in Prague, for computing the amplitudes and phase displacements of angular displacements of forced vibrations of an arbitrary torsional reduced system with one nodal mass, for which it is valid that $p \leqslant 4$, $s \leqslant 20$. This limiting is due to the small capacity of memory in the electronic computer URAL I. The programme has 660 instructions. (Besides those ones used for programme introduction and

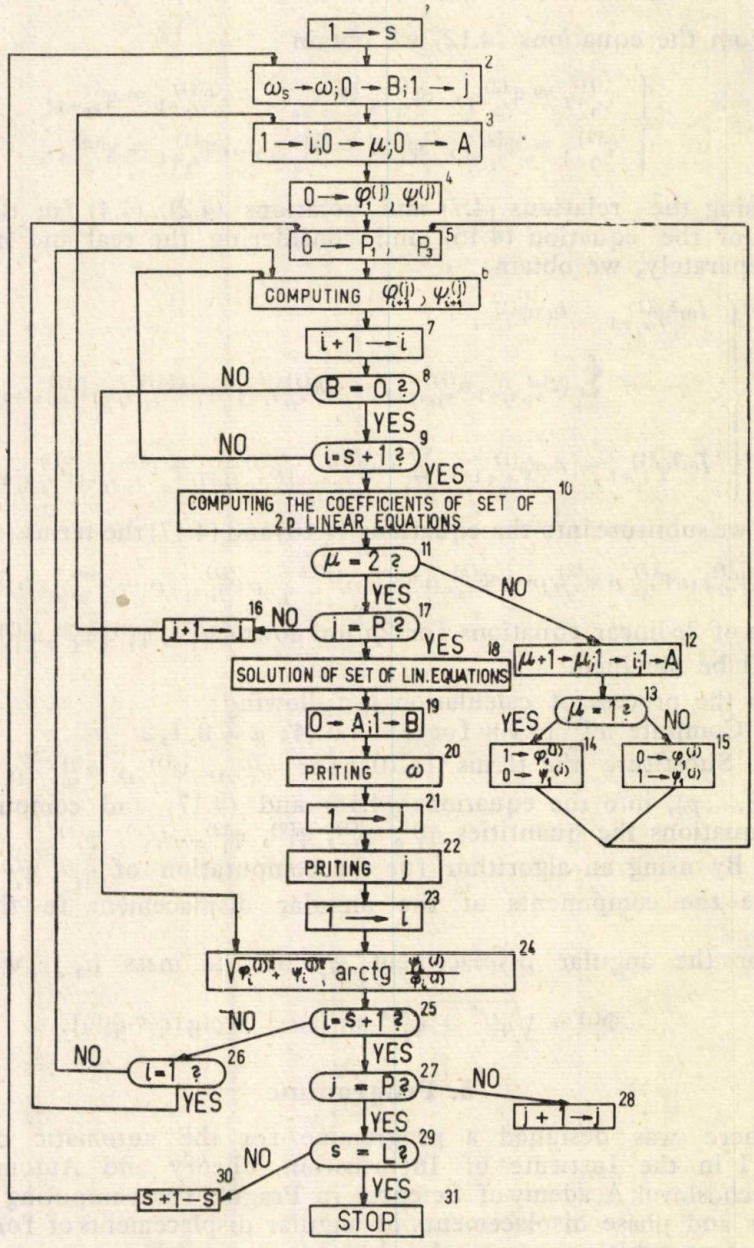


Fig. 3. — Block diagram of the program for calculation.

for the conversion of constants). It works in a floating point. For computing the values of the functions $\sqrt{x}$, arctg x standard subroutines are used and so is a subroutine for solving a system of linear equations. The central part of the programme as a whole is the subroutine for computing the components of complex angular displacements of the masses of the jth branch, if the components of the complex angular displacements in the first mass in the jth branch are known (Fig. 2).

For the programme it is necessary to determine: a) the data characterising the system structure (p — number of branches, s_j — number of masses in the jth branch), b) the data characterising the individual masses and shaft sections (moments of inertia, damping and rigidity coefficients and exciting moments), c) frequencies ω and the number L determining their amount.

Then for every value of ω the computer proceedingly prints the magnitudes of the amplitude and phase shift of the angular displacements of the masses of the first, second as far as the pth branch.

The computation and printing of results for one value last approximately (except the time necessary for the solution of the $2p$ system of linear equations) $13(p + P - 1)$ seconds.

In Fig. 3 the block diagram of calculation is given.

6. Notes concerning the block diagram

1. a) In Blocks *1...17* the constants $a^{(j)}_{\nu,\mu}$, (4.10), for $j = 1, 2, \ldots, p$; $\nu = 1, \ldots, 4$; $\mu = 0, 1, 2$, are computed and these constants are used to form the equations (4.16), (4.17).

b) In Block *6* the computation is performed according to the algorithm, given in the Fig. 2, in blocks *3....9*.

c) In Block *10* there is performed the computation of those coefficients in the system of $2p$ linear equations (4.10), (4.17) that depend on the values $a^{(j)}_{\nu,\mu}$ for $\nu = 1, \ldots, 4$.

2. In Block *18* the system of $2p$ linear equations is solved and the quantities $\varphi^{(j)}_1$, $\psi^{(j)}_1$ for $j = 1, 2, \ldots, p$ are computed.

3. In Blocks *19...28* the components of the complex angular displacements in the remaining masses of the system are computed. Also Blocks *5...7* are used in this case. At the same time the amplitudes and phase shifts of the angular displacements in the masses of the system are computed (block *24*).

4. For all the values of $\varphi^{(j)}_i$ a single memory cell is used. (Similarly for $\psi^{(j)}_i$, $\alpha^{(j)}_i$, $\beta^{(j)}_i$).

5. The amplitude and the phase shift in the nodal mass is computed and printed p-times. (The nodal mass is considered as the $s_j + 1$ mass in the jth branch). This way the check of results is guaranteed.

6. A, B are auxiliary values.

7. Conclusion

1. The programme for computing the amplitudes of forced vibrations in branched-off systems makes possible the considerations of internal and external damping with the computation. At designing combustion engines it is rather difficult to estimate the values of damping coefficients. However, the programme allows, by choosing various combinations of the damping coefficients, to find their influence on the magnitude of the forced vibrations.

2. By means of the programme it is possible also to determine the influence of phase shifts of the exciting moments (the ignition order, etc.) on the magnitude of forced vibrations and to find the amplitudes and the phase shifts of the exciting effects of the system.

3. The programme is of general purpose so far that it may be used for branched-off and unbranched-off systems as for the number of branches $p = 4$ and for the total amount of masses $p = 20$. By this limit the extent of memory has been given. By using computers with larger memory the computation may be performed also for systems with a greater amount of masses and branches.

Received the 10 XII 1962

Slovak Academy of Sciences,
Institut of Machines Automation,
Bratislava, Czechoslovakia

REFERENCES

1. Plander I., Stroj. čas. SAV, 1961, **XII,** *5,* pp. 292—311.
2. Krämer E., VDI - Ztschr., 1960, **102,** *32,* S. 1519—1525.
3. Falk S., VDI - Ber., 1958, **30,** S. 65—69.
4. Терских В. П., *Расчеты крутильных колебаний силовых установок.* Т. **I, II,** Судпромгиз, Ленинград, 1964.

PROGRAMAREA LA MAŞINA ELECTRONICĂ DE CALCUL A CALCULULUI VIBRAŢIILOR FORŢATE ÎN SISTEME MECANICE VIBRATORII SUPUSE LA TORSIUNE

(Rezumat)

1. Programarea calculului amplitudinilor vibraţiilor forţate în sisteme ramificate permite determinarea amortizărilor interioare şi exterioare prin calcul. Este, de ex., deosebit de greu să se facă evaluarea coeficienţilor de amortizare în cazul motoarelor cu combustie internă. Programarea în acest caz prezintă avantaje deosebite. Alegîndu-se diferite combinaţii ale coeficienţilor de amortizare, maşinile electronice de calcul pun în evidenţă influenţa acestor coeficienţi asupra amplitudinii vibraţiilor forţate.

2. Programarea permite de asemenea determinarea influenţei defazajelor momentelor de excitaţie asupra amplitudinii vibraţiilor forţate şi, în consecinţă, conduce la găsirea amplitudinilor şi a defazajelor efectelor de excitaţie din sistem.

3. Ţinînd seama de memoria maşinii electronice de calcul folosită, nu s-a putut studia decît sisteme cu numărul ramificaţiilor $p = 4$ şi pentru o masă totală $p = 20$. Folosind maşini de calcul dotate cu o memorie mai mare, se pot studia sisteme cu mai multe ramificaţii şi de mase mai mari.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Sisteme dinamice echivalente.

Fig. 2. — Diagrama bloc a algoritmului de calcul al mărimilor $\varphi_i^{(j)}$ şi $\psi_i^{(j)}$, fiind cunoscute mărimile $\varphi_1^{(j)}$ şi $\psi_1^{(j)}$.

Fig. 3. — Diagrama bloc a programei de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

Д. К. 621—231

УСЛОВИЯ НАЛИЧИЯ ОДНОГО И ДВУХ КРИВОШИПОВ В ПЯТИЗВЕННОМ ШАРНИРНОМ МЕХАНИЗМЕ

Э. Г. ГУДУШАУРИ

В ряде работ, берущих свое начало в серии результатов ставших по праву классическими советской и немецкой школ по теории машин и механизмов [1]...[6], [8], Ян Одерфельд, Д. С. Тавхелидзе и Д. Манжерон [9], [10] положили начало проблематике обобщений неравенства Грасгофа, причем последние два автора начали систематическое изучение задачи о проворачиваемости звеньев многозвенных механизмов.

Ниже, в связи с задачей проектирования пятизвенных механизмов для получения траекторий различной формы, изучается вопрос о соотношениях между длинами звеньев механизмов, обеспечивающих проворачиваемость ведущего и ведомого звеньев. Настоящая заметка посвящается выяснению соотношений соответствующих случаю, когда оба эти звена являются кривошипами, а также, когда одно звено является кривошипом, а другое коромыслом.

Рассмотрим пятизвенный механизм с пятью вращательными парами $OABCD$, длины звеньев которого обозначим соответственно a, b, c, d и l. Первоначально рассмотрим условия наличия в пятизвенном механизме двух кривошипов OA и DC (рис. 1).

При повороте звена OA, когда оно займет положение OA_1, совпадающее со стойкой справа, звено DC может полностью провернуться в том случае, если длины звеньев b и c подобраны таким образом, что точка C будет иметь возможность занять на своей траектории дальние и ближайшие от точки A_1 положения C_1 и C_2. Этим положениям звеньев OA и DC соответствуют вполне определенные положения других звеньев, а именно, в первом случае механизм займет положение $OA_1B_1C_1D$, а во втором — $OA_1B_1'C_2D$. В первом случае звенья образуют треугольник $A_1B_1C_1$, а во втором — треугольник $A_1B_1'C_2$.

Если применим известную зависимость между длинами сторон треугольника, по которой сторона треугольника меньше суммы и больше разности двух других сторон, то из двух треугольников получим четыре неравенства; для треугольника $A_1B_1C_1$ имеем:

(1) $l+d-a \leqslant c+b$, (2) $l+d-a \geqslant c-b$,

а для треугольника $A_1 B_1' C_2$ имеем:

(3) $l-(d+a) \leqslant c+b$, (4) $l-(d+a) \geqslant c-b$.

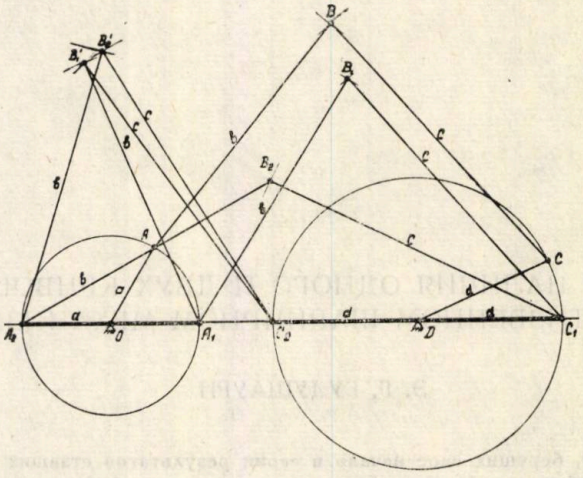


Рис. 1

Когда звено OA при дальнейшем своем повороте займет положение OA_2, совпадающее со стойкой слева, т. к. точка A будет находиться дальше всего от траектории точки C, тогда звенья механизма займут положения $OA_2B_2C_1D$ и $OA_2B_2'C_2D$. В первом случае образуется треугольник $A_2B_2C_1$, во втором — треугольник $A_2B_2'C_2$. Для треугольника $A_2B_2C_1$ имеем:

(5) $l+d+a \leqslant c+b$, (6) $l+d+a \geqslant c-b$,

а для треугольника $A_2B_2'C_2$ имеем:

(7) $l-d+a \leqslant c+b$, (8) $l-d+a \geqslant c-b$.

Если в пятизвенном механизме имеются два ведущих звена OA и DC, углы поворота (φ и α) которых могут иметь любые значения, то для того чтобы оба звена были кривошипами, длины звеньев механизма должны быть подобраны таким образом, чтобы были соблюдены все вышеуказанные условия (1)...(8). Эти условия могут быть разделены на две группы; к первой группе отнесем неравенства для суммы звеньев c и b, а ко второй — неравенства для разности, а именно:

а) I-я группа условий:

$$(9)\quad \begin{cases} c+b \geqslant l+d-a, & c+b \geqslant l-(d+a), \\ c+b \geqslant l+d+a, & c+b \geqslant l-d+a; \end{cases}$$

б) II-я группа условий:

$$(10)\quad \begin{cases} c-b \leqslant l+d-a, & c-b \leqslant l-(d+a), \\ c-b \leqslant l+d+a, & c-b \leqslant l-d+a. \end{cases}$$

Анализируя неравенства первой группы, можем сказать, что они имеют место в том случае, если удовлетворяется третье неравенство; аналогично неравенства второй группы имеют место, если выполнено второе неравенство.

Таким образом [7] сформулируется следующая теорема: в пятизвенном шарнирном механизме два звена, прилегающие к стойке, будут кривошипами, если размеры звеньев удовлетворяют соотношениям:

(11) $c+b \geqslant l+d+a$, (12) $c-b \leqslant l-(d+a)$.

В (12) формуле разность $c-b$ пишется в том случае, когда $c>b$, если же $b>c$ то имеем $b-c$.

При исследовании вопроса о наличии двух кривошипов в пятизвенном механизме, на рис. 1 нами был рассмотрен один из возможных случаев соотношений между длинами исследуемых на кривошип звеньев (a и d) и стойкой l, а именно, тот случай, когда $l>a+d$.

Обобщим формулы (11) и (12) для всех возможных соотношений между длинами a, d и l.

Формулы (11) и (12) можно представить в следующем виде:

$$c+b \geqslant AC_{max}, \quad c-b \leqslant AC_{min}.$$

При любых соотношениях длин звеньев a, d и l, $AC_{max}=l+d+a$, а что касается AC_{min}, то его значения в зависимости от соотношения длин звеньев могут быть следующие:

а) при $a-d>l$, $AC_{min}=a-l-d$ (рис. 2);

б) при $d-a>l$, $AC_{min}=d-l-a$ (рис. 3);

в) при $a+d<l$ (рассмотренный ранее подробно случай), $AC_{min}=l-a-d$ (рис. 4);

г) при $a+d \geqslant l$ и $a-d \leqslant l$, т. е. когда эти звенья располагаются в форме треугольника со сторонами a, d, l (рис. 5) имеем $AC_{min}=0$.

Этим самым исчерпаны все возможные соотношения между длинами a, d и l и в окончательном виде мы можем сформулировать условия существования в пятизвенном механизме двух кривошипов в следующем виде.

В пятизвенном шарнирном механизме два звена, прилегающих к стойке будут являться кривошипами в том случае, если удовлетворяются следующие условия:

(11 а) $$c+b \geqslant l+d+a,$$

(12 а) $$c-b \begin{cases} \leqslant a-l-d \text{ при } a-d>l, \\ \leqslant d-l-a \text{ при } d-a>l, \\ \leqslant l-a-d \text{ при } a+d<l, \\ =0 \text{ при } a+d \geqslant l \text{ и } a-d \leqslant l. \end{cases}$$

Вернемся к рассмотренному на рис. 1 соотношению между длинами звеньев $a+d<l$ и остановимся подробнее на возможных частных случаях:

а) $c = b$. Подставляя эти значения в (12) условие, получаем, что механизм возможен при $l \geqslant a + d$. Если подставим в (11) условие предельное значение $l = a + d$ то получим $b \geqslant a + d$.

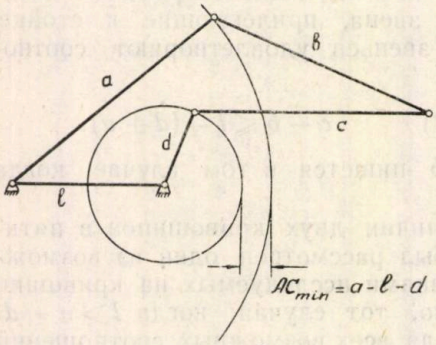


Рис. 2

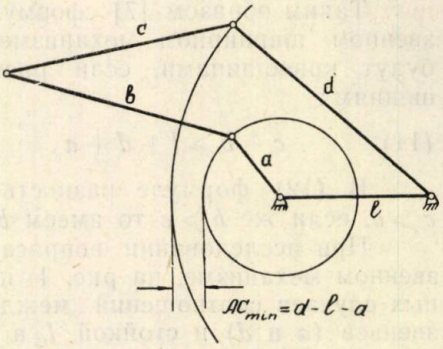


Рис. 3

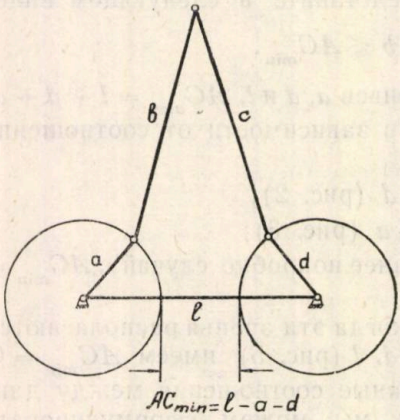


Рис. 4

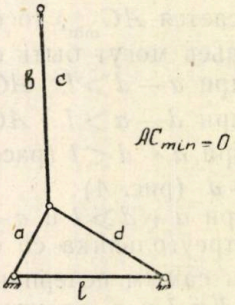


Рис. 5

б) $c = b$, $a = d$. Тогда из (12) условия получаем $l \geqslant 2a$. Если подставим в (11) условие $l = 2a$, получим $b \geqslant 2a$.

в) $l = 0$, т. е. оси звеньев OA и DC совпадают друг с другом. Из условия существования механизма получим:

$$c + b \geqslant d + a, \quad b - c \leqslant d - a.$$

г) $d = c$ или $d = b$. Тогда из (11) условия получим $c \geqslant l + a$, а из (12) $c \leqslant l - a$.

В этом случае одно неравенство исключает другое, так как невозможно, чтобы сумма двух величин была бы меньше третьей величины, а разность была бы больше той же величины.

Следовательно, такой механизм не может существовать. Такое же несоответствие получим, если a приравняем с c или b.

Случай равенства длин всех звеньев мы не рассматривали, так как при этом (11) условие дает несоответствие, а также получаем, что $2a \geqslant 3a$.

В пятизвенном механизме не могут существовать два кривошипа при условии, если $a < b < c < d < l$, в чем мы можем убедиться, если подставим это неравенство в (11) условие $c + b \geqslant l + d + a$.

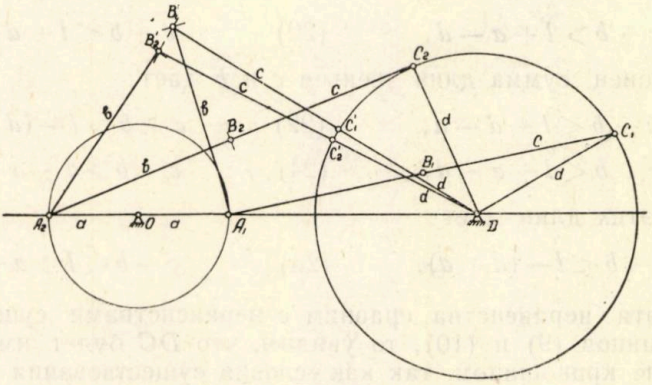


Рис. 6

Используя неравенства: $c + b \geqslant l + d + a$, $c - b \leqslant l - (d + a)$, получаем предельные значения длины неподвижного звена:

$$l_{\max} \leqslant c + b - (d + a), \quad l_{\min} \geqslant (c - b) - (d + a).$$

Перейдем к рассмотрению того случая, когда в механизме имеется только один кривошип — звено OA, а звено CD является коромыслом.

В этом случае, когда звено OA занимает положение OA_1, совпадающее со стойкой вправо (рис. 6), звено DC займет, допустим, положение DC, не доходящее до стойки, при котором два остальные подвешенные звена AB и BC располагаются на одной линии. Механизм при этом принимает форму треугольника $A_1 C_1 D$. Геометрические условия существования треугольника $A_1 C_1 D$ следующие:

(13) $b + c < l + d - a$, (14) $b + c > l - (d + a)$.

Тому же положению A_1 может соответствовать треугольник $A_1 B_1' D$ геометрические условия существования которого следующие:

(15) $d + c + b > l - a$, (16) $d + c - b < l - a$.

При переносе d вправо, получим:

(15′) $c + b > l - (a + d)$, (16′) $c - b < l - (a + d)$.

Когда точка A займет положение A_2, совпадающее со стойкой влево, тогда могут получаться также два треугольника $A_2 C_2 D$ и $A_2 B_2' D$. Геометрические условия существования этих треугольников следующие:

а) для треугольника A_2C_2D:

(17) $b+c<l+a+d$, (18) $b+c>l+a-d$;

б) для треугольника $A_2B_2'D$:

$$d+c+b>l+a,\quad d+c-b<l+a,$$

или, что то-же самое,

(19) $c+b>l+a-d$, (20) $c-b<l+a-d$.

И, наконец, сумма длин звеньев c и b дает:

(21) $c+b<l+d-a$, (22) $c+b>l-(d+a)$,

(23) $c+b<l+a+d$, (24) $c+b>l+a-d$,

а разность этих длин дает:

(25) $c-b<l-(d+a)$, (26) $c-b<l+a-d$.

Если эти неравенства сравним с неравенствами существования двух кривошипов (9) и (10), то увидим, что DC будет именно коромыслом, а не кривошипом, так как условия существования кривошипа не удовлетворяются, что вполне понятно.

Поступила 9 V 1963 г.

Грузинский политехнический ин-т им. В. И. Ленина, Тбилиси, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И. И., *Теория механизмов и машин.* ГТТИ, М., 1951.
2. — *Теория механизмов для воспроизведения плоских кривых.* Изд. АН СССР, М., 1959.
3. Артоболевский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. А., *Синтез плоских механизмов.* Физматгиз, М., 1959.
4. Добровольский В. В., *Теория механизмов для образования плоских кривых.* Изд. АН СССР, М., 1953.
5. — Тр. Моск. станкоинстр. инст., 1938, **II.**
6. Малышев А. П., *Кинематика механизмов.* ГИЛП, М., 1933.
7. Тавхелидзе Д. С., Изв. АН ГССР, 1959, *3.*
8. Hain K., *Mechanism design in Germany. Trans. of the Fourth Conference on Mechanisms.*, Purdue University, 1957, pp. 84—104.
9. Oderfeld J., Archiwum Budowy Maszyn, 1959, **6**, *4*, pp. 521—529.
10. Тавхелидзе Д. С., Манжерон Д., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **6 (10)**, *3—4* pp. 297—300.

CONDIŢIILE DE EXISTENŢĂ A UNEI SAU A DOUĂ MANIVELE ÎNTR-UN MECANISM ARTICULAT CU CINCI ELEMENTE

(Rezumat)

Autorul, ţinînd seama de cercetările recente relative la existenţa manivelelor elaborate de D. Mangeron, D. Tavhelidze şi J. Oderfeld, expune o serie de rezultate relative la problema enunţată în titlul lucrării.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. K. 621—231

ÜBER DIE SCHWERPUNKTSBAHN DES DREISTAB- UND SCHUBKURBELGETRIEBES

VON

W. WUNDERLICH

1. Sei $A_0 A_1 A_2 A_3$ ein ebenes *Gelenkviereck* mit den festen Lagerpunkten A_0 und A_3 (Abb. 1). Die Lagenänderung der beweglichen Glieder wird am besten dadurch beschrieben, dass man das Viereck in

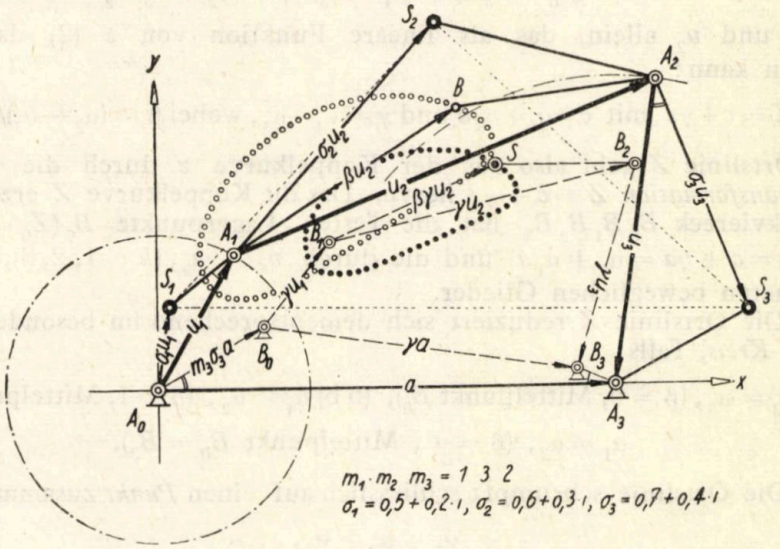


Abb. 1. — Dreistabgetriebe mit Schwerpunktsbahn und dazu ähnlicher Koppelkurve.

eine Gauss'sche Ebene einbettet und den veränderlichen Vektoren $A_0 A_1$, $A_1 A_2$, $A_2 A_3$ komplexe Zahlen u_1, u_2, u_3 zuordnet, die konstante Absolutbeträge und eine feste Summe haben:

(1) $$|u_k| = a_k = \text{const.}, \ (k = 1, 2, 3), \ u_1 + u_2 + u_3 = a = \text{const.}$$

Ein mit der Koppel $A_1 A_2$ starr verbundener Punkt B, festgelegt durch den Vektor $A_1 B = \beta u_2$ mit $\beta = \text{const.}$, beschreibt während der Bewegung eine sogenannte *Koppelkurve.* Diese wohlbekannte, von 6 Gestaltparametern abhängende algebraische Kurve ist im allgemeinen von 6. Ordnung und trizirkulare [1]). Sie findet wegen ihrer einfachen Erzeugung und ihres Formenreichtums vielseitige Anwendung im Maschinenbau. Macht man A_0 zum Nullpunkt der Zahlenebene, so wird die Koppelkurve in bequemer Weise dargestellt durch die komplexe Gleichung

(2) $$z = u_1 + \beta u_2,$$

wobei die Variablen u_k der Festsetzung (1) unterliegen [2]).

In der Folge benötigen wir den nachstehenden

1. Hilfssatz. *Sind u_1, u_2, u_3 drei komplexe Veränderliche mit festen Absolutbeträgen und konstanter Summe $a \neq 0$, dann stellt jede Linearkombination $Z = \alpha_0 + \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3$ mit konstanten Koeffizienten α_k im allgemeinen eine Koppelkurve dar, die zu einer vom Gelenkviereck $u_1 + u_2 + u_3 = a$ erzeugbaren Koppelkurve ähnlich ist.*

Elimination von u_3 führt nämlich auf ein Linearpolynom

(3) $$Z = (\alpha_0 + \alpha_3 a) + (\alpha_1 - \alpha_3) u_1 + (\alpha_2 - \alpha_3) u_2$$

in u_1 und u_2 allein, das als lineare Funktion von z (2) dargestellt werden kann:

(4) $Z = c + \gamma z$ mit $c = \alpha_0 + \alpha_3 a$ und $\gamma = \alpha_1 - \alpha_3$, wobei $\beta = (\alpha_2 - \alpha_3)/(\alpha_1 - \alpha_3)$.

Die Ortslinie Z geht also aus der Koppelkurve z durch die *Ähnlichkeitstransformation* $Z = c + \gamma z$ hervor. Das die Koppelkurve Z erzeugende Gelenkviereck $B_0 B_1 B_2 B_3$ hat die festen Lagerpunkte $B_0 (Z_0 = c)$ und $B_3 (Z_3 = c + \gamma a = \alpha_0 + \alpha_1 a)$ und die durch $v_k = \gamma u_k$, $(k = 1, 2, 3)$, gekennzeichneten beweglichen Glieder.

Die Ortslinie Z reduziert sich dementsprechend im besonderen auf einen *Kreis,* falls

(5 a) $\alpha_2 = \alpha_3$, ($\beta = 0$, Mittelpunkt B_0), (5 b) $\alpha_1 = \alpha_2$, ($\beta = 1$, Mittelpunkt B_3),

(5 c) $$\alpha_1 = \alpha_3, \ (\beta = \infty, \text{ Mittelpunkt } B_0 = B_3).$$

Die Ortslinie schrumpft schliesslich auf einen *Punkt* zusammen, falls

(5 d) $$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3,$$

und zwar auf den Punkt $B_0 = B_3$.

---

[1]) Vgl. etwa [1], oder [2]. Eine ausführliche Theorie der Koppelkurve mit komplexen Hilfsmitteln gab A. Haarbleicher [3].

[2]) Einen auf dieser komplexen Darstellung beruhenden kurzen analytischen Beweis des klassischen Satzes von S. Roberts, betreffend die dreifache Erzeugung der Koppelkurve durch Gelenkvierecke (Dreistabgetriebe), gab der Verfasser in [4].

2. Betrachten wir nun ein *materielles Dreistabgetriebe* $A_0 A_1 A_2 A_3$ (Abb. 1). Die beweglichen Glieder mögen die *Relativmassen* m_1, m_2, m_3 mit der Summe 1 und die *Schwerpunkte* S_1, S_2, S_3 haben. Deren Lage sei durch die Vektoren $A_0 S_1 = \sigma_1 u_1$, $A_1 S_2 = \sigma_2 u_2$, $A_2 S_3 = \sigma_3 u_3$ mittels der im allgemeinen komplexen Konstanten σ_k festgelegt; ihre komplexen Koordinaten lauten demnach:

$$(6) \qquad S_1 \dots z_1 = \sigma_1 u_1, \quad S_2 \dots z_2 = u_1 + \sigma_2 u_2, \quad S_3 \dots z_3 = u_1 + u_2 + \sigma_3 u_3.$$

Der *Gesamtschwerpunkt* S der beweglichen Teile ist sodann gekennzeichnet durch

$$(7) \qquad \begin{gathered} S \dots Z = m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3 = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3 \text{ mit} \\ \alpha_1 = m_1 \sigma_1 + m_2 + m_3 = 1 + m_1 (\sigma_1 - 1), \; \alpha_2 = m_2 \sigma_2 + m_3, \; \alpha_3 = m_3 \sigma_3. \end{gathered}$$

Auf Grund des 1. Hilfssatzes gilt daher der

Satz 1. *Die Bahn des Gesamtschwerpunktes eines Dreistabgetriebes ist im allgemeinen eine Koppelkurve, die zu einer Koppelkurve des Getriebes ähnlich ist.*

Damit ist eine Tatsache in voller Allgemeinheit bewiesen, die unter einschränkenden Voraussetzungen (nämlich für reelle σ_k) und mittels rein geometrischer Betrachtungen von R. Kreutzinger festgestellt worden ist [5].

Für die festen Lagerpunkte B_0 und B_3 des die Schwerpunktsbahn erzeugenden, zu $A_0 A_1 A_2 A_3$ in jedem Augenblick ähnlichen Gelenkvierecks $B_0 B_1 B_2 B_3$ findet man mit Rücksicht auf $\alpha_0 = 0$ und (7) die Koordinaten

$$(8) \qquad B_0 \dots Z_0 = m_3 \sigma_3 a, \; B_3 \dots Z_3 = [1 + m_1 (\sigma_1 - 1)] a.$$

Hierdurch ist die Lage dieses Gelenkvierecks vollständig bestimmt. Die Kenngrösse β, welche den die Koppelkurve beschreibenden Koppelpunkt S bestimmt, hat nach (4) und (7) den Wert

$$(9) \qquad \beta = (\alpha_2 - \alpha_3)/(\alpha_1 - \alpha_3) = [m_2 \sigma_2 + m_3 (1 - \sigma_3)]/[m_1 \sigma_1 + m_2 + m_3 (1 - \sigma_3)].$$

Mit Hilfe dieser Formeln wurde die Schwerpunktsbahn des Dreistabgetriebes in Abb. 1 ermittelt. Stellen mit horizontaler Tangente gehören zu Gleichgewichtslagen des Getriebes, deren Stabilität oder Labilität unmittelbar zu erkennen ist.

Mittels der Kriterien 5a...5d erhält man auch Aufschluss über die *Ausnahmefälle* des Satzes 1. *Kreise als Schwerpunktsbahnen* treten auf, wenn $\beta = 0$, 1 oder ∞. Dies zieht mit Rücksicht auf die reellen und positiven Massenwerte m_k folgende Bedingungen nach sich:

$$\beta = 0 \ldots \sigma_2/(\sigma_3 - 1) = m_3/m_2;$$

(10 a)
$$\sphericalangle A_2 A_1 S_2 + \sphericalangle S_3 A_3 A_2 = \pm \pi, \quad \overline{A_1 S_2}/\overline{A_3 S_3} = m_3 \cdot \overline{A_1 A_2}/(m_2 \cdot \overline{A_2 A_3}),$$

$$\beta = 1 \ldots \sigma_1/(\sigma_2 - 1) = m_2/m_1;$$

(10 b)
$$\sphericalangle A_1 A_0 S_1 + \sphericalangle S_2 A_2 A_1 = \pm \pi, \quad \overline{A_0 S_1}/\overline{A_2 S_2} = m_2 \cdot \overline{A_0 A_1}/(m_1 \cdot \overline{A_1 A_2}),$$

(10 c)
$$\beta = \infty \ldots m_1 (1 - \sigma_1) + m_3 \sigma_3 = 1.$$

Schliesslich folgt auf Grund von (5 d) und (7) noch der bemerkenswerte

Satz 2. *Der Gesamtschwerpunkt eines Dreistabgetriebes ist fest, falls*

(10 d)
$$\sigma_2 = 1 + (m_1/m_2)\,\sigma_1 \text{ und } \sigma_3 = 1 + m_2/m_3 + (m_1/m_3)\,\sigma_1.$$

Er liegt an der Stelle $m_3 \sigma_3 a$.

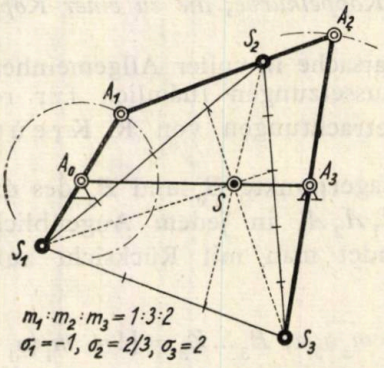


Abb. 2. — Deistrabgetriebe mit unveränderlichem Gesamtschwerpunkt.

Die Doppelbedingung (10 d) ist äquivalent zu den beiden Bedingungen (10 a) und (10 b), woraus auch ihre geometrische Bedeutung zu entnehmen ist. Die Bedingung ist durchaus erfüllbar, da der Teilschwerpunkt jedes einzelnen Getriebegliedes durch geeignete Formgebung und Massenverteilung grundsätzlich an jede gewünschte Stelle gebracht werden kann. Eine derartige Schwerpunktsverteilung für das Getriebe aus Abb. 1 zeigt beispielsweise mit reellen σ_k (Abb. 2). Ein gemäss Satz 2 konstruiertes Dreistabgetriebe mit unveränderlichem Gesamtschwerpunkt hat die bemerkenswerte Eigenschaft, in jeder Stellung in *indifferentem Gleichgewicht* zu sein. Es behält diese Eigenschaft auch nach Veränderung der Lagerpunkte A_0 und A_3 bei, da die Bedingung (10 d) nur die Massen und Schwerpunkte der drei Glieder betrifft.

3. Das *Schubkurbelgetriebe* $A_0 A_1 A_2 A_2'$ (Abb. 3) mit festem Lagerpunkt A_0 und geradegeführtem Punkt A_2 kann als Grenzform eines Gelenkvierecks aufgefasst werden, dessen zweiter Lagerpunkt A_3 ins Unendliche gerückt ist. Die analytische Behandlung verlangt allerdings eine gewisse Modifikation. Macht man A_0 wieder zum Nullpunkt einer Gauss'schen Zahlenebene und ordnet man den Vektoren $A_0 A_1$, $A_1 A_2$ zwei komplexe Variable u_1, u_2 mit festen Absolutbeträgen zu, versteht hingegen unter u_3 eine komplexe Konstante, die einen Vektor $A_2 A_2'$ darstellt, dessen Endpunkt auf der zur Bahn von A_2 parallelen Geraden durch A_0 liegt, so wird das Getriebe beschrieben durch:

$$(11)\quad |u_k| = a_k = \text{const.}, (k = 1, 2),\ u_3 = \text{const.},\ \arg(u_1 + u_2 + u_3) = \alpha = \text{const.}$$

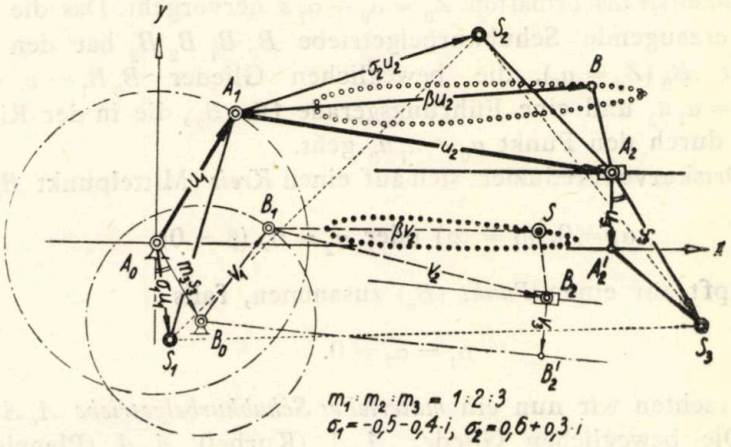


Abb. 3. — Schubkurbelgetriebe mit Schwerpunktsbahn und dazu ähnlicher Pleuelkurve.

Legt man wie in Abb. 3 die Achse der reellen Zahlen parallel zur Bahngeraden von A_2, so hat man $\alpha = 0$. Für das übliche „zentrische" Schubkurbelgetriebe kann $u_3 = 0$ angenommen werden.

Ein mit der Pleuelstange $A_1 A_2$ starr verbundener Punkt B, festgelegt durch den Vektor $A_1 B = \beta u_2$ mit $\beta = \text{const.}$, durchläuft während der Bewegung eine sogenannte *Pleuelkurve*. Diese wohlbekannte, von 5 Gestaltparametern abhängige algebraische Kurve, ist im allgemeinen von 4. Ordnung und monozirkular [1]...[3]. Sie wird wieder erfasst durch die komplexe Gleichung

$$(12)\qquad z = u_1 + \beta u_2,$$

wobei die Variablen u_k jetzt der Festsetzung (11) zu genügen haben.

Wir vermerken den entsprechenden

2. Hilfssatz. *Sind u_1, u_2 zwei komplexe Veränderliche mit festen Absolutbeträgen, und hat ihre um eine Konstante u_3 vermehrte Summe ein festes Argument α, dann stellt jede Linearkombination $Z = \alpha_0 + \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2$ mit konstanten Koeffizienten α_k im allgemeinen eine Pleuelkurve dar, die zu einer vom Schubkurbelgetriebe* $\arg(u_1 + u_2 + u_3) = \alpha$ *erzeugbaren Pleuelkurve ähnlich ist.*

Die Umformung

$$Z = \alpha_0 + \alpha_1 (u_1 + \beta u_2) \text{ mit } \beta = \alpha_2/\alpha_1, \ (\alpha_1 \neq 0), \tag{13}$$

zeigt nämlich, dass die Ortslinie Z aus der Pleuelkurve z (12) durch die Ähnlichkeitstransformation $Z_0 = \alpha_0 + \alpha_1 z$ hervorgeht. Das die Pleuelkurve Z erzeugende Schubkurbelgetriebe $B_0 B_1 B_2 B_2'$ hat den festen Lagerpunkt B_0 ($Z_0 = \alpha_0$), die beweglichen Glieder $B_0 B_1 = v_1 = \alpha_1 u_1$, $B_1 B_2 = v_2 = \alpha_1 u_2$ und eine Führungsgerade für B_2, die in der Richtung $\alpha + \arg \alpha_1$ durch den Punkt $\alpha_0 - \alpha_1 u_3$ geht.

Die Ortskurve Z reduziert sich auf einen *Kreis* (Mittelpunkt B_0), falls

$$\alpha_1 = 0, \ (\beta = \infty) \text{ oder } \alpha_2 = 0, \ (\beta = 0). \tag{14 a, b}$$

Sie schrumpft auf einen *Punkt* (B_0) zusammen, falls

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0. \tag{14 c}$$

4. Betrachten wir nun ein *materielles Schubkurbelgetriebe* $A_0 A_1 A_2 A_2'$ (Abb. 3). Die beweglichen Glieder $A_0 A_1$ (Kurbel), $A_1 A_2$ (Pleuelstange) und $A_2 A_2'$ (Kolben) mögen die *Relativmassen* m_1, m_2, m_3 mit der Summe 1 und die *Schwerpunkte* S_1, S_2, S_3 haben. Deren Lage sei durch die Vektoren $A_0 S_1 = \sigma_1 u_1$, $A_1 S_2 = \sigma_2 u_2$ mit im allgemeinen komplexen Konstanten σ_k, sowie durch $A_2 S_3 = s_3 = \text{const.}$ festgelegt. Die komplexen Koordinaten der Teilschwerpunkte lauten daher:

$$S_1 \ldots z_1 = \sigma_1 u_1, \ S_2 \ldots z_2 = u_1 + \sigma_2 u_2, \ S_3 \ldots z_3 = u_1 + u_2 + s_3. \tag{15}$$

Der *Gesamtschwerpunkt* S der beweglichen Teile ist sodann bestimmt durch

$$S \ldots Z = m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3 = \alpha_0 + \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 \text{ mit}$$
$$\alpha_0 = m_3 s_3, \ \alpha_1 = m_1 \sigma_1 + m_2 + m_3 = 1 + m_1 (\sigma_1 - 1), \ \alpha_2 = m_2 \sigma_2 + m_3. \tag{16}$$

Auf Grund des 2. Hilfssatzes gilt demnach der

Satz 3. *Die Bahn des Gesamtschwerpunktes eines Schubkurbelgetriebes ist im allgemeinen eine Pleuelkurve, die zu einer Pleuelkurve des Getriebes ähnlich ist.*

Für den festen Lagerpunkt B_0 des die Schwerpunktsbahn erzeugenden, in jedem Augenblick zu $A_0 A_1 A_2 A_2'$ ähnlichen Schubkurbelgetriebes $B_0 B_1 B_2 B_2'$ findet man nach **3**

$$B_0 \ldots Z_0 = \alpha_0 = m_3 s_3, \tag{17}$$

für die beweglichen Teile die Vektoren

$$B_0 B_1 = v_1 = \alpha_1 u_1, \quad B_1 B_2 = v_2 = \alpha_1 u_2, \quad B_2 B_2' = v_3 = \alpha_1 u_3. \tag{18}$$

Da die Bahngerade von B_2' durch B_0 geht, so ist das Getriebe durch diese Angaben vollständig festgelegt. Die Kenngrösse β, welche den die Pleuelkurve beschreibenden Pleuelpunkt S bestimmt, hat nach (13) und (16) den Wert

$$\beta = \alpha_2/\alpha_1 = (m_2 \sigma_2 + m_3)/(m_1 \sigma_1 + m_2 + m_3). \tag{19}$$

Mit Hilfe dieser Formeln wurde die Schwerpunktsbahn des Schubkurbelgetriebes in Abb. 3 ermittelt.

Über die *Ausnahmefälle* des Satzes 3 geben die Kriterien 14 a ... 14 c Aufschluss. *Kreise als Schwerpunktsbahnen* treten auf, wenn $\beta = \infty$ oder 0. Dies tritt ein, falls:

$$\sigma_1 = -(m_2 + m_3)/m_1, \text{ bzw.} \tag{20 a}$$

$$\sigma_2 = -m_3/m_2. \tag{20 b}$$

Im ersten Fall liegt der Kurbelschwerpunkt S_1 auf der Verlängerung des Kurbelradius $A_0 A_1$, im zweiten Fall liegt der Pleuelschwerpunkt S_2 auf der Verlängerung der Pleuelstrecke $A_1 A_2$; die Lage des Kolbenschwerpunkts S_3 ist dabei ohne Belang.

Sind die Bedingungen (20 a) und (20 b) gleichzeitig erfüllt, so erhält man zufolge (14 c) ein *Schubkurbelgetriebe mit ruhendem Gesamtschwerpunkt* an der Stelle B_0 (17).

Eingegangen am 24 II 1963

Technische Hochschule,
Wien, Österreich

LITERATURVERZEICHNIS

1. Schoenfliess A., Grübler M., *Kinematik.* Enzykl. Math. Wiss., **IV**, *3.*
2. Ebner F., *Leitfaden des technisch wichtigen Kurven.* Leipzig, 1904.
3. Haarbleicher A., J. éc. polyt., 1933, **31**, pp. 13–40.
4. Wunderlich W., Publ. Inst. Math. Acad. Serbe Sci., 1958, **12**, pp. 11–18.
5. Kreutzinger R., Getriebetechnik, 1942, **10**, S. 397–398.

ASUPRA TRAIECTORIEI BARICENTRULUI TRIBARULUI ŞI A MECANISMULUI BIELĂ-MANIVELĂ

(Rezumat)

Se demonstrează, cu ajutorul numerelor complexe, că baricentrul unui mecanism material cu trei bare descrie o curbă care este asemenea unei traiectorii generate de acelaşi mecanism; acest fapt rămîne valabil şi pentru cazul limită al unei manivele de lungime infinită.

Se obţin condiţii simple pentru ca baricentrul unui sistem să rămînă fix.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Mecanism tribar cu traiectoria baricentrului şi curba de bielă asemenea.
Fig. 2. — Mecanism tribar (patrulater) cu baricentrul total invariabil.
Fig. 3. — Mecanism bielă-manivelă cu traiectoria baricentrului şi curba de bielă asemenea.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

Д. К. 531.15

ВОЗМОЖНОСТЬ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ НЕКОТОРЫХ СЛУЧАЕВ ВРАЩАТЕЛЬНОГО И ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ТЕЛ

КАРОЛЬ ТОМАШЕВСКИЙ

1. *Введение*

В статье разбираются случаи вращательного движения и плоского движения, сложенного относительно вращательного и поступательного переносного движений, которые возможно осуществить с помощью простого устройства (рис. 1).

Вследствие непрерывного технического прогресса и развития автоматизации в разных отраслях промышленности, часто при создавании новых машин и технологических процессов, а также при модернизации этих приходится осуществлять вращательное или плоское движение вращательных тел (валики, шары, ободки, бочки, цилиндры, катки и другие) разные случаи движения как вращательное, вращательно-маятниковое, маятниковое сложное, перерывное сложное, скачковое сложное, возвратно-маятниковое и сложное.

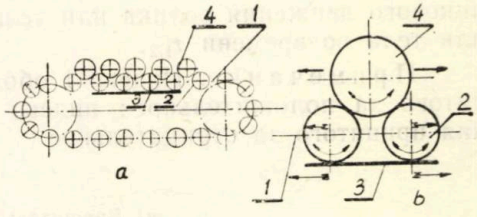


Рис. 1. — Схема устройства для привода тел вращения во вращательное и плоское движения; *1* — цепь, *2* — ролики, *3* — лента, *4* — тело вращения.

Все вышеуказанные случаи движения вращательных тел можно создать на очень простом устройстве, имеющем роликовый транспортер с лентой и приводной механизм (рис. 1).

Цепь *1* и ролики *2* являются основными элементами роликового транспортера который в зависимости от потребности может снабжаться приводом в движении возвратно-поступательном при $V_{u_1} \neq 0$ и $V_{u_2} \neq 0$,

поступательном при V_{u_1} или $V_{u_2} \neq 0$, а также можно сделать его неподвижным при $V_{u_1} = V_{u_2} = 0$.

Качение роликов существует на ленте *3*, которая может быть в зависимости от потребности снабжена приводом в возвратно-поступательном движении, при $V_1 \neq 0$ и $V_2 = 0$, поступательном движении при V_1 или $V_2 \neq 0$, а также может быть неподвижной при $V_1 = V_2 = 0$.

Привод роликового транспортера и ленты не представляет больших затруднений в создании его как универсального привода для осуществления отдельных движений транспортера и ленты, которые в результате создают требующие тела *4*.

Движение роликов *2* и тела *4* возможно осуществлять с помощью зацепления или трения между элементами *2, 3, 4*.

Как показывает рис. 1 ролики *2* и тела *4* составляют кинематические пары, в которых движение тел зависит от движения роликов и характерно тем, что ее окружные скорости (роликов и вращательных тел) остаются одинаковыми.

При установлении, что ролики *2* приводящие тела *4* остаются одинаковыми можно исследовать движение только одной кинематической пары для определения математических зависимостей параметров движения.

2. *Случай вращательного и плоского движений, а также их математические формулы*

Обозначим последние физические величины и параметры движения: D — диаметр тела, d — диаметр ролика, $V_{u_{1,2}}$ — скорость транспортера, скорость переношения ролика и тела, $V_{1,2}$ — скорость ленты, $V_{w_{1,2}}$ — относительная скорость во вращательном движении ролика или тела, $n_{r_{1,2}}$ — число оборотов ролика, $n_{p_{1,2}}$ — число оборотов тела, $h_{1,2}$ — ход транспортера или ленты, $t_{1,2}$ — продолжительность времени одного хода транспортера или ленты, T — продолжительность времени маятникового движения ролика или тела, $s_{1,2}$ — путь откатывания ролика или тела во времени $t_{1,2}$.

Примечание. Индекс 1 обозначает направление движения принятого за положительное; индекс 2 обозначает направление движения принятого за отрицательное.

а) *Вращательное движение*

Случай I. *Вращательное движение* (рис. 2). Тело исполняет вращательное движение на основании:

а) $$V_{u_1} = V_{u_2} = 0, \quad V_2 = 0, \quad V_1 \neq 0;$$

б) $$V_{u_1} = V_{u_2} = 0, \quad V_1 = 0, \quad V_2 \neq 0.$$

Случай II. *Вращательно-маятниковое движение* (рис. 3). Тело исполняет вращательно-маятниковое движение на основании:

$$V_{u_1} = V_{u_2} = 0, \quad V_1 \neq 0, \quad V_2 \neq 0.$$

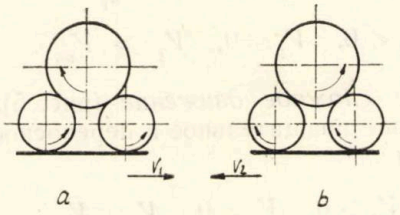


Рис. 2. — Вращательное движение тела 4.

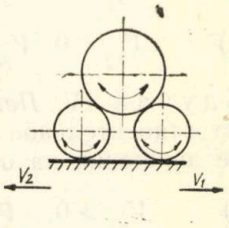


Рис. 3. — Вращательно-маятниковое движение тела 4.

Для разработки проекта устройства по схеме рис. 1, осуществляющего движение случаев I и II нужно применять известные из механики следующие формулы:

(1) $$V_{w_{1,2}} = V_{1,2},$$

(2) $$S_{1,2} = V_{1,2} t_{1,2},$$

(3) $$T = t_1 + t_2,$$

(4) $$h_{1,2} = V_1 t_1 = V_2 t_2,$$

(5) $$n_{r_{1,2}} = 60 V_{1,2} / (\pi d),$$

(6) $$n_{p_{1,2}} = 60 V_{1,2} / (\pi D).$$

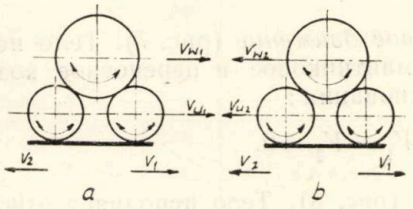


Рис. 4. — Сложное маятниковое движение тела 4.

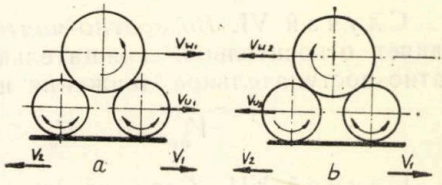


Рис. 5. — Сложное перерывное движение тела 4.

Если известны d, D, $V_{w_{1,2}}$, $S_{1,2}$ можно легко определить остальные параметры из уравнений (1)...(6).

б) *Плоское движение*

Случай III. *Маятниковое сложное движение* (рис. 4). Тело исполняет относительное маятниковое вращательное движение и поступательное переносное движение на основании:

а) $V_{u_1} > 0,\ V_{u_2} = 0,\ V_1 > 0,\quad V_2 < 0,\ V_1 > V_{u_1}$;

б) $V_{u_2} < 0,\ V_{u_1} = 0,\ V_2 < 0,\quad V_1 = 0,\ |V_2| > |V_{u_2}|$.

Случай IV. *Перерывное сложное движение* (рис. 5). Тело исполняет относительное перерывное вращательное и переносное поступательное движения на основании:

а) $V_{u_1} > 0,\quad V_{u_2} = 0,\quad V_1 > 0,\quad V_2 < 0,\quad V_1 = V_{u_1}$;

b) $V_{u_2} < 0,\quad V_{u_1} = 0,\quad V_2 < 0,\quad V_1 > 0,\quad V_2 = V_{u_2}$.

Случай V. *Скачковое сложное движение* (рис. 6). Тело исполняет относительное вращательное движение с переменной скачковой скоростью и переносное поступательное движение на основании:

а) $V_{u_1} > 0,\quad V_{u_2} = 0,\quad V_1 > 0,\quad V_2 < 0,\quad V_1 < V_{u_1}$;

b) $V_{u_2} < 0,\quad V_{u_1} = 0,\quad V_2 < 0,\quad V_1 > 0,\quad |V_2| < |V_{u_2}|$.

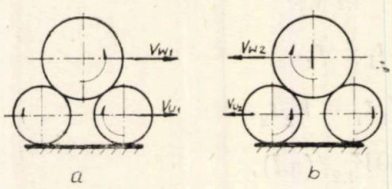


Рис. 6. — Сложное маятниковое движение тела 4.

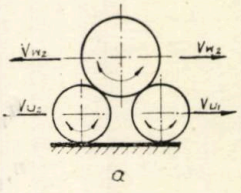


Рис. 7. — Возвратно-маятниковое движение тела 4.

Случай VI. *Возвратно-маятниковое движение* (рис. 7). Тело исполняет относительное вращательное маятниковое и переносное возвратно-поступательное движения на основании:

$$V_{u_1} > 0,\quad V_{u_2} < 0,\quad V_1 = V_2 = 0.$$

Случай VII. *Сложное движение* (рис. 8). Тело исполняет относительное вращательное и поступательное переносное движения на основании:

а) $V_{u_1} > 0,\quad V_{u_2} = 0,\quad V_1 = V_2 = 0$;

b) $V_{u_2} < 0,\quad V_{u_1} = 0,\quad V_1 = V_2 = 0$.

Для разработки проекта устройства по схеме рис. 1, осуществляющего движение случаев III ... VII, нужно применять известные из механики следующие формулы:

$$V_{w_{1,2}} = V_1 + V_{u_{1,2}}, \quad V_{w_{1,2}} = V_2 + V_{u_{1,2}}, \tag{7}$$

$$S_{1,2} = (V_{1,2} + V_{u_{1,2}})\, t_{1,2}, \tag{8}$$

$$n_{r_{1,2}} = 60 V_{w_{1,2}}/(\pi d), \tag{9}$$

$$n_{p_{1,2}} = 60 V_{w_{1,2}}/(\pi D). \tag{10}$$

Если известны d, D, $V_{w_{1,2}}$, $S_{1,2}$ возможно легко определить остальные параметры из уравнений (3), (4) и (7)...(10).

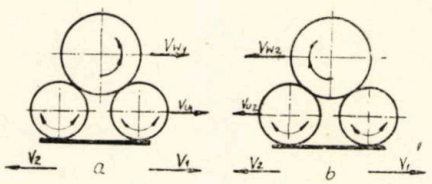


Рис. 8. — Сложное движение тела 4.

3. *Заключение*

На основе сделанных выводов можно сказать:

а) Все приведенные случаи движения можно выполнять на устройстве схема которого указана на рис. 1.

б) Если будет оно иметь привод, обеспечивающий поступательное и возвратно-поступательное движения роликового транспортера и ленты.

Поступило 20 VII 1963 г.

Горно-Металлургическая Академия
Краков, Польша

POSIBILITATEA DE REALIZARE A UNOR MIŞCĂRI DE ROTAŢIE ŞI DE MIŞCĂRI PARALELE CU UN PLAN FIX A CORPURILOR DE REVOLUŢIE

(Rezumat)

Autorul, ţinînd seama de faptul că industria constructoare de maşini şi variate procese tehnologice reclamă adesea astăzi realizarea de mişcări de rotaţie şi mişcări paralele cu un plan fix a corpurilor de revoluţie, prezintă în textul original descrierea unui dispozitiv menit a răspunde la o astfel de cerinţă (fig. 1).

Explicația figurilor

Fig. 1. — Schema dispozitivului de aducere a corpurilor de rotație în mișcare de rotație și în mișcare paralelă cu un plan fix. *1* — lanț, *2* — role, *3* — bandă, *4* — corp de rotație.

Fig. 2. — Mișcarea de rotație a corpului *4*.

Fig. 3. — Mișcarea de rotație de natură pendulară a corpului *4*.

Fig. 4. — Mișcarea pendulară compusă a corpului *4*.

Fig. 5. — Mișcarea intermitentă compusă a corpului *4*.

Fig. 6. — Mișcarea pendulară compusă a corpului *4*.

Fig. 7. — Mișcarea pendulară-retrogradă a corpului *4*.

Fig. 8. — Mișcarea compusă a corpului *4*.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

Д. К. 531.32 ; 66.026

КОЛЕБАНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ ТРУБОПРОВОДОВ

А. П. КОВРЕВСКИЙ

1. *Введение*

Трубопровод с протекающей в нем жидкостью можно рассматривать как балку, по которой непрерывным потоком перемещается масса. В настоящей работе рассматривается инерционное влияние такого потока на колебания балки.

Подобные задачи неоднократно рассматривались различными авторами [1]...[5].

Однако методы, применяемые в указанных работах, весьма громоздки и неудобны в практических приложениях. В. И. Феодосьев [6] применил метод Галеркина к одному частному случаю — колебанию трубопровода, шарнирно опертому по обоим краям.

Метод Галеркина использован и в данной работе, поскольку он позволяет сразу рассмотреть задачи о свободных и вынужденных колебаниях и об устойчивости трубопровода.

2. *Колебания балки*

Колебания балки, по которой непрерывным потоком со скоростью v движется масса, описываются уравнением [1])

$$y^{IV} + \gamma_1 y'' + \gamma_2 \dot{y}' + \ddot{y} = 0 . \tag{2.1}$$

Здесь и в дальнейшем штрих означает дифференцирование по координате x, точка — дифференцирование по времени t. Все величины в уравнении (2.1) безразмерные.

Примем обозначения размерных величин: z — прогиб балки, ξ — координата вдоль оси балки, l — длина балки, ϱ — масса потока на единицу длины балки, m — общая масса потока и балки на единицу длины, EI — изгибная жесткость балки, T — размерное время.

---

[1]) Вывод уравнения (1) приведен в работе [3].

Тогда:

$$y = z/l, \quad x = \xi/l, \quad t = T\sqrt{EI/(ml^4)},$$
$$\gamma_2 = 2\varrho v l/\sqrt{mEI}; \quad \gamma_1 = \gamma_2^2 m/(4\varrho) = \gamma_2^2 k.$$

Будем отыскивать решение уравнения (2.1) в форме:

$$y = \sum_{i=1}^{\infty} a_i(t)\,\varphi_i(x). \tag{2.2}$$

Подставляя (2.2) в вариационное уравнение нашей задачи

$$\int_0^1 (y^{IV} + \gamma_1 y'' + \gamma_2 \dot{y}' + \ddot{y})\delta y\,dx = 0 \tag{2.3}$$

получим:

$$\int_0^1 \left[\sum_{i=1}^{\infty} (a_i \varphi_i^{IV} + \gamma_1 a_i \varphi_i'' + \gamma_2 \dot{a}_i \varphi_i' + \ddot{a}_i \varphi_i) \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k\,\delta a_k \right] dx = 0. \tag{2.4}$$

Введем обозначения

$$A_{ik} = \int_0^1 \varphi_i^{IV} \varphi_k\,dx + \gamma_1 \int_0^1 \varphi_i'' \varphi_k\,dx, \tag{2.5}$$

$$B_{ki} = \gamma_2 \int_0^1 \varphi_i' \varphi_k\,dx, \tag{2.6}$$

$$C_{ik} = \int_0^1 \varphi_i \varphi_k\,dx. \tag{2.7}$$

Учитывая произвольность варьируемых величин δa_k, из (2.4) получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\sum_{i=1}^{\infty} (A_{ik} a_i + B_{ik} \dot{a}_i + C_{ik} \ddot{a}_i) = 0, \quad (k = 1, 2, 3, \ldots). \tag{2.8}$$

В качестве базисных функций $\varphi_i(x)$ удобно брать балочные функции, т. к. при этом сразу удовлетворяются граничные условия. Численные значения интегралов, входящих в выражения A_{ik}, B_{ik}, C_{ik} приведены в работе [7].

Из свойств балочных функций следует, что

$$\int_0^1 \varphi_i^{IV} \varphi_k\,dx = \lambda_i^4 \int_0^1 \varphi_i \varphi_k\,dx = \lambda_i^4 C_{ik}, \tag{2.9}$$

$$C_{ik} = 0 \quad \text{при } i \neq k, \tag{2.10}$$

(λ_i — собственные числа краевой задачи).

3. *Свободные колебания трубопровода*

Для решения системы уравнений (2.8) необходимо найти корни соответствующего характеристического уравнения. Очевидно, количество уравнений в системе (2.8) равно номеру взятого приближения в решении (2.2).

Запишем характеристическое уравнение в матричном виде:

$$(3.1)\quad \begin{vmatrix} (\lambda_1^4+r^2)C_{11}+rB+\bar{A}_{11} & A_{21}+rB_{21} & A_{31}+rB_{31} & \dots \\ A_{12}+rB_{12} & (\lambda_2^4+r^2)C_{22}+rB_{22}+\bar{A}_{22} & A_{32}+rB_{32} & \dots \\ A_{13}+rB_{13} & A_{23}+rB_{23} & (\lambda_3^4+r^2)C_{33}+rB_{33}+\bar{A}_{33} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \end{vmatrix} = 0.$$

Здесь $\bar{A}_{jj} = \gamma_1 \int_0^1 \varphi_j'' \varphi_j \, dx$, $(j = 1, 2, \dots)$.

На главной диагонали расположены члены, характеризующие главные колебания балки. Остальные элементы учитывают влияние скорости потока на характеристические числа. Заметим, что при скорости потока, равной нулю, характеристическое уравнение принимает вид:

$$(3.2)\quad \begin{vmatrix} (\lambda_1^4+r^2)C_{11} & 0 & \dots \\ 0 & (\lambda_2^4+r^2)C_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0,$$

т. е. в этом случае имеем одни главные колебания балки.

Рассмотрим консольно защемленную балку. Базисные функции имеют в этом случае вид:

$$(3.3)\quad \varphi_i(x) = \sin\lambda_i x - \operatorname{sh}\lambda_i x - \\ - [(\sin\lambda_i + \operatorname{sh}\lambda_i)/(\cos\lambda_i + \operatorname{ch}\lambda_i)](\cos\lambda_i x - \operatorname{ch}\lambda_i x), \quad \lambda_i = [(2i-1)/2]\pi.$$

Если край балки $x = 1$ свободен, то

$$(3.4)\quad C_{ii} = \int_0^1 \varphi_i^2 \, dx = \varphi_i^2(1)/4.$$

Коэффициенты характеристического уравнения (3.1) приведены в таблице 1.

Очевидно, характеристические числа зависят от двух параметров γ_2 и k, соответственно пропорциональных скорости потока и отношению масс балки и протекающей жидкости.

Корни характеристического уравнения в этом случае комплексные. Мнимая часть соответствует частоте колебаний, отрицательная вещественная часть представляет собой логарифмический декремент зату-

Таблица 1

i; k	1;1	1;2	2;2	2;1	1;3	2;3	3;3	3;2	3;1
$\bar{A}_{ik}/\gamma_1$	1,593	2,982	— 12,815	2,982	2,018	4,936	— 45,588	4,936	2,018
B_{ik}/γ_2	8,7112	6,364	1,9281	1,016	5,159	— 6,114	2,0032	2,814	0,294
C_{ik}	1,8556	0	0,9640	0	0	0	1,0016	0	0
$\lambda^4 C_{ii}$	22,934		468,004				3 813,111		

Таблица 2

i; k	1;1	1;2	2;2	2;1	1;3	2;3	3;3	3;2	3;1
$\bar{A}_{ik}/\gamma_1$	— 5,5724	— 2,1424	—2 1,451	— 2,1424	1,9001	— 3,9098	— 47,017	— 3,9098	1,9001
B_{ik}/γ_2	0	— 1,4976	0	1,4976	—0,1584	— 2,5732	0	2,5732	0,1584
C_{ik}	0,499776	0	0,49992	0	0	0	0,49999	0	0
λ_i^4	237,81		2 497,1				10 966		

хания. Если хотя бы один корень будет иметь положительную вещественную часть, то колебания балки неустойчивые. Обращение в нуль мнимой части означает, что процесс колебаний становится апериодическим.

Рассмотрим теперь оперто-защемленную балку. Базисные функции берем в виде:

$$\varphi_i(x) = \sin\lambda_i x - [(\sin\lambda_i)/(\operatorname{sh}\lambda_i)]\operatorname{sh}\lambda_i x, \quad \lambda_i = [(4i+1)/4]\pi. \tag{3.5}$$

Коэффициент C_{ii} при защемленном крае $x = 1$ равен

$$C_{ii} = \int_0^1 \varphi_i^2\,dx = [\varphi_i''(1)]^2/(4\lambda_i^4). \tag{3.6}$$

Численные значения интегралов (3.4) и (3.6) можно взять из книги В. З. Власова [8].

Коэффициенты характеристического уравнения (3.1) для оперто-защемленной балки приведены в таблице 2.

Корни соответствующего уравнения для сравнительно небольших значений γ_2 (которые, в основном, охватывают область практического применения) чисто мнимые, т. е. имеет место колебательный процесс без затухания.

Исследуя другие варианты краевых закреплений, можно заметить что во всех случаях, исключая балки с одним свободным концом, коэффициенты $B_{jj} = 0$, $(j = 1, 2, 3, \ldots)$. Кроме того, в этих же случаях $B_{ik} = -B_{ki}$. Это обстоятельство приводит к тому, что вещественные части корней характеристических уравнений становятся равными нулю.

Таким образом, демпфирование колебаний будет иметь место лишь в балках со свободным концом. Этот вывод подтверждается экспериментальными данными [4].

4. *Вынужденные колебания*

Мы рассмотрим лишь случай монохроматической во времени возмущающей нагрузки, равномерно распределенной по длине балки.

Уравнение вынужденных колебаний трубопровода имеет вид:

$$y^{IV} + \gamma_1 y'' + \gamma_2 \dot{y}' + \ddot{y} = q\cos pt. \tag{4.1}$$

Решение отыскивается в форме

$$y_1 = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(x)\, b_i(t). \tag{4.2}$$

Снова применяя метод Галеркина и используя обозначения (2.5), (2.6), (2.7) и

$$D_k = q\int_0^1 \varphi_k\,dx, \quad (k = 1, 2, 3, \ldots). \tag{4.3}$$

приходим к системе неоднородных дифференциальных уравнений

$$(4.4)\qquad \sum_{i=1}^{\infty} A_{ik} b_i + B_{ik} \dot{b}_i + C_{ik} \ddot{b}_i - D_k \cos pt = 0, \quad (k = 1, 2, 3, \ldots).$$

В данном параграфе нас интересует только частное решение системы (4.4).

В первом приближении ($i, k = 1$) таким решением является

$$(4.5)\qquad b_1 = M_1 \cos(pt + \alpha);$$

M_1 и α определяются элементарно:

$$(4.6)\qquad M_1 = D_1 / \sqrt{(A_{11} - C_{11} p^2)^2 + B_{11}^2 p^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = -B_{11} p / (A_{11} - C_{11} p^2).$$

Если величина B_{11}, играющая роль коэффициента сопротивления, равна нулю, то амплитуда вынужденных колебаний при резонансе возрастает неограниченно.

Во втором приближении во избежание трансцендентности частные решения системы (5.4) берем в виде

$$(4.7)\qquad b_1 = M_1 \cos pt + N_1 \sin pt, \quad b_2 = M_2 \cos pt + N_2 \sin pt.$$

Подставим эти выражения в систему (4.4), взятую во втором приближении. Соберем в каждом уравнении коэффициенты отдельно при $\cos pt$ и при $\sin pt$.

Тогда получим четыре уравнения, где неизвестными являются M_1, M_2, N_1 и N_2.

Эти величины определяются из системы четырех уравнений обычным путем.

Например:

$$(4.8)\qquad M_1 \cdot \Delta = \begin{vmatrix} D_1 & p B_{11} & A_{21} & p B_{21} \\ 0 & A_{11} - C_{11} p^2 & -p B_{21} & A_{21} \\ D_2 & p B_{21} & A_{22} - C_{22} p^2 & p B_{22} \\ 0 & A_{12} & -p B_{22} & A_{22} - C_{22} p^2 \end{vmatrix},$$

$$(4.9)\qquad \Delta = \begin{vmatrix} A_{11} - C_{11} p^2 & B_{11} p & A_{21} & p B_{21} \\ -p B_{11} & A_{11} - C_{11} p^2 & -p B_{21} & A_{21} \\ A_{12} & p B_{21} & A_{22} - C_{22} p^2 & p B_{22} \\ -p B_{12} & A_{12} & -p B_{22} & A_{22} - C_{22} p^2 \end{vmatrix}.$$

Если известны частота и амплитуда возбуждения и скорость потока, то вычисление этих детерминантов не представит затруднений. M_2, N_1, N_2 определяются аналогично.

Следуя по этому пути, можно решить задачу в 3-м, 4-м и т. д. приближении.

5. *Устойчивости колебаний трудопровода*

Здесь мы ограничимся вторым приближением, что соответствует 4-й степени характеристических уравнений. Как уже отмечалось, колебания балки будут неустойчивыми, если среди корней характеристического уравнения найдется хотя бы один с положительной вещественной частью.

Применим к характеристическому уравнению

$$x^4 + e_1 x^3 + e_2 x^2 + e_3 x + e_4 = 0, \tag{5.1}$$

критерий устойчивости Рауса-Гурвица в виде, предложенном Ден-Гартогом [9].

Условие устойчивости корней уравнения (5.1) состоит в определенной положительности всех его коэффициентов и выполнении неравенства

$$e_1 e_2 e_3 > e_3^2 + e_1^2 e_4. \tag{5.2}$$

Коэффициенты наших характеристических уравнений зависят от параметров γ_2 и k. Поэтому можно построить области устойчивости на плоскости этих параметров.

Разворачивая характеристические уравнения в полиномы по степеням r, будем иметь:

а) для консольно защемленной балки

$$r^4 + 6{,}695\,\gamma_2 r^3 + [497{,}841 + (13{,}004 - 12{,}435\,k)\gamma_2^2]\,r^2 + \\ + (2\,303{,}832 - 51{,}774 k\gamma_2^2)\gamma_2 r + 6\,022{,}585 + 252{,}477\gamma_2^2 k - 6{,}441\,\gamma_2^4 k^2 = 0; \tag{5.3}$$

б) для оперто-защемленной балки

$$r^4 + [2\,735{,}30 + (8{,}980 - 54{,}023\,k)\gamma_2^2]\,r^2 + \\ + 460{,}25\,\gamma_2^4 k^2 - 3{,}8058 \cdot 10^4 \gamma_2^2 k + 59{,}385 \cdot 10^4 = 0. \tag{5.4}$$

Из условия положительности коэффициентов уравнения (5.3) следует: а) $e_1 > 0$ всегда, б) e_2 может быть отрицательным лишь при $k > 1{,}046$; для этих значений k условие определенной положительности e_2 имеет вид:

$$\gamma_2^2 < 497{,}841/(12{,}435\,k - 13{,}004); \tag{5.5}$$

$$e_3 > 0; \text{ отсюда } \gamma_2^2 < 44{,}498/k; \tag{5.6}$$

$$e_4 > 0; \text{ отсюда } \gamma_2^2 < 55{,}919/k. \tag{5.7}$$

Условие (5.2) для уравнения (5.3) дает:

$$(0{,}192\,k - 0{,}451)\,k\gamma_2^4 + (20{,}058 - 13{,}712\,k)\gamma_2^4 + 210{,}117 > 0. \tag{5.8}$$

Сравнивая (5.6) и (5.7), оставляем условие (5.6).

Таким образом, совокупность условий (5.5), (5.6) и (5.8) ограничивает область устойчивости. Внутри этой области система обладает

асимптотической устойчивостью. Соответствующие кривые изображены на рис. 1.

Рассмотрим теперь уравнение (5.4). Очевидно, неустойчивые корни будут иметь место в двух случаях: либо коэффициент при r^2, либо свободный член станут отрицательными. Поэтому условия устойчивости для оперто-защемленной балки имеют вид

$$(8{,}98 - 54{,}023\,k)\,\gamma_2^2 < 2\,735{,}3 \quad (\text{для } k \geqslant 0{,}1665), \tag{5.9}$$

$$\gamma_2^2 k < 20{,}872, \quad \gamma_2^2 k > 61{,}819. \tag{5.10}$$

Область устойчивости для этого случая изображена на рис. 2. Внутри нее колебания балки устойчивы, но не асимптотически.

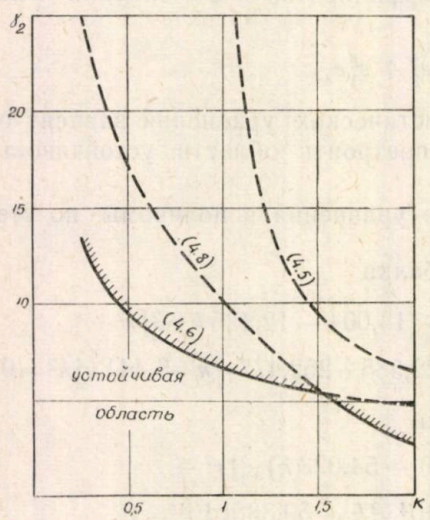


Рис. 1

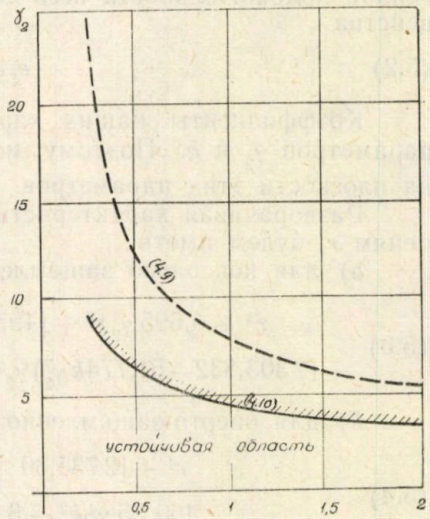


Рис. 2

6. *Краевые закрепления*

Мы рассмотрели только два варианта краевых закреплений: консоль и оперто-защемленную балку.

Для качественной характеристики явления этого достаточно, т. к. балки с одним свободным краем ведут себя подобно консольно защемленной; балки, оба конца которых закреплены от поперечных перемещений, подобны оперто-защемленной.

В заключение для иллюстрации поведения корней характеристических уравнений представим графики корней уравнений (5.3) и (5.4) в зависимости от относительной скорости γ_2.

Значения параметра k возьмем равными 0,25 и 1. Вычисление комплексных корней уравнения (5.3) производилось на ЭЦВМ „Стрела“ по стандартной программе Мюллера.

На рис. 3 изображен график действительной и мнимой частей ($r = \delta + i\omega$) низшего корня уравнения (5.3).

На рис. 4 сплошными линиями показаны графики действительной (δ) и мнимой (ω) частей второго корня уравнения (5.3).

Пунктирные кривые представляют первый и второй корни уравнения (5.4), которые являются чисто мнимыми в рассматриваемом диапазоне параметра γ_2.

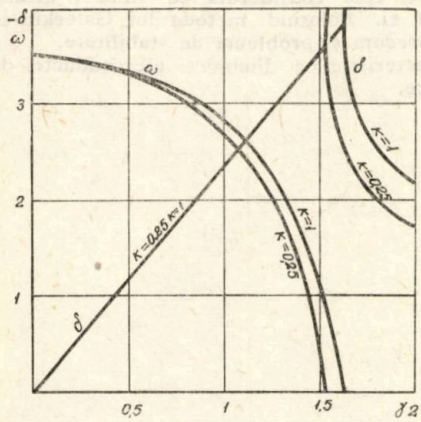


Рис. 3

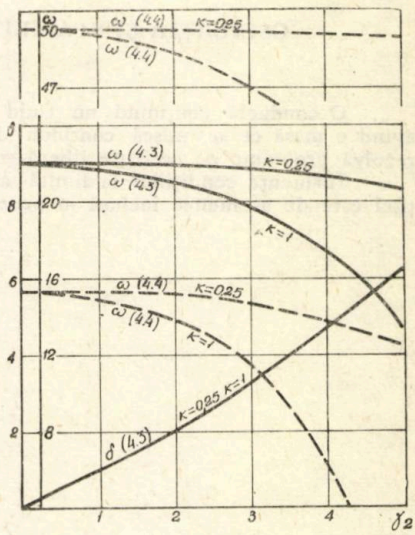


Рис. 4

Чтобы реально представить себе соотношение скорости потока и параметра γ_2, приведем конкретный пример: для потока воды внутри стальной трубки с внутренним диаметром 8 мм и наружным 10 мм значение $\gamma_2 = 1$ соответствует скорости потока 33,1 м/сек.

Как можно видеть, в практически важных пределах скорости потока изменение частоты собственных колебаний весьма невелико.

Если же труба имеет гораздо больший диаметр, чем указанный в примере, то влияние потока на собственные частоты скажется заметным образом при меньших скоростях.

В заключение считаю своим приятным долгом выразить глубокую благодарность члену-корреспонденту АН УССР А. П. Филиппову, под руководством которого проводилась настоящая работа.

Поступило 15 IV 1963 г.

Лаборатория гидравлических машин,
АН УССР, Харьков, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. v. Steuding H., Ing.-Archiv, 1934, **V**, *8*.
2. Ashley H., Haviland G., J. Appl. Mech., 1950, **17**, *3*.
3. Housner G. W., J. Appl. Mech., 1952, **19**, *2*.
4. Long Jr. R. H., J. Appl. Mech., 1955, **22**, *1*.

5. v. Heinrich G., ZAMM, 1956, **36**, *11/12*.
6. Феодосьев В. И., Инж. сб., 1951, **X**.
7. Степанов Р. Д., Инж. сб., 1958, **XXVI**.
8. Власов В. З., *Тонкостенные пространственные системы*. Госстройиздат, М., 1958, стр. 91.
9. Ден-Гартог Дж. П., *Механические колебания*. Физматгиз, М., 1960, стр. 386, (пер. с англ.).

OSCILAŢIA ŞI STABILITATEA CONDUCTELOR DE ŢIŢEI

(Rezumat)

O conductă conţinînd un fluid în scurgere este considerată ca fiind o grindă avînd o masă ce se mişcă continuu de-a lungul ei. Folosind metoda lui Galerkin se rezolvă probleme de oscilaţie liberă şi forţată, precum şi problema de stabilitate.

Influenţa condiţiilor la limită asupra caracteristicilor dinamice ale conductei de ţiţei este de asemenea inclusă în prezenta lucrare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 621.43.01

CALCULUL PROCESULUI DE ARDERE DIN MOTORUL CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE, PE BAZA UNUI MODEL FIZIC NOU AL PROPAGĂRII FLĂCĂRII TURBULENTE

DE

BERTHOLD GRÜNWALD

1. Prezentarea problemei

În prezent, metodele de calcul a liniei de ardere din diagrama mecanică, pot fi clasificate în trei mari grupe.

Un prim grup de metode urmăreşte calculul arderii prin exprimarea globală a fenomenelor pe baza stării iniţiale şi finale. Pentru a corela diagrama obţinută cu cea reală, se introduc în calcule diferiţi coeficienţi de corecţie, determinaţi statistic şi care se referă la acele fenomene pe care metoda de calcul nu le-a putut exprima. Asemenea metode de calcul sînt simple şi stabilesc corelaţia dintre un număr redus de parametri, care influenţează procesul de ardere.

Printre metodele de calcul din acest grup se menţionează în primul rînd metoda Grineveţki-Mazing. O contribuţie valoroasă la dezvoltarea acestei metode aduce lucrarea [4], care cuprinde un bogat material necesar desfăşurării calculelor.

Din acelaşi grup de metode face parte metoda care utilizează diagramele termodinamice. Aici se înscrie metoda propusă în [3], care prezintă ca principală calitate aceea de a putea evidenţia influenţa fenomenului de disociere asupra procesului de ardere.

Descrierii globale a evoluţiilor, luînd în considerare numai stările iniţiale şi finale, i se pot aduce, în principiu, obiecţii, deoarece durata procesului de ardere şi plasarea lui pe ciclu — elemente hotărîtoare pentru asigurarea unor indici economici şi energetici ridicaţi precum şi a unei funcţionări liniştite a motorului—nu sînt luate în considerare.

În [10] propunem o metodă globală de calcul care elimină în parte deficienţa semnalată mai sus. Metoda ţine seama atît de desfăşurarea arderii în timp cît şi de elementul fundamental al procesului — plasarea fazei principale de ardere, simetric faţă de p. m. i. În acest scop se introduce în calcul, ca parametru principal, viteza medie de creştere a presiunii.

Un al doilea grup de metode îşi propune ca principiu de lucru, urmărirea progresivă a fenomenelor care se manifestă în timpul procesului de ardere. În raport cu cunoştinţele noastre despre procesul de ardere şi cu posibilităţile instrumentului matematic, sînt luate în considerare un număr mai mare sau mai mic de fenomene, de importanţă principală sau secundară. Avantajul principal al metodelor din acest grup nu-l constituie întotdeauna precizia ridicată de calcul ci evidenţierea acţiunii complexe a unui număr de factori.

Lucrările [2], [5], [11], [13] şi altele, prezintă diferite variante de calcul ale ciclului real, urmărind progresiv evoluţia fluidului motor

Metodele de calcul cuprinse în această grupă sînt extrem de laborioase; din cauza ecuaţiilor complicate ele apelează la soluţii grafo-analitice. Această împrejurare le-a

făcut puţin accesibile proiectării, cercetării şi analizei procesului de ardere. O reducere a volumului de muncă s-ar putea obţine prin utilizarea maşinilor numerice de calcul.

În fine, un al treilea grup de metode îl constituie grupul metodelor formale de calcul. Aceste metode asimilează legea de ardere sau legea de variaţie a presiunii, cu expresii analitice simple.

O astfel de metodă se propune în [12], în care legea de ardere, pe porţiunea $x_e = 0{,}2...0{,}8$ reprezintă o dreaptă. În [18] variaţia presiunii din diagrama $p-V$ este asimilată cu un grup de arce de parabolă.

După cum se menţionează în [19] „esenţial în metoda formal geometrică este substituirea cauzelor interioare, care condiţionează legea de ardere $p=f(V)$, cu o descriere exterioară a acestei părţi complexe din diagramă". Aceasta înseamnă că nu este posibil să se evidenţieze printr-o astfel de metodă acţiunea unor factori fizico-chimici de mare importanţă.

Principiul care stă la baza metodelor de calcul din grupa doua trebuie considerat ca cel mai raţional; metodele care-l respectă suferă însă de două mari neajunsuri. Primul — utilizarea unui model fizic al arderii, depăşit, în raport cu datele experimentale recente şi cu reprezentările noi ale flăcărilor turbulente; al doilea—imposibilitatea soluţionării analitice a ecuaţiilor de lucru.

În cele ce urmează propunem o metodă de calcul a arderii bazată pe principiul urmăririi progresive a fenomenelor, dar care îşi propune ca scop să elimine deficienţele menţionate mai sus.

2. Un nou model fizic al propagării flăcării

Metodele de calcul cuprinse în grupa doua consideră că amestecul aer-combustibil din cilindrul motorului, arde treptat, ca rezultat al propagării unui front de flacără, cu viteză constantă, pe suprafaţa căreia transformările chimice sint complete. O astfel de reprezentare a propagării neglijează una dintre principalele caracteristici ale flăcării turbulente şi anume, desfăşurarea transformărilor chimice într-o zonă de mare adîncime.

Interpretînd unele date experimentale recente, obţinute prin diferite metode de investigaţie (analiza spectrală, analiza chimică a probelor de gaze şi variaţia curentului de ionizare), pentru a explica prezenţa transformărilor chimice într-o zonă largă din flacăra turbulentă, se ajunge la concluzia [8] că în fiecare secţiune a zonei de ardere numai o fracţiune din substanţa iniţială reuşeşte să intre în reacţie, astfel încît se stabileşte o concentraţie medie statistică de combustibil, pe secţiune, care scade continuu în adîncimea zonei de ardere (fig. 1).

Variaţia concentraţiei de combustibil în adîncimea zonei de ardere, ca element specific al acesteia, poate fi explicată coerent pornind de la reprezentarea nouă a flăcărilor turbulente, propusă de A. S. Sokolik, în 1959 [16]. Astfel, datorită difuziunii turbulente, elementele de volum din zona de ardere se autoaprind şi se sting succesiv. Elementele de volum care ard (gazele de flacără) interferează, se amestecă cu cele de gaze proaspete, astfel încît primele se sting prin reducerea temperaturii în urma amestecării lor cu gazele proaspete, iar ultimele se autoaprind datorită intensificării transferului de căldură şi mai ales al centrilor activi.

Pe baza datelor experimentale şi a reprezentării flăcărilor turbulente ca o succesiune de autoaprinderi şi stingeri consecutive, în [8], [9] am elaborat următorul model fizic al propagării flăcării în camera de ardere a unui motor.

La un moment dat, extremitatea luminoasă a flăcării dinspre gazele proaspete împarte amestecul în două părţi (fig. 2).

Graniţa luminoasă, de separaţie a amestecului nears de restul amestecului, în care sînt iniţiate reacţiile de ardere, se numeşte front de aprindere.

Propunem astfel să se renunţe la conceptul clasic de front de flacără, întrucît el este impropriu pentru flăcările turbulente, deoarece presupune arderea amestecului pe o suprafaţă.

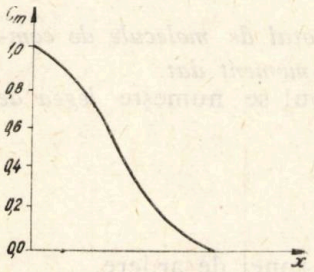


Fig. 1

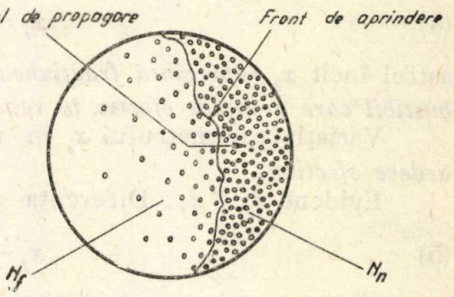


Fig. 2

Partea de amestec aflată în faţa frontului de aprindere reprezintă partea nearsă din amestec; partea din spatele frontului de aprindere reprezintă partea cuprinsă de flacără.

În partea de amestec cuprinsă de flacără, combustibilul fie că a ars complet, fie că se găseşte într-un stadiu intermediar de oxidare, fie că nici nu a intrat în reacţie. De aceea, la un moment dat, dacă N_f reprezintă numărul de molecule de combustibil din volumul de amestec cuprins de flacără sau aflat în spatele frontului de aprindere, atunci numărul moleculelor de combustibil care a intrat efectiv în reacţie (N_e) este evident mai mic decît N_f sau egal cu N_f cînd adîncimea zonei de ardere este nulă, sau arderea are loc complet în frontul de aprindere (frontul flăcării).

În fiecare moment, în camera de ardere se realizează condiţia

$$N_{cs} = N_f + N_n \tag{1}$$

sau

$$G_s = G_f + G_n, \tag{1'}$$

unde: N_{cs}, G_s — numărul moleculelor de combustibil, respectiv greutatea amestecului în momentul declanşării scînteii electrice, G_f — greutatea amestecului din partea cuprinsă de flacără, N_n, G_n — numărul moleculelor de combustibil, respectiv greutatea amestecului din partea nearsă.

Notăm:

$$x_f = G_f/G_s, \tag{2}$$

astfel încît x_f *reprezintă fracţiunea din amestec cuprinsă de flacără pînă la un moment dat.*

Variaţia parametrului x_f în raport cu timpul se numeşte *legea de propagare.*

Evident

$$x_f = N_f/N_{cs}. \tag{3}$$

Notăm

$$x_e = N_e/N_{cs}, \tag{4}$$

astfel încît x_e *reprezintă fracţiunea din numărul total de molecule de combustibil care a intrat efectiv în reacţie pînă la un moment dat.*

Variaţia parametrului x_e în raport cu timpul se numeşte *legea de ardere efectivă.*

Evident $x_e \leqslant x_f$. Diferenţa

$$x_f - x_e = x_i \tag{5}$$

reprezintă o mărime care depinde de adîncimea zonei de ardere.

Variaţia parametrului x_i în raport cu timpul se numeşte *legea de ardere întîrziată.*

Derivăm în raport cu timpul relaţia (5); se obţine

$$dx_e/d\tau = dx_f/d\tau - dx_i/d\tau \tag{6}$$

sau

$$dx_e/d\alpha = dx_f/d\alpha - dx_i/d\alpha, \tag{6'}$$

unde α este unghiul RAC (unghiul de rotaţie a arborelui cotit).

Denumim: a) *viteză masică de propagare,* derivatele $dx_f/d\tau$, $dx_f/d\alpha$; b) *viteză de ardere efectivă,* derivatele $dx_e/d\tau$, $dx_e/d\alpha$; c) *viteză de frînare,* derivatele $dx_i/d\tau$, $dx_i/d\alpha$.

Relaţia (6) pune în evidenţă elementul cel mai caracteristic al flăcării turbulente, anume arată că din cauza adîncimii zonei de ardere viteza de ardere efectivă, sau cu alte cuvinte, viteza de consum a combustibilului în reacţie rămîne totdeauna în urma vitezei masice de propagare, sau altfel spus în urma vitezei de cuprindere a amestecului de către frontul de aprindere.

3. Stabilirea ecuaţiilor de calcul

Stabilirea expresiilor analitice ale legilor şi vitezelor de ardere, a fost realizată, ţinînd seama de cele două laturi fundamentale ale fenomenului de propagare: latura termogazodinamică şi cea cinetică.

În [7], [8], ţinînd seama de latura termogazodinamică a propagării, se stabileşte o ecuaţie care interconectează mărimile de stare ale amestecului şi viteza masică de propagare a flăcării.

La un moment dat, în camera de ardere frontul de aprindere ocupă poziția F_0 (fig. 3). Datorită fenomenului de propagare, în intervalul de timp $\Delta\tau$, frontul de aprindere se deplasează de la stînga la dreapta (sensul ales al propagării) și ocupă poziția F_1.

Se notează cu ΔV_t și se numește tranșă volumul de amestec nears, străbătut de flacără în intervalul de timp $\Delta\tau$.

Pe măsura deplasării frontului de aprindere au loc reacții chimice de ardere cu degajare de căldură, astfel încît la finele intervalului considerat, amestecul cuprins în tranșa ΔV_t, avînd o temperatură mai mare decît cea inițială, se va destinde în ambele părți pînă la volumul ΔV, comprimînd atît amestecul nears cît și amestecul parcurs de flacără.

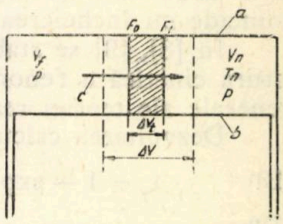


Fig. 3

Considerînd arderea și destinderea succesivă a tranșelor, cu comprimarea politropă a părților de amestec ars și nears și ținînd seama că la propagarea flăcării turbulente, arderea în tranșă este parțială, din cauza adîncimii zonei de ardere, se obține în final următoarea ecuație pe care am denumit-o *ecuația de propagare a flăcării turbulente:*

$$(C_s F/V)\,(dx_f/d\alpha) = dp/d\alpha, \tag{7}$$

în care: V — volumul camerei de ardere la un moment dat, iar constantele C_s (constanta inițială) și F (factorul de propagare) sînt definite de relațiile:

$$C_s = (p_s V_s/T_s)\,(\mu T_f - T_1), \tag{8}$$

$$F = m_f \chi, \tag{9}$$

unde p_s, V_s, T_s — mărimile de stare ale amestecului în momentul declanșării scînteii electrice (momentul inițial), T_f — temperatura flăcării, determinată pe baza bilanțului energetic, la arderea izobară, completă sau incompletă, a 1 kgf combustibil, T_1 — temperatura amestecului la sfîrșitul fazei inițiale de ardere, μ — coeficientul total de variație molară, m_f — exponentul politropic mediu, de comprimare a părții de amestec parcursă de flacără, la destinderea tranșei, χ — gradul de ardere în tranșă, adică fracțiunea din cantitatea de combustibil aflată în volumul tranșei, care intră efectiv în reacție.

Ecuația (7) stabilește o corelație directă între viteza masică de propagare $(dx_f/d\alpha)$ și viteza de creștere a presiunii $(dp/d\alpha)$. Ea precizează o condiție nouă la propagarea flăcării turbulente în motor și anume aceea că în momentul în care presiunea în cilindrul motorului a atins valoarea maximă ($p = p_{max}$ și $dp/d\alpha = 0$) viteza masică de propagare se anulează. Aceasta înseamnă că propagarea trebuie să se încheie în acest moment (frontul de aprindere ajunge la perete), deoarece legea de propagare reprezintă o funcție continuu crescătoare.

Realizarea acestei condiții în motorul cu aprindere prin scînteie este determinată de un număr complex de factori dintre care rolul

principal îl joacă probabil variaţia volumului ca rezultat al deplasării pistonului.

Datele experimentale prezentate în lucrările menţionate evidenţiază cu o aproximaţie satisfăcătoare coincidenţa dintre momentul atingerii presiunii maxime şi momentul atingerii pereţilor de către frontul de aprindere.

Apare astfel o bază fizică pentru graniţa de separaţie dintre ultimele două faze ale arderii, întrucît momentul atingerii presiunii maxime coincide cu încheierea propagării frontului de aprindere.

În [8], [9] se stabilesc legile şi vitezele de ardere, ţinînd seama de latura cinetică a fenomenului de propagare, pornind de la concepţiile generale ale teoriei reacţiilor înlănţuite.

Dezvoltarea calculelor a condus la următoarele ecuaţii:

$$x_f = 1 - \exp(-6{,}9\zeta^{m+1}), \qquad (10)$$

$$x_e = 1 - \exp(-D\zeta^{m+1}), \qquad (11)$$

$$x_i = \exp(-D\zeta^{m+1}) - \exp(-6{,}9\zeta^{m+1}), \qquad (12)$$

$$dx_f/d\alpha = [6{,}9(m+1)/(\alpha_y - \alpha_s)]\,\zeta^m \exp(-6{,}9\zeta^{m+1}), \qquad (13)$$

$$dx_e/d\alpha = [D(m+1)/(\alpha_y - \alpha_s)]\,\zeta^m \exp(-D\zeta^{m+1}), \qquad (14)$$

$$dx_i/d\alpha = [(m+1)/(\alpha_y - \alpha_s)]\,\zeta^m [6{,}9\exp(-6{,}9\zeta^{m+1}) - D\exp(-D\zeta^{m+1})], \qquad (15)$$

unde: α — unghiul RAC instantaneu, măsurat faţă de p.m.i., la finele compresiunii, α_s — unghiul RAC în momentul declanşării scînteii electrice, α_y — unghiul RAC în momentul atingerii presiunii maxime în cilindrul motorului, ζ — unghiul relativ RAC definit prin relaţia

$$\zeta = (\alpha - \alpha_s)/(\alpha_y - \alpha_s), \qquad (16)$$

m — constantă, denumită exponent cinetic, D — constantă, denumită constantă cinetică.

Se observă că ecuaţia (10) este în concordanţă cu condiţia precizată de ecuaţia (7) în adevăr, pentru $\alpha = \alpha_y$, $\zeta = 1$ şi $x_f = 1$, cu o aproximaţie de 1 la mie, impusă de necesitatea eliminării nedeterminărilor.

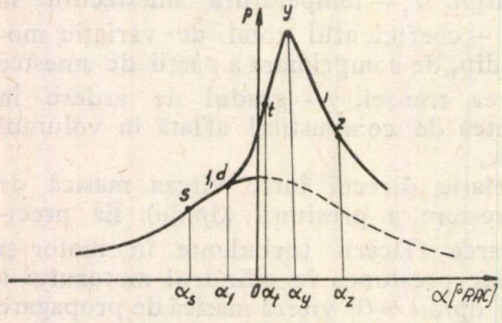


Fig. 4

Pentru a uşura urmărirea notaţiilor utilizate, în fig. 4 se prezintă diagrama desfăşurată presiune-unghi RAC, cu punctele caracteristice.

Pentru a face posibilă desfăşurarea calculelor arderii, este necesar să se stabilească legătura dintre ecuaţiile (10)... (15) şi variaţia presiunii din cilindrul motorului. O astfel de legătură poate fi obţinută în cele ce urmează, prin intermediul ecuaţiei de propagare.

Substituind viteza masică de propagare din ecuaţia (7) cu expresia ei precizată de relaţia (13), se obţine:

$$(17) \qquad (C_s F/V)[6{,}9(m+1)/(\alpha_y - \alpha_s)]\,\zeta^m \exp(-6{,}9\zeta^{m+1}) = \mathrm{d}p/\mathrm{d}\alpha.$$

În ecuaţia (17) variaţia volumului este precizată de funcţia

$$(18) \qquad V = V_c(1 + a\alpha^2),$$

studiată în [18]. În relaţia (18), V_c — volumul camerei de ardere, iar a — constantă care depinde de raportul de compresiune:

$$a = \begin{cases} 0{,}9(\varepsilon - 1)\cdot 10^{-4}, & \text{pentru } \alpha \leqslant 40°, \\ 0{,}87(\varepsilon - 1)\cdot 10^{-4}, & \text{pentru } \alpha = 40° \ldots 60°. \end{cases}$$

Derivînd ecuaţia (17) se obţine:

$$(19) \qquad C_s F[6{,}9(m+1)/(\alpha_y - \alpha_s)]\,\zeta^{m-1} \exp(-6{,}9\zeta^{m+1})[m - 6{,}9(m+1)\zeta^{m+1}] = p'' V + p' V'.$$

Pentru $p' = p'_{\max}$, ($\alpha = \alpha_t$ sau $\zeta = \zeta_t$), se obţin condiţiile $p'' = 0$, $V' = 0$. Prima condiţie este evidentă; a doua se obţine în ipoteza că viteza maximă de creştere a presiunii se realizează în apropierea p. m. i. Din ecuaţia (19) rezultă $m - 6{,}9(m+1)\zeta_t^{m+1} = 0$ sau

$$(20) \qquad \zeta_t = \{m/[6{,}9(m+1)]\}^{1/(m+1)}.$$

Ecuaţia (17) în punctul $\zeta = \zeta_t$ şi $p' = p'_{\max}$ devine, cu ajutorul relaţiilor (9), (18) şi (20):

$$(21) \qquad p'_{\max} = (C_s/V_c)\, m_f \chi [6{,}9(m+1)/[(1 + a\alpha_t^2)(\alpha_y - \alpha_s)]]\,\{m/[18{,}8(m+1)]\}^{m/(m+1)}.$$

În [7], [8], analizînd criteriile propuse de diferiţi autori pentru determinarea duratei fazei iniţiale (ζ_1) a procesului, se ajunge la concluzia că un criteriu raţional îl constituie momentul în care flacăra cuprinde 2% din masa totală a amestecului. Cu condiţia $x_{f_1} = 0{,}02$, din ecuaţia (10) rezultă

$$(22) \qquad -\log \zeta_1 = 2{,}535/(m+1).$$

Experienţa arată că durata fazei iniţiale determinată pe baza acestui criteriu, coincide satisfăcător cu durata fazei iniţiale determinată pe baza momentului de desprindere a curbelor de presiune.

Limitele de aplicabilitate ale ecuaţiei (17) sînt determinate de momentul apariţiei nucleului de flacără şi momentul final al propagării. Ultimul moment se precizează matematic prin condiţia $\zeta = 1$; momentul iniţial nu poate fi determinat, la nivelul actual de cunoştinţe. De aceea, integrînd ecuaţia (17), pentru determinarea legii de variaţie a presiunii se alege ca limită iniţială de integrare momentul în care se încheie prima fază a arderii ($\zeta = \zeta_1$).

Astfel, integrarea ecuaţiei (17) conduce la următoarea lege de variaţie a presiunii:

$$p = p_1 + (C_s/V_c)\, m_f \gamma\ (x_f - x_{fi} - aI), \tag{23}$$

unde s-a notat

$$I = 6{,}9\,(m+1)\int_{\zeta_1}^{\zeta} [\alpha_s^2 + 2\alpha_s(\alpha_y - \alpha_s)\,\zeta + (\alpha_y - \alpha_s)^2\zeta^2]\,\zeta^m \exp(-6{,}9\,\zeta^{m+1})\,d\zeta. \tag{24}$$

Întrucît termenul aI intervine cu o pondere redusă (6...8%), efectuarea integralei I prin metoda trapezelor este justificată din punct de vedere al preciziei şi comodă din punct de vedere practic.

Ecuaţia (23) în punctul y devine:

$$p_y = p_1 + (C_s/V_c)\, m_f \chi\,(0{,}98 - aI_y). \tag{25}$$

Este interesant de observat că arderea teoretică la volum constant rezultă din ecuaţia (25) ca un caz particular, ceea ce subliniază gradul ei de generalitate şi constituie un prilej de verificare a ei.

După cum se arată în [8], se poate admite că la finele propagării (punctul y) fracţiunea x_{ey} din cantitatea de combustibil care intră efectiv în reacţie este egală cu gradul de ardere în tranşă, adică

$$x_{ey} = \chi. \tag{26}$$

Condiţia $x_e = 1$ indică încheierea procesului de intrare in reacţie a combustibilului. Aceasta nu înseamnă că reacţia chimică a încetat, întrucît se desfăşoară în continuare reacţiile intermediare de oxidare, pentru ultimele fracţiuni de combustibil, precum şi reacţiile de disociere şi resociere.

Întrucît apar dificultăţi serioase la determinarea momentului în care reacţia chimică încetează complet, prin *durata totală a arderii vom înţelege timpul necesar intrării în reacţie a tuturor moleculelor de combustibil aflate în camera de ardere.*

Pentru a elimina nedeterminarea care apare pentru condiţia $x_e = 1$ se va considera că sfîrşitul arderii are loc după atingerea presiunii maxime ($\alpha = \alpha_z$, $\zeta = \zeta_z$), pentru condiţia $x_{ez} = 0{,}999$, ceea ce reprezintă o eroare complet neglijabilă. Astfel, din ecuaţia (11) rezultă $\exp(-D\,\zeta^{m+1}) = 0{,}001$ sau

$$\zeta_z = (6{,}9/D)^{1/(m+1)}, \tag{27}$$

constanta cinetică D rezultînd evident din ecuaţia (11), cu condiţia $\zeta = 1$:

$$D = -[\log(1 - x_{ey})]/0{,}434. \tag{28}$$

Ţinînd seama de relaţia de definiţie a unghiului relativ (16), unghiurile absolute α_1, α_t, α_z se determină din relaţiile:

$$\alpha_1 = \alpha_s + \zeta_1(\alpha_y - \alpha_s), \tag{29}$$

$$\alpha_t = \alpha_s + \zeta_t(\alpha_y - \alpha_s), \tag{30}$$

$$\alpha_z = \alpha_s + \zeta_z(\alpha_y - \alpha_s). \tag{31}$$

Între exponentul m_f şi fracţiunea x_{ey} există o dependenţă directă (cu cît x_{ey} este mai redus cu atît fracţiunea de combustibil care arde după punctul y este mai mare şi exponentul politropic, la aceleaşi condiţii de schimb de căldură, se reduce).

Pentru a stabili ecuaţia de legătură dintre cei doi parametri x_{ey} şi m_f, se aplică ecuaţia generală de bilanţ energetic în faza treia a arderii

$$Q_{yz} = \Delta U_{yz} + AL_{yz}. \tag{32}$$

a) Cantitatea de căldură degajată între punctele y şi z este determinată de fracţiunea din cantitatea totală de combustibil care intră în reacţie în această fază:

$$Q_{yz} = (1 - x_{ey}) H_i \quad [\text{k cal/kgf}], \tag{33}$$

unde H_i — puterea calorifică inferioară a combustibilului.

Relaţia (33) neglijează cantitatea de căldură degajată în urma desăvîrşirii proceselor de oxidare a combustibilului care a reacţionat pînă în punctul y. În schimb relaţia (32) neglijează cantitatea de căldură pierdută prin pereţi. Pentru reducerea erorilor se presupune că cele două cantităţi de căldură sînt egale.

b) Variaţia energiei interne se determină din relaţia

$$\Delta U_{yz} = MC_V (T_y - T_z). \tag{34}$$

Diferenţa $T_y - T_z$ este de ordinul a 200°... 400°C, astfel încît se poate considera că pe acest interval căldura specifică este invariabilă.

O a doua simplificare se obţine ţinînd seama că pînă în punctul V flacăra a cuprins tot amestecul nears, astfel încît, în intervalul y-z se poate lucra numai cu căldura specifică a gazelor arse:

$$C_{Vga} = a + b T_y. \tag{35}$$

O a treia simplificare se referă la variaţia molară. Întrucît pînă în punctul y reacţionează mai mult de 2/3 din cantitatea totală de combustibil, variaţia molară care se produce între y şi z este practic neglijabilă:

$$M_y = M_z. \tag{36}$$

În consecinţă ecuaţia (34) devine

$$\Delta U_{yz} = \mu (1 + \gamma) M_0 C_{Vga} (T_y - T_z), \tag{37}$$

unde M_0 — numărul de moli de încărcătură proaspătă [kmoli/kgf], γ — coeficientul gazelor arse reziduale.

c) Lucrul mecanic, pe evoluţia politropă y-z, se calculează cu relaţia cunoscută

$$AL_{yz} = [p_y V_y/(m_f - 1)] [1 - (V_y/V_z)^{m_f - 1}]. \tag{38}$$

Temperatura T_y poate fi evaluată cu ajutorul ecuației de stare

$$T_y = p_y V_y/(R M_y). \tag{39}$$

Cu relațiile (33), (37)... (39) ecuația (32) devine

$$x_{ey} H_i R/(p_y V_y) = [C_{Vga} + 1{,}986/(m_f - 1)][1 - (V_y/V_z)^{m_f - 1}]. \tag{40}$$

Relația (40) realizează legătura între cele două mărimi, x_{ey} și m_f.

4. Rezolvarea sistemului de ecuații

Descrierea procesului de ardere pe baza modelului fizic adoptat, se poate realiza prin soluționarea următorului sistem de 11 ecuații: (20)... (22), (25)... (31), (40).

Sistemul de ecuații conține următoarele 16 necunoscute: a) unghiuri RAC — α_s, α_1, α_t, α_y, α_z, b) unghiuri relative RAC — ζ_1, ζ_t, ζ_z, c) presiuni — p_1, p_y, d) viteza de creștere a presiunii — p'_{max}, e) constante — m, m_f, χ, x_{ey}, D.

Soluționarea sistemului poate fi efectuată prin alegerea a cinci necunoscute. După cum se va preciza mai jos, din analiza procesului de ardere rezultă o condiție suplimentară care permite precizarea a încă două necunoscute. Astfel, în final, *desfășurarea calculului* se poate realiza, alegînd inițial trei parametri.

Precizarea celor trei parametri trebuie făcută ținînd seama de următoarele fapte.

a) Pentru calculul procesului de ardere este obligatoriu să se precizeze condițiile inițiale de stare. Deoarece pentru un motor dat condițiile inițiale de stare se pot modifica în funcție de avansul la declanșarea scînteii electrice, s-ar părea că ar fi potrivit să se precizeze inițial acest avans.

După declanșarea scînteii electrice are loc o fază inițială de ardere, în care, după cum se menționează în [7], [8], se manifestă cele două laturi contradictorii ale turbulenței (una care accelerează propagarea, alta care frînează reacția), cu ponderi care sînt greu de evaluat. În schimb, în faza principală de ardere se poate preciza ponderea principală a uneia din cele două laturi; după cum se știe, datele experimentale evidențiază că în esență, faza principală stă sub controlul turbulenței. În consecință apare mai rațională precizarea începutului fazei principale de ardere (unghiul α_1), ceea ce permite un control mai eficient al ei.

b) Plasarea fazei principale de ardere, simetric față de p. m. i., reprezintă o cerință fundamentală a procesului de ardere, justificată teoretic de următoarele considerente.

Condițiile termodinamice impun ca arderea să aibă loc la volum constant; această cerință nu poate fi însă satisfăcută. În faza principală se eliberează cea mai mare parte din căldura de reacție. Întrucît arderea nu poate avea loc instantaneu este necesar ca faza principală să fie plasată, în condiții de variație minimă a volumului, adică în jurul p.m.i.

Măsurători recente [14] arată că în jurul p.m.i. se realizează un maxim de turbulenţă. De aceea, pentru a reduce durata propagării este necesar ca faza principală să fie plasată în zona de turbulenţă maximă, adică în jurul p.m.i.

La o plasare a fazei principale de ardere în jurul p.m.i. se realizează un regim ridicat de temperatură şi mai ales de presiune, ceea ce activează transformările chimice şi reduce adîncimea zonei de ardere. Astfel, pentru a obţine un lucru mecanic şi o economicitate maximă, devine o necesitate plasarea fazei principale de ardere, simetric faţă de p.m.i.

În metodele clasice de calcul durata propagării se determină prin alegerea unei viteze constante de propagare a flăcării; acest fapt constituie un mare impediment în dezvoltarea calculului, deoarece presupune cunoaşterea anticipată a dimensiunilor cilindrului, ceea ce implică efectuarea unui calcul de predimensionare. De aceea ar fi de dorit să se precizeze durata propagării fără a apela la dimensiunile cilindrului. O astfel de cerinţă este impusă şi de nivelul actual de cunoştinţe întrucît precizarea unei viteze de propagare reprezintă o chestiune foarte discutabilă. De aceea, în ecuaţiile noastre am evitat noţiunea de viteză de propagare a unui front de aprindere şi am introdus noţiunea de viteză masică de propagare, care reprezintă un parametru ce precizează cantitatea de amestec cuprinsă de frontul de aprindere din momentul iniţial pînă la un moment dat, indiferent de perturbaţiile suferite de frontul de aprindere.

În consecinţă, propunem caracterizarea fazei principale de ardere, prin durata ei în unghiul RAC $(\alpha_y - \alpha_1)$, aleasă iniţial pe baza datelor statistice şi plasată simetric faţă de p.m.i. În acest mod se determină implicit trei necunoscute: α_1, α_y, p_1, ultimul parametru citindu-se de pe curba de comprimare.

c) Intensitatea reacţiei chimice în adîncimea zonei de ardere este exprimată prin gradul de ardere în tranşă.

Din ecuaţia (25) rezultă că dacă se neglijează variaţiile termenului I_y presiunea la finele propagării depinde practic numai de χ, adică de intensitatea transformărilor chimice. În consecinţă este raţional ca cea de a doua necunoscută care trebuie aleasă să fie gradul de ardere în tranşă.

d) Prin alegerea celor doi parametri $(\alpha_y - \alpha_s$ şi $\chi)$ s-a ţinut seama de durata propagării în faza principală şi de cinetica chimică. Astfel s-au precizat condiţiile iniţiale ale fazei principale (α_1, p_1) şi condiţiile finale ale fazei principale (α_y şi p_y care urmează să fie calculat). Pentru a ridica linia de ardere mai rămîne necesar să precizeze alura de variaţie a presiunii între cele două puncte extreme. În acest scop este necesar să se determine legea de propagare, deoarece ecuaţia (23) depinde de parametrul x_f, iar legea de propagare, la o durată dată a propagării, va fi condiţionată numai de arhitectura camerei de ardere. Legea de propagare depinde numai de exponentul cinetic m, care se poate determina din ecuaţia (20), dacă se cunoaşte ζ_t. Ajungem astfel la concluzia că ζ_t

reprezintă un parametru important care caracterizează, într-o formă globală, arhitectura camerei de ardere. În raport cu forma camerei de ardere, în aceleaşi condiţii de înaintare a frontului de aprindere, aceasta poate cuprinde o masă mai redusă sau mai mare de amestec, ceea ce depinde de ζ_t. Pentru acest motiv propunem alegerea lui ζ_t ca cel de al treilea parametru iniţial.

Alegerea celor trei parametri este convenabilă nu numai pentru că simplifică soluţionarea rapidă a întregului sistem de ecuaţii, ci mai ales pentru motivul că limitele lor de variaţie sînt relativ restrînse, pentru motoarele de serie, ceea ce permite înlăturarea unor importante surse de erori.

Din prelucrarea unui mare număr de diagrame indicate rezultă următoarele valori pentru cei trei coeficienţi:

$$\alpha_y - \alpha_1 = 25°...35° \text{ RAC}, \quad \chi = 0{,}7...0{,}85, \quad \zeta_t = 0{,}57...0{,}68.$$

În condiţii speciale de încercare aceste limite pot fi depăşite.

Este interesant de semnalat că cei trei parametri iniţiali, apar aproape ca parametri independenţi. În adevăr:

a) Pentru aceeaşi formă a camerei de ardere şi aceeaşi viteză de propagare, durata propagării $(\alpha_y - \alpha_1)$ şi legea de propagare (ζ_t) rămîn invariabile; în schimb, prin variaţia adîncimii zonei de ardere (χ) se modifică presiunea maximă (p_y), ceea ce este raţional, deoarece ea depinde de gradul de ardere în tranşă.

b) Pentru aceeaşi arhitectură a camerei de ardere şi acelaşi grad de transformare chimică, durata propagării în faza principală depinde de dimensiunile cilindrului şi de gradul de turbulenţă, ceea ce se caracterizează prin $\alpha_y - \alpha_1$.

c) Pentru aceleaşi dimensiuni ale cilindrului şi aceleaşi condiţii de turbulenţă durata propagării $(\alpha_y - \alpha_1)$ şi gradul de ardere în tranşă rămîn neschimbate; în schimb, datorită arhitecturii camerei de ardere se modifică legea de propagare, adică ζ_t.

Lucrul mecanic în intervalul s-z se determină din relaţia

$$L_{sz} = L_{s1} + L_{1y} + L_{yz},$$

unde: L_{s1} — lucrul mecanic în faza iniţială a arderii, anume

$$L_{s1} = [p_s V_s/(m_c - 1)]\,[1 - (V_s/V_1)^{m_c - 1}],$$

m_c fiind exponentul politropic al evoluţiei de compresiune, L_{1y} — lucrul mecanic în faza principală de ardere, dat de

$$L_{1y} = \int_1^y p\,\mathrm{d}V = \int_1^y \left\{ p_1 + \frac{C_s}{V_c}\, m_f \chi\,(x_f - x_{f_1} - aI) \right\} V_c\, 2a\alpha\,\mathrm{d}\alpha,$$

integrala rezolvîndu-se grafic sau prin metoda trapezelor, L_{yz} — lucrul mecanic în faza a treia a arderii, anume:

$$L_{yz} = [p_y V_y/(m_f - 1)]\,[1 - (V_y/V_z)^{m_f - 1}].$$

5. Metodica de calcul

Se prezintă în rezumat metodica de calcul a procesului de ardere.

1. După calculul procesului de umplere se efectuează calculul evoluției de comprimare, pe baza ecuației politrope $p = p_a \varepsilon^{m_c}$.

2. Se alege parametrul ζ_t; din ecuația (20) rezultă valoarea exponentului cinetic.

3. Din ecuația (22) rezultă durata relativă a fazei inițiale ζ_1; durata relativă a fazei principale rezultă evident $\zeta_2 = 1 - \zeta_1$.

4. Se alege durata fazei principale de ardere $\alpha_y - \alpha_1$; prin plasarea ei simetrică față de p. m. i. rezultă α_1 și α_y; pe curba de comprimare se citește p_1. Se determină avansul la declanșarea scînteii electrice din relația evidentă

$$\alpha_s = \alpha_y - (\alpha_y - \alpha_1)/\zeta_z .$$

5. Din relația (30) rezultă α_t.

6. Se alege valoarea gradului de ardere în tranșă χ. Din relația (26) rezultă x_{ey}. Din relația (28) rezultă valoarea constantei cinetice D. Din relația (27) rezultă durata relativă a arderii ζ_z, iar din relația (31) rezultă momentul final al arderii α_z.

7. Se determină valoarea constantei inițiale pe baza relației (8). Mărimile de stare în momentul declanșării scînteii electrice se determină pe baza ecuației politrope a evoluției de comprimare; volumul, în momentul declanșării scînteii electrice, se determină cu ajutorul relației (18). Temperatura T_1 se determină de asemenea din ecuația politropei de comprimare, cunoscînd unghiul α_1, deci volumul V_1. Temperatura flăcării T_f se determină din cunoscuta ecuație a bilanțului energetic la arderea izobară a 1 kgf de combustibil.

8. Se substituie presiunea p_y din ecuația (25) în ecuația (40) și se obține o ecuație cu o singură necunoscută m_f, care se determină, reprezentînd grafic cei doi membri ai ecuației.

9. Se determină presiunea p_y din relația (25). Integrala I_y se determină din relația (24), cu condiția $\zeta = 1$, pentru limita superioară de integrare. În baza ipotezei admise $x_{f_1} = 0{,}02$.

10. Se determină lucrul mecanic pe intervalul s-z, ținînd seama că în faza principală $(\alpha_y - \alpha_1)$, lucrul mecanic este negativ pe intervalul α_1 - p. m. i. și pozitiv pe intervalul p. m. i. - α_y.

6. Concluzii

a) Se propune o metodă de calcul a procesului de ardere din motorul cu aprindere prin scînteie, pornind de la un model fizic nou al arderii, mai apropiat de realitate, care ține seama de particularitatea fundamentală a flăcărilor turbulente — desfășurarea reacției într-o zonă de mare adîncime.

b) Pentru desfășurarea calculelor este necesară alegerea a trei parametri inițiali: durata fazei principale de ardere (în unghiuri RAC), gradul

de ardere în tranşă şi unghiul relativ RAC corespunzător vitezei maxime de creştere a presiunii.

Variaţia acestor parametri în limite restrînse uşurează alegerea lor şi elimină astfel o sursă de erori.

c) Rezolvarea sistemului de ecuaţii găsit se efectuează uşor, cu un volum de muncă relativ redus, ceea ce constituie unul dintre avantajele esenţiale ale metodei. Metoda permite efectuarea calculelor cu o precizie ridicată şi dă posibilitatea analizei procesului de ardere din motorul cu aprindere prin scînteie.

Institutul politehnic, Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. Aramă C., Metal. şi constr. maş., ASIT, 1961, *8*.
2. — *Teoria motoarelor cu ardere internă*. Note curs, 1952—53.
3. Bărănescu G., *Calculul proceselor de ardere*. Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1955.
4. Gaiginschi E., Gutman M., Ursescu D., Zugrăvel M., *Îndreptar pentru calculul termic al motoarelor cu ardere internă cu piston*. ESDP, Buc., 1960.
5. Глаголев Н. М., *Рабочие процессы двигателей внутреннего сгорания*. Машгиз, Киев, 1950.
6. Grünwald B., Bul. Inst polit. Buc. 1963, **XXVI**, *4*.
7. — Bul. Inst. polit. Buc., 1963, **XXVI**, *5*.
8. — *Influenţa zonei de ardere din flacăra turbulentă asupra procesului de ardere din motorul cu aprindere prin scînteie*. Disertaţie. Inst. polit. Buc., 1963.
9. — St. şi cerc. de electrot. şi energ., 1964, **XIV**, *3*.
10. Грюнвальд Б., Радченко В., Bul. Inst. polit., Buc., 1962, **XXIV**, *3*.
11. Иноземцев Н. В., Коскин В. К., *Процессы сгорания в двигателях*. Машгиз, М., 1949.
12. Regnault J., Rev. Inst. Fr. Pétr., 1962, *5*.
13. Solé B., Rev. Inst. Fr. Pétr., 1958, *6—9*.
14. Семенов Е. С., Соколик А. С., ИАН, ОТН, 1958, *8*.
15. Serruys M., *Eléments de thermodynamique et physico-chimie de la combustion dans les moteurs*. Paris, 1945.
16. Соколик А. С., *Об экспериментальной основе теории турбилентного горения. Горение в турбулентном потоке*. Изд. АН СССР, М., 1959.
17. — *Самовоспламенение, пламя и детонация в газах*. Изд. АН СССР, М., 1960.
18. Стечкин Б. С., Генкин К. И., Золотаревский В. С., Скородинский И. В., *Индикаторная диаграмма тепловыделения и рабочий цикл быстроходного поршневого двигателя*. Изд. АН СССР, М., 1960.
19. Вибе И. И., *Новое о рабочем цикле двигателя*. М., 1962.
20. Worthing A. G., Geffner J., *Prelucrarea datelor experimentale*. Ed. Tehn., Buc., 1959, (trad. din l. engleză).

РАСЧЕТ ПРОЦЕССА ГОРЕНИЯ В ДВИГАТЕЛЕ ЗАЖИГАЕМОМ ИСКРОЙ, ОСНОВАННЫЙ НА НОВОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЛАМЕНИ

(Резюме)

а) Предлагается — как указывается в заглавии — метод расчета процесса горения имея в виду новую физическую модель горения, более близкую к действительности, принимающую во внимание основное свойство турбулентного пламени, а именно факт того, что реакция имеет место в зоне большой глубины.

б) В целях проведения вычислений, выбрано три параметра: продолжительность гладкой фазы горения (в угле ВКВ [1])), степень горения в тракте и относительный угол ВКВ, отражающий максимальную скорость роста давления.

в) Решение найденной системы уравнений проводится весьма легло и указывает на преимущество разработанного метода. Вычисления в рамках этого метода приводят к результатам высокой точности, позволяющим проводить анализ процесса горения в двигателе зажигаемом искрой.

[1]) Вращение коленчатого вола.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 621.43.01; 536.41

ASUPRA JOCULUI DE MONTAJ AL PISTOANELOR PENTRU MOTOARELE CU ARDERE INTERNĂ

DE

C. PICOŞ, BOGDAN GHEORGHIU şi VLADIMIR BURGARD

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Galaţi, din 18—19 aprilie 1964

1. Scopul lucrării

Jocul de montaj pentru pistoanele motoarelor cu ardere internă se determină pe baza cunoaşterii materialelor din care sînt fabricate cilindrul şi pistonul, a temperaturilor acestora în regimul de lucru, precum şi a coeficienţilor de dilatare termică pentru materialele şi temperaturile folosite.

Determinarea jocurilor de montaj ale pistoanelor de la motoarele cu ardere internă se efectuează fie prin metode analitice, fie cu ajutorul nomogramelor. Aceste două metode presupun, spre simplificare, coeficienţi de dilatare constanţi, într-un domeniu destul de larg de temperaturi.

În cele ce urmează se prezintă rezultatele experimentale privind variaţia în raport cu temperatura, a coeficientului de dilatare, pentru cele mai utilizate materiale din care se fabrică pistoanele, în scopul determinării unor valori îmbunătăţite ale jocului de montaj, precum şi nomogramele de calcul ale aceluiaşi joc, întocmite pentru materialele experimentate, adoptînd valorile reale ale coeficientului de dilatare.

2. Condiţii de lucru

Ţinînd seama de utilizarea internaţională a diferitelor aliaje de aluminiu pentru pistoane [1] şi consultînd caracteristicile aliajelor incluse în STAS 201-59, experienţele s-au efectuat asupra următoarelor patru aliaje standardizate: 1° AT Cu 10; 2° AT Cu 4 Mg 2 Ni 2; 3° AT Si 5; Cu 5; 4° AT Si 12 CuMgNi.

Itinerariul cercetării, ca latură practic-experimentală a cuprins următoarele etape de lucru: a) prepararea, topirea şi turnarea aliajelor; b) verificarea compoziţiei chimice; c) tratamentul termic; d) determinarea caracteristicilor mecanice; e) prelucrarea prin strunjire a epruvetelor la dimensiunile dorite şi f) determinarea dilatării.

În parcurgerea etapelor de lucru, arătate mai sus, am respectat prevederile STAS 201-59 privind aceste aliaje (felul de turnare, compoziţia chimică, tratamentul termic etc.) şi totodată ne-am conformat STAS-urilor în vigoare atunci cînd am efectuat anumite determinări pe epruvete (caracteristici mecanice, compoziţie chimică etc.).

Temperaturile maxime superioare, pînă la care s-au efectuat măsurătorile de dilatare, au fost alese pe baza datelor existente din literatură [1], privind temperaturile locale limită în funcţionarea diverselor tipuri de motoare cu ardere internă (motoare Otto, Diesel, răcite cu apă, cu aer etc.). Alegerea acestor limite maxime de temperaturi s-a făcut şi în concordanţă cu caracteristicile aliajului folosit.

Valorile coeficienţilor de dilatare liniară, funcţie de temperatură, au fost determinate utilizînd dilatometrul „Bauart Weiss". Determinările s-au efectuat pe cîte trei epruvete pentru fiecare aliaj cercetat.

3. Rezultate experimentale

Rezultatele numerice ale dilatării se găsesc trecute în tabelele 1...4.

Coeficienţii de dilatare liniară, după cum este cunoscut, variază cu temperatura şi cu tipul aliajului respectiv.

Intervalele de temperatură pentru care s-au calculat valorile medii ale coeficientului de dilatare

Tabelul 1
AT Cu 10

t °C	$\alpha.10^6$ Numărul probei 1	2	3
100	19,84	18,84	21,94
120	22,14	21,34	21,34
140	22,94	22,34	21,74
160	23,54	23,04	21,94
180	23,64	23,14	23,14
200	23,64	23,64	23,64
220	23,94	23,54	23,54
240	23,97	23,34	23,94
260	24,24	24,24	24,24
280	24,54	24,54	24,17
300	24,96	24,72	24,44

Tabelul 2
AT Cu 4 Mg 2 Ni 2

t °C	$\alpha.10^6$ Numărul probei 1	2	3
100	20,74	19,85	19,85
120	21,34	20,54	21,34
140	22,39	21,74	22,34
160	22,54	22,54	22,54
180	23,14	23,64	23,14
200	23,14	23,64	23,14
220	23,24	23,64	23,64
240	23,64	23,24	23,64
260	23,94	23,94	23,94
280	23,84	23,64	23,84
300	24,44	24,14	24,14
320	24,64	24,64	24,34
340	25,04	25,04	25,04
360	24,94	25,44	25,44
380	25,54	25,74	25,54
400	25,84	26,14	26,14
420	26,34	26,34	26,44
440	26,19	26,54	26,54

fiind apropiate (din 20°C în 23°C), au permis reprezentarea grafică, suficient de precisă, a coeficientului de dilatare în funcţie de temperatură, pentru aliajele alese.

Curbele de variaţie sînt reprezentate în nomogramele din fig. 1 şi 2.

Tabelul 3
AT Si5 Cu5

t °C	$\alpha.10^6$ Numărul probei 1	2	3
100	18,84	19,85	19,85
120	18,95	20,54	20,54
140	19,79	21,04	20,44
160	21,44	21,44	21,44
180	21,74	22,14	22,14
200	21,94	22,34	22,74
220	22,44	22,44	22,44
240	22,94	22,94	22,94
260	22,94	22,94	22,94
280	23,04	23,34	23,34
300	23,04	23,04	23,34

Tabelul 4
AT Si12 CuMgNi

t °C	$\alpha.10^6$ Numărul probei 1	2	3
100	17,84	16,89	17,84
120	18,24	18,24	17,44
140	18,54	18,54	18,54
160	18,69	18,69	18,14
180	19,24	18,29	18,29
200	19,74	19,34	19,34
220	19,74	19,74	19,39
240	20,44	20,14	19,74
260	20,74	20,39	20,39
280	20,64	20,34	20,64
300	20,84	20,84	21,14

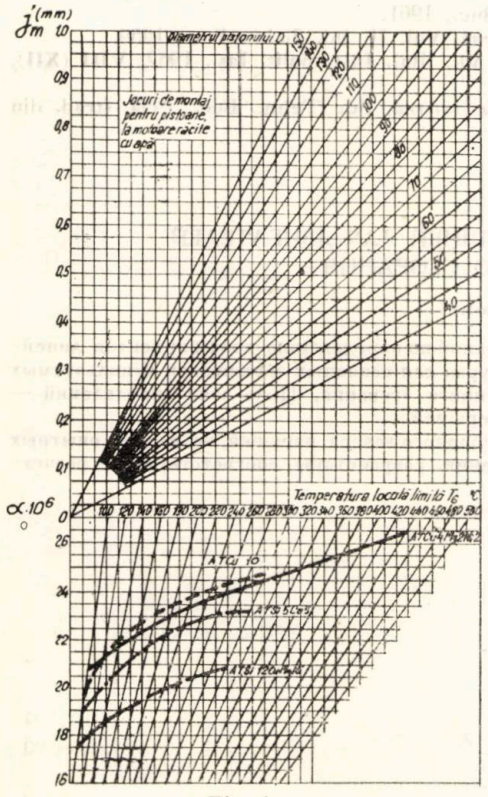


Fig. 1

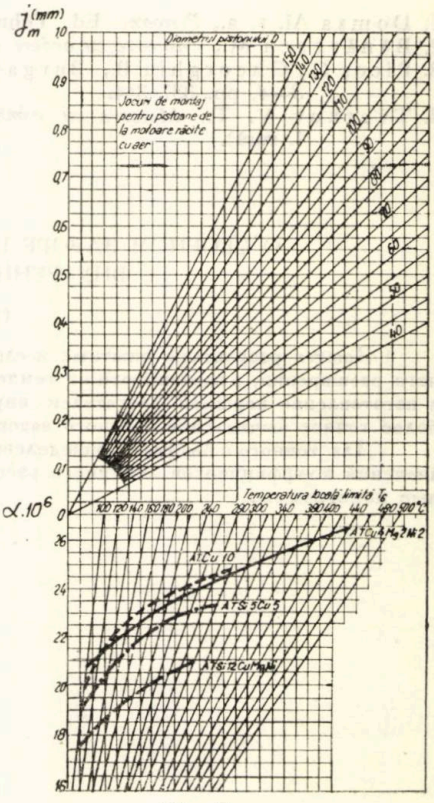


Fig. 2

4. Concluzii

Coeficientul de dilatare al pistonului este variabil, în funcţie de material şi temperatură. Determinarea jocului de montaj, considerînd acest coeficient de dilatare constant pentru un aliaj dat, indiferent de variaţiile de temperatură ale pistonului, conduce la obţinerea unor valori care pot fi mult mai diferite decît cele rezultate din considerarea valorilor reale, experimentale, pentru coeficientul de dilatare. Aceste variaţii ale valorilor jocului de montaj al pistonului se pot observa din nomogramele din fig. 1 şi 2, care dau posibilitatea obţinerii unor valori mai juste pentru jocul de montaj al pistonului, cunoscîndu-se aliajul şi temperatura de regim a acestuia.

Tabelarea valorilor experimentale ale coeficientului de dilatare, pentru materialele utilizate la fabricarea pistoanelor şi cilindrilor sau întocmirea de nomograme pentru determinarea jocului de montaj, în care coeficientul de dilatare să fie variabil cu temperatura şi natura aliajului, constituie o necesitate în munca de proiectare.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia metalelor

BIBLIOGRAFIE

1. Domşa Al. ş. a., *Pistoane.* Ed. Tehn., Buc., 1961.
2. Bănărescu M., *Motoare cu ardere internă.* Vol. **II**, Ed. Tehn., Buc., 1959.
3. Picoş C., Gheorghiu B., Burgard Vl., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII** (**XII**), *3—4,* pp. 337-344.
4. Ţvetkov V. T., *Motoare cu combustie internă.* Ed. Tehn., Buc., 1954, (trad. din l. rusă).

О СБОРНОМ ЗАЗОРЕ ПОРШНЕЙ ДЛЯ ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

(Резюме)

Даются результаты опытных исследований по определению коэффициентов линейного расширения, в зависимости от температуры, для основных материалов используемых в изготовление поршней двигателей внутреннего сгорания. Цель этих определений — более точное вычисление сборного зазора поршней.

Для точного и быстрого определения сборного зазора поршней, на основе опытных значений коэффициентов линейного расширения, разработаны соответствующие расчетные номограммы.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 621 7.01

DETERMINAREA CONSTANTELOR ŞI A EXPONENŢILOR DIN RELAŢIILE MOMENTULUI DE TORSIUNE ŞI A FORŢEI AXIALE LA BURGHIEREA OŢELURILOR ROMÎNEŞTI

NOTA VII
OŢELURILE STANDARDIZATE STAS 1700-50

DE

AUREL RĂILEANU şi DAN NICOLESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

Autorii, continuînd experienţele pentru determinarea constantelor şi a exponenţilor din relaţiile forţei axiale (1) şi a momentului de torsiune (2):

$$(1) \qquad P = C_p d^{x_p} s^{y_p}, \qquad (2) \qquad M = C_M d^{x_M} s^{y_M},$$

au stabilit aceşti parametri la oţelurile: OSC 7, OSC 8, OSC 8M, OSC 9, OSC 10, OSC 10 M, OSC 12 şi OSC 13, furnizate de întreprinderea „Industria sîrmei", Cîmpia Turzii.

Experienţele s-au întreprins pe o maşină de găurit cu coloană model A-2, construită la „Înfrăţirea", Oradea, folosind burghie romîneşti din oţel rapid procurate de la Fabrica de scule, Rîşnov, cu unghiul de înclinare al canalului elicoidal $\omega = 30°$, raportul dintre grosimea miezului şi diametru aproximativ constant (0,15), cu canalele lustruite şi ascuţite după metoda conică astfel încît să aibă următoarea geometrie: $\alpha_{ex.} = 12°$, $\psi = 55°$, $2\varkappa = 120°$. În timpul lucrului s-a folosit ca lichid de răcire-ungere o soluţie cu 5% săpun. Materialul de încercat s-a fixat pe un dinamometru tip Paramonov, construit în laboratorul de maşini-unelte al Institutului politehnic din Iaşi.

Cu datele experimentale obţinute s-au trasat diagramele dublu-logaritmice (fig. 1...16), pe baza cărora s-au determinat valorile exponenţilor x_p, y_p, x_M, y_M şi a constantelor C_{pm} şi C_{Mm}, după metoda cunoscută [1], [2]. Valorile constantelor şi ale exponenţilor sînt date în tabelele 1 şi 2.

Tabelul 1

Oţel carbon pentru scule STAS 1700–50	H_B kgf/mm²	x_{pm}	y_{pm}	C_{pm}
OSC 7	191	1,22	0,66	43,92
OSC 8	189	1,16	0,68	57,44
OSC 8M	232	0,88	0,67	134,32
OSC 9	184	1,16	0,68	63,59
OSC 10	202	1,16	0,66	56,86
OSC 10M	198	1,06	0,74	95,95
OSC 12	210	1,10	0,76	80,38
OSC 13	212	1,07	0,77	95,08

Tabelul 2

Oţel carbon pentru scule STAS 1700–50	H_B kgf/mm²	x_{Mm}	y_{Mm}	C_{Mm}
OSC 7	191	1,82	0,72	4,59
OSC 8	189	1,69	0,68	7,02
OSC 8M	232	1,57	0,72	10,82
OSC 9	184	1,71	0,65	7,05
OSC 10	202	1,58	0,70	9,44
OSC 10M	198	1,64	0,77	10,12
OSC 12	210	1,81	0,75	5,51
OSC 13	212	1,83	0,89	6,86

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini-unelte şi scule

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh., Rener Al., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3–4*, p. 345.
2. Răileanu A., Nicolescu D., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1963, **IX (XIII)**, *3–4*, p. 331.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИЛ РЕЗАНИЯ И КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ СВЕРЛЕНИЯ РУМЫНСКИХ СТАЛЕЙ

Заметка VII

Стали группы STAS 1700–50

(Реэюме)

Определяются значения C_p, x_p, y_p и C_M, x_M, y_M, по формулам (1) и (2), для следующих сортов сталей: OSC 7, OSC 8, OSC 8M, OSC 9, OSC 10, OSC 10M, OSC 12 OSC 13.

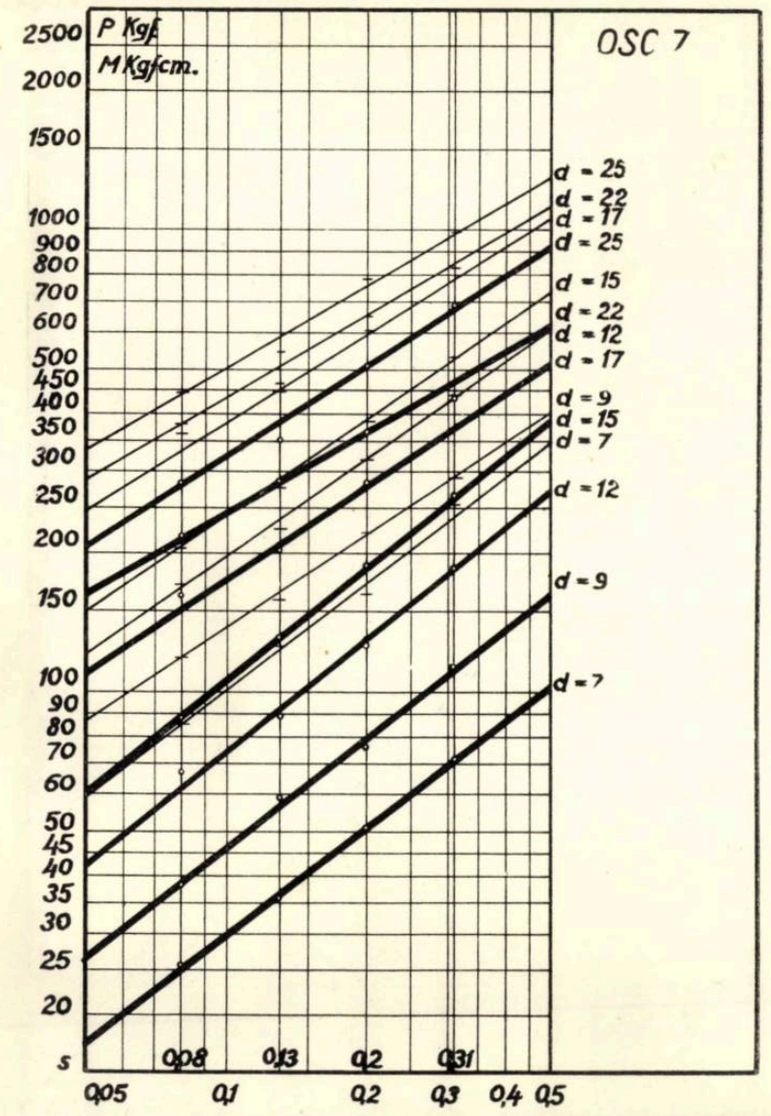


Fig. 1

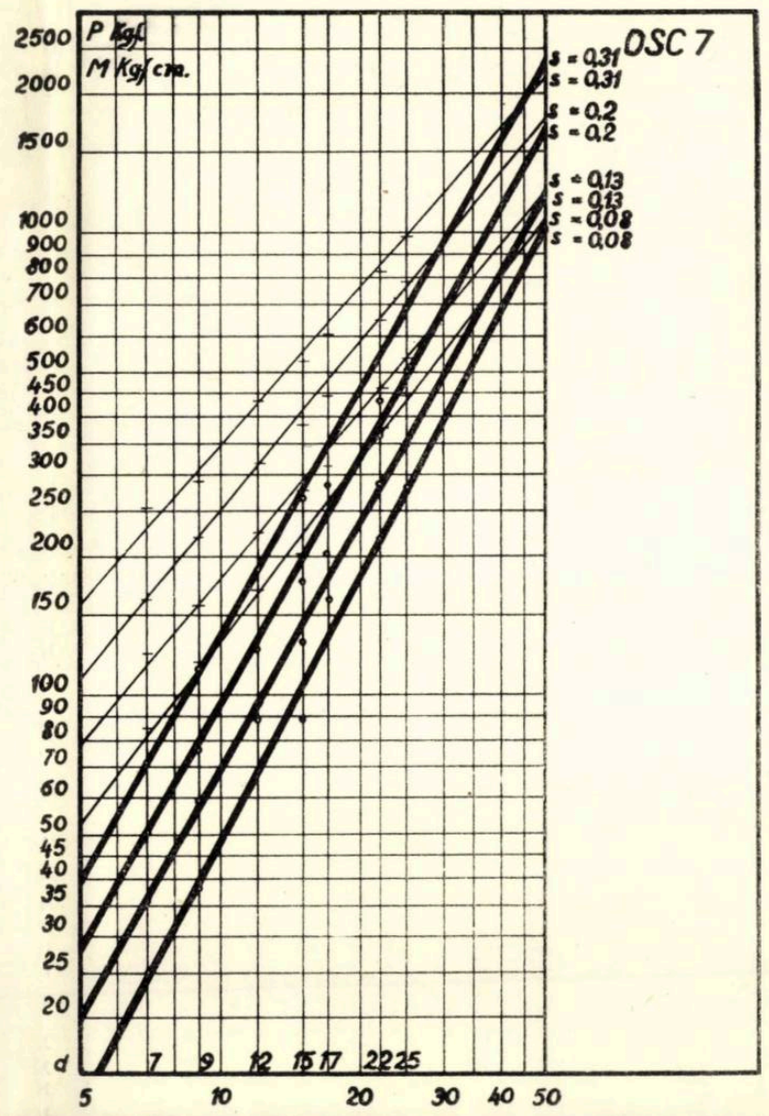


Fig. 2

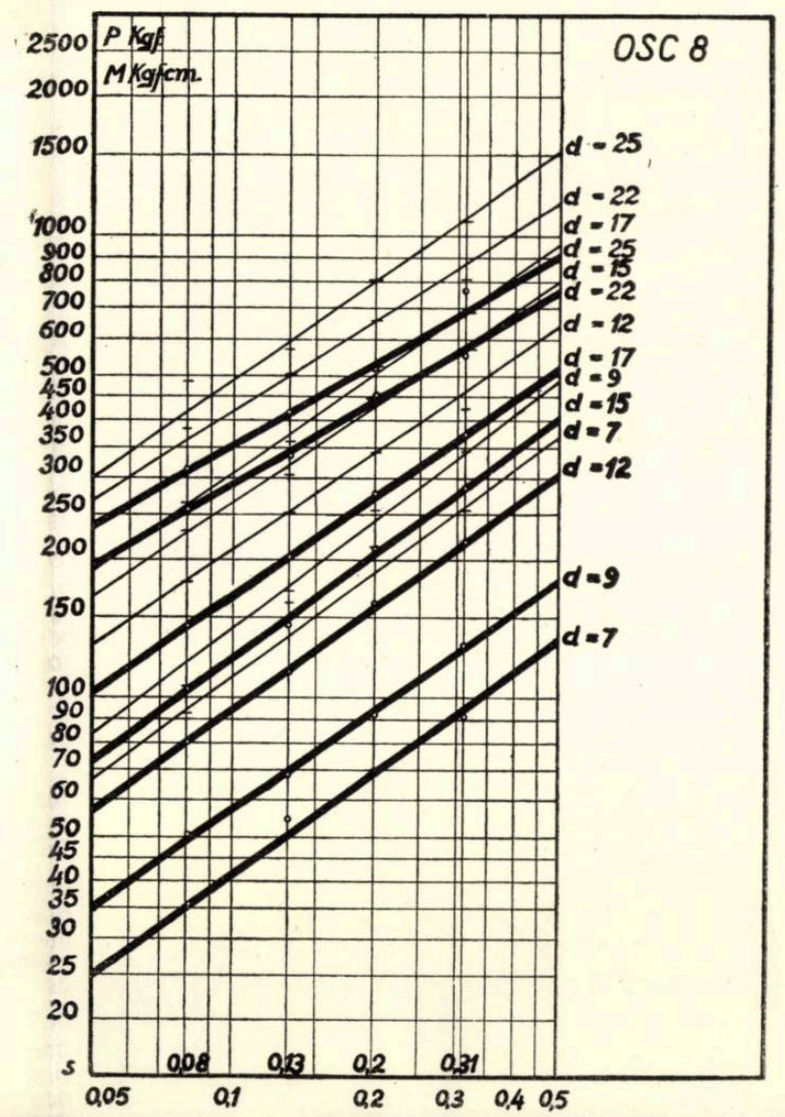


Fig. 3

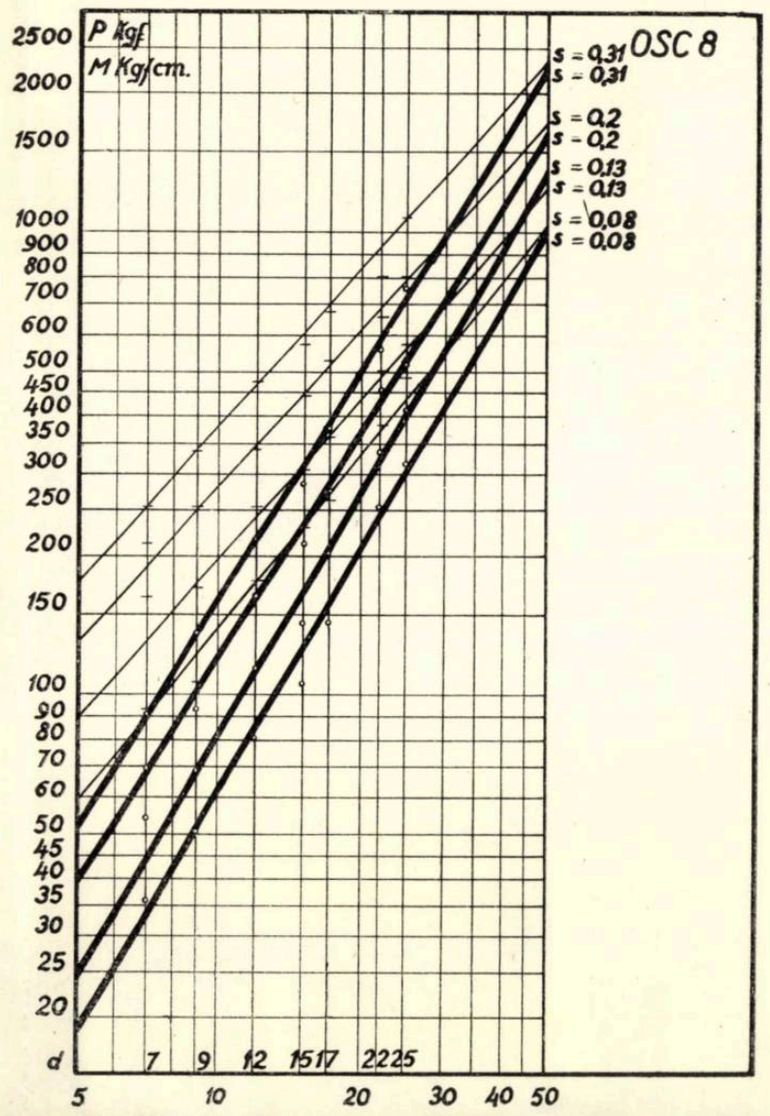


Fig. 4

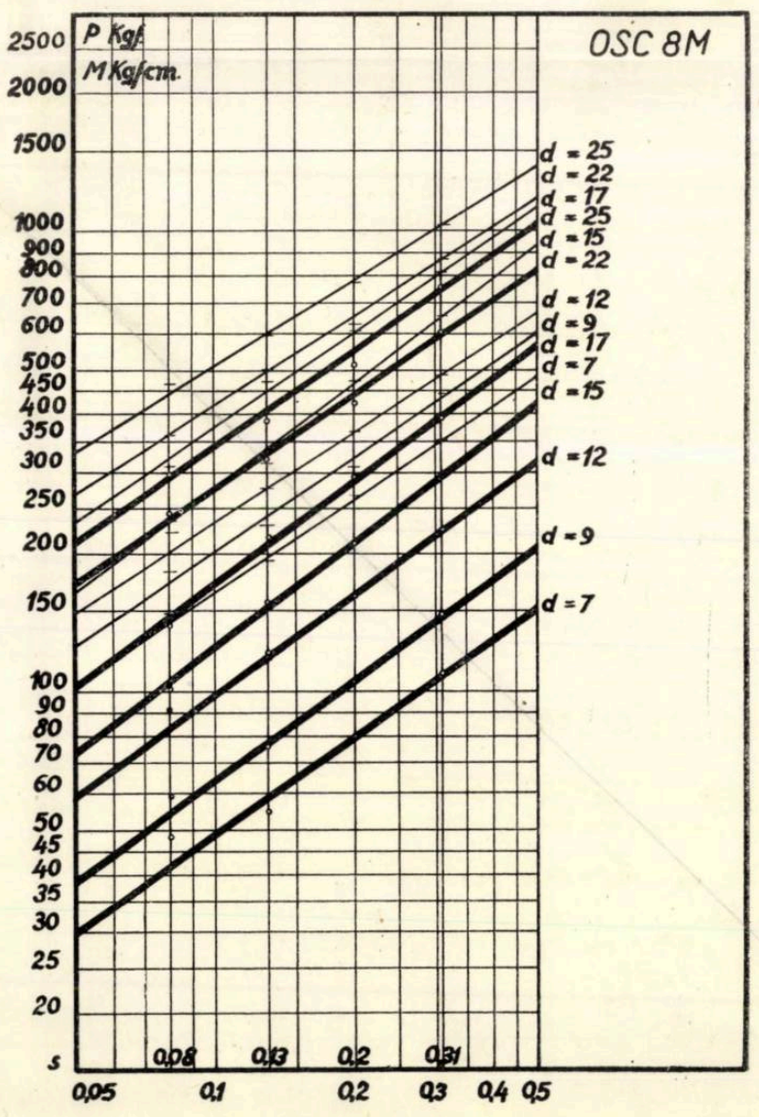


Fig. 5

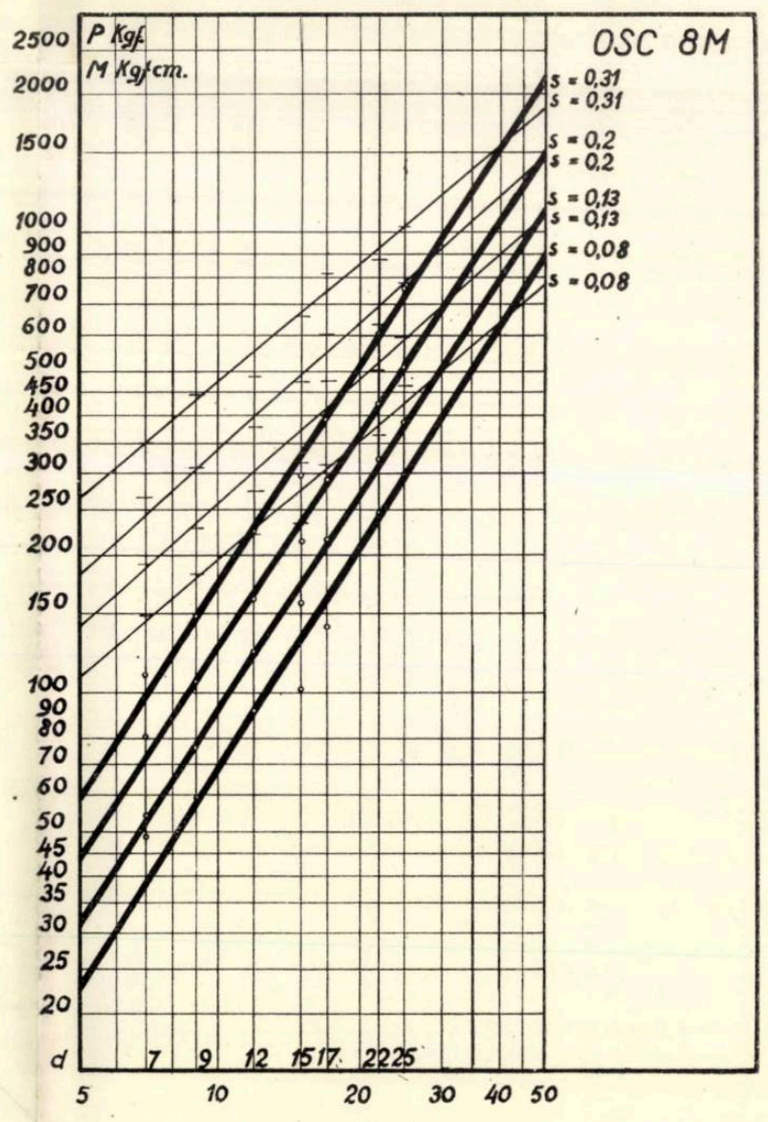


Fig. 6

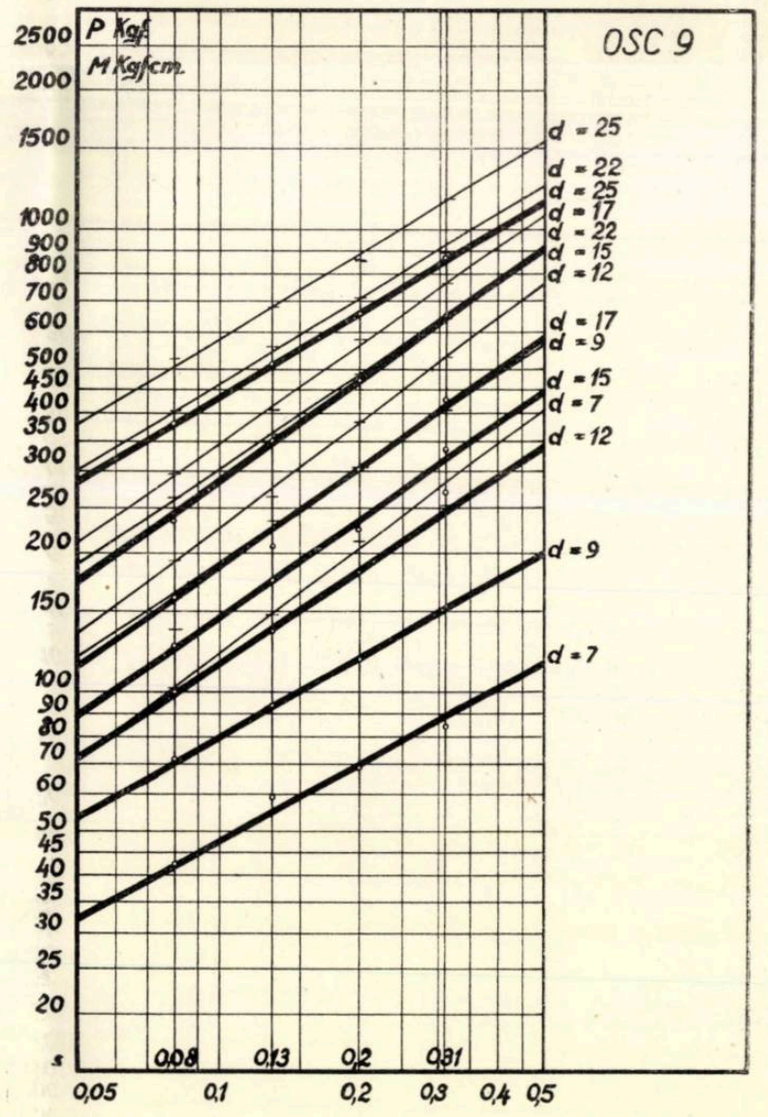


Fig. 7

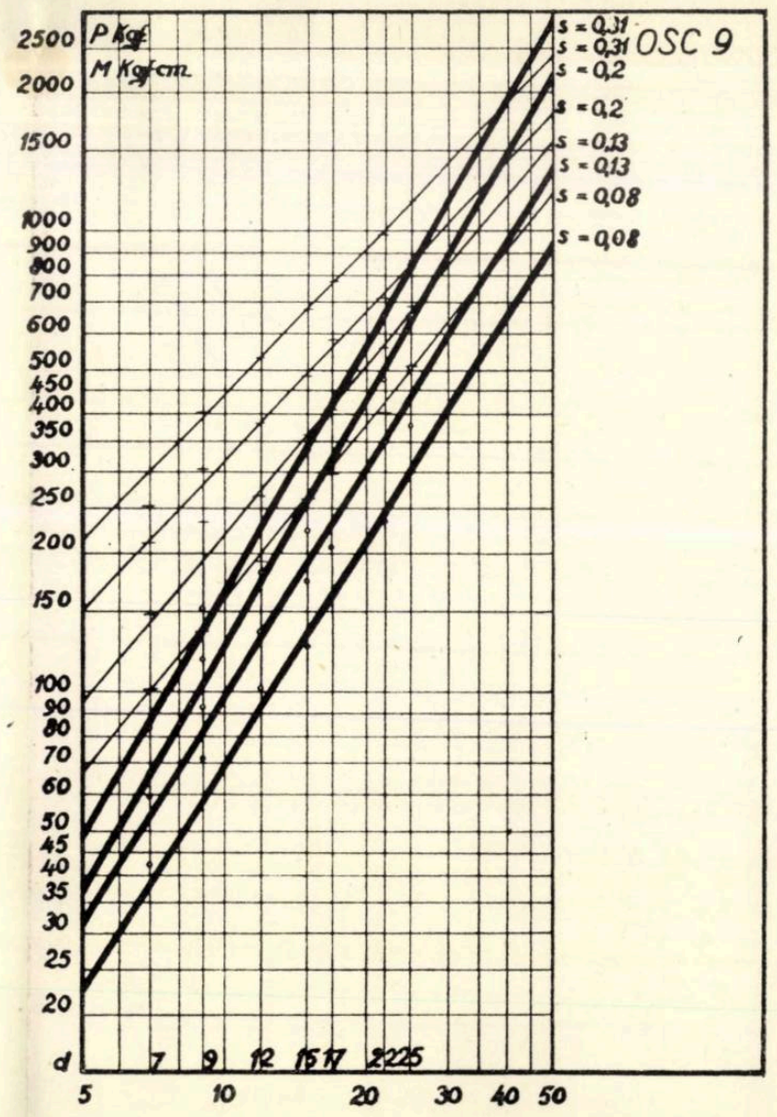


Fig. 8

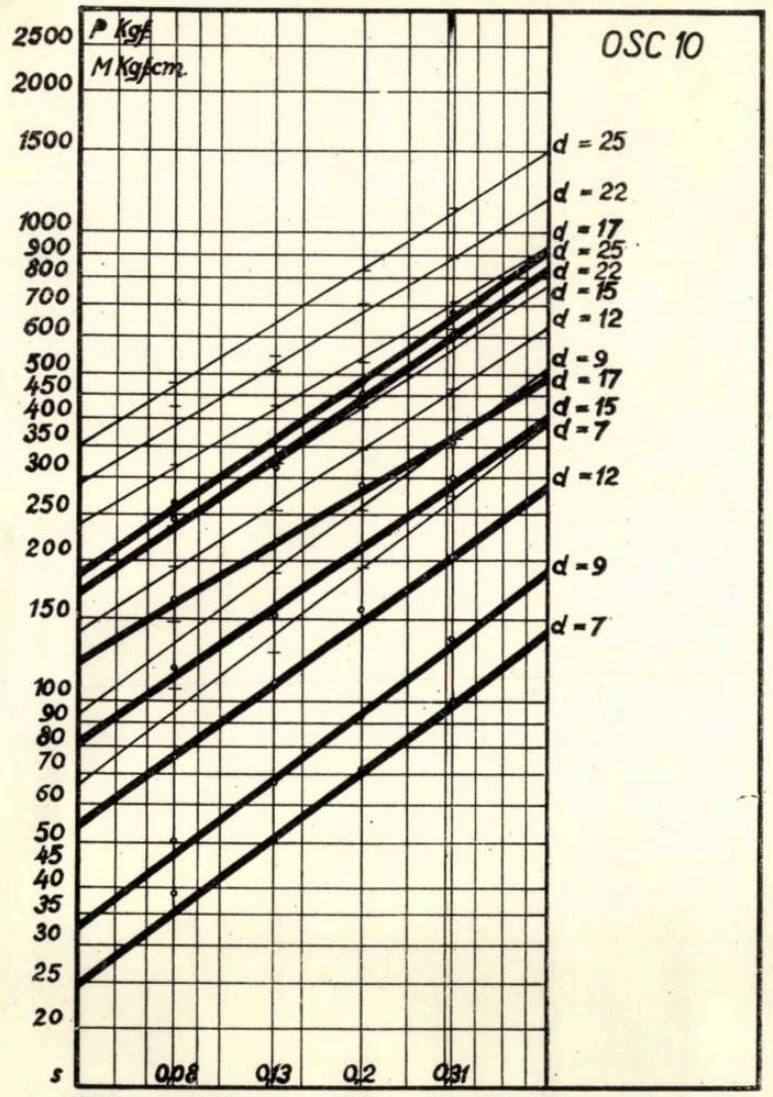


Fig. 9

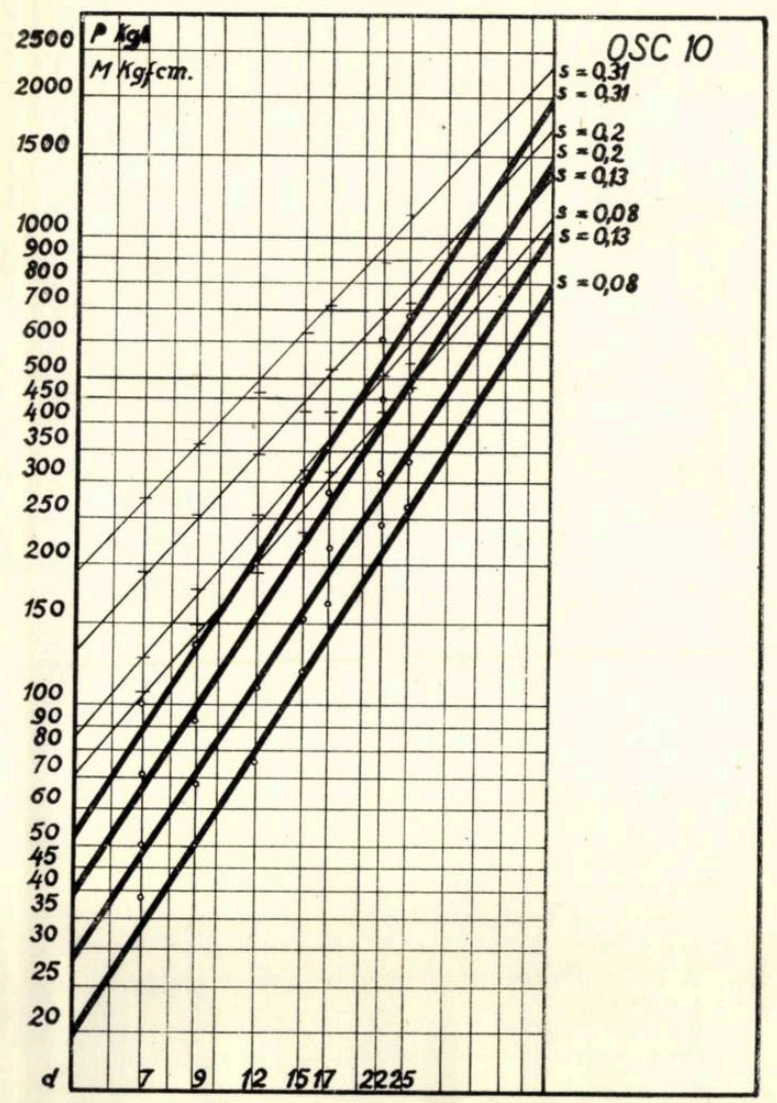


Fig. 10

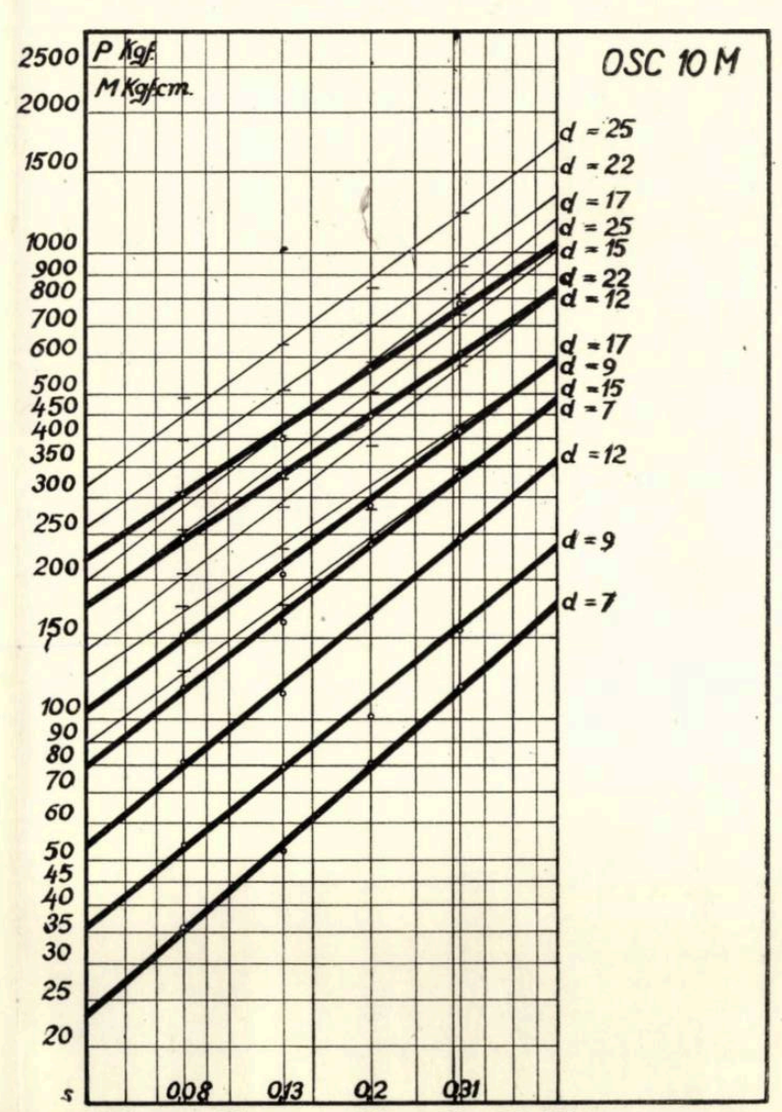


Fig. 11

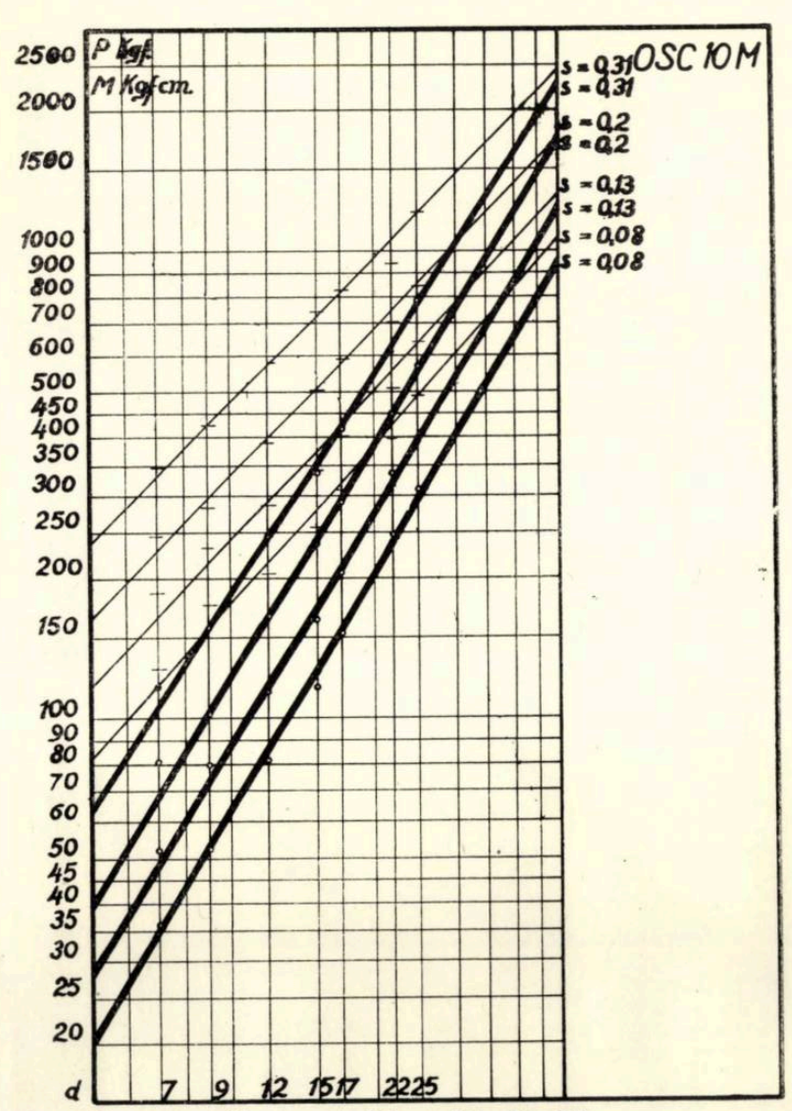


Fig. 12

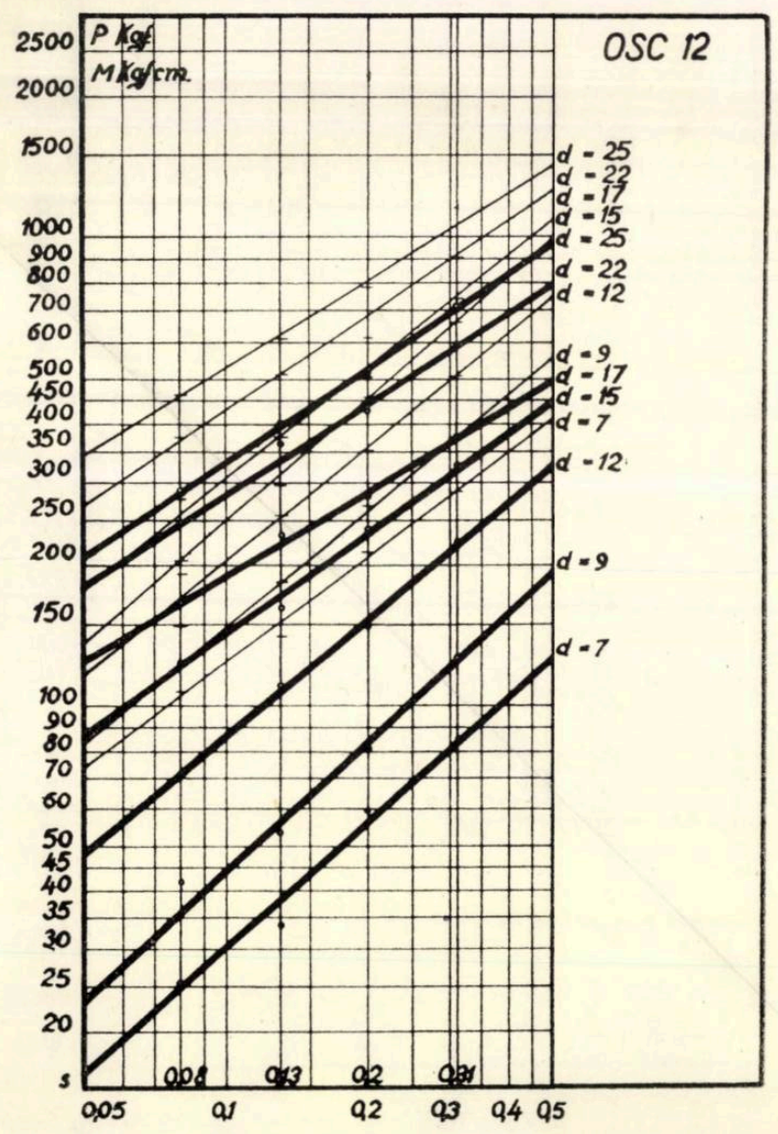


Fig. 13

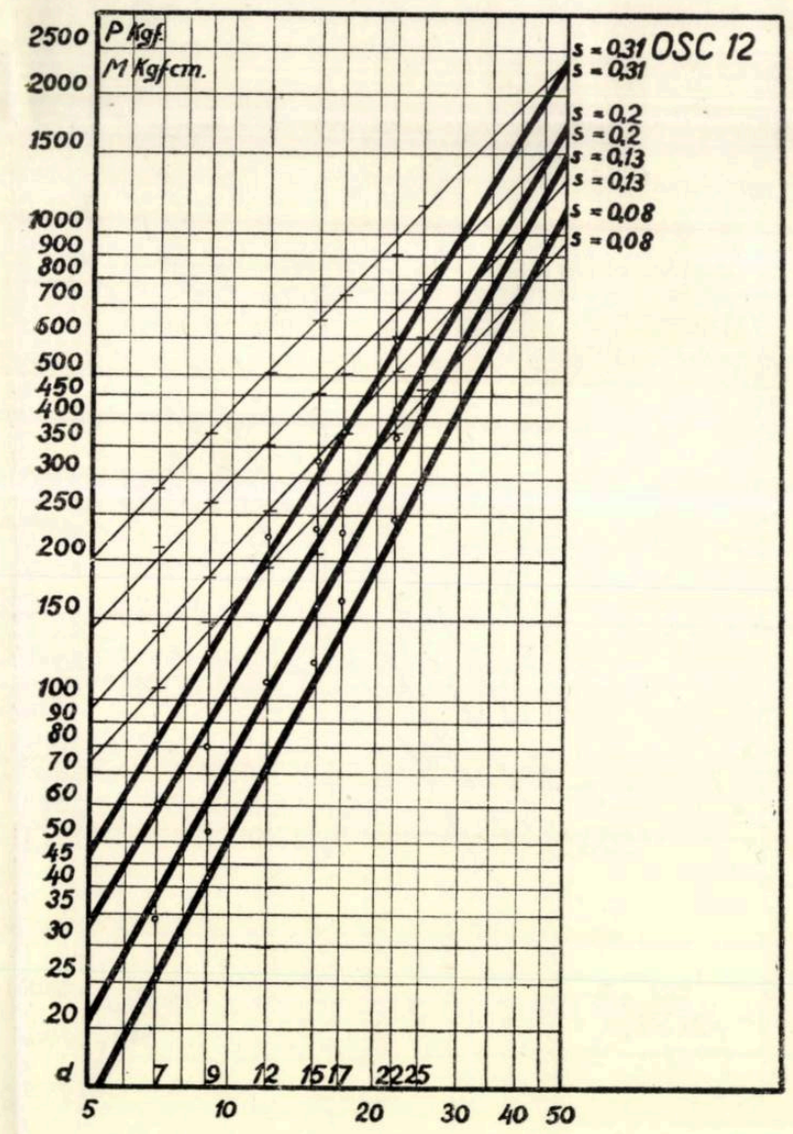


Fig. 14

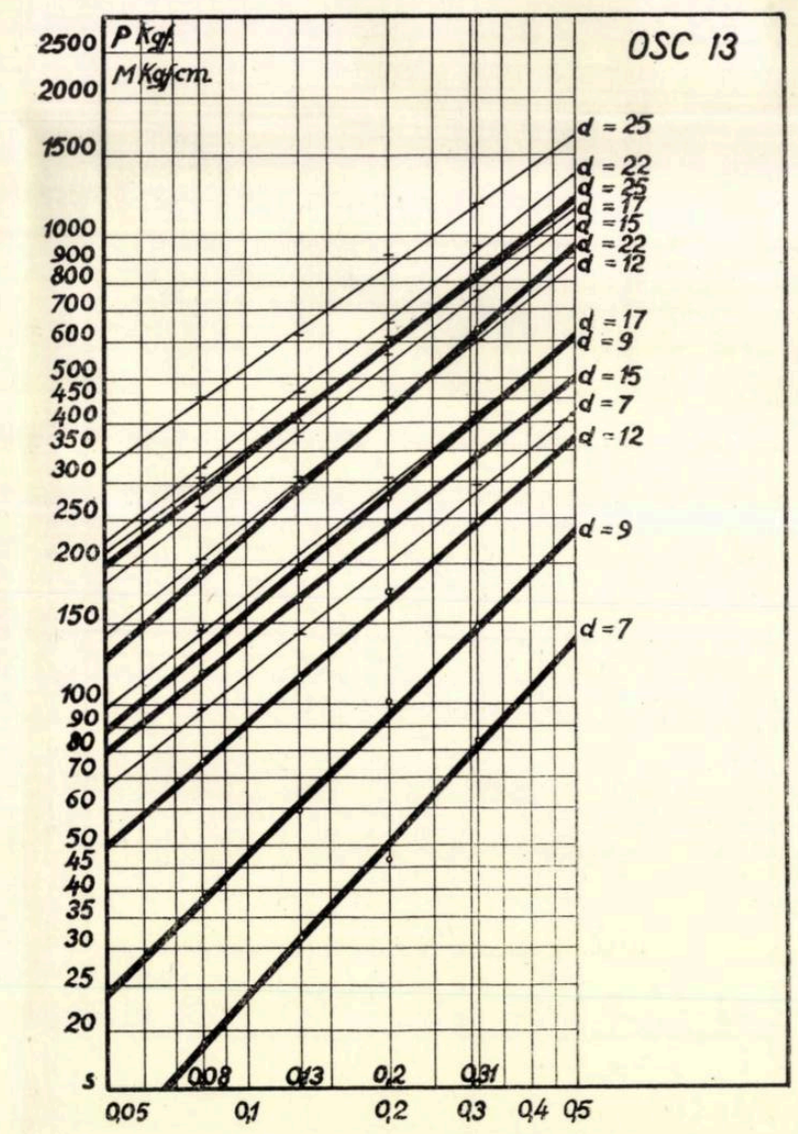


Fig. 15

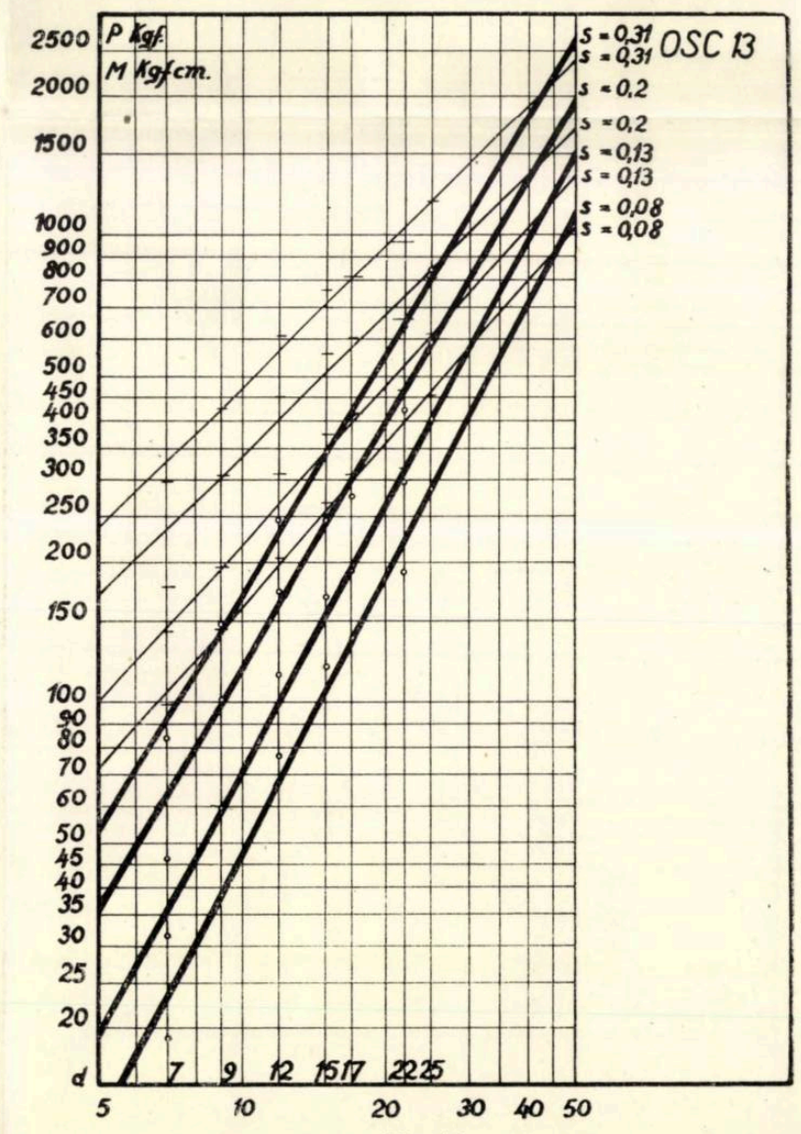


Fig. 16

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Construcții. Hidrotehnică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 1—2, 1964

Строительство. Гидротехника

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Constructions. Hydrotechnics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 526

CONTRIBUŢII LA METODA GEODEZICĂ A VARIAŢIEI COORDONATELOR ÎN TRILATERAŢIE

DE

M. BOTEZ şi MIRCEA ATUDOREI

Comunicare prezentată la conferinţa internaţională de geodezie, Budapesta, 14—17 octombrie 1963

1. Introducere

Datorită perfecţionării şi preciziei atinse de măsurătorile prin unde a distanţelor [7], [8], [9], tehnica geodezică a intrat într-o nouă fază superioară şi apreciem că interesează în mod deosebit şi metodele de prelucrare practică a rezultatelor din măsurători. În ceea ce priveşte metoda determinării coordonatelor punctelor geodezice prin variaţia coordonatelor — măsurători indirecte — folosind numai măsurători de distanţe, de aplicat la îndesirea trilateraţiilor geodezice de precizie de ordinul II...IV, literatura de specialitate este mai puţin abundentă, ca de exemplu în privinţa tratării prin metoda măsurătorilor condiţionate. De aceea în lucrarea de faţă se aduc unele contribuţii, care simplifică procedeele existente în literatura de specialitate [1], [3], folosind unele tratări din teoria erorilor referitoare la măsurătorile indirecte [2].

În acest mod, aplicînd o tehnică geodezică nouă, căutăm, prin contribuţia noastră, să se ridice productivitatea muncii, să se mărească randamentul în calcule, să se reducă preţul de cost al lor.

2. Metoda de lucru

Vom trata întîi metoda în cazul unui singur punct nou de determinat şi apoi prin generalizare, în cazul grupului de puncte noi.

În cazul unui singur punct nou P de coordonate x, y de determinat, (fig. 1), fie punctele fixe în număr de minimum trei: A, B, C, avînd coordonatele x_A, y_A etc. şi în mod generic x_i, y_i.

Prin măsurători prin unde se cunosc cu precizie distanţele:

$$r_1 = AP,\quad r_2 = BP,\quad r_3 = CP.$$

Aplicînd teoria erorilor măsurătorilor indirecte, va trebui să considerăm ca variabile de determinat creşterile de coordonate δx, δy de adăugat la coordonatele provizorii x_0, y_0 ale punctului P, considerînd că distanţele au erori din măsurători, δr_i, mici.

Dacă distanţele r_i le considerăm teoretic fără erori de măsurare, putem scrie ecuaţiile problemei noastre, anume:

$$(1) \qquad \sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}-r_i=0, \quad (i=1,\ 2,\ 3,...).$$

Ele sînt de forma:

$$(2) \qquad f_i(x,\ y,\ x_i,\ y_i,\ r_i)=0, \quad (i=1,\ 2,\ 3,...),$$

şi în număr de minimum trei ecuaţii — în practică 3...5 ecuaţii.

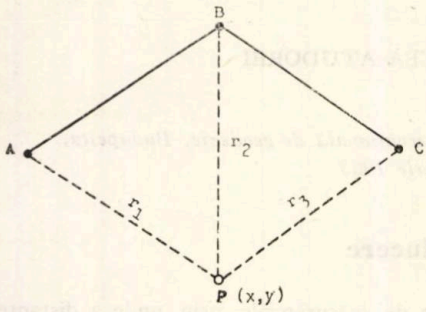


Fig. 1

Considerînd că avem şi erorile de măsurare a distanţelor şi notînd prin r_i' valorile distanţelor măsurate, ecuaţiile (2) devin:

$$(3) \qquad f_i(x,\ y,\ x_i,\ y_i,\ r_i')=v_i, \quad (i=1,\ 2,\ 3,...),$$

unde prin v_i am notat erorile care rezultă pentru fiecare ecuaţie. Ecuaţiile (3) sînt ecuaţiile erorilor, sub forma generală.

Introducînd acum valorile aproximative x_0, y_0 ale coordonatelor punctului de determinat P (deduse de exemplu prin metoda cercurilor [1], aşa cum se va vedea în cadrul aplicaţiei numerice şi care în general este mai convenabilă decît cea a proiecţiilor [1], ori prin o metodă care nu întrebuinţează tabele de funcţii trigonometrice), cu relaţiile:

$$(4) \qquad x=x_0+\delta x,\ \ y=y_0+\delta y,$$

unde δx şi δy sînt corecţiile, şi dezvoltînd în serie Taylor pentru funcţii de mai multe variabile, oprindu-ne numai la termenii de ordinul 1 avem sistemul liniar al ecuaţiilor de erori şi corecţiilor:

$$(5) \qquad a_i\,\delta x+b_i\,\delta y+l_i=v_i, \quad (i=1,\ 2,\ 3,..,),$$

unde s-au întrebuinţat notaţiile:

$$(6) \qquad \begin{cases} a_1=(\partial f_1/\partial x)_0=(x_0-x_1)/r_1^0=\Delta x_0/r_1^0, \\ b_1=(\partial f_1/\partial y)_0=(y_0-y_1)/r_1^0=\Delta y_0/r_1^0 \text{ etc.} \end{cases}$$

şi

$$(7) \qquad l_1=f(x_0y_0,\ x_1y_1,\ r_1)-r_1'=r_1^0-r_1' \text{ etc.}$$

Urmează apoi tratarea cunoscută a ecuațiilor (5) cu trecerea la sistemul de ecuații normale, rezolvarea acestuia pentru deducerea corecțiilor δx, δy și calculul preciziei.

3. Generalizare

Generalizînd acum în cazul grupului de puncte de determinat, fie: a) A, B, C puncte noi ajutătoare, de coordonate variabile x_i, y_i, $(i = 1, 2, 3,)$; b) P punct nou, de coordonate variabile x_k, y_k de determinat; c) r_1, r_2, r_3 distanțele care se măsoară (AP, BP, CP).

Notînd prin: r'_1, r'_2, r'_3 valorile măsurate ale distanțelor AP, BP, CP; $\xi_i = \delta x_i$, $\eta_i = \delta y_i$, $(i = 1, 2, 3,)$ corecțiile coordonatelor punctelor A, B, C și $\xi_k = \delta x_k$, $\eta_k = \delta y_k$ corecțiile coordonatelor punctului P, putem scrie ecuațiile grupului de puncte:

$$(1') \qquad \sqrt{(x_k - x_i)^2 - (y_k - y_i)^2} - r_i = 0, \ (i = 1, 2, 3).$$

Ele sînt de forma:

$$(2') \qquad f_i(x_k, y_k, x_i, y_i, y_i, r_i) = 0, \ (i = 1, 2, 3, \ldots),$$

și sînt în număr de minimum trei ecuații și în practică 3...5 ecuații de fiecare punct nou de determinat.

Ecuațiile generale ale erorilor sînt deci:

$$(3') \qquad f_i(x_k, y_k, x_i, y_i, r'_i) = v_i, \ (i = 1, 2, 3),$$

unde prin r'_i am notat valorile măsurate ale distanțelor și prin v_i eroarea fiecărei ecuații.

Introducînd valorile aproximative x_k^0, y_k^0 și corecțiile ξ, η ale tuturor coordonatelor, cu relațiile:

$$(4') \quad x_k = x_k^0 + \xi_k, \ y_k = y_k^0 + \eta_k \text{ și } x_i = x_i^0 + \xi_i, \ y_i = y_i^0 + \eta_i, \ (i = 1, 2, 3, \ldots),$$

avem următorul sistem liniar al ecuațiilor de erori și corecții:

$$(5') \qquad A_i \xi_k + B_i \eta_k - A_i \xi_i - B_i \eta_i + l_i = v_i, \ (i = 1, 2, 3, \ldots),$$

unde:

$$(6') \qquad \begin{cases} A_1 = (\partial f_1 / \partial x_k)_0 = (x_k^0 - x_1^0)/r_1^0 = \Delta x_{1k}^0 / r_1^0, \\ B_1 = (\partial f_1 / \partial y_k)_0 = (y_k^0 - y_1^0)/r_1^0 = \Delta y_{1k}^0 / r_1^0 \text{ etc.}, \end{cases}$$

și

$$(7') \qquad l_1 = r_1^0 - r'_1, \ l_2 = r_2^0 - r'_2 \text{ etc.}$$

Urmează în continuare tratarea cunoscută a sistemului de ecuații liniare a erorilor (5'), cu un număr de necunoscute egal cu de două ori

numărul punctelor noi de determinat, cu trecerea la sistemul normal şi apoi precizia.

În aplicaţia numerică ce urmează se pot urmări completările de detaliu pentru calculele ajutătoare, de control etc.

4. Aplicaţie numerică

Se dau punctele fixe:

$$A\begin{cases} x_A = 6\,083\,059{,}32\ \text{m}, \\ y_A = 4\,524\,490{,}10, \end{cases} \quad B\begin{cases} x_B = 6\,076\,872{,}22\ \text{m}, \\ y_B = 4\,519\,626{,}62, \end{cases} \quad C\begin{cases} x_C = 6\,071\,640{,}58\ \text{m}, \\ y_C = 4\,528\,716{,}94, \end{cases}$$

precum şi valorile distanţelor măsurate între punctele fixe date şi punctul nou P de determinat:

$$r_1' = 7\,637{,}62\ \text{m},\ r_2 = 12\,744{,}67\ \text{m},\ r_3' = 9\,602{,}10\ \text{m}.$$

Aceste valori ale distanţelor reprezintă valori medii de precizie, deduse de noi din măsurători pe teren executate cu telurometrul MRA. 1/CW la unele lucrări în scopuri hidrotehnice.

Coordonatele provizorii x_0, y_0 ale punctului P se calculează prin metoda cercurilor [1] servindu-ne de formulele:

$$\begin{cases} q_1 = (d_1^2 - r_1'^2 + r_2'^2)/(2d_1), \\ q_2 = (d_2^2 - r_3'^2 + r_2'^2)/(2d_2) \end{cases} \text{şi} \quad \begin{cases} x_P = x_B + (q_1 \sin\alpha_2 - q_2 \sin\alpha_1)/\sin(\alpha_2 - \alpha_1), \\ y_P = y_B + (q_2 \cos\alpha_1 - q_1 \cos\alpha_2)/\sin(\alpha_2 - \alpha_1), \end{cases}$$

unde:

$$d_1 = \overline{BA},\ d_2 = \overline{BC},\ \alpha_1 = B - A,\ \alpha_2 = B - C,$$

calculul efectuîndu-se în două tabele din coordonatele cunoscute, în mod normal, cu control. Ele rezultă:

$$x_0 = 6\,080\,744{,}76\ \text{m},\ y_0 = 4\,531\,768{,}61.$$

Calculul distanţelor provizorii, generic r_0 şi a coeficienţilor a şi b ai ecuaţiilor de erori, este dat în tabelul 1.

Tabelul 1

Pct.	x	y	r_0^2/r^0	$a = \Delta x_0/r^0$	$b = \Delta y_0/r^0$	$l = r^0 - r'$
A	6 083 059,32	4 524 490,10				
P	6 080 744,76	4 531 768,61	58 333 895,8137			
Δ	− 2 314,56	+ 7 278,51	7637,663	− 0,303	+ 0,953	+ 0,043
B	6 076 872,22	4 519 626,62				
P	6 080 744,76	4 531 768,61	162 424 487,2117			
Δ	+ 3 872,54	+ 12 141,99	12 744,587	+ 0,304	+ 0,953	− 0,083
C	6 071 640,58	4 528 716,94				
P	6 080 744,76	4 531 768,61	92 198 783,2613			
Δ	+ 9 104,18	+ 3 051,67	9 602,020	+ 0,948	+ 0,318	− 0,080

Sistemul de ecuații normale, anume :

$$[aa]\,\delta x + [ab]\,\delta y + [al] = 0, \quad [ab]\,\delta x + [bb]\,\delta y + [bl] = 0,$$

rezultă cu controlul cunoscut cu sumele s :

$$1{,}0829\,\delta x + 0{,}3024\,\delta y - 0{,}1141 = 0, \quad 0{,}3024\,\delta x + 1{,}9175\,\delta y - 0{,}0636 = 0.$$

Rezolvînd cu determinanți, ca cel mai ușor procedeu în cazul de față, altfel cu schema Gauss, Choleski-Banachiewicz [4] etc. și avînd :

$$D = 1{,}9850, \quad D_x = 0{,}1996, \quad D_y = 0{,}0344,$$

se obține

$$\delta_x = D_x / D = + 0{,}101 \text{ m}, \quad \delta_y = D_y / D = + 0{,}017 \text{ m}.$$

Rezultă pentru coordonatele probabile ale punctului P :

$$x_P = x_0 + \delta x = 6\,080\,744{,}861 \text{ m}, \quad y_P = y_0 + \delta y = 4\,531\,768{,}627 \text{ m}.$$

Coeficienții de pondere Q_{ii}, calculați în modul cunoscut, sînt :

$$Q_{11} = 0{,}814, \quad Q_{22} = 0{,}393.$$

Erorile v_i calculate cu

$$v_i = a_i\,\delta x + b_i\,\delta y + l_i$$

și controlate cu $[av] = 0$ și $[bv] = 0$, rezultă :

$$v_1 = + 0{,}029, \quad v_2 = - 0{,}036, \quad v_3 = + 0{,}021.$$

Urmează $[vv] = 0{,}00258$, care se controlează cu relația

$$[vv] = [ll] + [al]\,\delta x + [bl]\,\delta y$$

și avem pentru eroarea medie pătratică valoarea :

$$m = \pm \sqrt{[vv]/(r-2)} = \pm \sqrt{[vv]} = \pm 0{,}05 \text{ m}.$$

Rezultă erorile necunoscutelor :

$$m_x = m\sqrt{Q_{11}} = \pm 0{,}05 \text{ m}, \quad m_y = m\sqrt{Q_{22}} = \pm 0{,}04 \text{ m}.$$

5. Concluzii

Subliniem avantajele procedeului preconizat față de procedeele existente și anume:

1. Teoretic, demonstrația în prezentul procedeu este mai scurtă și mai simplă ca cea existentă în literatura de specialitate.

2. Aplicarea în practică este de asemenea mai simplă și mai ușoară fără a necesita utilizarea unor dezvoltări trigonometrice lungi. Procedeul preconizat este de altfel mult asemănător cu acel de la cunoscuta metodă geodezică de variație a coordonatelor în triangulație, utilizînd măsurători unghiulare și nu de distanțe.

3. Procedeul se poate utiliza și în cazul cînd folosim în mod combinat atît măsurători de lungimi cît și măsurători de unghiuri, adică în îndesirile de puncte prin metoda combinată triangulație-trilateratie. Trebuie numai să adăugăm și ecuațiile de corecții și erori corespunzătoare, deduse în modul cunoscut de la îndesirea triangulației.

4. Procedeul se pretează uşor la utilizarea pentru calcule a maşinilor electronice de calcul [5], programarea fiind analogă cu aceea din cazul metodei variaţiei coordonatelor de la triangulaţie.

De exemplu la maşina electronică CIFA 101 a Institutului de fizică atomică al Academiei R. P. P., avînd memoria rapidă de 2000 adrese şi cea lentă foarte mare, putem efectua majoritatea calculelor necesare şi anume: a) calculul coeficienţilor şi termenilor liberi din ecuaţiile de corecţii şi erori, b) deducerea coeficienţilor şi a termenilor liberi ai sistemului de ecuaţii normale, c) rezolvarea sistemului de ecuaţii normale prin metoda Seidel ori Choleski-Banachiewicz etc.

Institutul de construcţii, Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. Полевой В. А., *Основы математической обработки результатов радиогеодезических измерений*. Геодезиздат, М., 1961.
2. Botez M., *Teoria erorilor şi metoda celor mai mici pătrate.*, Ed. Did., Buc., 1958.
3. Рабинович Б. Н., *Практикум по высшей геодезии*. Геодезиздат, М., 1961.
4. Botez M., Ursu D., Rev. de Geod. şi Org. terit., 1960, *1.*
5. Botez M., Munteanu C., Ghiţău D., Rev. de geod. şi org. terit., 1962, *4.*
6. Botez M., Atudorei M., Munteanu C., Ghiţău D., Rev. Învăţ. sup., 1962, *4–5.*
7. Botez M., Atudorei M., Ghiţău D., Rev. de geod. şi org. terit., 1963, *3.*
8. Botez M., Atudorei M., Rev. de geod. şi org. terit., 1964, *1.*

К ГЕОДЕЗИЧЕСКОМУ МЕТОДУ ИЗМЕНЕНИЯ КООРДИНАТ В ТРИАНГУЛЯЦИИ

(Резюме)

Рассматривается возможность применения метода изменения координат к скучиванию геодезических триангуляций II...IV порядка.

Предлагается новый способ упрощения существующих в литературе методов, пользуя некоторые методы работы из теории погрешностей, косвенных измерений. Этот способ применим как в случае определения одной новой точки, так и группы новых точек.

Производится практическая проработка величин определенных при помощи телурометра MRA. 1/CW, получая погрешности в определении координат ниже ± 5 см.

Подчеркиваются теоретические и практические выгоды предлагаемого авторами нпособа. Этот способ может быть с успехом применяем и в расчетах производимых са счетно-электронных машинах.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 624.04

CALCULUL LA STABILITATE AL CADRELOR PLANE

DE

N. ORLOVSCHI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Procedeele de calcul la stabilitate a structurilor plane bazate pe metodele folosite în statica construcţiilor consideră în general că sarcinile se aplică la noduri şi că pierderea stabilităţii are loc prin bifurcarea echilibrului. Rezultatele ce se obţin pe această cale, de cele mai multe ori sînt suficient de exacte pentru evaluarea parametrului critic al încărcării.

Referindu-ne la metoda deformaţiilor, care este mai indicată în calculele de stabilitate, procedeele analitice de calcul conduc la o ecuaţie de stabilitate de forma:

$$D(R) = 0, \tag{1}$$

care exprimă anularea determinantului matricei R a coeficienţilor ecuaţiilor de condiţie.

Coeficienţii r_{ik} ai matricei $R = \| R_{ik} \|$, $(i,k = 1, 2, ..., n)$, fiind funcţii de parametrii de încărcare $\nu = l\sqrt{P/(EJ)}$ ale barelor structurii, ecuaţia de stabilitate (1) este o ecuaţie transcendentă, de obicei destul de complicată, soluţionarea ei obţinîndu-se prin încercări sau pe cale grafică.

Tratarea pe cale matricială a problemei poate aduce unele simplificări în calcule.

Aşa de pildă în lucrarea [1] A. F. Smirnov foloseşte ecuaţia caracteristică

$$| R - \lambda E | = 0,$$

a cărei rădăcină minimă λ_{min} corespunde parametrului critic minim ν_{cr} (fig. 1), sau ecuaţia

$$| B - \omega E | = 0,$$

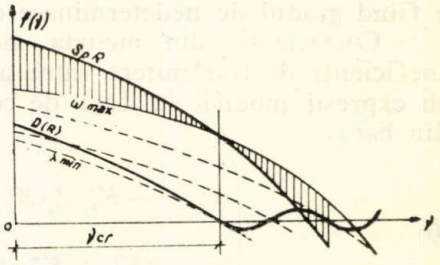


Fig. 1

a cărei rădăcină maximă ω_{max} corespunde parametrului critic minim ν_{cr} (fig. 1), unde: E — matricea unitate, $B = \text{Sp } R = \sum_{1}^{n} r_{ii}$ — urma matricei R.

În lucrarea [2] Mc. Minn folosind de asemenea calea matricială arată că matricea transformată

$$Q = TD^{-1} - E, \tag{2}$$

a cărei rădăcină minimă este $\lambda = -2$, (în ipoteza că matricea R este singulară, adică satisface condiţia (1)), permite o simplificare în soluţionarea problemelor de stabilitate a cadrelor plane.

În relaţia (2) D este matricea diagonală, ale cărei elemente sînt termenii principali din matricea R, iar T este matricea R în care termenii de pe diagonala principală sînt înlocuiţi cu zero.

2. Se poate constata uşor că matricea transformată Q este identică cu matricea μ a coeficienţilor ecuaţiilor de condiţie a metodei momentelor active, prezentată într-o serie de publicaţii [3], [4], [5] şi altele.

Deci în baza relaţiei

$$Q \equiv \mu \tag{3}$$

se poate afirma că ecuaţia de stabilitate

$$D(\mu) = 0, \tag{4}$$

ce derivă din metoda momentelor active, conduce la determinarea parametrului critic cu mai multă uşurinţă decît ecuaţiile de stabilitate derivate din alte procedee analitice cunoscute.

Matricea μ este de forma:

$$\mu = \|\mu_{ik}\| = \begin{Vmatrix} -1 & \mu_{12} & \dots & \mu_{1k} & \dots \\ \mu_{21} & -1 & \dots & \mu_{2k} & \dots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ \mu_{k1} & \mu_{k2} & \dots & -1 & \dots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \end{Vmatrix}, \quad (i, k = 1, 2, \dots, n), \tag{5}$$

n fiind gradul de nedeterminare cinematică a structurii.

Coeficienţii din metoda momentelor active (cu semnificaţii de coeficienţi de transmitere între necunoscute), în calculele de stabilitate au expresii modificate faţă de cele obişnuite, datorită forţelor axiale din bare:

$$\begin{cases} \mu_{ik} = -K^*_{ki}\gamma^*_{ki}/K^*_k, \quad \mu_{iA} = \sum\limits_{\text{nod } i} (\bar{K}^*_{ik}/\bar{K}^*_A), \\ \mu_{Ai} = (K^*_{ik} + K^*_{ik}\gamma^*_{ik})/K^*_i = \bar{K}^*_{ik}/K^*_i, \end{cases} \tag{6}$$

în care K^*_{ik} şi $\bar{K}^*_{ik}$ sînt rigidităţile modificate ale barei ik la rotire, respectiv la deplasare, iar K^*_i şi $\bar{K}^*_A$ — rigidităţile modificate ale nodului i, respectiv ale lanţului cinematic A.

(7)

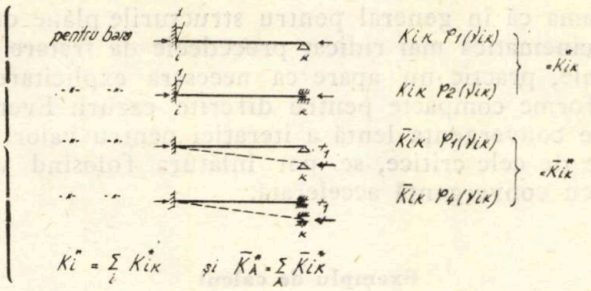


Fig. 2

Valorile funcţiilor $\varphi_1(v)...\varphi_4(v)$ şi $\eta_1(v), \eta_2(v)$ se găsesc întabulate în diferite tratate (de ex: în [1], [6]).

3. Dacă se pleacă de la un sistem de bază o dată cinematic nedeterminat, ecuaţia de stabilitate pentru o structură plană dată, va fi de forma:

$$\mu'_{ii} = 0, \tag{8}$$

obţinută prin anularea coeficientului principal al ecuaţiei de condiţie

$$\mu'_{ii} M_i = 0, \tag{9}$$

în care necunoscuta M_i poate fi un moment activ de nod sau de lanţ cinematic.

Posibilitatea de a găsi o exprimare compactă a criteriului de pierdere a stabilităţii pentru o structură este legată de posibilitatea de explicitare a coeficientului principal μ'_{ii} a ecuaţiei (9), sau ceea ce este echivalent, de rezolvare a structurii cu legătura i blocată.

4. În [4] se reprezintă variante ale metodei momentelor active, care operînd cu un număr redus de necunoscute permit alegerea de căi adecvate pentru rezolvarea diferitelor tipuri de structuri.

Folosirea acestor căi în calculele de stabilitate permite pe de o parte o simplificare în determinarea parametrului critic al încărcării structurii, pe de altă parte permite explicitarea sub o formă unitară şi generală a criteriului de pierdere a stabilităţii, diferitele forme cunoscute ale acestuia apărînd drept expresii particularizate ale criteriului general (8).

Astfel, spre exemplu, criteriul seriilor al lui Lundquist ($r = 1$), criteriul rigidităţilor cuplate al lui Chwalla ($\bar{S} = 0$) sau criteriul rapoartelor focale al lui Leites sau Epstein ($F_k . F'_k = 1$), constituie forme particulare ale criteriului general (8), în cazul cînd μ'_{ii} se poate exprima sub forma:

$$\mu'_{ii} = -1 + \sum \mu_{ik} \mu_{ki}$$

sau

$$\sum \mu_{ik} \mu_{ki} = 1. \tag{10}$$

Ţinînd seama că în general pentru structurile plane cu un grad de nedeterminare cinematică mai ridicat procedeele de tratare prin iteraţie sînt mai raţionale, practic nu apare ca necesară explicitarea criteriului general (8) în forme compacte pentru diferite cazuri. Eventualele dificultăţi legate de convergenţa lentă a iteraţiei pentru valori ale parametrilor apropiate de cele critice, se pot înlătura folosind variantele corespunzătoare, cu convergenţă accelerată.

Exemplu de calcul

Se determină parametrul critic al încărcării pentru cadrul din fig. 3 (tratat pe altă cale în [8]).

Parametrii de încărcare axială sînt:

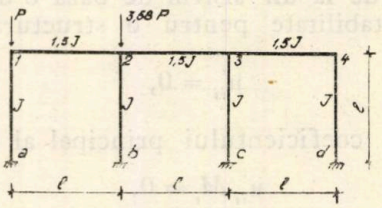


Fig. 3

$$\nu_{1a} = l\sqrt{P/(EI)}, \quad \nu_{2b} = l\sqrt{3{,}58\,P/(EI)}, \quad \nu_{3c} = \nu_{4d} = \nu_{\text{riglă}} = 0, \quad \nu_{2b} = 1{,}89\,\nu_{1a}.$$

Cu relaţiile (7) se calculează rigidităţile:

$$K^*_{1a} = 4\varphi_2(\nu_{1a}), \quad K^*_{2b} = 4\varphi_2(\nu_{2b}), \quad K_{3c} = K_{4d} = 4, \quad K_{12} = K_{23} = K_{34} = 6.$$

$$K^*_1 = 6 + 4\,\varphi_2(\nu_{1a}), \quad K^*_2 = 12 + 4\,\varphi_2(\nu_{2b}), \quad K_3 = 16, \quad K_4 = 10.$$

$$\overline{K}^*_{1a} = 6\,\varphi_4(\nu_{1a}), \quad \overline{K}^*_{2b} = 6\,\varphi_4(\nu_{2b}), \quad \overline{K}_{3c} = \overline{K}_{4d} = 6, \quad \overline{K}^*_A = 24 + 12\,\eta_2(\nu_{1a}) + 12\eta_2(\nu_{2b}).$$

Cu relaţiile (6) se calculează coeficienţii:

$$\mu_{12} = -3/[12 + 4\,\varphi_2(\nu_{2b})], \quad \mu_{21} = -3/[6 + 4\,\varphi_2(\nu_{1a})], \quad \mu_{23} = -3/16,$$

$$\mu_{32} = -3/[12 + 4\,\varphi_2(\nu_{2b})], \quad \mu_{34} = -3/10, \quad \mu_{43} = -3/16.$$

$$\mu_{1A} = \varphi_4(\nu_{1a})/\{2[2 + \eta_2(\nu_{1a}) + \eta_2(\nu_{2b})]\}, \quad \mu_{2A} = \varphi_4(\nu_{2b})/\{2[2 + \eta_2(\nu_{1a}) + \eta_2(\nu_{2b})]\},$$

$$\mu_{3A} = \mu_{4A} = 1/\{2[2 + \eta_2(\nu_{1a}) + \eta_2(\nu_{2b})]\}.$$

$$\mu_{A1} = 3\,\varphi_4(\nu_{1a})/[3 + 2\,\varphi_2(\nu_{1a})], \quad \mu_{A2} = 3\,\varphi_4(\nu_{2b})/[6 + 2\,\varphi_2(\nu_{2b})], \quad \mu_{A3} = 3/8, \quad \mu_{A4} = 3/5.$$

Determinînd pe cale iterativă expresia μ'_{AA} pentru diferite valori ale parametrului se găseşte că $\mu'_{AA} = 0$ este satisfăcută pentru $\nu_{cr} = 2{,}66$.

Rezultatele obţinute pentru $\nu = 2{,}66$ sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

	1	*2*	*3*	*4*	*A*
	$\mu_{21} = -0{,}335$ $\mu_{A1} = 0{,}586$	$\mu_{12} = -0{,}302$ $\mu_{32} = -0{,}302$ $\mu_{A2} = 0{,}284$	$\mu_{23} = -0{,}188$ $\mu_{43} = -0{,}188$ $\mu_{A3} = 0{,}375$	$\mu_{34} = -0{,}3$ $\mu_{A4} = 0{,}6$	
$\mu_{iA} \times$ $\times 1000$	672	362	767	767	0 (100)
1	| 672	−226			395
2	−41	| 136	−41		38
3		−137	| 726	−137	272
4			−189	| 630	378
3		36	|−189	36	−71
2	31	|−101	31		−29
1	|−10	3			− 6
2	−1	| 3	−1		1
3		−6	| 30	−6	11
4			−9	| 30	18
3		2	| −9	2	−3
2	1	| −4	1		−1
			$\mu'_{AA} = -1000 + 1003 \simeq 0$		$\Sigma = 1003$

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de construcţii şi statică construcţiilor

BIBLIOGRAFIE

1. Смирнов А. Ф., *Устойчивость и колебания сооружений.* Транжелдориздат, M., 1958.
2. Mc. Minn S. J., J. Inst. Struct. Eng., July, 1961.
3. Şesan A., *Rezolvarea sistemelor static nedeterminate cu ajutorul momentelor active.* Comunicare prezentată la sesiunea ştiinţifică jubiliară a Inst. Mec. Apl. „Traian Vuia", R. P. R., 2—4 iulie 1961.
4. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3—4*, pp. 353—358.
5. Şesan A., Orlovschi N., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **III (VII)**, *3—4*, pp. 245-250.
6. Сникo А. Н., *Устойчивость стержневых систем.* Госстройиздат, M., 1952.
7. Bleich Fr., *Buckling Strength of metal Structures.* McGraw Hill, N. Y., 1952.
8. Răutu S., Bergman M., *Stabilitatea statică a sistemelor elastice.* Buc., 1960.

РАСЧЕТ ПЛОСКИХ РАМ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

(Резюме)

Излагается метод расчета плоских рам на устойчивость, используя активные моменты узлов и кинематических цепей.

Общий критерий потери устойчивости выраженный уравнением (8), позволяет определить легко критический параметр данной рамы. Возможность создавать этому критерию компактные формы, связано с употреблением упрощенных способов метода активных моментов при решении различных рам, изложенные в работах [3], [4] и [5]. При решении данного численного примера используется итеративный способ.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

D. K. 624.2

DIE ABMINDERUNGSFUNKTIONEN FÜR DIE EXTREMALEN BIEGEMOMENTE DURCHLAUFENDER STRASSENBRÜCKENTRÄGER UND IHRE AWENDUNG

VON

G. ZUMPE

1. Einführung

In der angewandten Baumechanik haben in den letzten Jahren modellmechanische Untersuchungen, vor allem aber die Programmierung zahlreicher statischer und dynamischer Probleme die Aufmerksamkeit auf sich gelenkt.

Neben rein mathematischen Aufgaben — wie die Inversion von Matrizen — stehen in unseren Rechenzentren bereits eine Reihe geprüfter Programme für Durchlaufträger, Rahmen- und Kreuzwerke etc. für den Einsatz in der Entwurfspraxis zur Verfügung.

Im Vergleich scheint die klassische Entwicklung der nummerischen Baumechanik, die Herleitung von Berechnungsverfahren für der Rechenschieber bzw. die Tischrechenmaschinen zurückzubleiben, eine Tendenz, die zwar sehr verständlich ist, aber insofern Beachtung verdient, als auch in Zukunft das Modell und das elektronische Rechengerät zu kostbar sein werden, um ökonomisch für die Lösung baumechanischer Elementarprobleme wie Durchlaufträger, einfache Rahmen etc. eingesetzt werden können.

Gewiss hat auch auf dieses Gebiet beispielsweise die Matrizenrechnung ausserordentlich befruchtend gewirkt, aber ich glaube, dass noch zahlreiche, wenn schon grundsätzlich gelöste Probleme der Vereinfachung harren. Ein Beispiel hierfür sollen die nachfolgenden Ausführungen aufzeigen.

Es ist dies die Berechnung der extremalen Schnittgrössen beliebiger offener Stabzüge, demonstriert am Beispiel durchlaufender Strassenbrückenträger.

Bei allen Tragwerken, die ortsveränderlichen Belastungen unterliegen (ich denke hier vornehmlich an die Tragwerke des Brückenbaues und des Kranbaues), müssen zur Beurteilung des Spannungs- und Verformungszustandes und damit als Voraussetzung für die Beurteilung der Sicherheit für jeden Querschnitt m die Extremalwerte der statischen Grössen — der Biegemomente, Querkräfte und Längskräfte, der Verdrehungen und Durchbiegungen — angegeben werden. Diese Extremalwerte ergeben sich in bekannter Weise durch Auswertung der dem Querschnitt m zugeordneten Einflusslinien für die vorgegebene Belastung.

Beschränken wir uns künftig auf die Biegemomente und betrachten wir — wie bereits angedeutet — einem über mehrere Felder durch-

laufenden Hauptträger einer Strassenbrücke. Wir erhalten das maximale Moment für beliebige Querschnitte m dann, wenn wir über der Momenteneinflusslinie, die diesen Querschnitten m zugeordnet ist, die Belastung so anordnen, dass die Summe aus allen Produkten Einzellast x Einflusslinienordinate sowie Linienlast x Einflusslinienfläche zu einem Maximum wird.

Das Analogon gilt für das minimale Moment.

Trägt man darauf diese Extremalwerte $\max M$ und $\min M$ als Ordinate über dem soeben betrachteten Querschnitten m auf, so erhält man die beiden Kurvenzüge $\max M$ und $\min M$ als Funktion von x. Zu jeder Ordinate dieser beiden Extremalwert-Kurven gehört also eine ganz bestimmte Stellung des beweglichen Lastenzuges.

Wenn man diesen Sachverhalt mathematisch formulieren will, muss man festhalten, dass sich jede der möglichen Laststellungen als „Belastungsfunktion" formulieren lässt. Aus der Menge der möglichen — für diese Aufgabe zugelassenen — Laststellungen d. h. also Belastungsfunktionen ist nun diejenige herauszufinden, die die o. a. Produktsumme, d. h. das Moment zu einem Extremum werden lässt.

Da nun — wie ich bereits erwähnte — diese beiden Kurvenzüge, $\max M$ und $\min M$, die Grundlage für jeden Entwurf bilden, sieht sich der Entwurfsingenieur gezwungen für alle Tragwerke, mit ortsveränderlicher Belastung zahlreiche Einflusslinien zu berechnen, aufzuzeichnen und auszuwerten. Der praktische Rechenaufwand ist recht umfangreich und beansprucht schon im Rahmen eines Vorentwurfes einem sehr breiten Raum. Deshalb wird dem entwerfenden Ingenieur sehr oft die Möglichkeit genommen, auf der Suche nach der wirtschaftlichsten Lösung für ein Objekt mehrere Vorentwürfe gleichzeitig vergleichend zu bearbeiten.

Da die modernen vorgespannten Tragwerke — die Spannbeton- und vorgespannten Stahlkonstruktionen — eine grössere Anzahl von Einflusslinien fordern, wurde der Wunsch nach einem Verfahren laut, das die Berechnung dieser beiden Kurvenzüge ($\max M$ und $\min M$) für die extremalen statischen Grössen ohne Auswertung der Einflusslinien und möglichst mit dem Rechenschieber oder mittels einfacher Tischrechenmaschinen gestattet.

2. Problemstellung

Die Biegung des querbelasteten Stabes stellt ein Randwertproblem dar und wird durch diese bekannte Dgl. 4. Ordnung in Verbindung mit den zugehörigen Rand- und Übergangsbedingungen beschrieben:

$$d^2\{EJ(\bar{x})\,[d^2w_{\mu,\theta}(\bar{x})/d\bar{x}^2]\}/d\bar{x}^2 = p_\theta(\bar{x}),$$

wo: μ — symbolisiert das statische System, beispielsweise einen Durchlaufträger über 2, 3 oder 4 Felder, θ — beschreibt die Art der vorgeschriebenen Belastung, also z. B. Strassenbrücke Kl. 60, Eisenbahnbrücke Kl. S etc., $p_\theta(x)$ — stellt dann einen der möglichen Lastfälle, d. h. eine der zugelassenen Belastungsfunktionen der vorgeschriebenen Belastung dar.

Mit Hilfe der dem statischen System zugeordneten Green'schen Funktion $G(\bar{x}, x)$ lässt sich die Lösung dieses Randwertproblems inform eines Riemann-Stieltjes'schen Integrals angeben

$$w_{\mu,\theta}(\bar{x}) = \int_{x=a}^{x=b} G_{\mu}(\bar{x}, x)\, p(x)\, \mathrm{d}g(x).$$

Die 2. Ableitung der Durchbiegung nach $\bar{x}$ führt über die bekannten mechanischen Beziehungen zwischen den Ableitungen der Biegelinie und den Schnittgrössen zu dem Biegemoment an der festen Stelle $\bar{x}$:

$$M_{\mu,\theta}(\bar{x}) = -EJ(\bar{x}) \int_{x=a}^{x=b} \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2} G_{\mu}(\bar{x}, x)\, p_{\theta}(x)\, \mathrm{d}g(x).$$

Es erweist sich im Folgenden als sehr zweckmässig, die Γ - Funktion entsprechend der Definition

$$\Gamma_{\mu}(\bar{x}, x) = -EJ(\bar{x}) \int_{\tau=a}^{x} \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2} G_{\theta}(\bar{x}, \tau)\, \mathrm{d}\tau$$

einzuführen.

Das Biegemoment nimmt dann die folgende Form an

$$M_{\mu,\theta}(\bar{x}) = \int_{x=a}^{x=b} \frac{\partial}{\partial x} \Gamma_{\mu}(\bar{x}, x)\, p_{\theta}(x)\, \mathrm{d}g(x) = \text{Extremum für } p_{\theta}(x) \in \mathfrak{M}_{\theta}.$$

Vereinbarungsgemäss soll nun dieses Biegemoment ein Extremum werden, d. h. *aus der Menge $\mathfrak{M}_{\theta}$ der zur Konkurrenz zugelassenen Belastungsfunktionen $p_{\theta}(x)$ soll diejenige gefunden werden, die das Integral und damit das Moment zu einem Extremum werden lässt.*

Das Variationsproblem ist neben dem System μ, das die Γ-Funktion bestimmt, abhängig von der Belastungsfunktion $p_{\theta}(x)$, den Elementen der Menge $\mathfrak{M}_{\theta}$.

Für jede Klasse jeder Tragwerksart existiert nun eine ausgezeichnete Menge von Belastungsfunktionen, die ausserdem der technischen Entwicklung folgend einer ständigen Wandlung unterliegen.

Als Beispiel möchte ich auf die Änderung der Lastenzüge der Eisenbahn hinweisen.

Da nun das Variationsproblem für jedes dieser $\mu = 1,...,m$ statischen Systeme und für jede dieser $\theta = 1,..., t$ verschiedenartiger Mengen von Belastungsfunktionen jeweils neu gelöst werden muss, erscheint es zur Vereinfachung der Aufgabe sinnvoll, die grosse Anzahl t dieser Mengen wandelbarer konkurrierender Belastungsfunktionen durch eine beschränkte Anzahl einfacher und vor allem beständiger Mengen $\mathfrak{E}_x$ von Elementarlastfunktionen $e_x(x)$ zu ersetzen, wobei die Elementarlastfunktio-

nen zweckmässig so ausgewählt werden, dass sie: a) der gegebenen Belastung weitgehend ähnlich sind, b) eine einfache Lösung des Integrals bedingen.

Natürlich werden die Momente infolge der gegebenen Belastung mit den Momenten infolge der Elementarlastfunktionen nicht übereinstimmen. Diese Übereinstimmung muss vielmehr — vie später gezeigt wird — durch geeignete Massnahmen erzwungen werden.

Betrachten wir auf der Suche nach geeigneten Elementarlastfunktionen die mögliche Belastung unserer Tragwerke einmal ganz allgemein.

Sie setzt sich zusammen aus Linienlasten und Einzellasten und lässt sich deshalb formal aufspalten in $p_{1\vartheta}(x)$ und $p_{2\vartheta}(x)$

$$p_\vartheta(x) = p_{\vartheta 1}(x) + p_{\vartheta 2}(x) = \sum_{k=1}^{2} p_{\vartheta k}(x),$$

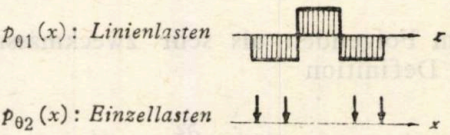


Abb. 1

Diese Aufspaltung bietet geradezu zwei verschiedene Mengen von Elementarlastfunktionen an, nämlich: a) die Linienlast $e(x)$, die als stückweise konstante Funktion mit den Werten 0 und e anstelle der Linienlasten $p_{\vartheta 1}(x)$ eingeführt wird, b) die Einzellast $R(x_R)$, die die Einzellastenfolge vertritt:

$$\sum_{k=1}^{2} e_k(x) = e_1(x) + e_2(x) \to e(x) + R(x_R),$$

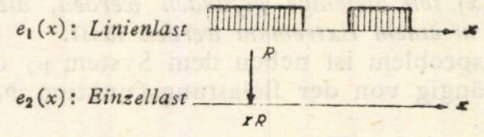


Abb. 2

Das Variationsproblem erscheint dann in der folgenden Form:

$$\underset{p_\vartheta(x) \in \mathfrak{M}_\vartheta}{\text{extremum}} M_{\mu,\vartheta}(\bar{x}) = \sum_{k=1}^{2} \underset{p_{\vartheta k}(x) \in \mathfrak{M}_\vartheta}{\text{extremum}} \int_{x=a}^{x=b} \frac{\partial}{\partial x} \Gamma_\mu(\bar{x}, x)\, p_{\vartheta k}(x)\, \mathrm{d}g(\bar{x}) =$$

$$= \sum_{k=1}^{2} \psi_{\mu,\vartheta k}(\bar{x}) \underset{e_k(x) \in \mathfrak{E}_k}{\text{extremum}} \int_{x=a}^{x=b} \frac{\partial}{\partial x} \Gamma_\mu(\bar{x}, x)\, e_k(x)\, \mathrm{d}f(x).$$

Die Summe zeigt die Aufspaltung der Belastung in Linienlasten und Einzellasten.

Da nach der Ersetzung der gegebenen Belastungsfunktion durch die Elementarlastfunktion die Werte der beiden Integrale nicht mehr identisch sind, muss die Gleichheit der beiden Zeilen (wie bereits angedeutet) durch Multiplikation des Variationsproblems für die Elementarlastfunktion mit dem Koeffizienten ψ erzwungen werden

$$\psi_{\mu,\vartheta k}(\bar{x}) = \frac{\underset{p_{\vartheta k}(x) \in \mathfrak{M}_\vartheta}{\text{extremum}} \int_{x=a}^{x=b} \frac{\partial}{\partial x} \Gamma_\mu(\bar{x}, x)\, p_{\vartheta k}(x)\, \mathrm{d}g(x)}{\underset{e_k(x) \in \mathfrak{E}_k}{\text{extremum}} \int_{x=a}^{x=b} \frac{\partial}{\partial x} \Gamma_\mu(\bar{x}, x)\, e_k(x)\, \mathrm{d}f(x)}.$$

Dieser Koeffizient ist abhängig, vom Systems, von der Belastungsfunktion, von der Elementarlastfunktion und tritt als Funktion der festen Stelle $\bar{x}$ in Erscheinung. Da dieser Koeffizient als Funktionswert für jede beliebige Stelle $\bar{x}$ i. a. stets kleiner als 1 ist, habe ich die Funktion mit der Bezeichnung „Abminderungsfunktion" eingeführt. Sie beschreibt die funktionelle Abhängigkeit zweier Variationsprobleme.

Gelingt esnun, diese Abminderungsfunktionen für die verschiedenen Systeme und Belastungsarten anzugeben, dann kann das Variationsproblem für die gegebene Belastung auf das einfachere Variationsproblem für die Elementarbelastung zurückgeführt werden, dessen Ergebnis nur noch mit dem entsprechenden Wert der Abminderungsfunktion multipliziert werden muss.

Das Problem ist formuliert. Seine Lösung fordert: a) die allgemeine Lösung des Variationsproblemes für die Elementarlastfunktionen, d. h. die Angabe der extremalen Biegemomente infolge der Elementarlastfunktionen, b) die Angabe der Abminderungsfunktionen für das vorgegebene System und die vorgegebene Belastung.

Die Aufspaltung der Belastung in 2 Lastgruppen $p_{\vartheta 1}(x)$ und $p_{\vartheta 2}(x)$ und die dadurch bedingte Einführung 2er Elementarlastfunktionen führt zu einer Aufspaltung des Problemes in 2 Teilprobleme:

$$\underset{p_{\vartheta 1}(x) \in \mathfrak{M}_\vartheta}{\text{extremum}} M_{\mu,\vartheta 1}(\bar{x}) = \psi_{\mu,\vartheta 1}(\bar{x}) \underset{e_1(x) \in \mathfrak{E}_1}{\text{extremum}} \int_{x=a}^{x=b} \frac{\partial}{\partial x} \Gamma_\mu(\bar{x}, x)\, e(x)\, \mathrm{d}h(x).$$

$$\text{Lösung: } \{\overset{*}{e}(x);\ \overset{*}{p}_{\vartheta 1}(x)\}, \quad * = \begin{cases} \max, \\ \min; \end{cases}$$

$$\underset{p_{\vartheta 2}(x) \in \mathfrak{M}}{\text{extremum}} M_{\mu,\vartheta 2}(\bar{x}) = \psi_{\mu,\vartheta 2}(\bar{x}) \underset{e_2(x) \in \mathfrak{E}_2}{\text{extremum}} R \frac{\partial}{\partial x} \Gamma_\mu(\bar{x}, x).$$

$$\text{Lösung: } \{\overset{*}{R}(x_R);\ \overset{*}{p}_{\vartheta 2}(x)\}, \quad * = \begin{cases} \max, \\ \min. \end{cases}$$

a) Das 1. Teilproblem beinhaltet die Linienlasten, b) das 2. Teilproblem die Einzellasten.

Für jedes dieser beiden Teilprobleme sind: a) das Variationsproblem für die Elementarlastfunktionen zu lösen und b) die Abminderungsfunktionen anzugeben.

3. Die Lösung des Variationsproblems für die Elementarlastfunktionen

Betrachten wir zunächst die Lösung der Variationsprobleme für die Elementarlastfunktionen.

Man erkennt sofort, dass die spezielle Wahl der Elementarlastfunktionen den Integranden soweit vereinfachen, dass einmal die Integration unmittelbar durchgeführt werden kann, zum anderen die beiden Variationsprobleme sehr einfach werden.

Im 1. Falle lässt sich die Lösung unmittelbar anschreiben [1]. Im 2. Falle artet das Variationsproblem in eine gewöhnliche Extremwertaufgabe aus, die ebenfalls schnell und einfach gelöst werden kann [1].

Als Ergebnis erhält man zunächst diejenigen Elementarlastfunktionen (*), die das Integral zu einem Extremum werden lassen. Nach Einführung dieser Lösungsfunktionen in das Integral ergeben sich dann die gesuchten extremalen Biegemomente infolge dieser beiden Elementarlastfunktionen.

Die formelmässige Angabe dieser extremalen Biegemomente infolge der Elementarlastfunktionen setzt natürlich die Kenntnis der Γ-Funktion voraus, deren Herleitung hier nicht näher ausgeführt werden soll [2], [3]. Für Durchlaufträger bis über 4 Felder wurden die Γ-Funktionen und danach die extremalen Biegemomente infolge der Elementarlastfälle mittels Matrizen hergeleitet und stehen der Entwurfspraxis zur Verfügung [4].

Das Variationsproblem für die Elementarlastfunktionen ist damit also gelöst.

4. Die Abminderungsfunktion

Zur Angabe der extremalen Biegemomente infolge der *gegebenen* Belastung bedürfen wir damit nur noch der Abminderungsfunktionen. Wir wollen deshalb im Folgenden als Beispiel die Abminderungsfunktionen der Strassenbrückenklassen 30, 45 und 60 herleiten.

Der Lastenzug für die Hauptspur dieser Strassenbrücken ist in Abb. 3 oben aufgezeichnet. Es ist zweckmässig — aber nicht notwendig — diesen Lastenzug umzuformen, indem man die Linienlast durchlaufen lässt und die Achslasten entsprechend reduziert ($A \to \bar{A}$). Diesem umgeformten Lastenzug werden dann die darunter angeordneten Elementarlastfälle zugeordnet:

a) Die Linienlast p_1 wird durch die Linienlast e ersetzt. Wählt man $e = p_1$, dann sind Belastung und Elementarlastfall einander gleich und die Abminderungsfunktion wird zur Konstanten $\psi = 1$.

b) Die 3 Achslasten $\bar{A}$ werden durch die Einzellast R ersetzt, wobei $R = 3\bar{A}$ sein soll. Die Grösse der Momente infolge der Einzellast R sind also auf die Grösse der Momente infolge der 3 Achslasten $\bar{A}$ abzumindern.

Da die Beziehung $R = 3\bar{A}$ für alle 3 Brückenklassen 30, 45, 60 gilt, wird auch die gesuchte Abminderungsfunktion für die 3 Achslasten des SLW für alle 3 Brückenklassen gelten, eine Tatsache, die die Berechnung durchlaufender Strassenbrückenträger sehr erleichtert.

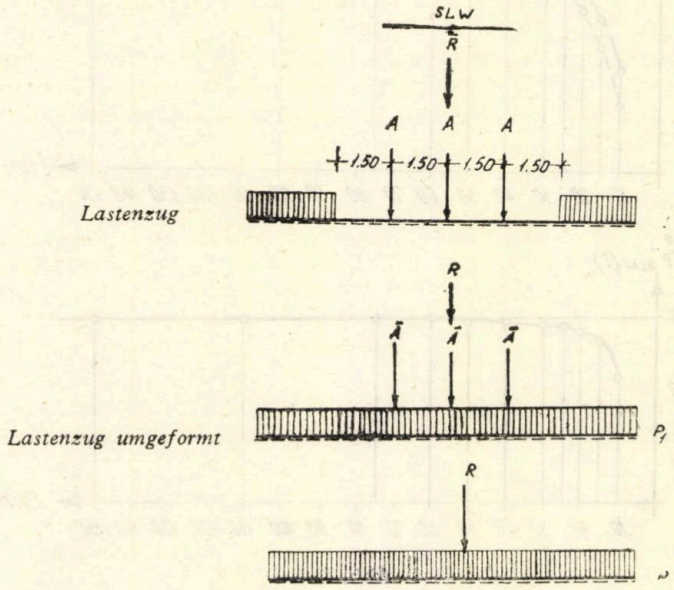


Abb. 3

Neben dem Lastbild wird nun die Abminderungsfunktion für die betrachteten Durchlaufträger mit nur feldweise konstantem Trägheitsmoment abhängig sein: a) vom System des Tragwerkes (Durchlaufträger über 2, 3, 4 Felder); b) vom Verhältnis der Stützweiten (1:2:1; 1:1:1; 1:0,5:1;...); c) von der Lage des betrachteten Querschnittes ($\xi = 0{,}1$; 0,2; ...0,9; 1,0; ... 2,0; ... 3,0; ...).

Zur Überprüfung dieser Abhängigkeiten wurden bisher für etwa 320 Einzelfälle die Abminderungskoeffizienten ermittelt [5]. Dabei ergab sich folgendes zunächst verblüffend einfaches Ergebnis:

a) Die Abminderungsfunktionen sind bei Durchlaufträgern für ausgezeichnete Querschnitte x nahezu unabhängig von der Anzahl der Felder.

b) Die Abminderungsfunktionen sind bei Durchlaufträgern für ausgezeichnete Querschnitte nahezu unabhängig vom Stützweitenverhältnis.

c) Die Abminderungsfunktionen sind für Durchlaufträger nahezu unabhängig vom betrachteten Querschnitt.

Es liess sich nur eine einzige markante Abhängigkeit feststellten. — die Abhängigkeit von der Stützweite *l* des betrachteten Feldes. Das Ergebnis habe ich in Abb. 4 dargestellt.

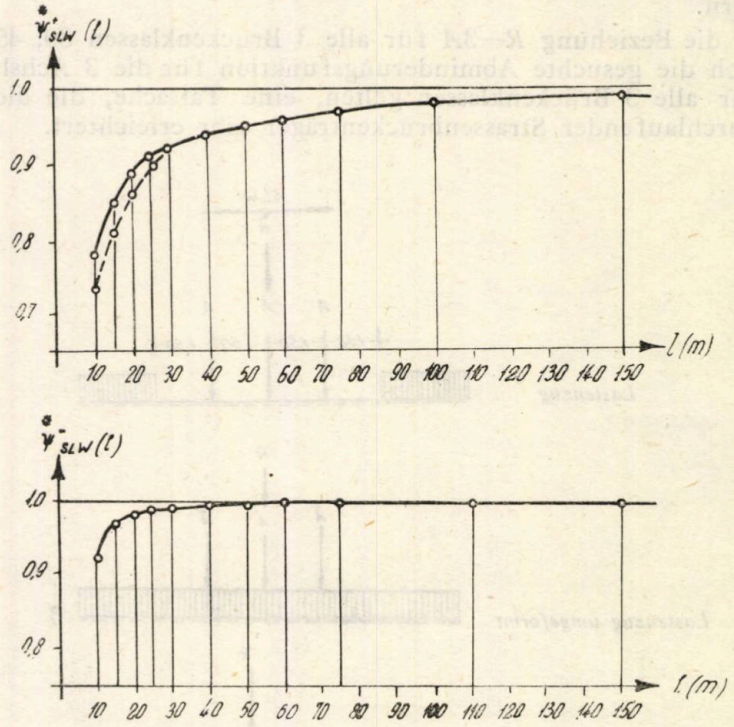


Abb. 4

Es ergab sich eine Abminderungsfunktion für die maximalen, eine 2. für die minimalen Momente. Damit ist das Problem gelöst:

$$\begin{Bmatrix} \max \\ \min \end{Bmatrix} \overset{e}{M}_{\mu,0}(\bar{x}) = \sum_{p}^{p} \overset{p}{p} \begin{Bmatrix} \max \\ \min \end{Bmatrix} \overset{e}{M}_{\mu,1p}(\bar{x}) + R(\overset{o}{x}_R)\,\overset{o}{\psi}^{(\pm)} \begin{Bmatrix} \max \\ \min \end{Bmatrix} \overset{e}{M}_{\mu,2}(\bar{x}),$$

$\left.\begin{matrix} \max \\ \min \end{matrix} M_{\mu 1}\right\}$ $\left.\begin{matrix} \max \\ \min \end{matrix} M_{\mu 2}\right\}$ Momente infolge der Elementarlastfälle und zwar infolge der Linienlast $e = 1$ Mp/m bzw. der Einzellast $R = 1$ Mp.

Um die extremalen Momente infolge der gegebenen Belastung zu erhalten, müssen also die extremalen Momente für die Linienlast $e = 1$ Mp/m mit p, $(\psi = 1)$, die extremalen Momente für die Einzellast $R = 1$ Mp mit R und ψ multipliziert werden.

Es zeigt sich, dass sich die extremalen Momente infolge der Elementarlastfälle als Polynome von ξ ergeben. Deshalb lässt sich das Ergebnis auch in die Form umschreiben

$$\begin{cases} \max \\ \min \end{cases} \overset{\varepsilon}{M}_{\mu,\vartheta}(\overset{\varepsilon}{\xi}) = 1 \cdot \overset{\varepsilon}{b}^{(\pm)}_{\mu,\xi} + \sum_i \overset{\varepsilon}{c}^{(\pm)}_{\mu,i} \overset{\varepsilon_i}{\xi},$$

wobei b und c Konstanten sind, die formelmässig für die Anwendung bereitstehen.

Schreibt man die extremalen Momente entspr. der Umformung für $\xi = 0{,}1;\ 0{,}2;\ldots,0{,}9;\ 1{,}0$ an,

$$\begin{cases} \max \\ \min \end{cases} \begin{vmatrix} \overset{\varepsilon}{M}_{\mu,\vartheta}(0{,}0) \\ \overset{\varepsilon}{M}_{\mu,\vartheta}(0{,}1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \overset{\varepsilon}{M}_{\mu,\vartheta}(0{,}9) \\ \overset{\varepsilon}{M}_{\mu,0}(1{,}0) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \overset{\varepsilon}{b}^{(\pm)}_{\mu,0} \\ 0{,}1 & 0{,}01 & 0{,}001 & 0{,}0001 & 0{,}00001 & \overset{\varepsilon}{b}^{(\pm)}_{\mu,1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \xi^1 & \xi^2 & \xi^3 & \xi^4 & \xi^5 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0{,}9 & 0{,}81 & 0{,}729 & 0{,}6561 & 0{,}59049 & \overset{\varepsilon}{b}^{(\pm)}_{\mu,9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \overset{\varepsilon}{b}^{(\pm)}_{\mu,10} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \\ \overset{\varepsilon}{c}^{(\pm)}_{\mu,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \overset{\varepsilon}{c}^{(\pm)}_{\mu,5} \\ 1 \end{vmatrix},$$

so erkennt man, dass das Ergebnis vorteilhaft als Matrizengleichung angeschrieben werden kann:

$$\begin{cases} \max \\ \min \end{cases} \overset{\varepsilon}{m}^{(\pm)}_{\mu,\vartheta} = \overset{\varepsilon}{\mathfrak{Q}}^{(\pm)}_{\mu} \overset{\varepsilon}{t}^{(\pm)}_{\mu}.$$

Für die numerische Anwendung empfiehlt sich dann die bekannte Kalkülanordnung nach Falk (Abb. 5).

Kalkülanordung

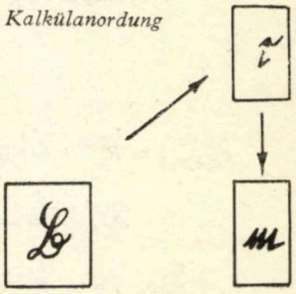


Abb. 5

5. Beispiel

Es sollen die maximalen Biegemomente eines über 4 Felder (<4>) durchlaufenden Strassenbrückenträgers für das 1. Feld berechnet werden.

$$\max \overset{1}{M}_{<4>,\ \mathrm{SLW}\ 60}(\overset{1}{\xi}) = ?.$$

Zur Vereinfachung der Rechnung einige immer wiederkehrende Abkürzungen. Definitionen.

$$N_{<4>} = 2(\overset{3}{l'} + \overset{4}{l'})[4(\overset{1}{l'} + \overset{2}{l'})(\overset{2}{l'} + \overset{3}{l'}) - \overset{2}{l'}^2] - 2(\overset{1}{l'} + \overset{2}{l'})\overset{3}{l'}^2 = 2\,156\,500,$$

$$Z_{<4>} = 4(\overset{2}{l'} + \overset{3}{l'})(\overset{3}{l'} + \overset{4}{l'}) - \overset{3}{l'}^2 = 16\,775;$$

$$\overset{\varepsilon}{\alpha}_{<4>} = \overset{\varepsilon}{l'}\,\overset{\varepsilon}{l}/N_{<4>}, \quad \overset{1}{\alpha}_{<4>} = 0{,}000417, \quad \overset{3}{\alpha}_{<4>} = 0{,}000568;$$

$$\overset{\varepsilon}{\beta}_{<4>} = \overset{\varepsilon}{l'}\,\overset{\varepsilon}{l}^2/4N_{<4>}, \quad \overset{1}{\beta}_{<4>} = 0{,}00313, \quad \overset{3}{\beta}_{<4>} = 0{,}00497.$$

Die Konstanten b und c — es sind nur 5 — werden ausgerechnet. Wesentlich ist, dass diese Konstanten aus nur einfachen Produktsummen bestehen, die sehr schnell ausgerechnet werden können. Die Abminderungsfunktionen sind in den Werten $R^{(+)}$ enthalten.

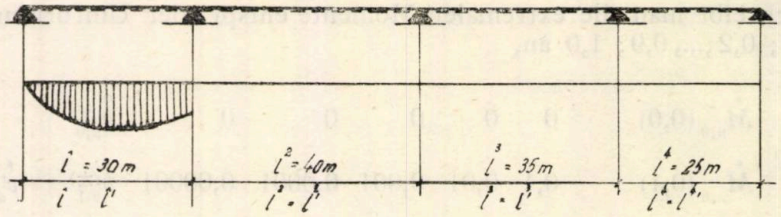


Abb. 6

Aus den Vorschriften folgt:

Schwingbeiwert: $\overset{1}{\varphi} = 1{,}23$, $\overset{3}{\varphi} = 1{,}26$;
Abminderungsbeiwert: $\psi = 0{,}92$;
Einzellast: $R = 5{,}10$ Mp;
Linienlasten
Hauptspur: $p_H = 1{,}5$ Mp/m;
Nebenspur: $p_N = 2{,}7$ Mp/m.

Abkürzungen:

$R^{(+)} = \varphi\psi R = 1{,}23 \cdot 0{,}92 \cdot 51 = 57{,}71$ Mp;

$\overset{1}{p} = \overset{1}{\varphi} p_H + p_N = 1{,}23 \cdot 1{,}5 + 2{,}7 = 4{,}545$;

$\overset{3}{p} = \overset{3}{\varphi} p_H + p_N = 1{,}26 \cdot 1{,}5 + 2{,}7 = 4{,}590$.

Konstanten:

$$\overset{1}{c}{}^{(+)}_{\langle 4\rangle,1} = R^{(+)}\overset{1}{l} + \overset{1}{p}\left(\overset{1}{l}{}^2/2 - \overset{1}{\beta}_{\langle 4\rangle} Z_{\langle 4\rangle}\right) + \overset{3}{p}\overset{3}{\beta}_{\langle 4\rangle}\overset{2}{l'}\left(\overset{3}{l'} + 2\overset{4}{l'}\right) = +\,3\,613{,}70;$$

$$\overset{1}{c}{}^{(+)}_{\langle 4\rangle,2} = -R^{(+)}\left(\overset{1}{l} + \overset{1}{\alpha}_{\langle 4\rangle} Z_{\langle 4\rangle}\right) + \overset{1}{p}\overset{1}{l}{}^2/2 = -\,4\,180{,}24;$$

$$\overset{1}{c}{}^{(+)}_{\langle 4\rangle,4} = +R^{(+)}\overset{1}{\alpha}_{\langle 4\rangle} Z_{\langle 4\rangle} = +\,403{,}69; \quad \overset{1}{c}{}^{(+)}_{\langle 4\rangle,3} = \overset{1}{c}{}^{(+)}_{\langle 4\rangle,5} = 0.$$

$$\overset{1}{b}{}^{(+)}_{\langle 4\rangle,9} = -\,0{,}2205\overset{1}{l}{}^2\overset{1}{p} + 0{,}666\overset{1}{\beta}_{\langle 4\rangle} Z_{\langle 4\rangle} = +\,58{,}694;$$

$$\overset{1}{b}{}^{(+)}_{\langle 4\rangle,10} = +R^{(+)}\overset{3}{\alpha}_{\langle 4\rangle}\overset{2}{l'}\left(0{,}7634\overset{4}{l'} + 0{,}4382\overset{3}{l'}\right) + \overset{3}{p}\overset{3}{\beta}_{\langle 4\rangle}\overset{2}{l'}\left(\overset{3}{l'} + 2\overset{4}{l'}\right) = +\,119{,}927;$$

$$\overset{1}{b}{}^{(+)}_{\langle 4\rangle,0} = \cdots = \overset{1}{b}{}^{(+)}_{\langle 4\rangle,8} = 0.$$

Diese Konstanten werden in diese vorgedruckte Rechenvorschrift eingetragen. Die Auswertung ergibt unmittelbar die gesuchten maximalen Biegemomente des 1. Feldes.

Während nach dem klassischen Verfahren 10 Einflusslinien für das 3-fach statisch unbestimmte System ausgerechnet, aufgezeichnet und ausgewertet werden müssen, errechnen wir nach diesem Verfahren 5 Konstante und darauf bereits die 10 gesuchten maximalen Momente.

Die Zeitersparnis ist ausserordentlich hoch. Sie liegt bei diesem Beispiel bei über 90%! Für die Berechnung von circa 40 maximalen und 40 minimalen Biegemomenten des o. a. Durchlaufträgers werden nach dem klassischen Verfahren etwa 50 h benötigt.

Mit Hilfe des neuen Verfahrens konnte dieselbe Aufgabe in 7 h bewältigt werden, d. h. es werden 43 h Berechnungszeit eingespart! d. s. ca 86%.

Die umfangreiche Arbeit für das Einschreiben der Berechnung, das Aufzeichnen der Einflusslinien sowie die Darstellung der Auswertung entfällt vollständig, da die wenigen zu errechnenden Werte vom Statiker unmittelbar in Mutterpausen eingetragen werden.

Tabelle 1

Rechenvorschrift

						+3613,70 −4180,24 0 403,69 0 1	
						$\max {}^{1}M_{<4>}({}^{1}\xi)$	
0	0	0	0	0	0	0	0,0
0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0	+319,612	0,1
0,2	0,04	0,008	0,0016	0,00032	0	+556,177	0,2
0,3	0,09	0,027	0,0082	0,00243	0	+711,158	0,3
0,4	0,16	0,064	0,0256	0,01024	0	+786,976	0,4
0,5	0,25	0,125	0,0625	0,03125	0	+787,021	0,5
0,6	0,36	0,216	0,1296	0,07776	0	+715,652	0,6
0,7	0,49	0,343	0,2401	0,16807	0	+578,198	0,7
0,8	0,64	0,512	0,4096	0,32768	0	+380,958	0,8
0,9	0,81	0,729	0,6561	0,59046	+58,694	+189,891	0,9
0	0	0	0	0	+119,927	+119,927	1,0
						Mpm	

Wenn man darüber hinaus noch bedenkt, dass die Prüfung dieser Rechnung bedeutend einfacher ist und wesentlich schneller geht, wird die obige Behauptung einer Zeiteinsparung von über 90% verständlich.

Eingegangen am 18 XI 1963

Technische Universität,
Dresden, DDR

LITERATURVERZEICHNIS

1. Zumpe G., Wiss. Ztschr. TU Dresden, 1961, **10**, *5*.
2. — Wiss. Ztschr. TU Dresden, 1961, **10**, *6*.
3. — Wiss. Ztschr. TU Dresden, 1961, **10**, *6*.
4. — Wiss. Ztschr. TU Dresden, 1963, **12**, *1*.
5. — Wiss. Ztschr. TU Dresden, 1962, **11**, *1*.

FUNCȚIILE DE DESCREȘTERE ȘI APLICAȚIILE LOR ÎN PROBLEMA PRIVITOARE LA MOMENTELE DE ÎNCOVOIERE A GRINZILOR DE PODURI DE ȘOSELE

(Rezumat)

Autorul determină, în cadrul studiului prin metoda variațională a extremelor momentelor de încovoiere a grinzilor de poduri, funcțiile de descreștere, definite în text, pe care le aplică apoi la rezolvarea unor probleme concrete relative la grinzi de poduri de cale ferată și de poduri de șosele. Se subliniază economia de timp realizată prin metoda elaborată.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

Д. К. 624.2

РАБОТА СВОДОВ СИСТЕМЫ МАЙЯРА ПОД ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКОЙ

З. Г. РОЙТБУРД

1. *Введение*

В практике мостостроения для перекрытия больших пролетов обычно применяются арочные пролетные строения. Для сборного варианта более приемлемой конструкцией является конструкция, предложенная швейцарским инженером Майяром и несколько измененная советским инженером А. С. Бачелисом [1] (рис. 1).

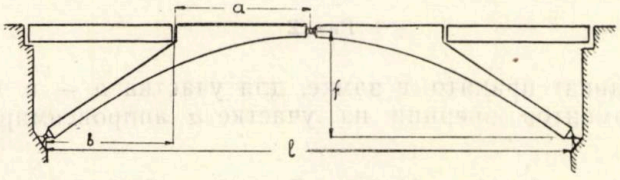


Рис. 1

Исследованием динамической работы трехшарнирных сводов занимались многие авторы [2]...[5]. В основном рассмотрены свободные и вынужденные колебания круговых и параболических трехшарнирных арок, с постоянным сечением и с косинусоидальным законом изменения моментов инерции поперечных сечений. Своеобразность конструкции сводов системы Майяра не позволяет использовать имеющиеся формулы и требует дополнительного исследования работы такой системы под динамической нагрузкой.

2. *Исследование параметров свода системы Майяра*

а) *Закон распределения моментов инерции поперечных сечений*

Анализ изменения моментов инерции поперечных сечений проводился на основании данных, приведенных в литературе [1], [6], [7] по мосту $l = 120$ м, $\alpha = 0{,}146$, а также по моделям с характеристиками

пологости $\alpha = f/l = 0{,}094;\ 0{,}154;\ 0{,}192;\ 0{,}291$ (f — стрела подъема оси арки, l — пролет). Как видно (рис. 2) график изменения моментов инерции по длине полусвода нельзя аппроксимировать одним аналитическим выражением. Полусвод необходимо разбить на два участка: длиной a — от замка до места примыкания балки и длиной b — от пяты до места примыкания балки. Здесь и дальше для участка a

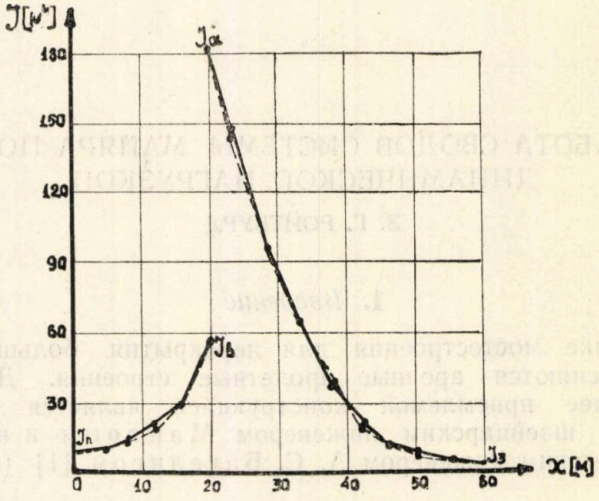


Рис. 2

начало координат принято в замке, для участка b — в пяте. Закон изменения моментов инерции на участке a аппроксимируется выражением

$$(1) \qquad I_a(x) = I_з/\{[1 + A(x/a) + B(x^2/a^2) + C(x^3/a^3)]\cos\varphi x\},$$

а на участке b

$$(2) \qquad I_b(x) = I'_п/\{[1 + D(x/b) + M(x^2/b^2) + P(x^3/b^3)]\},$$

где: $I_a(x)$, $I_b(x)$ — моменты инерции поперечных сечений свода с абсциссой x (соответственно на участках a и b), $I_з$ — момент инерции поперечного сечения в замке, $I_п$ — момент инерции поперечнего сечения в пяте, $I'_п = I_п \cos\varphi_п$, $\varphi_п$ — угол наклона касательной к оси свода в пяте к горизонту, φ_x — угол наклона касательной к оси свода к горизонту в сечении с абсциссой x, A, B, C, D, M, P — постоянные коэффициенты, которые определяются из условия прохождения кривой моментов инерции через четыре точки на соответствующих участках.

Принятые законы изменения моментов инерции поперечных сечений вполне удовлетворительно отражают действительный закон изменения. На рис. 2 сплошной линией показано действительный закон изменения моментов инерции, а пунктирной — моменты инерции, вычисленные по формулам (1) и (2).

б) *Закон изменения интенсивности массы на длине полусвода*

При определении закона изменения интенсивности распределенной массы, как и при отыскании закона изменения моментов инерции, полусвод разбивается на два участка a и b.

На участке a этот закон аппроксимируется выражением

$$m_a(x) = m_з[1 - (r-1)(x^2/a^2)], \tag{3}$$

а на участке b

$$m_b(x) = m_п[1 - (s-1)(x^2/b^2)], \tag{4}$$

где $m_a(x), m_b(x)$ — интенсивность массы в сечении с абсциссой x, $m_з, m_п$ — то же в замке и пяте, $r = m_a/m_з$, $s = m_b/m_п$, m_a, m_b — интенсивность массы соответственно в конце участка a и b.

в) *Очертание оси свода*

При проектировании арочных систем очертание оси арки принимают по кривой давления от собственного веса. Так как в сводах системы Майяра собственный вес изменяется по параболическому закону, а собственный вес балок передается на свод в виде сосредоточенной силы, то уравнение рациональной оси можно получить по участкам. Громоздкость выражения рациональной оси [8] значительно осложняет определение перемещений свода. В дальнейшем, при определении частот свободных колебаний, очертание оси принимается по квадратной параболе, что не вносит значительных погрешностей в определение частот свободных колебаний [9].

3. *Определение частот свободных колебаний*

Точное решение задачи об определении частот свободных колебаний арки (свода) требует учета непрерывного распределения массы по длине арки, т. е. рассмотрения системы с бесконечным числом степеней свободы. Относительно сложные законы распределения масс и моментов инерции поперечных сечений затрудняют получения такого решения. В работе рассмотрен приближенный способ определения частот свободных колебаний [10].

В силу симметрии системы Майяра, колебания свода могут иметь симметричную и кососимметричную формы. При определении частот свободных колебаний, используя симметрию форм колебаний свода, за расчетные схемы принимаются динамические эквивалентные схемы (рис. 3, 4). Для эквивалентной схемы с двумя степенями свободы, когда масса сосредоточена только в месте примыкания балки к своду, для кососиметричной формы частоты свободных колебаний определяются по формулам [10]:

$$\omega_1 = \sqrt{(\delta_{11} + \delta_{22})/\{M_1[(\delta_{11} + \delta_{22})^2 - (\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^2)]\}}, \tag{5}$$

$$\omega_2 = \sqrt{(\delta_{11} + \delta_{22})/[M_1(\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^2)]}, \tag{6}$$

где δ_{ik} — коэффициенты влияния, определяемые по формуле Мора без учета продольной и поперечной сил, $M=M_б+M_a$, $M_б$ — половина масс балки, M_a — часть массы полусвода, определяемая способом узловых масс [3].

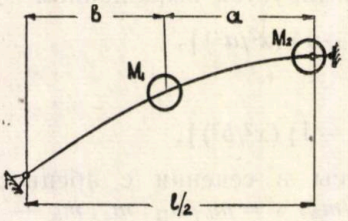


Рис. 3

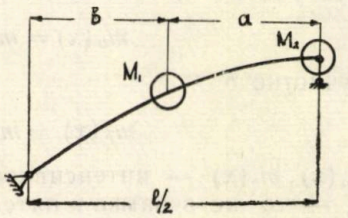


Рис. 4

Более точное значение частоты свободных колебаний при кососимметричных колебаниях можно получить, если рассмотреть систему с тремя степенями свободы. При этом дополнительно сосредотачивается масса в замковом сечении (рис. 3). Частоты свободных колебаний определяем по формулам [10]:

(7) $$\omega_1=\sqrt{D/(D^2-K)},$$ (8) $$\omega_2=\sqrt{D/K},$$

где

$$D=M_1[\delta_{11}+\delta_{22}+(M_2/M_1)\delta_{33}],$$

$$K=M_1^2[(M_2/M_1)(\delta_{11}\delta_{33}-\delta_1^2+\delta_{22}\delta_{33}-\delta_{23}^2)+\delta_{11}\delta_{22}-\delta_{12}^2].$$

Для определения частоты, соответствующей прямосимметричной форме колебаний, используются те же приемы, но рассматривается соответствующая эквивалентная схема (рис. 4). При одной степени свободы, когда масса сосредотачивается в замковом сечении, частота определяется по формуле

(9) $$\omega_1=\sqrt{1/(M_0\delta_{11})}$$

Таблица 1

№ п. п.	l м	$\alpha=f/l$	Значения частот кососимметричных колебаний Гц		Значения частот прямосимметричных колебаний Гц	
			теоретические	экспериментальные	теоретические	экспериментальные
1	1,65	0,094	49,0	50,0	41,0	43,5
2	1,65	0,154	54,0	55,0	48,0	44,5
3	1,65	0,192	42,4	44,5	39,6	50,0
4	1,65	0,291	31,6	33,0	39,4	58,5
5	120	0,146	1,9	1,95	1,6	1,8

При трех степенях свободы используются формулы (7), (8).

С целью проверки точности полученных формул для частот свободных колебаний были проведены эксперименты на моделях из оргстекла. Колебания моделей возбуждались путем мгновенного обрыва груза, подвешенного к модели и записывались на пленку с помощью осциллографической установки. В таблице 1 приведены значения частот свободных колебаний моделей и моста $l = 120$ м, $\alpha = 0{,}146$, определенных теоретически и полученных при экспериментах.

4. *Вынужденные колебания*

Динамическое воздействие подвижного состава на пролетные строения мостов вызывают множество факторов. С достаточной для практических целей точностью и для упрощения дальнейших расчетов исследуются вынужденные колебания сводов системы Майяра при движении пульсирующей силы с постоянной скоростью. В качестве расчетной схемы (рис. 5) принимается свод с тремя сосредоточенными массами и исследование ведется без учета горизонтальных сил инерции,

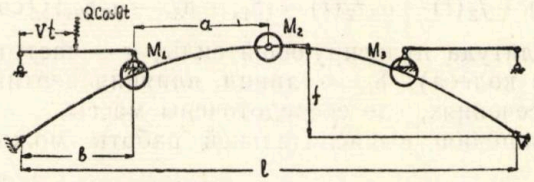


Рис. 5

так как рассматриваемые системы обычно пологие. Массы сосредотачиваются в месте примыкания балок и в замке. Величина масс определяется аналогично, как и при определении частот свободных колебаний. Вынужденные колебания расчетной схемы пологой арки (рис. 5), без учета сил сопротивления, изображаются следующей системой дифференциальных уравнений

$$(10)\quad \begin{cases} y_1(t) + \sum\limits_{i=1}^{3} \delta_{1i} M_i \ddot{y}_i(t) = f_1(t), \; y_2(t) + \sum\limits_{i=1}^{3} \delta_{2i} M_i \ddot{y}_i(t) = f_2(t), \\ y_3(t) + \sum\limits_{i=1}^{3} \delta_{3i} M_i \ddot{y}_i(t) = f_3(t), \end{cases}$$

где $y_i(t)$, δ_{ki}, $(k, i = 1, 2, 3)$ — соответственно динамические перемещения и коэффициенты влияния.

Используя способ приведения к главным координатам, предложенный проф. Н. Г. Бондарем [11], получим три независимых дифференциальных уравнения

$$(11)\quad \begin{cases} \ddot{F}_1(t)+\omega_1^2F_1(t)=\omega_1^2[f_1(t)-f_3(t)], \\ \ddot{F}_2(t)+\omega_2^2F_2(t)=\omega_2^2[f_1(t)+f_3(t)+\alpha_2f_2(t)], \\ \ddot{F}_3(t)+\omega_3^2F_3(t)=\omega_3^2[f_1(t)+f_3(t)-\alpha_3f_2(t)], \end{cases}$$

где $F_i(t)$ — главные координаты.

Учитывая силы сопротивления, дифференциальные уравнения вынужденных колебаний в главных координатах примут вид:

$$(12)\quad \begin{cases} \ddot{F}_1(t)+2\varepsilon_1\dot{F}_1(t)+\omega_1^2F_1(t)=\omega_1^2[f_1(t)-f_3(t)], \\ \ddot{F}_2(t)+2\varepsilon_2\dot{F}_2(t)+\omega_2^2F_2(t)=\omega_2^2[f_1(t)+f_3(t)+\alpha_2f_2(t)], \\ \ddot{F}_3(t)+2\varepsilon_3\dot{F}_3(t)+\omega_3^2F_3(t)=\omega_3^2[f_1(t)+f_3(t)-\alpha_3f_2(t)], \end{cases}$$

где обозначено ε_i, ω_i — соответственно коэффициенты затухания и круговая частота свободных колебаний,

$$f_1(t)-f_3(t)=(\delta_{1x}-\delta_{3x})Q\cos\theta t,$$

$$f_1(t)+f_3(t)+\alpha_2f_2(t)=(\delta_{1x}+\delta_{3x}+\alpha_2\delta_{2x})Q\cos\theta t,$$

$$f_1(t)+f_3(t)-\alpha_3f_2(t)=(\delta_{1x}+\delta_{3x}-\alpha_3\delta_{2x})Q\cos\theta t,$$

где: Q — амплитуда пульсирующей силы, θ — частота возмущающей силы (оборотов колеса), δ_{ix} — линии влияния вертикальных перемещений арки в сечениях, где сосредоточены массы.

Для сокращения вычислительной работы можно использовать зависимость

$$\delta_{1x}-\delta_{3x}=\delta_{1x}^{*},\ \delta_{1x}+\delta_{3x}=\delta_{1x}^{**},\ \delta_{2x}=\delta_{2x}^{**}/2,$$

где: δ_{1x}^{*} — линия влияния перемещения первой массы в эквивалентной схеме для кососимметричной формы колебания (рис. 3), δ_{1x}^{**}, δ_{2x}^{**} — линии влияния перемещений соответственно для M_1 и M_2 в эквивалентной схеме для прямосимметричных колебаний (рис. 4).

Для решения дифференциальных уравнений используется операционный метод.

Решением первого уравнения будет

$$(13)\quad F_1(t)=(N_1/2)[\exp(-\varepsilon_1t)a\sin(\eta_1t-\beta)+b\sin(\theta_1t-\beta_1)+c\sin(\theta_2t-\beta_2)].$$

Решением второго уравнения будет

$$(14)\quad F_2(t)=N_2\{\exp(-\varepsilon_2t)[d_2\sin(\eta_2t-\beta_6)+a_2\sin(\eta_2t-\beta_3)]+b_2\sin(\theta_1t-\beta_4)+ +c_2\sin(\theta_2t-\beta_5)+p_2\sin(\theta t-\beta_7)\},\quad \tau\geqslant t\geqslant 0.$$

При $t>\tau$ дополнительно учитывается выражение

$$(14)\quad -N_2(\exp[-\varepsilon_2(t-\tau)]\{a_3\sin[\eta_2(t-\tau)-\beta_8]+c_3\sin[\eta_2(t-\tau)-\beta_{10}]- -p_3\sin[\eta_2(t-\tau)-\beta_{12}]\}+b_3\sin(\theta_1t-\beta_9-\pi)+d_3\sin(\theta_2t-\beta_{11}-\pi)- -\mu_3\sin(\theta t-\beta_{13})).$$

Решением третьего уравнения будет

$$F_3(t) = N_3[\exp(-\varepsilon_3 t)\, a_4 \sin(\eta_3 t - \beta_{14}) + B_4 \sin(\theta_1^* t - \beta_{15}) + c_4 \sin(\theta_2^* t - \beta_{15})], \quad \tau \geqslant t \geqslant 0. \tag{15}$$

При $t > \tau$ дополнительно учитывается выражение

$$-N_3\{\exp[-\varepsilon_3(t-\tau)]\{a_5 \sin[\eta_3(t-\tau) - \beta_{17}] + c_5 \sin[\eta_3(t-\tau) - \beta_{19}]\} + b_5 \sin(\theta_1^* t - \beta_{18}) + d_5 \sin(\theta_2^* t - \beta_{20})\}.$$

В решение (13), (14), (15) обозначено: a_i, b_i, c_i, d_i, p_i, μ_i — коэффициенты, зависящие от ω_i, θ_i, ε_i, η_i, β_i — сдвиг фаз $\beta_i = f(\omega_i, \theta_i, \varepsilon_i, \eta_i)$, $\eta_i = \sqrt{\omega_i^2 - \varepsilon_i^2}$, $N_i = f(\omega_i, Q)$, τ — время соответствующее положению нагрузки в замке.

Для перехода к начальным координатам следует использовать следующие зависимости

$$y_1(t) = [F_1(t) + Z_2(t)]/2, \quad y_3 = [Z_2(t) - F_1(t)]/2,$$

$$y_2(t) = [F_2(t) - F_3(t)]/(\alpha_2 + \alpha_3), \quad Z_2(t) = F_2(t) + \alpha_3 y_2(t).$$

Динамический расчет сооружений можно свести к статическому, учитывая силы инерции. Для определения сил инерций следует определить ускорения масс, продифференцировав выражения перемещений дважды по времени. Силы инерции, как известно, определяются так

$$I_i(t) = M_i \ddot{y}_i(t).$$

В дальнейшем производим статический расчет с учетом сил инерции масс. Если первые частоты собственных колебаний системы не кратные или не близки друг к другу, то учитывая незначительное влияние высших форм на вынужденные колебания по сравнению с основным тоном, полученные решения задачи можно значительно упростить [11].

Поступило 24 IV 1963 г.

Днепропетровский институт инженеров железнодорожного транспорта, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Бачелис А. С., Москва—Волгострой, 1937, *6* (*31*).
2. Рабинович И. М., Синицин А. П., Теренин Б. М., *Расчет сооружений на действия кратковременных и мгновенных сил*. Ч. I, ВИА, М., 1956.
3. Снитко Н. К., *Методы расчета сооружений на вибрацию и удар*. ГИЛСА, М., 1953.
4. Прокофьев И. П., Смирнов А. Ф., *Теория сооружений*. Ч. III, Трансжелдориздат, М., 1948.
5. Бондар М. Г., Височин Б. Н., Тимошенко В. В., Прикл. мех., 1957, III, *IV*.

6. Передерий Г. П., *Курс мостов*. Т. **III**, Трансжелдориздат, М., 1951.
7. Мелан, Гестеши, *Железобетонные мосты*. Трансжелдориздат, М., 1939.
8. Ройтбурд З. Г., Труды ДИИТ, вып. *32*, Днепропетровск, 1961.
9. Бондарь Н. Г., Инж. сб. 1952, **XI**.
10. Ройтбурд З. Г., Труды ДИИТ, вып. *38*, Днепропетровск, 1962.
11. Бондарь Н. Г., Труды ДИИТ, вып. *25*, Днепропетровск, 1956.

COMPORTAREA BOLŢILOR SISTEMULUI MAILLARD SUB SARCINI DINAMICE

(Rezumat)

Se dau rezultatele cercetărilor teoretice şi experimentale în legătură cu dinamica bolţilor cu trei articulaţii, ale sistemului Maillard.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 691.3

CONTRIBUŢII LA STUDIUL UNOR GRINZI-ARC DIN PANOURI PREFABRICATE, ASAMBLATE PRIN PRECOMPRIMARE

DE

ANATOLIE MIHUL, C. LEONTE, CHIMON CAPATU
şi ARIADNA BOGHIAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Pe linia industrializării lucrărilor din beton armat din ţara noastră, se situează şi introducerea pe scară largă a fermelor din grinzi-arc (pentru alcătuirea acoperişurilor halelor industriale) (fig. 1 a), realizate din panouri prefabricate în întreprinderi centralizate şi asamblate pe şantiere prin precomprimarea tirantului (fig. 1 b).

Fermele de acest tip, care au fost proiectate de ISCAS [2] în colaborare cu INCERC, pentru deschideri de 15, 18 şi 24 m şi travei de 6 şi 9 m (catalog [6], [7]) au fost folosite la realizarea acoperişurilor unui mare număr de hale industriale (în Moldova la CIL Suceava, Fabrica de mobilă din Iaşi, la Rădăuţi, Comăneşti etc.). Încercările experimentale întreprinse în cadrul INCERC, Bucureşti, [2], [4] şi staţia Iaşi, în colaborare cu catedra de beton armat de la facultatea de construcţii a Institutului politehnic, Iaşi, la CIL Suceava, pe arce de 18 m, simplu rezemate, cu talpa inferioară precomprimată cu trei cabluri cu ancoraje inel con metalic la un capăt şi dorn metalic la celălalt capăt (fig. 2), din beton de marcă B 400, au dovedit că aceste elemente pentru încărcări simetrice prezintă siguranţă satisfăcătoare la limita de apariţie a fisurilor şi de rezistenţă şi dispun de o mare rigiditate la încovoiere în planul grinzii (valorile deformaţiilor produse de sarcinile de exploatare fiind reduse).

În timpul executării lucrărilor la şantierul secţiei de mobilă curbată din Iaşi s-a constatat, însă, că fermele-arc cu deschiderea de 18 m cu 4 cabluri (G18-4) prezintă o mare sensibilitate la imprecizia forţei de precomprimare: creşteri puţin importante ale forţei de precomprimare peste valoarea prescrisă în proiect au condus la distrugerea casantă (explozivă) a unor ferme; de asemenea s-a observat slaba comportare a acestor ferme la apariţia unor tasări neuniforme a terenului de fundaţie ca urmare a efectului legăturilor de continuitate realizate între ferme, ferme şi stîlpi (fig. 3), cerute de necesitatea rezolvării siguranţei construcţiilor din elemente prefabricate în regiunile seismice. La fabrica de mobilă din Iaşi, la fermele tip G18-4 uneori şi la cele tip G18-3, au apărut, după precomprimare, în regiunile nodurilor de la reazeme, fisuri la partea superioară (fig. 4 a), care au rămas deschise după încărcarea arcelor iar în unele cazuri chiar s-au mărit. La unele ferme de tip G18-4 s-a produs distrugerea betonului din zona comprimată (partea inferioară a nodurilor de la reazeme (fig. 4 b)).

O problemă care prezintă de asemenea importanţă, prin faptul că influenţează capacitatea de rezistenţă a tălpii superioare, o reprezintă modul de realizare a îmbinărilor

de la partea superioară dintre panourile prefabricate ce se asamblează. Astfel, la experimentările întreprinse la INCERC, Bucureşti [2], toate elementele încercate s-au rupt casant la sarcini mai mici decît cele rezultate din calcul, prin cedarea tălpii superioare, care s-a produs ca urmare a distrugerii betonului din zonele aflate în imediata apropiere a îmbinărilor dintre panouri (fig. 4 c). Acest fapt a determinat pe autorii încercărilor de la INCERC, Bucureşti, să propună ca la dimensionarea tălpii superioare să se mărească arbitrar momentele încovoietoare rezultate din calculul static, cu 50%.

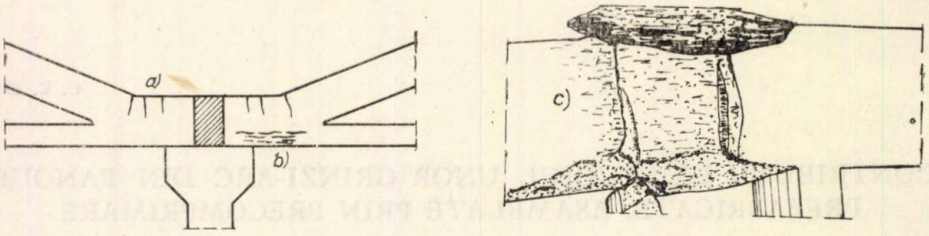


Fig. 4

Studiile experimentale şi teoretice efectuate de autori au avut drept scop determinarea comportării la forţa de precomprimare şi sub sarcini pînă la rupere a acestui tip de ferme de acoperiş, urmărind în special analiza stărilor de tensiuni la nodurile de la reazeme, influenţa modului de îmbinare a nodurilor din zona comprimată, comportarea rosturilor matate, efectul flambajului tirantului sub forţa de precomprimare şi în general conlucrarea între tirant şi arc. În cele ce urmează se prezintă o parte din rezultatele obţinute.

2. Efectul precomprimării tirantului

1. Rezultate experimentale obţinute la precomprimarea tirantului

Încercarea s-a efectuat asupra unor grinzi-arc G18-4 (fig. 5), la care, înainte de precomprimare, legătura între panouri la talpa superioară s-a realizat prin sudarea numai a plăcuţelor metalice inferioare (fig. 5) şi matarea cu mortar a rostului, şi asupra unor ferme la care înainte de precomprimare au fost sudate şi plăcuţele superioare. Pentru primul grup de ferme sudarea plăcuţelor superioare s-a realizat după precomprimarea fermei. În cursul încercării s-a urmărit determinarea: a) contrasăgeţii grinzii-arc produsă de forţa de precomprimare; b) săgeţii laterale a elementului; c) scurtării tirantului; d) valorilor eforturilor unitare în corzi şi a efortului total de precomprimare; e) comportării îmbinărilor dintre elementele prefabricate ce alcătuiesc grinda-arc; f) comportării nodurilor de la reazeme.

Măsurarea deplasărilor s-a efectuat cu microcomparatoare 1/100, tip 21 Decembrie, montate ca în fig. 5. Pentru măsurarea deformaţiilor corzilor s-a folosit extensometria electrică cu fir rezistent; au fost fixaţi traductori pe cîte două corzi din fiecare fascicul (fig. 5).

Etalonarea traductorilor s-a efectuat prin încercarea la presă în laborator a unor corzi pe care au fost montaţi traductori de aceeaşi categorie, înregistrările de tensiuni fiind făcute în acelaşi timp la presă şi

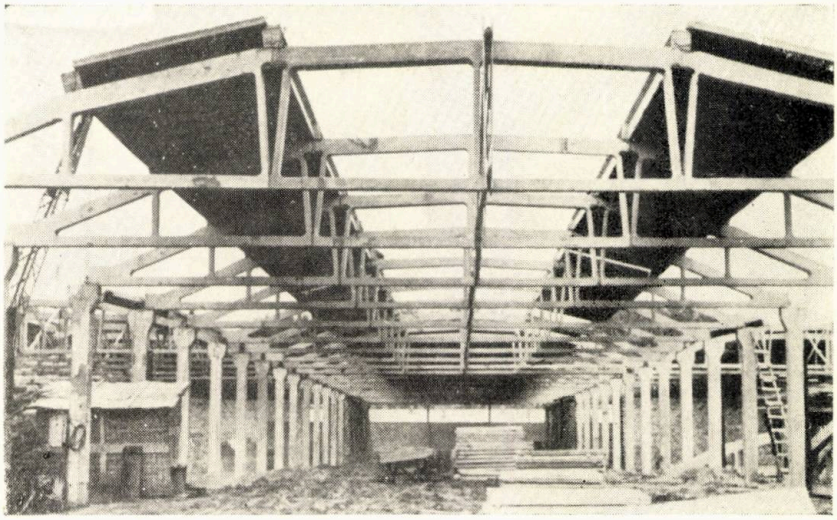


Fig. 1 a

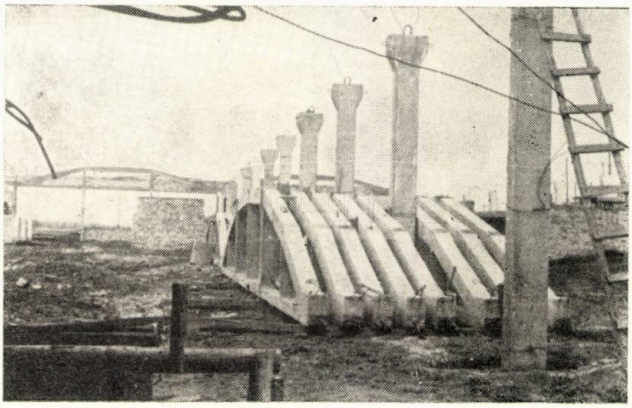


Fig. 1 b

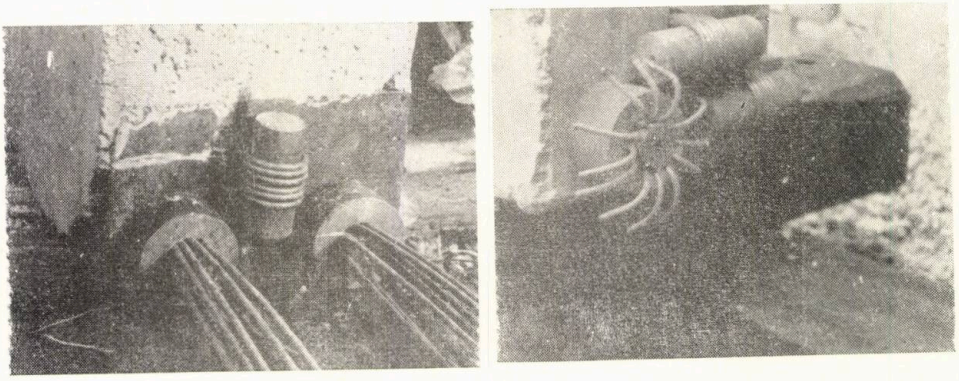


Fig. 2

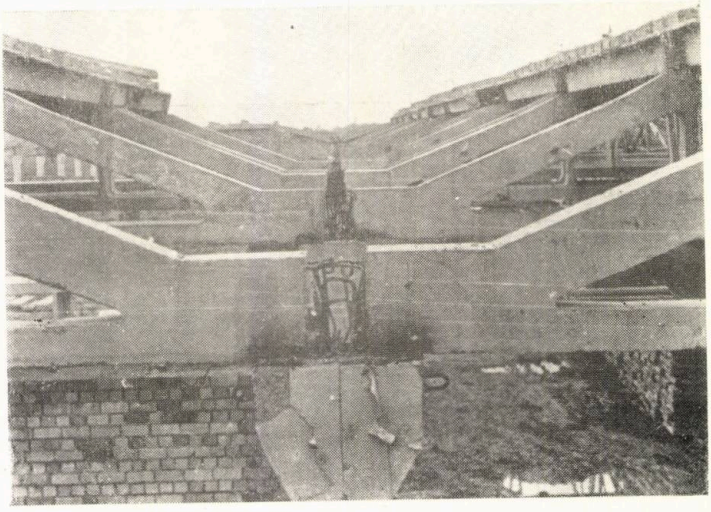


Fig. 3

cu punţile electronice folosite. S-au obţinut pentru $\varepsilon = 1^0/_{00}$ eforturi de 2060...2080 kg/cm², media fiind 2080 kg/cm². Măsurarea forţei de precomprimare la pretensionarea cablurilor s-a efectuat cu ajutorul manometrelor şi prin intermediul deformaţiilor specifice determinate cu tra-

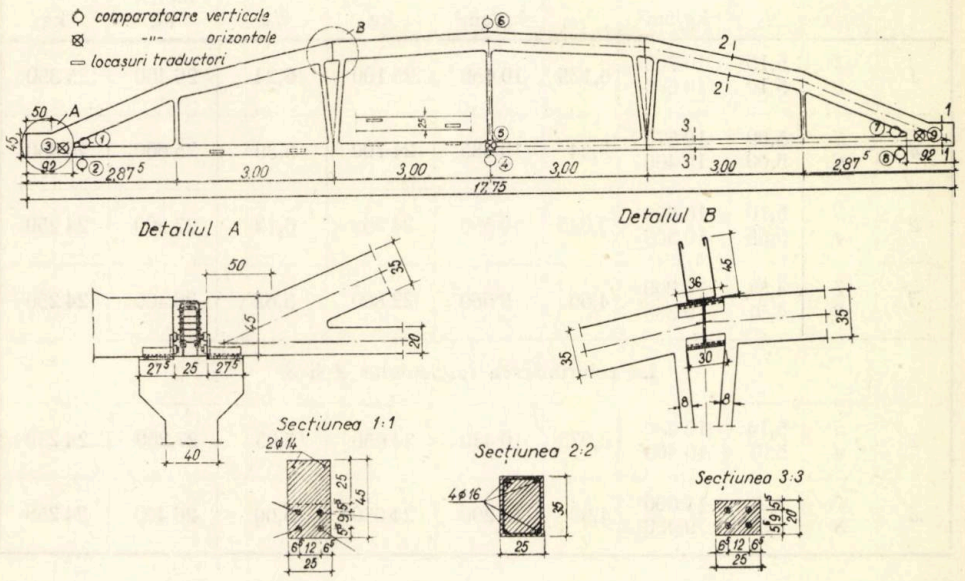


Fig. 5

ductorii fixaţi pe corzile fasciculelor; de asemenea s-au efectuat măsurători directe a deformaţiilor totale (Δl) a cablurilor, înregistrate la capătul la care acţionau presele. Fasciculele au fost tensionate pe perechi, în diagonală. Rezultatele obţinute la unul din arcele încercate sînt trecute în tabelul 1.

Cablurile au fost întinse la forţe apropiate de cele de control, prevăzute prin proiectare.

După cum se observă în tabelul 1, alungirile specifice determinate pe baza alungirilor totale ale fasciculelor măsurate la capetele la care s-au fixat presele sînt mai mari decît cele determinate cu ajutorul extensometriei electrice. Acest fapt este consecinţa diferitelor fenomene de îndreptare a cablurilor, de aşezare a dornurilor de blocare etc.

La scoaterea de sub tensiune a fasciculelor *2* şi *3* au rezultat deformaţii specifice remanente care au fost în medie de $0{,}11^0/_{00}$.

Valorile pentru contrasăgeata arcului şi a tirantului, săgeata laterală la mijlocul deschiderii grinzii-arc şi scurtarea tirantului, măsurate cu ajutorul comparatoarelor la fiecare sfert din forţa cu care s-a precomprimat tirantul, sînt prezentate în diagramele din fig. 6 (a, b şi c).

La pretensionare au apărut fisuri în diferite zone ale grinzii-arc. În fig. 7 şi 8 sînt arătate fisurile ce au apărut la un arc la care nodurile de la talpa superioară, înainte de pretensionare, au fost realizate numai

Tabelul 1

Fasciculul	Traductorul	Deformaţii şi eforturi unitare				N_k	$\varepsilon = \Delta l/l$	N_k	
		ε	σ	ε_{med}	σ_{med}			măsurată la manometru	proiectată
		‰	kg/cm²	‰	kg/cm²	kg	‰	kg	kg
1	*1*	5,15	10 700	5,125	10 650	25 100	6,24	26 400	25 350
	2	5,10	10 600						
4	*5*	5,09	10 570	5,04	10 485	24 700	5,39	25 600	25 350
	6	5,00	10 400						
2	*3*	5,10	10 600	5,045	10 550	24 850	6,12	27 200	24 250
	4	5,05	10 500						
3	*7*	4,81	10 000	4,66	9 660	22 800	5,62	26 400	24 250
	8	4,51	9 380						
La reîntinderea fasciculelor *2* şi *3*									
2	*3*	5,14	10 480	5,075	10 440	24 650	5,95	27 200	24 250
	4	5,01	10 400						
3	*7*	5,29	11 000	4,90	10 200	24 050	5,00	26 400	24 250
	8	4,52	9 400						

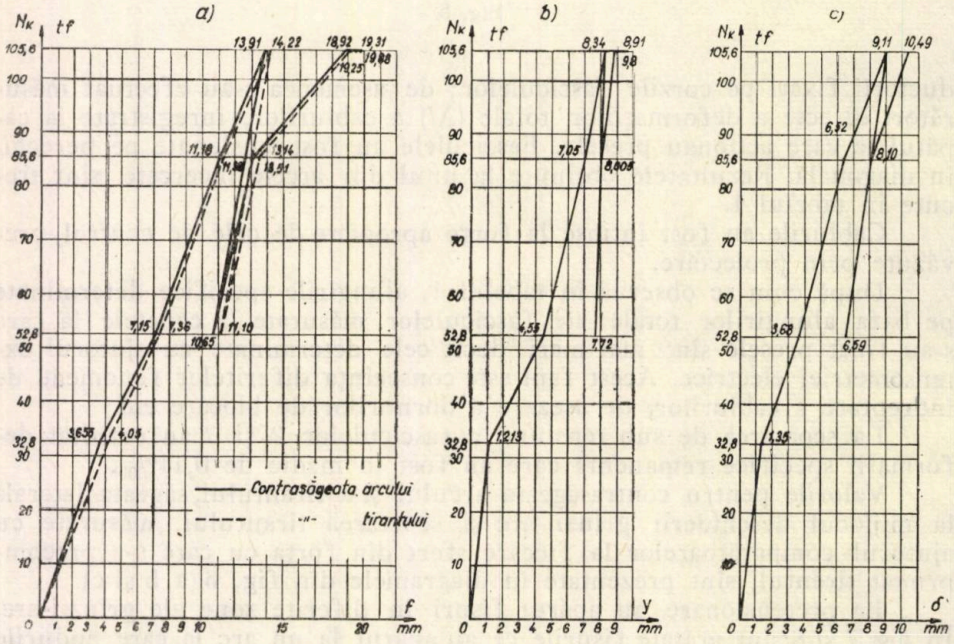


Fig. 6

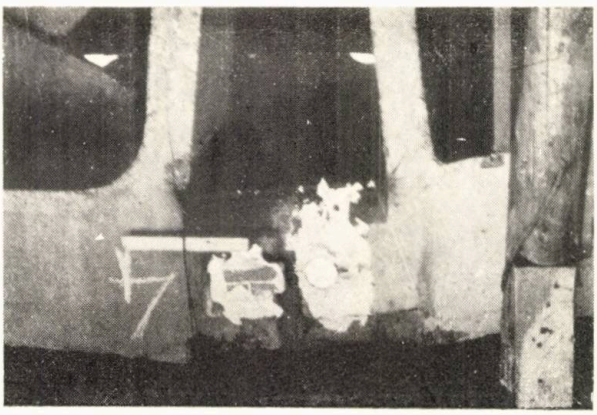


Fig. 8

prin sudarea plăcuţelor inferioare şi matarea rosturilor. Astfel de fisuri apar curent şi la sistemele în care, conform instrucţiunilor din proiectul tip, sudarea ambelor plăci metalice urmează a se face după ce a fost terminată pretensionarea. Fisurile de la intersecţia tirantului cu arcul au avut deschiderile de 0,05 mm şi 0,07 mm; fisura normală de la partea superioară a părţii exterioare a nodului de reazem a avut deschiderea de 0,10 mm şi lungimea de 5 cm. La unul din rosturile de legătură a panourilor, de la partea superioară, s-a format o fisură a cărei lungime a fost egală cu înălţimea secţiunii arcului, iar deschiderea ei la partea superioară a ajuns la 2 mm. Astfel de fisuri nu apar în

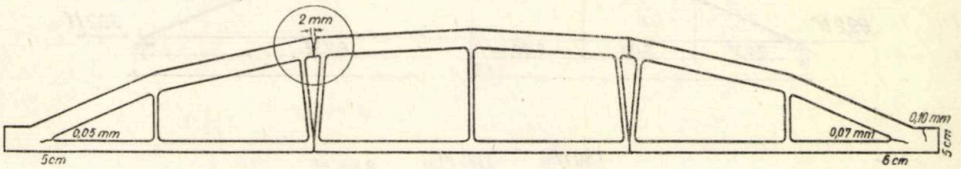


Fig. 7

cazul cînd sudarea plăcilor metalice superioare este realizată înainte de a se produce precomprimarea, dacă prefabricatele sînt corect executate.

Apariţia fisurilor în timpul precomprimării arată că valorile eforturilor unitare şi deformaţiilor specifice de întindere produse de forţa de precomprimare în unele zone ale grinzii-arc sînt mai mari decît cele corespunzătoare rezistenţei şi deformaţiei specifice limită la întindere ale betonului (R_t, ε_{bt}), fapt care rezultă şi din calculele efectuate (§ 2). Deformaţiile laterale măsurate au fost de circa 7 mm.

2. Rezultate obţinute din calcul

a) *Momente încovoietoare şi forţe axiale.* Ipoteza de calcul (referitoare la legături), încărcarea cu sarcini (forţa de precomprimare şi greutatea proprie) şi rezultatele calculului static sînt date în fig. 9. Se constată valorile importante ale momentelor încovoietoare în secţiunile din părţile exterioare ale nodurilor de la reazeme, produse de forţa de precomprimare, ca urmare a excentricităţii ei mari în raport cu axa barei.

b) *Deformaţii.* Cu forţele axiale şi momentele încovoietoare calculate s-a determinat scurtarea tirantului:

$$\delta_H = (N_p - X_{1Np} - X_{1g})\, l/(E_t A_t) = 9{,}25 \text{ mm}$$

şi săgeata la mijlocul deschiderii

$$f_{1/2} = f^M_{1/2} + f^N_{1/2} = -17{,}128 \text{ mm}.$$

Datorită svelteţei mari şi a diferenţei dintre diametrul canalelor şi diametrul fasciculelor, tirantul este supus efectului flambajului. Sarcina critică de flambaj este cu mult mai mică decît forţa de precomprimare. De aceea se produce o deformaţie laterală care se dezvoltă pînă în momentul în care pereţii canalelor se sprijină pe fasciculele întinse. Va-

loarea săgeţii laterale este deci limitată de diferenţa dintre diametrul canalelor şi diametrul fasciculelor, care în cazurile analizate putea să ajungă pînă la 0,7 cm.

Valorile deformaţiilor obţinute din calcul sînt apropiate de cele determinate experimental (scurtarea tirantului — 9,11 mm, săgeata în planul arcului — 19 mm, săgeata laterală — 8,91 mm).

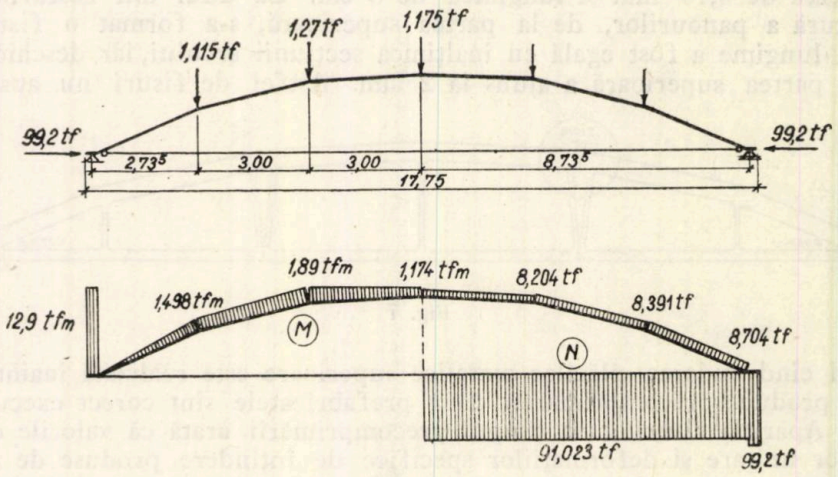


Fig. 9

c) *Eforturi unitare în tirant.* Datorită deformaţiilor şi diferenţei dintre diametrul canalelor şi al fasciculelor se produce o dezaxare a forţei de precomprimare. Dezaxarea va fi cu atît mai pronunţată cu cît canalele au diametrul mai mare în raport cu diametrul fasciculelor. Excentricitatea forţei de precomprimare poate creşte de asemenea cu mărimea abaterilor poziţiei golurilor faţă de cea prevăzută în proiect.

Caracteristicile secţiunii (fig. 5): a) dimensiunile secţiunii $Ab = 20\ \text{cm} \times 25\ \text{cm}$; b) diametrul golurilor — b_1) proiectat $d_{gp} = 4{,}15$ cm, — b_2) realizat $d_{gr} = 4{,}2...4{,}5$ cm; c) diametrul măsurat al fasciculelor $d_f = 3{,}2...3{,}5$ cm; $A_{bi} = 463{,}4\ \text{cm}^2$, $I_{bi} = 16\,240\ \text{cm}^4$, $W_{bi} = 1\,624\ \text{cm}^3$.

Considerînd că forţa de precomprimare proiectată, amplificată cu coeficientul de imprecizie 1,1, se aplică cu o excentricitate relativă $e_0 = 0{,}7$ cm (determinată în funcţie de datele din proiect) rezultă:

$$N = 1{,}1\,(N_p - X_{1N}) - X_{1g} = 100{,}86\ \text{t}, \quad M = Ne_0 = 100{,}86 \cdot 0{,}7 = 70{,}602\ \text{tcm},$$

$$\sigma_1 = 265{,}50\ \text{kg/cm}^2 > R_{pr}, \quad \sigma_2 = 178{,}50\ \text{kg/cm}^2.$$

Prin metoda stărilor limită se obţine:

$$M_{cap} = R_{pr} S_0 + A'_a R_a (h_0 - a') = 7\,565\ \text{kgm} < N(e_0 + h/2 - a') = 8\,270\ \text{kgm}.$$

Se observă o deosebită sensibilitate a sistemului la imprecizia forţei de precomprimare şi influenţa destul de importantă pe care o exercită diametrul golurilor şi poziţia golurilor în lungul elementului. O creştere neînsemnată peste aceste valori a excentricităţii de aplicare a forţei

sau mărirea ei, ceea ce apare posibil, conduce la pierderea curentă a capacității de rezistență a sistemului, fapt verificat în practică. În calculul efectuat nu s-a luat în considerare și posibilitatea ca secțiunea să aibă dimensiuni mai reduse, ceea ce poate duce la rezultate și mai defavorabile.

d) *Eforturi unitare în secțiunile de îmbinare ale tălpii superioare.* Din calculul efortului ce apare la terminarea operației de precomprimare apare justificată fisura din dreptul îmbinării. Astfel, din fig. 8 și fig. 5 rezultă:

$$M = -1{,}87 \text{ tm}, \quad N = 8{,}381 \text{ t}, \quad A = 875 \text{ cm}^2, \quad W = 5\,100 \text{ cm}^3;$$
$$\sigma_s = -27{,}09 \text{ kg/cm}^2 \text{ (întindere)}, \quad \sigma_i = 46{,}21 \text{ kg/cm}^2 \text{ (compresiune)}.$$

e) *Stări de tensiuni în zona nodurilor de reazem.* Caracteristicile secțiunii (fig. 5): $A_{bi} = 1\,110{,}2$ cm^2, $y_G = 23$ cm, $I_{bi} = 183\,020$ cm^4, $W_{bii} = 7\,950$ cm^3, $W_{bis} = 8\,310$ cm^3. Forța de compresiune excentrică $N = 105{,}6$ t se aplică cu excentricitatea (față de centrul de greutate) $e_0 = 12 \text{ cm} < 0{,}3\,h_0 = 12{,}46$ cm.

Eforturile unitare produse pe secțiune de forța de precomprimare și greutatea proprie a grinzii arc sînt:

$$\sigma_{bps} = -46{,}00 \text{ kg/cm}^2 > R_t = 27 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_{bpi} = 242 \text{ kg/cm}^2, \text{ foarte apropiat de } R_{pr} = 260 \text{ kg/cm}^2.$$

După montare, datorită realizării legăturii monolite dintre ferme (momentul capabil al secțiunii de îmbinare după datele proiectului este $M = 2\,620$ kgm), se suprapun eforturi unitare de același semn:

$$\sigma_{bs} = -31{,}4 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_{bi} = 32{,}9 \text{ kg/cm}^2.$$

Valorile eforturilor unitare totale sînt:

$$\sigma_s = -40{,}6 - 31{,}4 = -77{,}4 \text{ kg/cm}^2 > R_t = 27 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_i = 242 + 32{,}9 = 274{,}9 \text{ kg/cm}^2 > R_{pr} = 260 \text{ kg/cm}^2.$$

Momentul capabil limită calculat (pentru caracteristicile normate ale materialelor) la apariția fisurilor, rezultă de 27 220 kgm, mai mic decît momentul produs de forța de precomprimare măsurată (105,6 t), care este de 33 300 kgm.

Coeficientul de siguranță la fisurare este $C_f = 0{,}817 < 1$. Datorită faptului că forța de precomprimare se aplică cu o excentricitate ce se găsește la limita inferioară a marii excentricități, apariția și dezvoltarea fisurilor arată că secțiunile din zona nodurilor de la reazeme se găsesc (sub acțiunea forței de precomprimare) aproape de limita capacității lor portante. Într-adevăr, capacitatea portantă maximă (de rupere) a secțiunilor înainte de injectarea canalelor este de 45 420 kgm. Rezultă că sub acțiunea forței de precomprimare (la arcul la care s-au efectuat măsurători), secțiunile de la reazeme lucrează cu un coeficient de siguranță $c_{ef} = 1{,}36$.

După injectarea cablurilor şi montarea fermei, în urma realizării îmbinărilor pe reazeme şi a încărcării arcelor cu sarcini se adaugă şi momentul încovoietor capabil a secţiunilor de îmbinare ($M = 2\,620$ kgfm), care măreşte excentricitatea forţei de precomprimare, reduce înălţimea zonei comprimate şi în consecinţă $M_{cap} = M_r = 40\,510$ kgfm. În acelaşi timp momentul forţei de precomprimare creşte (ca urmare a măririi excentricităţii) la valoarea de 35 920 kgfm. În consecinţă, în exploatare coeficientul de siguranţă a secţiunilor de la reazeme este $c_{ef} = 1{,}13$.

Avînd în vedere convenţionalitatea acestui coeficient se poate întîmpla să fie şi mai mic coeficientul real. Acest fapt a avut drept efect ca în cazul unor ferme, la fabrica de mobilă din Iaşi, la cele de la Piteşti, Roman şi alte şantiere, să se producă distrugerea betonului din zona comprimată (fig. 4 b).

3. Comportarea grinzilor-arc sub încărcări

a) *Realizarea încărcării.* Pentru determinarea comportării grinzilor-arc la acţiunea încărcărilor exterioare, pînă la limita capacităţii portante, s-au încercat două grinzi arc G18-3, cu 3 cabluri, (nu s-au efectuat încercări asupra arcelor precomprimate cu 4 cabluri deoarece s-a considerat că acestea trebuie să fie reproiectate avînd o comportare nesatisfăcătoare la forţele din precomprimare) (fig. 10). Rezemarea s-a realizat pe plăci metalice corespunzător condiţiilor prevăzute în proiect, fără a se realiza însă legătura de continuitate la reazeme. Pentru măsurarea deformaţiilor şi deplasărilor (y) s-au folosit extensometria electrică cu fir rezistent, comparatoare şi amplificatoare de săgeţi dispuse ca în fig. 5.

Încărcarea s-a efectuat în trepte egale cu un sfert din sarcina de exploatare transmisă concentrat prin panele acoperişului (fig. 10), care pentru două grinzi-arc, conform proiectului, este de 15 t. După încărcarea cu sarcina de exploatare, grinzile s-au descărcat şi reîncărcat apoi în trepte egale de asemenea cu 1/4 din sarcina de exploatare, pînă la o sarcină egală cu 2,65 $\times$ sarcina de exploatare. Încărcarea s-a efectuat numai cu sarcini simetrice.

b) *Rezultate obţinute.* La încărcarea pînă la valoarea sarcinilor de exploatare, deformaţiile, măsurate la fiecare treaptă de încărcare, au crescut aproximativ proporţional cu valoarea sarcinii (fig. 11, a — variaţia săgeţilor în lungul grinzii; b — variaţia săgeţilor în nodurile *6* şi *7*, c — variaţia lungimii tirantului). (La prima treaptă de încărcare, deformaţiile au fost mai mari, din cauza adaptării sistemului). Creşterea în timp a deformaţiilor, la sarcina de exploatare, a fost în medie de 8% din deformaţia totală. Deformaţiile remanente după descărcare au fost în jur de 20% din deformaţia totală. Nu au apărut fisuri la nici una din cele două grinzi încercate.

La reîncărcare, deformaţiile corespunzătoare sarcinii de exploatare au fost în medie cu 4% mai mici decît cele obţinute la prima încărcare; săgeata maximă a fost de 1/1 500 din deschidere. În continuare, pînă la trapta *VII* de încărcare, cînd apar primele fisuri în dreptul rosturilor din tirant, deformaţiile au crescut aproape în aceeaşi proporţie cu sarcinile. Între treapta *VI* şi treapta *VIII*, creşterea deformaţiilor în raport

cu aceea a încărcărilor este mai mare, determinată de apariţia microfisurării betonului în anumite zone. La încărcări mai mari decît dublul sarcinii de exploatare, deformaţiile au prezentat creşteri însemnate (fig. 11), înregistrate atît în timpul încărcării cît şi la acţiunea de durată a sarcinii constante. La treptele *IX* şi *X* de încărcare apar şi se dezvoltă fisuri importante în betonul tiranţilor. La treapta *X*, deschiderile fisurilor au

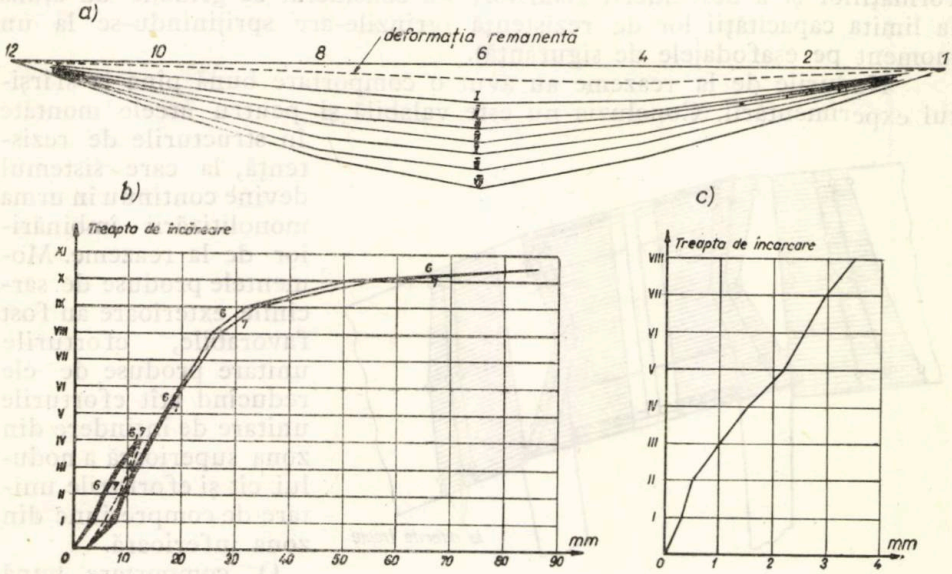


Fig. 11

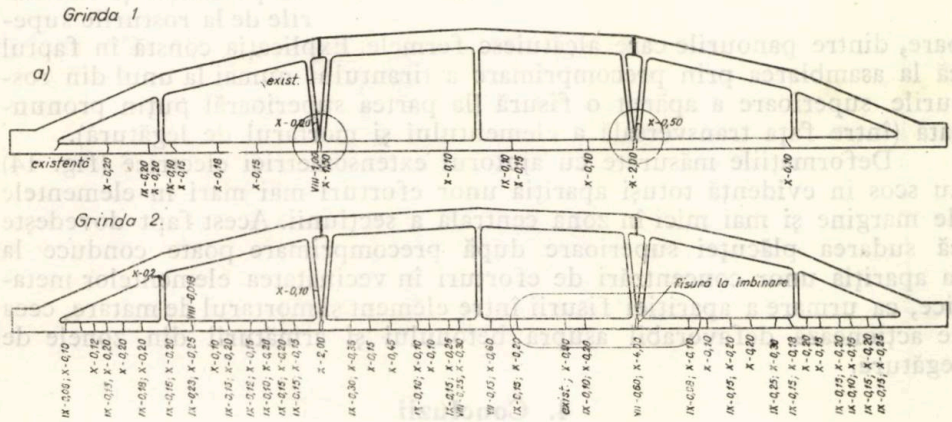


Fig. 12

fost cuprinse între 0,08 şi 0,60 mm la grinda *2* şi între 0,10 şi 0,20 mm la grinda *1*, atingînd în drepul rosturilor valori de 4 mm. Modul de distribuţie a fisurilor (fig. 12 şi 13) dovedeşte că betonul din tirant nu conlucrează în aceeaşi măsură pe toată lungimea cablurilor. De exemplu, în vecinătatea zonei încercuite (fig. 11 b) se constată o conlucrare nesatis-

făcătoare a mortarului de injectare cu restul tirantului. Distanţa medie dintre fisuri, la grinda *2*, este de 25 cm; apariţia fisurilor la treapta *VII* corespunde coeficientului de siguranţă la fisurare, stabilit prin calcule ($c_f = 1{,}75$).

Încărcarea a continuat pînă la o valoare a sarcinilor egală cu 2,65 × × sarcina de exploatare, cînd, datorită creşterii foarte mari în timp a deformaţiilor şi a deschiderii fisurilor, s-a considerat că grinzile au ajuns la limita capacităţii lor de rezistenţă (grinzile-arc sprijinindu-se la un moment pe eşafodajele de siguranţă).

Nodurile de la reazeme au avut o comportare bună pînă la sfîrşitul experimentării. Concluzia nu este valabilă şi pentru arcele montate în structurile de rezistenţă, la care sistemul devine continuu în urma monolitizării îmbinărilor de la reazeme. Momentele produse de sarcinile exterioare au fost favorabile, eforturile unitare produse de ele reducînd atît eforturile unitare de întindere din zona superioară a nodului cît şi eforturile unitare de compresiune din zona inferioară.

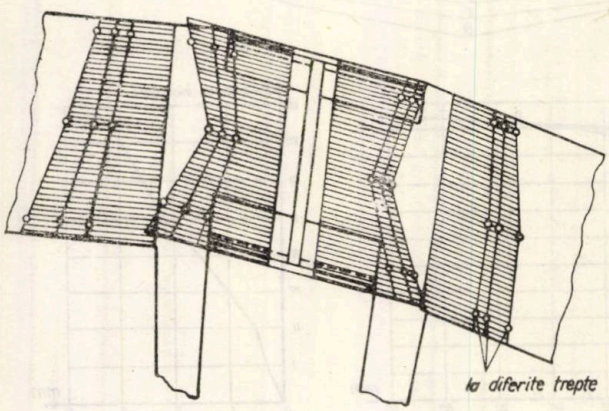


Fig. 14

O comportare bună au prezentat şi îmbinările de la rosturile superioare, dintre panourile care alcătuiesc fermele. Explicaţia constă în faptul că la asamblarea prin precomprimare a tirantului numai la unul din rosturile superioare a apărut o fisură (la partea superioară) puţin pronunţată (între faţa transversală a elementului şi mortarul de legătură).

Deformaţiile măsurate cu ajutorul extensometriei electrice (fig. 14) au scos în evidenţă totuşi apariţia unor eforturi mai mari în elementele de margine şi mai mici în zona centrală a secţiunii. Acest fapt dovedeşte că sudarea plăcuţei superioare după precomprimare poate conduce la la apariţia unor concentrări de eforturi în vecinătatea elementelor metalice, ca urmare a apariţiei fisurii între element şi mortarul de matare, ceea ce acţionează defavorabil asupra betonului şi armăturii din zonele de legătură.

4. Concluzii

La încărcări cu sarcini simetrice, grinzile-arc din panouri ansamblate prin precoprimare cu 3 cabluri au o comportare satisfăcătoare. Coeficientul de siguranţă la fisurare ($c_f = 1{,}75$) şi coeficientul de siguranţă privind capacitatea de rezistenţă ($c = 2{,}65$) au valori ridicate. Grinzile se comportă elastic sub sarcina de exploatare şi au o mare rigiditate în planul lor, deformaţiile fiind mici în raport cu deschiderea ($l/1\,500$).

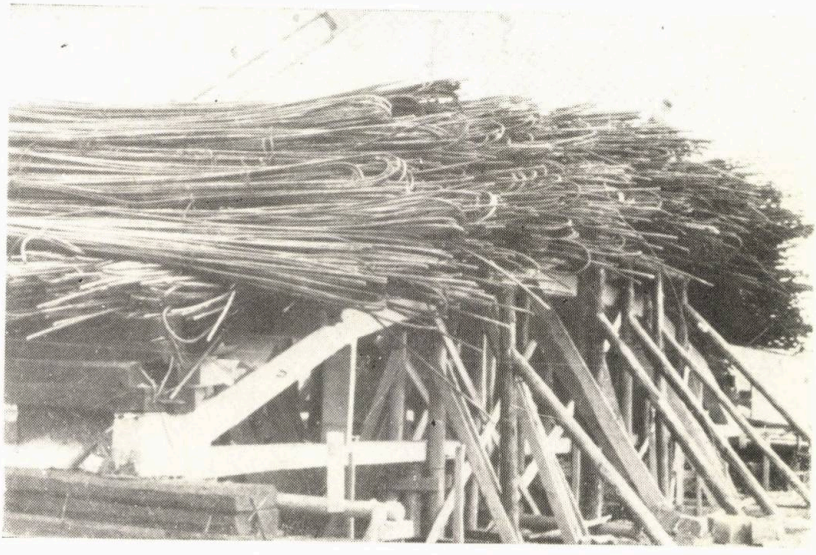


Fig. 10

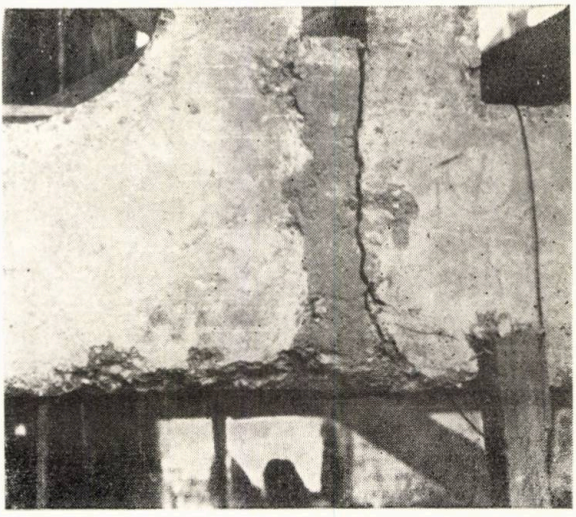


Fig. 13

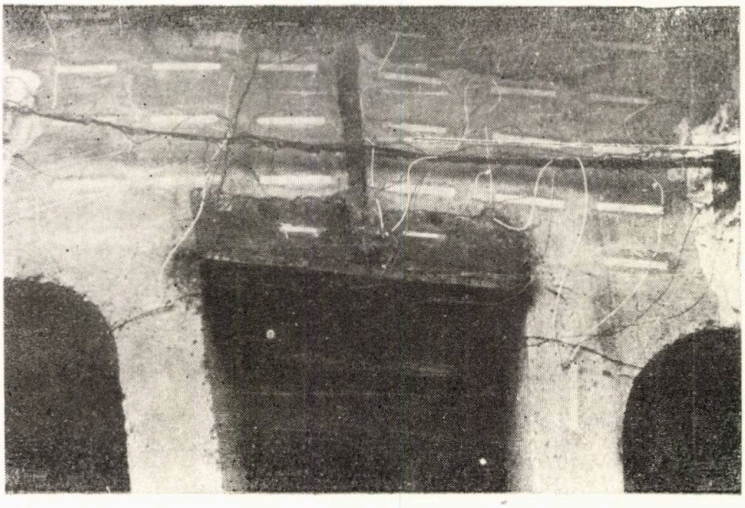


Fig. 15

Grinzile-arc prezintă însă şi unele deficienţe, mai cu seamă cele precomprimate cu 4 cabluri, dintre care reţinem următoarele:

a) Sensibilitate ridicată la imprecizia forţei de precomprimare, ce poate să apară datorită depăşirii forţei de întindere, dezaxarea forţei de precomprimare determinată de poziţia golurilor şi de creşterea raportului între diametrul golurilor şi diametrul cablurilor, de neomogenitatea betonului şi de variaţia în lung a secţiunii tirantului.

b) Sensibilitate ridicată la tasări neuniforme a terenului de fundaţie după realizarea îmbinărilor pe reazeme, la sarcini seismice şi în general la sarcini disimetrice.

c) Concentrări de eforturi în regiunile îmbinărilor superioare dintre panouri, care apar mai cu seamă în cazul cînd plăcile metalice sînt sudate după ce s-a realizat precomprimarea tirantului (ca urmare a posibilităţii de apariţie a unor fisuri în rostul de matare).

d) Comportare nesatisfăcătoare la transport a panourilor.

Aceste deficienţe pot fi uşor eliminate prin:

a) Executarea completă a tuturor îmbinărilor înainte de precomprimarea tirantului.

b) Asigurarea unor reazeme nedeformabile pînă la terminarea precomprimării sau introducerea unor precomprimări temporare de montaj.

c) Realizarea continuităţii mortarului de matare cu betonul din panouri prin introducerea unui amorsaj pe bază de masă plastică cu ciment.

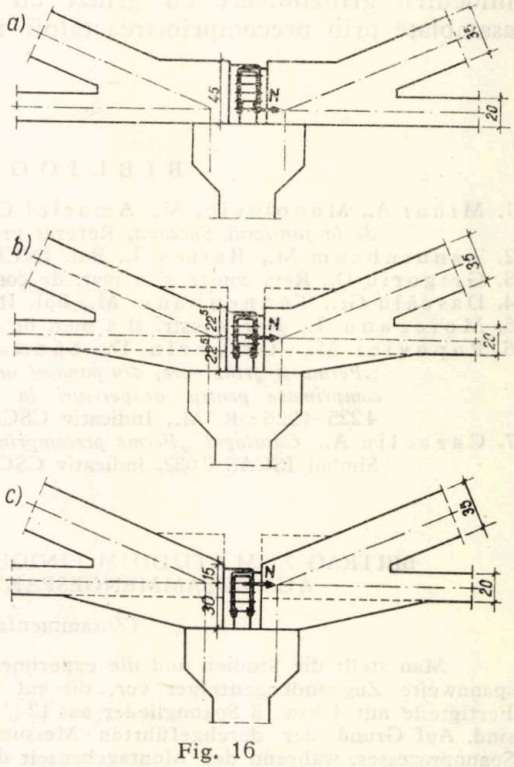


Fig. 16

d) Execuţie îngrijită, cu asigurarea poziţiei exacte a canalelor pentru cabluri la turnarea betonului în tirant şi realizarea unui beton de calitate superioară.

e) Luarea în consideraţie, la proiectarea arcului, a momentelor încovoietoare ce apar din forţa de precomprimare, inclusiv efectul dezaxării probabile a forţei de precomprimare.

f) Modificarea nodurilor de la reazeme.

g) Folosirea unor panouri cu diagonale, rezistente la transport, ceea ce permite transformrea sistemului într-o grindă cu zăbrele cu comportare mai bună la încărcări disimetrice şi la sarcini seismice, care apare raţională pentru deschideri de 18...30 m.

În fig. 16 (b şi c) se prezintă două forme raţionale pentru nodurile de la reazeme. Prin realizarea nodurilor conform fig. 16 b se asigură centrarea forţei de precomprimare în zona marginală a fermelor. O soluţie mai bună considerăm că reprezintă forma nodului prezentată în fig. 16 c, care asigură o centrare mai bună a forţei de precomprimare pe toată lungimea nodului şi, în acelaşi timp, excentricitatea realizată de forţa de precomprimare este de sens contrar cu cea dată de momentul încovoietor produs de sarcinile exterioare.

Această formă a nodului considerăm că trebuie adoptată şi în cazul înlocuirii grinzilor-arc cu grinzi cu zăbrele din panouri prefabricate, asamblate prin precomprimarea tălpii inferioare.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de beton armat

BIBLIOGRAFIE

1. Mihul A., Manolovici M., Amariei C., *Încercarea unor grinzi-arc precomprimate de la şantierul Suceava.* Referat prezentat la INCERC, 1961.
2. Tannenbaum M., Balteş I., Bul. INCERC-ISCAS, 1961, *2.*
3. Grigoriu D., Rev. constr. şi a mat. de constr., 1961, *4.*
4. Dascălu Gr., Tannenbaum M., Bul. INCERC-ISCAS, 1962, *2.*
5. Moiceanu I., Rev. constr. şi a mat. de constr. 1960, *11.*
6. Popovici M., Grigoriu D., Săndulescu G., Cazacliu A., *Catalogul „Ferme şi grinzi-arc, din panouri unificate de beton armat asamblate prin precomprimare pentru acoperişuri la construcţii industriale".* Simbol ISCAS 4225-4226 ; R. M., Indicativ CSCAS 40/-60.
7. Cazacliu A., *Catalogul „Ferme precomprimate pentru acoperişuri şi hale industriale".* Simbol ISCAS-2032, indicativ CSCAS-A-VII-a 146-63.

BEITRAG ZUM STUDIUM EINIGER ZUGBANDBOGENTRÄGER AUS ZUSAMMENGESPANTEN FERTIGTEILEN

(Zusammenfassung)

Man stellt die Studien und die experimentelle Forschungen über einige von 18 m spannweite Zugbandbogenträger vor, die auf dem Bauort durch das Vorspannen der Fertigteile mit 4 bzw. 3 Spannglieder aus 12 ∅ 5 mm SBP-Stahldrähte zusammengestellt sind. Auf Grund der durchgeführten Messungen und Beobachtungen im Laufe des Spannprozesses, während der Montagebauzeit der nämlichen Zugbandbogenträger, und bei dem Versuch zweier Bogenträger bis zur Tragfähigkeitsgrenze, erhielt man Schlussfolgerungen über das Verhalten der Stützzonen, über die Verbindungen des Bogens durch Stahlelemente, die Verbindungen durch die Vermörtelung der Zugbandfugen (Verstemmungsmörtel) und über das Verbund des Einpressmörtels mit dem Zugbande.

Es wurde der Einfluss des Verhältnisses zwischen dem Durchmesser der Höhlen und dem Durchmesser der Spannglieder über die Beanspruchungen durch Vorspannkräfte hervorgehoben ; man analysiert, zugleich, die Seitenknickung des Zugbandes, die Folgen der Kontinuitätsverbindungen in den Stützpunkten und den Einfluss der Stützensetzung.

Es sind Vorschläge präsentiert über die Art und Weise der zweckmässigen Modifizierungen der Bogenträgerendezonen zur Beseitigung der festgestellten Defizienzen ; man zeigt gleichfalls die Nötigkeit der rechnerischen Berücksichtigung der Biegemomente aus Vorspannen an, welche den Wiederentwurf der verwendeten Systeme für die untersuchte Spannweite aufdrängen. Man hebt auch die Nötigkeit der Diagonaleneinführung in die Fertigteile hervor, zur Verbesserung des Verhaltens bei der Unsymmetrischen Belastungen und beim Transport.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 624

CERCETĂRI PRIVIND CAPACITATEA PORTANTĂ A PANOURILOR MARI DIN BLOCURI CERAMICE, CU GOL DE FEREASTRĂ, LA ACŢIUNEA FORŢELOR ORIZONTALE ACŢIONÎND ÎN PLANUL LOR

DE

VLADIMIR BOGHIAN, DANIEL DIACONU, SILVIA COVALI, VICTOR JERGHIUŢĂ şi TUDOR PATELLI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Tehnica modernă caută noi forme, industriale, de folosire a ceramicei în construcţia de locuinţe, avînd în vedere posibilităţile pe care le oferă acest tradiţional material în asigurarea confortului termic.

Cercetări în această direcţie se efectuează în ultimul timp în numeroase ţări: U. R. S. S. [1], [2], Franţa [3], [4], [5], Cehoslovacia [6], Bulgaria [7], Polonia [8], R. D. Ger-mană etc.

Principiile moderne ale folosirii ceramicei la construcţia pereţilor şi mai ales pentru cei exteriori, sub formă de panouri mari, sînt următoarele:

a) Aplicarea unor formate mari de blocuri ceramice, echivalente ca volum cu minimum 6...7 bucăţi cărămizi normale, prevăzute cu un procentaj ridicat de goluri, pentru a reduce consumul de manoperă şi de mortar sau de beton şi deci de ciment.

b) Utilizarea calităţilor termoizolatoare ale golurilor din blocuri (lamele înguste de aer) pentru obţinerea unor panouri pentru pereţii exteriori, fără alte materiale termoizolatoare.

c) Ridicarea calităţilor portante ale ceramicei şi ale prefabricatelor din ceramică prin tehnologii speciale (prelucrarea cu vacuum a argilelor la fasonare, vibrarea zidăriei la formarea elementelor prefabricate etc.) şi folosirea acestor calităţi în scopul obţinerii unor secţiuni cît mai economice.

Industria construcţiilor din Franţa, Italia, U. R. S. S. etc. realizează un larg sortiment de blocuri ceramice, cu pereţi subţiri şi cu volum ridicat de goluri, adecvate pentru structuri de panouri mari, prefabricate, pentru pereţi şi pentru planşee.

Experienţa din aceste ţări în realizarea şi exploatarea clădirilor cu structură din panouri mari ceramice [9], cît şi calculele tehnico-economice arată că pe lîngă creşterea confortului termic, în comparaţie cu alte structuri, se pot obţine şi alte avantaje importante şi anume: micşorarea greutăţii construcţiilor, reducerea consumului de ciment etc.

Structurile de clădiri din panouri mari ceramice prezintă interes mai ales pentru regiunile lipsite de agregate pentru betoane dar care, în schimb, dispun de argile de calitate corespunzătoare.

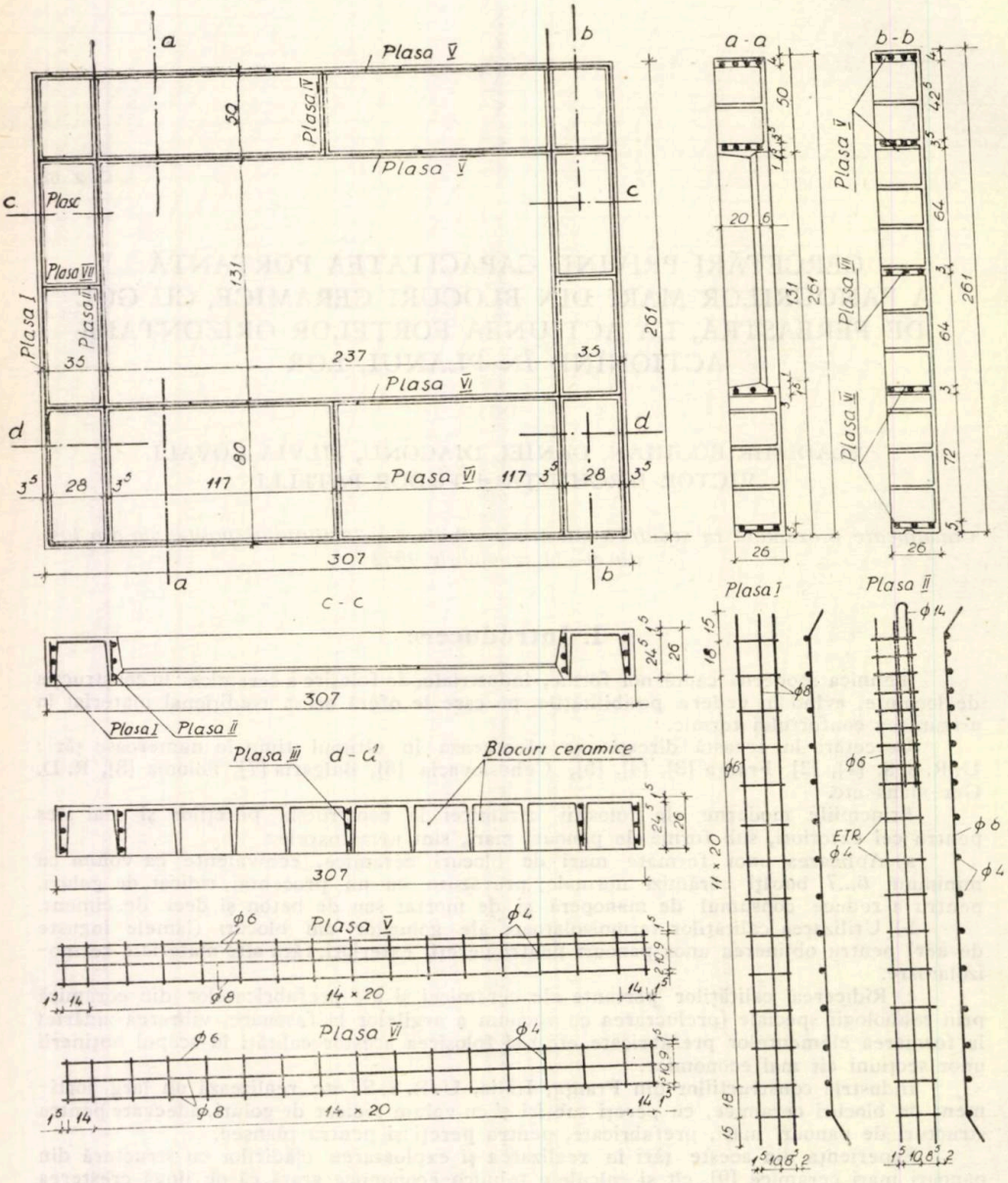


Fig. 2. — Structura panourilor ceramice studiate.

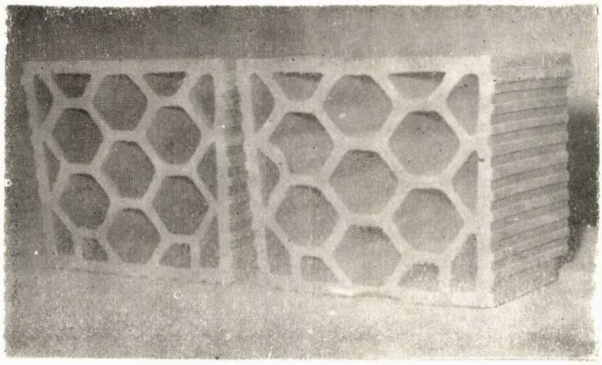


Fig. 1. — Bloc ceramic tip fagure.

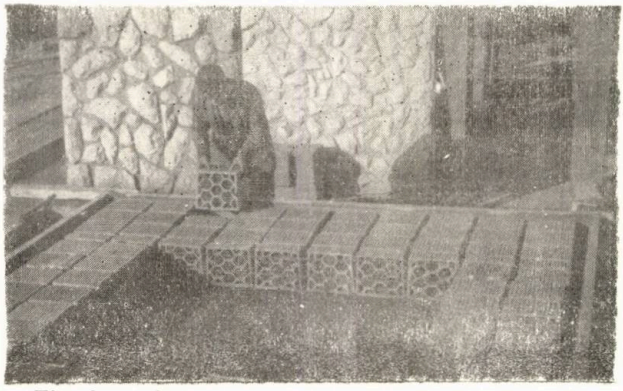


Fig. 3. — Aşezarea blocurilor ceramice în tipare.

Fig. 4. — Panourile ceramice după confecţionare.

Aplicarea panourilor mari ceramice pentru pereţi exteriori portanţi în regiuni seismice, impune unele condiţii speciale în ceea ce priveşte structura lor, asamblarea, cît şi însăşi conformarea antiseismică a clădirii.

În cele ce urmează se prezintă rezultatele unor cercetări privind capacitatea portantă a panourilor din blocuri mari ceramice, cu gol de fereastră, efectuate în cadrul facultăţii de construcţii a Institutului politehnic, Iaşi, şi filiala INCERC, Iaşi, cu ocazia studiilor pentru realizarea unei clădiri experimentale la Iaşi, regiune seismică de gradul 7...8.

2. Structura panourilor studiate şi materialele folosite

Pentru simplificarea tehnologiei de fabricaţie, panoul studiat s-a conceput într-un singur strat, cu faţa văzută spre exterior în ceramică aparentă. Grosimea totală a panoului, de 26 cm, din care 24,5 cm grosimea blocului ceramic şi 1,5 cm grosimea tencuielii de pe faţa interioară a panoului, a rezultat din consideraţii termotehnice.

Blocurile ceramice folosite, tip fagure (fig. 1), cu dimensiunile de 280 (260) mm × 245 mm × 190 mm şi cu volum de goluri de circa 55%, s-au fabricat după un desen întocmit de către INCERC, Bucureşti, la fabrica de cărămizi, Holboca, Iaşi, cu colaborarea sectorului de ceramică al I. P. C. M. C., Bucureşti.

Mortarul de legătură dintre blocurile ceramice s-a realizat cu granulit avînd granulaţia 0/7 mm, din argilă de Iaşi (Vlădiceni), fabricat experimental la Buftea.

Panourile s-au proiectat cu nervuri armate cu plase de oţel beton din cîte 2 ∅ 8 mm + 1 ∅ 6 mm şi etrieri ∅ 4 mm dispuşi la distanţe de cîte 20 cm (fig. 2). Armarea buiandrugului s-a stabilit prin calcul.

Blocurile ceramice au avut rezistenţe la compresiune, paralel cu direcţia golurilor, de 146...208 kgf/cm² secţiune brută, ceea ce revine la 264...378 kgf/cm² secţiune netă. Pe direcţia normală golurilor, forţa de rupere la compresiune a fost de numai 2,5...8,2 tf (faţă de 91...130 tf cît a fost forţa de rupere la compresiune paralel cu golurile).

Folosind un dozaj de ciment RIM de 350 kg/m³ şi un raport $A/C = 0{,}69$ s-a obţinut un mortar cu $\gamma_{sa} = 1\,700$ kg/m³ şi cu rezistenţa medie la compresiune de 296 kg/cm², apropiată de rezistenţa medie la compresiune a blocurilor ceramice, asigurîndu-se astfel aproximativ aceeaşi capacitate portantă atît în secţiunile orizontale ale blocurilor cît şi în rosturile de mortar ale panourilor.

3. Tehnologia de confecţionare a panourilor

Panourile ceramice experimentale s-au confecţionat pe matriţe de beton armat, mozaicate, de tipul celor utilizate la fabricarea panourilor de beton armat. Operaţiile pentru confecţionarea panourilor s-au succedat astfel: a) pregătirea tiparelor; b) aşezarea carcasei de armare în tipar; c) aşezarea blocurilor ceramice în ochiurile carcasei (fig. 3), în prealabil imersate în apă pentru asigurarea unei bune aderenţe între mortar şi ceramică; d) turnarea mortarului de granulit, pe întreaga suprafaţă a

tiparului, consistenţa mortarului, măsurată cu conul etalon, fiind de 5...6 cm; e) vibrarea zidăriei cu vibrator de suprafaţă (2800...3000 vibraţii/min) timp de 10...15 sec, pe acelaşi loc, pînă la umplerea completă a nervurilor şi rosturilor; f) aplicarea unui adaus de mortar pentru realizarea tencuielii de pe faţa văzută a panourilor; g) întărirea prin tratare cu abur, după regimul 1 + 4,5 + 1 ore; f) decofrarea şi transportul în depozit al panourilor (fig. 4).

Confecţionarea unui panou, folosind o formaţie de 5...6 oameni, durează 50...60 min.

4. Caracteristicile mecanice şi elastice ale zidăriei vibrate din panouri

Paralel cu formarea panourilor, din aceleaşi materiale şi în aceleaşi condiţii, s-au confecţionat epruvete de control, cu dimensiunile 40 cm × 30 cm × 26 cm, pentru determinarea rezistenţei şi deformabilităţii zidăriei vibrate din structura panourilor.

Totodată s-au confecţionat grinzi buiandrug pentru cunoaşterea comportării blocurilor mari ceramice la compresiunea din încovoiere, normal pe direcţia golurilor, întrucît, după cum s-a văzut mai sus, blocurile ceramice utilizate au capacitate de rezistenţă redusă la compresiune perpendicular pe direcţia golurilor.

a) *Rezistenţa şi deformabilitatea la compresiune*

Epruvetele de control s-au încercat la compresiune paralel cu direcţia golurilor, la o presă Mohr-Federhaff de 300 tf, urmărindu-se: forţa de fisurare a zidăriei, forţa de rupere şi deformaţiile longitudinale.

Deformaţiile s-au înregistrat cu patru comparatoare cu precizia de 0,01 mm, montate cîte două pe fiecare din feţele laterale ale epruvetelor de control.

Încărcarea pînă la fisurare s-a realizat în trepte de cîte 5 tf, la interval de 15 min.

În tabelul 1 se dau rezultatele obţinute pe una din grupele de epruvete.

Rezistenţa de rupere la compresiune a materialului a variat, după cum se observă în tabelul 1, în limitele 100...130 kgf/cm^2 în secţiunea brută şi 173...224 kgf/cm^2 în secţiunea netă, împrăştierea fiind relativ mică. Rezultă, prin urmare, că datorită vibrării, se poate obţine un material destul de omogen.

Încărcările la care au apărut primele fisuri au variat în limitele 28,6...44% din forţa de rupere.

Deformaţiile longitudinale specifice la solicitarea de compresiune (paralel cu direcţia golurilor), la o încărcare egală cu 30% din forţa de rupere, au variat în limitele 2.10^{-4}...$2{,}5.10^{-4}$, astfel că pe nălţimea de 2,60 m a unui panou rezultă o deformaţie totală de 0,77 mm, ceea ce reprezintă o valoare neînsemnată, consecinţă a deformabilităţii reduse a ceramicei.

Tabelul 1

Epruveta nr.	Forţa de fisurare N_{fis} tf	Forţa de rupere N_r tf	Rezistenţa de rupere la compresiune kgf/cm²		Deformaţii longitudinale	Modulul de elasticitate $E_0 \cdot 10^4$	N_{fis}/N_r
			Secţiune netă	Secţiune brută	$\times 10^{-4}$	kgf/cm²	%
1	30,0	105,0	224,0	130,0	2,0	23,8	28,6
2	35,6	81,0	172,0	101,0	2,5	10,2	44,2
3	35,0	81,6	173,0	102,0	2,25	12,4	43,2
4	35,0	100,0	213,0	120,0	2,12	22,2	35,0
5	30,0	44,0	94,0	55,0	1,40	9,1	68,0

Observaţii: a) deformaţiile longitudinale sînt înregistrate pentru o încărcare egală cu 30% din forţa da rupere; b) secţiunea netă a epruvetelor de control, prin blocuri — 468 cm² iar secţiunea brută — 793 cm²; c) epruveta nr. *5* a prezentat defecţiuni din confecţionare.

Din diagramele eforturi-deformaţii (fig. 5) la încărcări-descărcări repetate, se observă o comportare aproape elastică, pînă la circa 60% din forţa de rupere, deşi primele fisuri apar la încărcări mult mai mici. Acest fapt se poate explica prin aceea că fisurile iniţiale sînt orientate paralel cu direcţia golurilor.

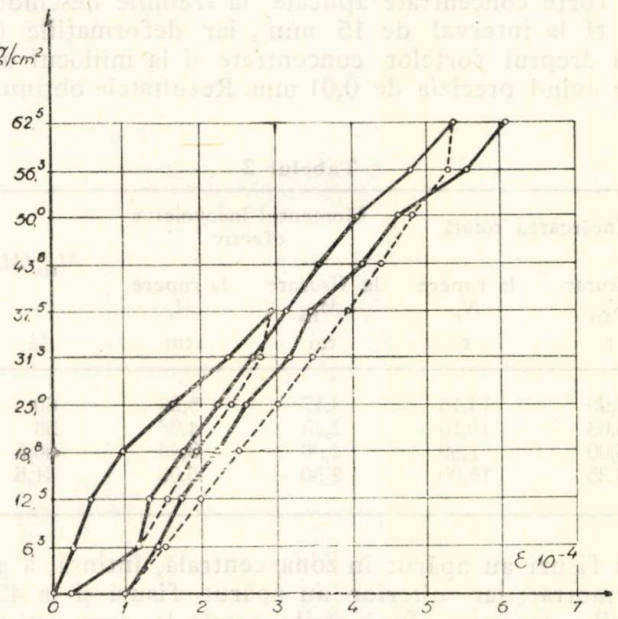


Fig. 5. — Diagrama eforturi-deformaţii la compresiune (epruveta *3*).
$N_{fis} = 35$ t, $N_r = 81{,}6$ t, $\sigma_r = 102$ kg/cm².

Modulul iniţial de elasticitate (E_0) al zidăriei vibrate din blocuri ceramice, determinat pe epruvetele de control, variază în limitele $12{,}4.10^4...23{,}8.10^4$ kgf/cm^2.

Odată cu creşterea forţei de încărcare fisurile se deschid treptat, formînd crăpături, după care apar şi fisuri transversale. Cedarea epruvetelor de control s-a produs printr-o rupere aşchioasă a ceramicei. În unele cazuri ruperea s-a produs prin desfacerea în lamele subţiri a pereţilor exteriori ai blocurilor ceramice, ceea ce denotă fenomene de stratificare a masei ceramice la fasonare, fenomene care la scara unei producţii industriale trebuie evitate.

Datele obţinute pe epruvetele de control arată că materialul prezintă rezerve suficiente în ceea ce priveşte rezistenţa la compresiune, faţă de cerinţele de rezistenţă ale pereţilor la clădiri cu P + 4E, iar deformaţiile (la încărcări de scurtă durată) sînt relativ mici.

b) *Rezistenţa şi deformabilitatea la încovoiere a elementelor armate*

Încercările s-au efectuat pe grinzi buiandrug cu lungimea totală de 307 cm (egală cu lăţimea panourilor studiate) şi cu secţiunea de 50 cm × 26 cm. Pentru preluarea eforturilor de lunecare s-au prevăzut etrieri inchişi în dreptul fiecărui rost. Prin schema de încercare adoptată s-a căutat a se crea aproximativ condiţiile de lucru ale buiandrugului din cadrul panoului, folosind reazeme late dispuse la distanţa de 2,40 m, egală cu deschiderea maximă a golurilor de fereastră în proiectele tip 4017 şi 1013 I.P.C.T., pentru clădiri din panouri mari. Încărcarea s-a realizat prin forţe concentrate aplicate la treimile deschiderii (în trepte de cîte 1,12 tf la interval de 15 min), iar deformaţiile (săgeţile) s-au înregistrat în dreptul forţelor concentrate şi la mijlocul deschiderii, cu comparatoare avînd precizia de 0,01 mm. Rezultatele obţinute sînt redate în tabelul 2.

Tabelul 2

Grinda	Încărcarea totală		Momentul încovoietor efectiv		M_{fis}/M_r	Săgeata maximă la fisurare
	la fisurare N_{fis}	la rupere N_r	la fisurare M_{fis}	la rupere M_r		
nr.	t	t	tm	tm	%	mm
1	7,90	13,15	3,17	5,28	60	2,0
2	5,63	10,10	2,25	4,08	56	0,90
3	5,00	7,50	2,00	3,00	66,6	1,50
4	6,25	15,00	2,50	6,00	41,6	1,74

Primele fisuri au apărut în zona centrală, întinsă, a grinzilor, prin rosturile de mortar, iar ulterior au apărut fisuri şi la 45°, ce au străbătut blocurile ceramice. Încărcările totale la care au apărut primele fisuri au variat de la grindă la grindă, în limitele 5...7,9 tf, reprezentînd 41,6...66,6% din forţa de rupere.

Forţa echivalentă de fisurare revine la 2,8...4,5 t/ml, faţă de 1,25 t/ml cît reprezintă încărcarea de calcul pentru buiandrug.

Momentul încovoietor de fisurare a variat în limitele $M_{fis} = 2...3{,}17$ tm, iar la rupere $M_r = 3...6$ t/m, faţă de momentul încovoietor de calcul $M_c = 1$ tm.

Săgeata maximă la mijlocul deschiderii la încărcarea de fisurare a înregistrat valori cuprinse între 0,90...2 mm.

Cedarea grinzilor buiandrug s-a produs prin distrugerea blocurilor ceramice la compresiune în zona centrală şi prin curgerea armăturii întinse.

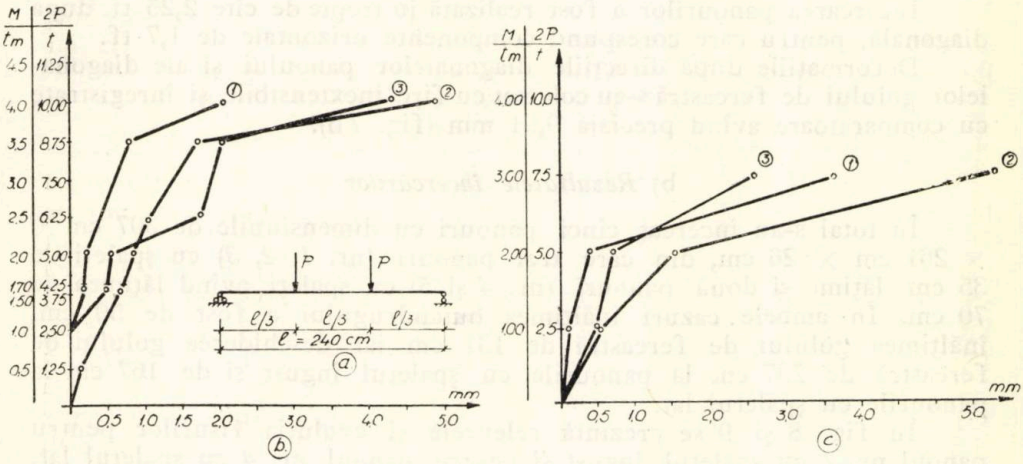


Fig. 6. — Schema de încercare şi diagrame încărcări-deformaţii buiandrugi.

(*b*) — buiandrug *3*, (*c*) — buiandrug *4*,

Diagramele încărcări-deformaţii (fig. 6) arată, pînă la forţa de fisurare, comportarea elastică a grinzilor, după care urmează o comportare elastico-plastică.

5. Determinarea capacităţii portante a panourilor la sarcini seismice

Cunoaşterea comportării panourilor mari ceramice la forţe provenite din cutremure constituie una din problemele principale ce condiţionează utilizarea lor la construcţia pereţilor portanţi în regiuni seismice. Acţionarea prin şoc a panourilor, similar solicitărilor seismice, prezintă dificultăţi în realizare.

De aceea, încercarea panourilor, în special a celor cu gol de fereastră, la forţe orizontale statice echivalente cu cele ce ar apare în caz de cutremure, poate permite o cunoaştere aproximativă a comportării spaleţilor, buiandrugilor şi parapetului la aceste solicitări.

a) *Condiţiile în care s-au efectuat încercările*

Prin cercetările efectuate s-a hotărît a se determina: a) forţa de fisurare a panourilor, b) forţa de rupere, c) deformabilitatea panourilor.

Încercarea s-a realizat cu ajutorul unui dispozitiv construit după un model utilizat în scopuri similare în străinătate [10].

Comprimînd panoul după diagonală cu ajutorul unei prese hidraulice (fig. 7 a), acesta este solicitat la două cupluri echivalente exterioare ce se echilibrează reciproc. Se poate admite că cuplul dat de componentele orizontale reprezintă ca acţiune la partea superioară şi ca reacţiune la partea inferioară, solicitarea seismică orizontală.

Încărcarea panourilor a fost realizată în trepte de cîte 2,25 tf după diagonală, pentru care corespund componente orizontale de 1,7 tf.

Deformaţiile după direcţiile diagonalelor panoului şi ale diagonalelor golului de fereastră s-au colectat cu fire inextensibile şi înregistrate cu comparatoare avînd precizia 0,01 mm (fig. 7 b).

b) *Rezultatele încercărilor*

În total s-au încercat cinci panouri cu dimensiunile de 307 cm × × 261 cm × 26 cm, din care trei panouri (nr. *1, 2, 3*) cu şpaleţi de 35 cm lăţime şi două panouri (nr. *4* şi *5*) cu şpaleţi avînd lăţimea de 70 cm. În ambele cazuri înălţimea buiandrugului a fost de 50 cm, înălţimea golului de fereastră de 131 cm iar deschiderea golului de fereastră de 237 cm la panourile cu şpaletul îngust şi de 167 cm la panourile cu şpaletul lat.

În fig. 8 şi 9 se prezintă releveele şi evoluţia fisurilor pentru panoul nr. *1* cu şpaletul îngust şi pentru panoul nr. *4* cu şpaletul lat, care pot fi considerate caracteristice pentru toate panourile încercate.

La panoul nr. *1* primele fisuri au apărut în nodurile *B* şi *C* (fig. 8) de pe diagonala întinsă, pornind de la exteriorul şpaleţilor, fiind orientate în lungul rosturilor orizontale de mortar. Valoarea forţei (componentei orizontale) în momentul cînd s-au produs aceste fisuri a fost de 3,4 t. Cînd componenta orizontală a ajuns la 5,12 t au apărut fisuri în nodurile *A* şi *B* de pe diagonala comprimată, iar fisura din nodul *C* (faţa tencuită) a continuat să progreseze. La 5,97 t au apărut fisuri în parapet, în zona nodului *A*, aproximativ verticale, iar fisurile din nodurile *C* şi *B* au înaintat pînă în zona comprimată. Tot la această încărcare, în şpaletul *BD* a apărut o fisură orientată aproximativ la 45°, cu deschiderea de circa 0,25 mm. Cedarea panoului s-a produs prin şpalet, în apropierea nodului *D*, cu dizlocări de bucăţi de bloc ceramic spre faţa exterioară netencuită (fig. 10, 11).

În buiandrug n-au apărut fisuri decît în momentul cedării panoului.

La panoul nr. *4* s-au observat microfisuri la o forţă orizontală de 6,15 t în zona nodului *D*. Prima fisură însă a apărut la o forţă orizontală de 11,1 t în nodul *B* pe faţa tencuită, avînd o lungime de 2/3 din înălţimea parapetului, cu deschiderea de circa 0,5 mm. Apariţia acestei fisuri a fost însoţită de o trosnitură. În momentul cînd forţa orizontală a ajuns la 11,9 t au mai apărut fisuri: în nodul *A*, pe ambele feţe ale parapetului şi în şpaletul *BD*, orientate aproximativ la 45°.

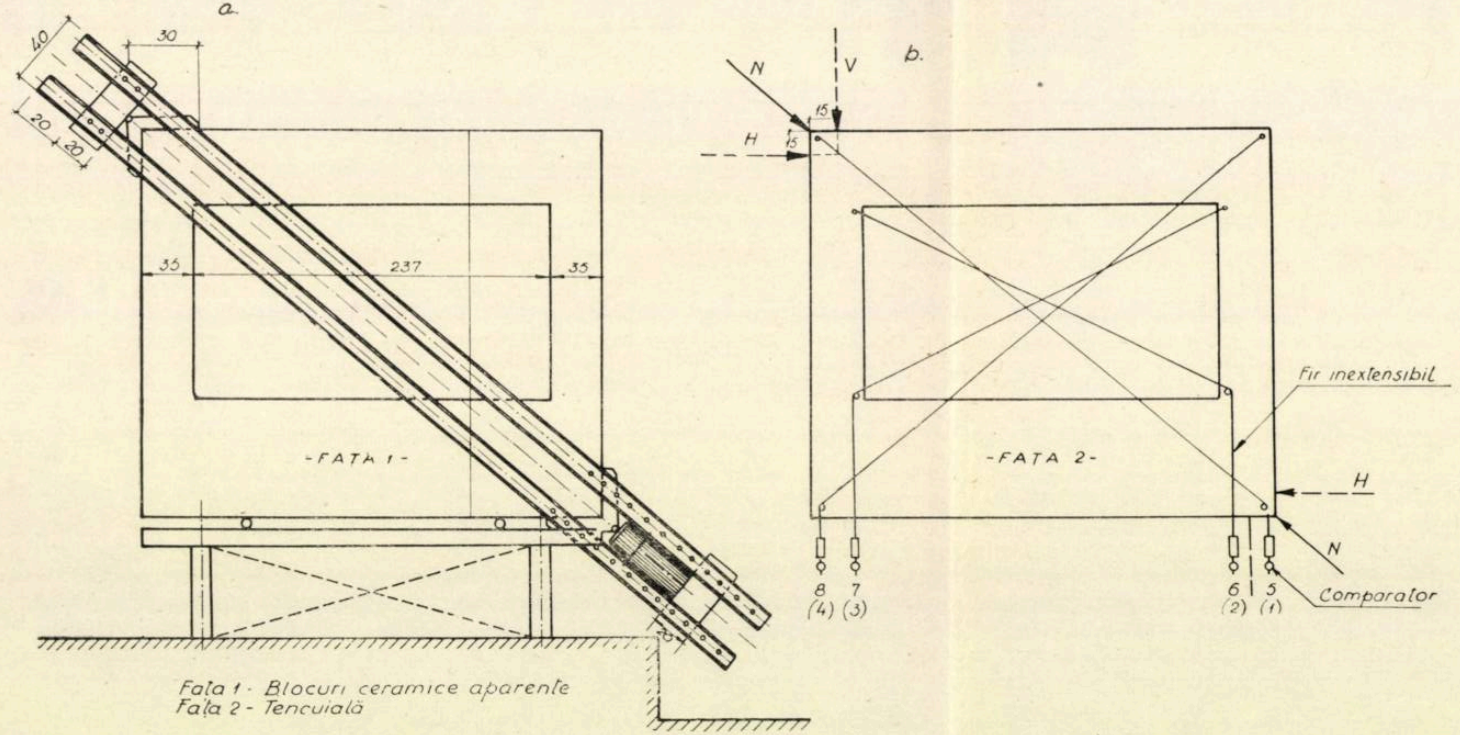


Fig. 7. — Schema de încercare.
a — dispozitivul de încercare; *b* – schema de solicitare şi măsurarea deformaţiilor.

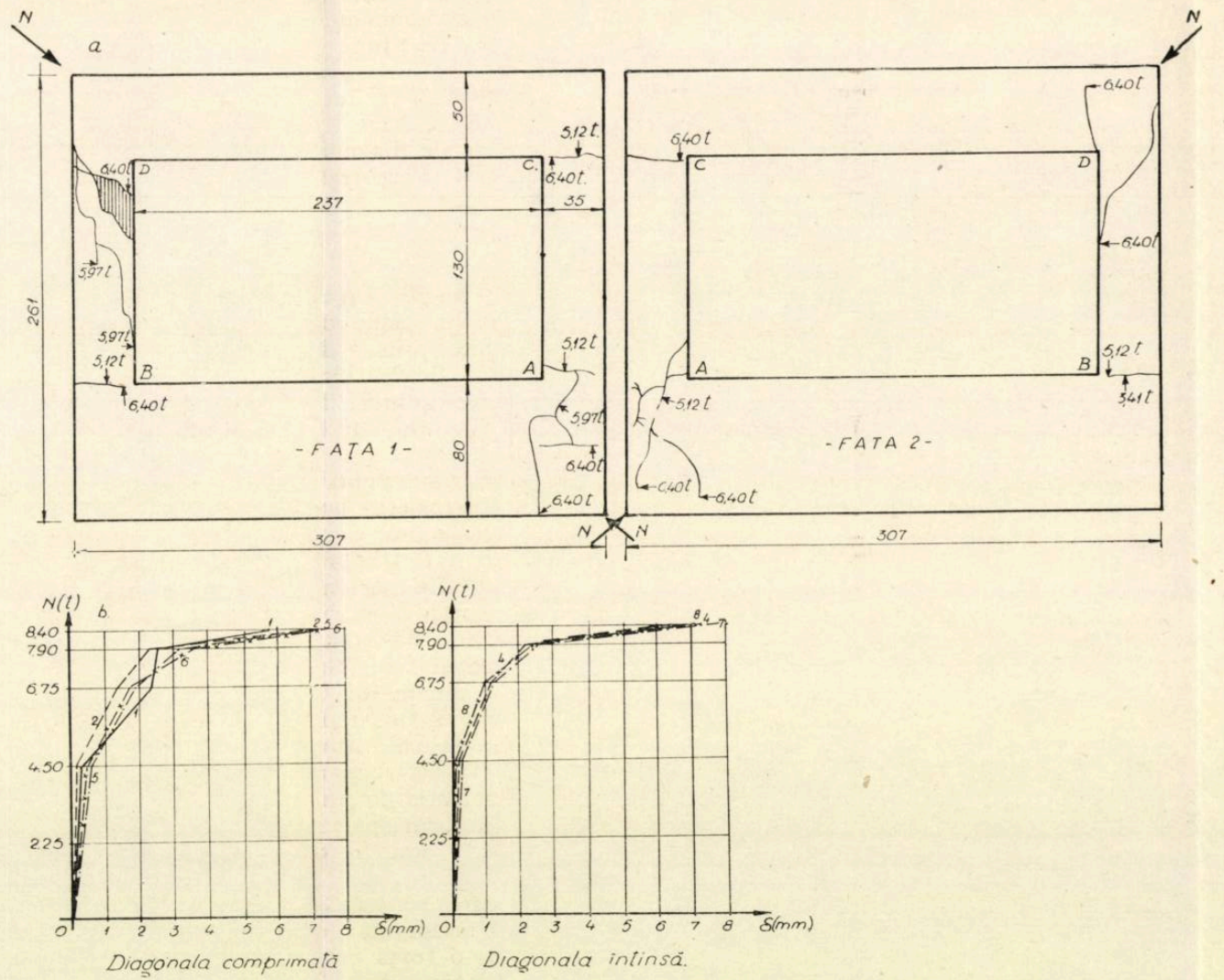


Fig. 8. — a) Releveul fisurilor: b) Diagrame încărcări-deformaţii.
——— — 1, 3; — · — · — 5, 7;
— — — — 2, 4; — × — × — 6, 8.

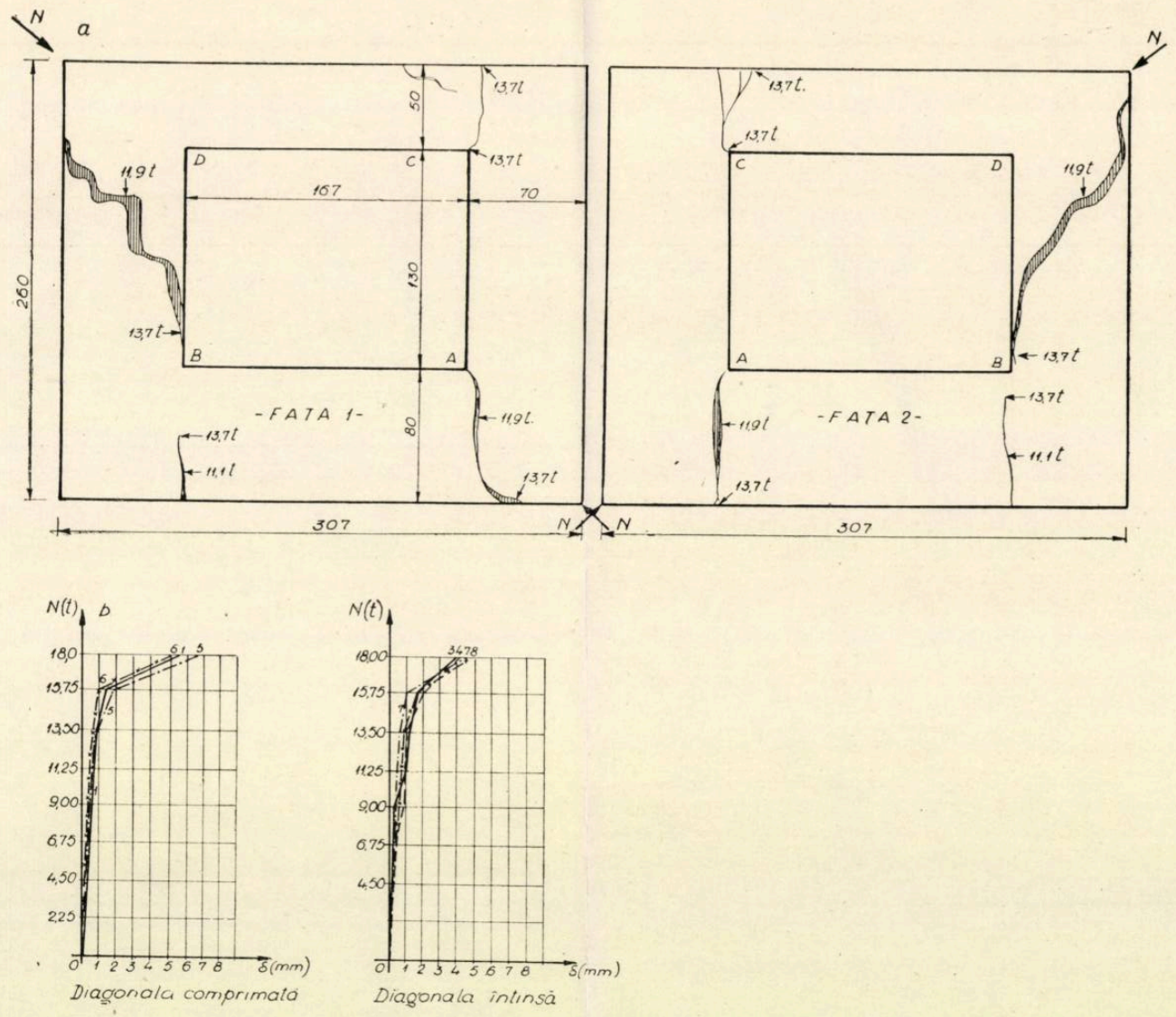
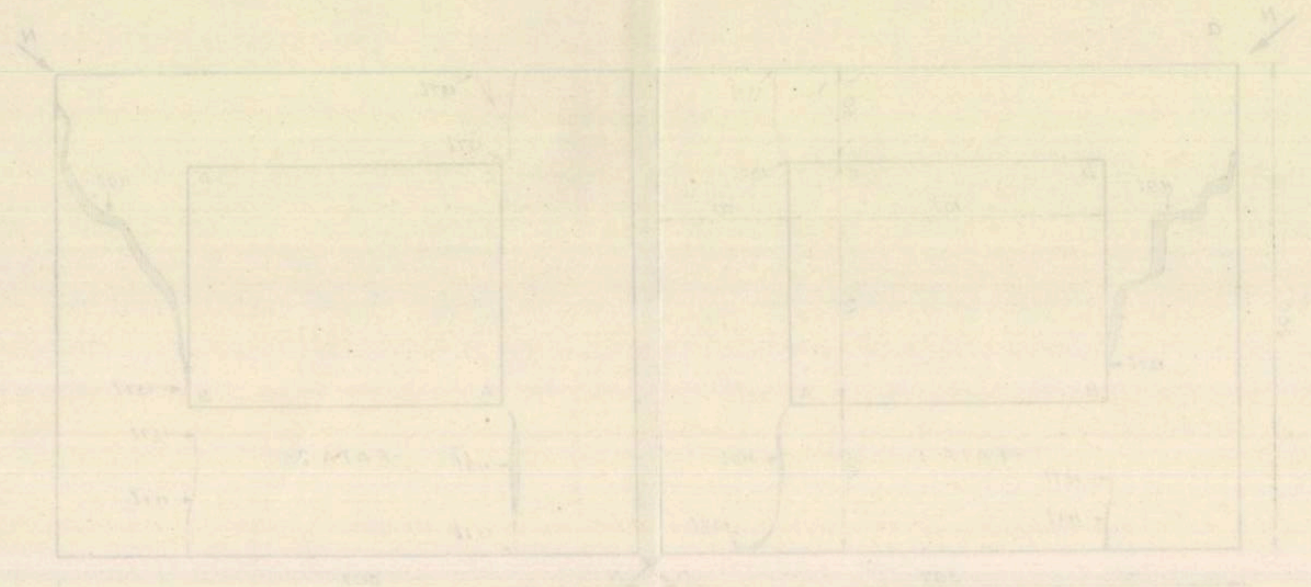
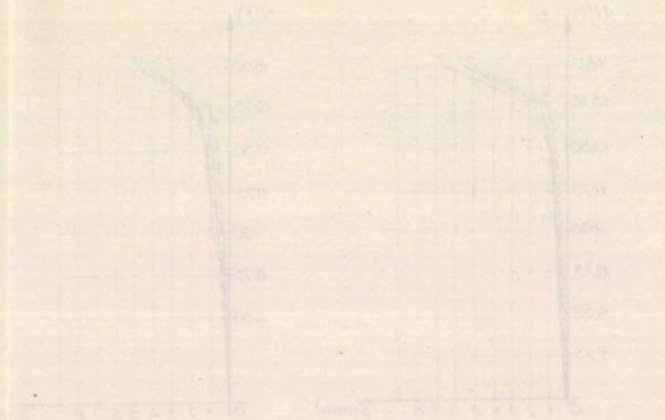
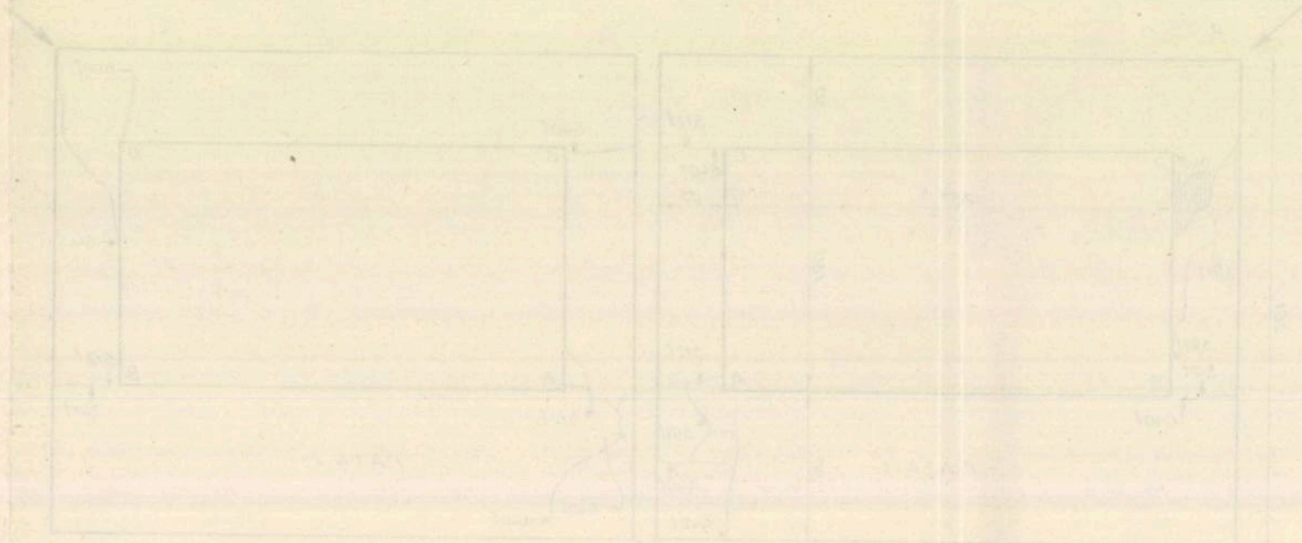
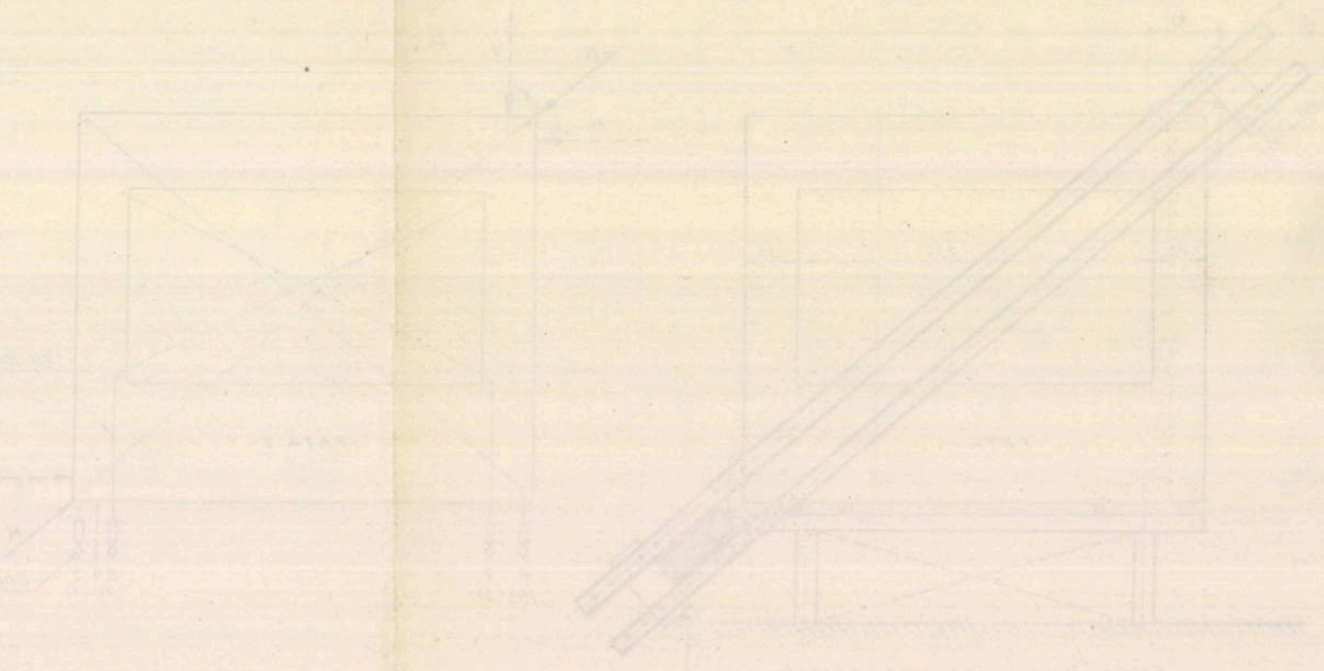


Fig. 9. — a) Releveul fisurilor; b) Diagrame încărcări-deformaţii.
——— — 1, 3; — · — · — 2, 7;
— — — — 2, 4; — × — × — 6, 8.









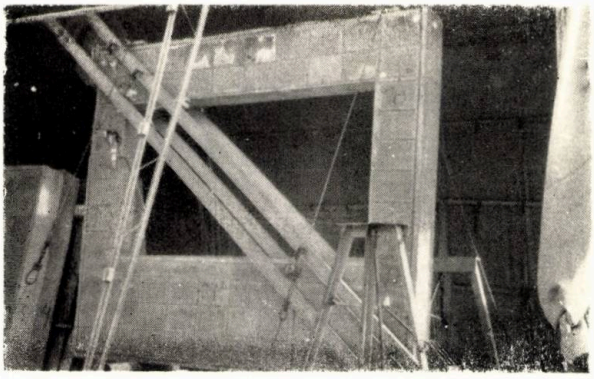


Fig. 10. — Aspectul feței panoului, cu blocurile ceramice aparente, în momentul cedării.

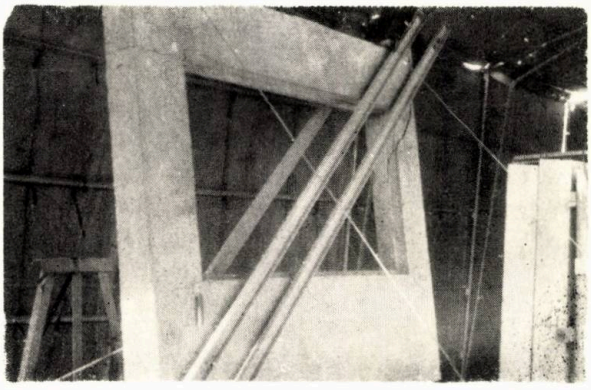


Fig. 11. – Aspectul feței tencuite în momentul cedării panoului.

Fig. 12. — Modul de rupere al spaleţilor.

La forţa de 18 t după diagonală (13,7 t după direcţia orizontală), fisura din stîlpişorul *BD* s-a deschis pînă la 2 cm şi şpaletul a cedat.

Ruperea şpaleţilor s-a produs datorită eforturilor principale. Ruperea s-a produs atît prin blocurile ceramice cît şi prin mortar (fig. 12), ceea ce arată o bună conlucrare între cele două materiale.

În tabelul 3 sînt redate valorile forţelor de fisurare şi ale forţelor de rupere obţinute la cele cinci panouri încercate. După cum se observă, apariţia fisurilor a avut loc la o încărcare egală cu 30...53% din forţa de rupere.

Forţa de rupere (componenta orizontală) a variat după construcţia panoului; la cele cu şpalet îngust — 6,4...8,85 t, iar la cele cu şpalet lat forţa de rupere a fost de aproape două ori mai mare, anume, 13,70...16,0 t.

Din analiza diagramelor încărcări-deformaţii (fig. 8, 9) se observă că, în general, pînă la forţa de fisurare (egală cu 2,65...3,56 t la panourile cu şpalet îngust şi egală cu circa 6,20 t la panourile cu şpalet lat) comportarea panourilor poate fi considerată elastică. Lungirea diagonalei întinse este aproape egală în valoare absolută cu scurtarea diagonalei comprimate.

Deformaţii în lungul diagonalelor, normale pe planul panourilor, nu s-au înregistrat, ceea ce înseamnă că o distrugere a acestora prin pierderea stabilităţii nu poate avea loc.

Caracteristicile privind deformabilitatea panourilor pentru încărcarea la fisurare şi pentru o încărcare de 70% din încărcarea de rupere ($N = 0{,}7\ N_r$) sînt redate în tabelul 3.

Se analizează: a) deplasarea δ a părţii superioare a panoului; b) deformaţia unghiulară $\gamma = \delta/H$ a panourilor (în care H — înălţimea panoului); c) coeficientul de deformabilitate $D = \delta/N_{criz}$ al panourilor.

Deplasarea părţii superioare a panourilor s-a determinat cu relaţia:

$$\delta = [(\varepsilon_t + \varepsilon_c)/2] \cos \alpha,$$

în care: ε_t şi ε_c — deformaţiile absolute înregistrate după diagonala întinsă şi cea comprimată, α — unghiul format de diagonală cu latura orizontală a panoului.

Pentru panourile cu şpalet îngust, la forţa de fisurare s-a obţinut o deplasare a părţii superioare $\delta = 0{,}168...0{,}266$ mm iar pentru o forţă egală cu $0{,}7\ N_r$, $\delta = 0{,}766...1{,}27$ mm. La panourile cu şpalet lat diferenţele dintre valorile lui δ, corespunzătoare forţei de fisurare şi forţei $N = 0{,}7\ N_r$, sînt mai mici.

Valorile privind deformaţia unghiulară γ a panourilor au rezultat mai mari la panourile cu şpalet îngust ($\gamma = 1/9\,750...1/15\,500$) şi mai mici la cele cu şpalet lat ($\gamma = 1/7\,750...1/8\,650$), ceea ce nu este normal dacă se ţine seama de rigiditatea mult mai mare a acestora din urmă. Coeficientul de deformabilitate la încărcarea de fisurare variază în limite strînse de la un panou la altul şi anume: $D = 0{,}064...0{,}075$ mm/t pentru panourile cu şpalet îngust şi $D = 0{,}048...0{,}054$ mm/t pentru panourile cu şpalet lat. Odată cu creşterea încărcării a crescut şi valoarea coeficientului de deformabilitate, fapt care se datoreşte modificărilor caracteristicilor elastice ale zidăriei.

Tabelul 3

Panoul nr.	Încărcarea la fisurare N_{fis} după diagonală/componenta orizontală	Încărcarea la rupere N_r după diagonală/componenta orizontală	N_{fis}/N_r %	Deplasarea părţii superioare a panoului mm		$\gamma = \delta/H$		Coeficientul de deformabilitate al panoului $D = \delta/N_{oriz}$	
				la fisurare	la $N = 0{,}7\ N_r$	la fisurare	la $N = 0{,}7\ N_r$	la fisurare	la $N = 0{,}7\ N_r$
1	4,5/3,4	8,40/6,40	53	0,238	1,27	1/11 000	1/2 030	0,070	0,197
2	3,75/2,65	12,50/8,85	30	0,168	0,766	1/15 500	1/3 400	0,064	0,087
3	5,0/3,56	10,0/7,10	50	0,266	1,02	1/9 750	1/2 550	0,075	1,45
4	8,70/6,15	18,0/13,70	43	0,336	0,61	1/7 750	1/4 300	0,054	0,063
5	8,75/6,25	22,50/16,0	39	0,301	1,13	1/8 650	1/2 300	0,048	0,093

În tabelul 4 se prezintă valorile momentelor încovoietoare de fisurare şi de rupere din nodurile *C* şi *B*, calculate prin metoda lucrului mecanic, considerînd panoul cu gol de fereastră ca un cadru închis.

Tabelul 4

Panoul nr.	Forţa oriz. de fisurare N_{fis} t	Momentul de fisurare M_{fis} tm		Forţa oriz. de rupere N_r t	Momentul de rupere M_r tm	
		Nodul *C*	Nodul *B*		Nodul *C*	Nodul *B*
1	3,40	1,45	1,97	6,40	2,73	3,60
2	2,65	1,13	1,53	8,45	3,61	4,89
3	3,56	1,52	2,06	7,10	3,03	4,11
4	6,15	2,36	3,62	13,70	5,29	8,06
5	6,25	2,41	3,68	16,00	6,18	9,41

Pentru panourile cu şpaletul îngust rezultă momente încovoietoare la fisurare (în nodul *B*) egale cu 1,53...2,06 tm, iar pentru cele cu şpalet lat $M_{fis} = 3{,}62...3{,}68$ tm.

Momentele încovoietoare de rupere rezultă egale cu 3,60...4,89 tm pentru panoul cu şpalet îngust şi cu 8,06...9,45 tm pentru cele cu şpalet lat.

6. Concluzii

1. Primele fisuri în panouri apar, în general, la baza şpaleţilor sau la partea lor superioară, prin rosturile de mortar, la încărcări egale cu 0,30...0,53 din forţa de rupere.

2. Forţa de rupere (componenta orizontală) la panourile armate în condiţii obişnuite, constructive, cu şpalet îngust (alcătuit dintr-un singur şir de blocuri ceramice), poate avea valori de 6,40...8,85 t. La panourile cu şpalet lat (alcătuit din două şiruri de blocuri ceramice) forţa de rupere creşte de aproape două ori în comparaţie cu forţele de rupere obţinute la panourile cu şpalet îngust, ajungînd la 13,70...16,0 t.

3. Coeficientul de deformabilitate la forţa de fisurare, variază după construcţia panoului; la cele cu şpalet îngust rezultă 0,11...0,13 mm/t, iar la cele cu şpalet lat coeficientul de deformabilitate este mai mic, şi anume 0,083...0,093 mm/t.

Odată cu creşterea încărcării panoului creşte şi coeficientul de deformabilitate.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de construcţii
şi
INCERC, filiala Iaşi

BIBLIOGRAFIE

1. Лундина М. Г., Кошляк Л. Л., Строит. мат., 1962, *8*.
2. Пудовкин Е. Г.. Строит. мат., 1962, *11*.
3. * * * Cahiers du C. S. T. B., Paris, 1963, *60*, F_2, p. 496.
4. * * * Cahiers du C. S. T. B., Paris, 1963, *62*, F_6, p. 516.
5. * * * Cahiers du C. S. T. B., Paris, 1963, *65*, F_{12}, p. 546.
6. Klen S., Vush, Baustoffindustrie, 1962, *1*.
7. Potrzebovski H., Ceramika Budowlana, 1963, *3*.
8. Сачанский С., Малчев Р., Строит. мат., 1963, *2*.
9. Фокин К. Ф., Брилинг Р. Е., Хлебчюк В. Р., Строит. мат., 1963, *9*.
10. Кучебаев М. М., Жаров А. М., *Исследование панелей для стен при действии сдвигающих сил в плоскости панели. Исследование по сейсмостойкости крупнопанельных и каменных зданий*. М., 1962.

RECHERCHES CONCERNANT LA CAPACITÉ PORTANTE DES GRANDS PANNEAUX EN BLOCS CÉRAMIQUES, AVEC UNE FENÊTRE, À L'ACTION DES FORCES HORIZONTALES, EN ACTIONNANT DANS LEUR PLAN

(Résumé)

On expose les résultats des recherches expérimentales, effectuées à l'échelle naturelle, concernant la comportement des panneaux en grands blocs céramiques et granulits, avec une fenêtre, à l'action des forces horizontales, en actionnant dans leur plan.

Les panneaux sont realisés par de blocs céramiques, ayant les dimensions: 280 (260) mm × 245 mm × 190 mm, avec la capacité des brèches de 55%.

Les résultats obtenus ce rapportent: à la structure des panneaux; à leurs technologie d'exécution; aux caractéristiques mécaniques et élastiques de la maçonnerie vibrée utilisée; aux valeurs des forces de fissure et de rupture; aux valeurs des caractéristiques de déformations des panneaux.

Explications des figures

Fig. 1. — Bloc en céramique, type gaufre.
Fig. 2. — Structure des panneaux en céramique étudiés.
Fig. 3. — Emplacement des blocs céramiques en formes.
Fig. 4. — Les panneaux céramiques après leur confection.
Fig. 5. — Diagramme des efforts-déformations à la compression, (éprouvette *3*); $N_{fis} = 35$ t, $N_r = 81{,}6$ t, $\sigma_r = 102$ kg/cm².
Fig. 6. — Schéma d'essai et diagrammes des charges-déformations des linteaux des fenêtres. (*b*) linteau *3*, (*c*) linteau *4*.
Fig. 7. — Schéma d'essai. *a* — dispositif d'essai; *b* — schéma de solicitation et mesure des deformations. Face I — blocs en céramique apparente; face II — l'enduit.
Fig. 8. — *a* — relèvement des fissures; *b* — diagrammes des charges-déformations. ——— *1, 3*; — — — *2, 4*; — . — . — *5, 7*; — × — × — *6, 8*.
Fig. 9. — *a* — relèvement des fissures; *b* — diagrammes des charges-déformations. — *1, 3*; — — — *2, 4*; — . — . — *5, 7*; — × — × — *6, 8*.
Fig. 10. — Aspect de la face du panneau, à blocs céramiques apparents, au moment de la rupture.
Fig. 11. — Aspect de la face enduite au moment de la rupture des panneaux.
Fig. 12. — Mode de rupture des espaliers.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 691.3

INFLUENŢA ÎNCĂLZIRII ELECTRICE ŞI A ÎNTINDERII BARELOR DIN OŢEL PESTE LIMITA DE CURGERE ASUPRA PROPRIETĂŢILOR MECANICE ALE ARMĂTURILOR CU PROFIL PERIODIC, FOLOSITE ÎN CONSTRUCŢIILE DIN BETON PRECOMPRIMAT

DE

ANATOLIE MIHUL, MARCEL PATRAŞ, ARIADNA BOGHIAN, CHIMON CAPATU, C. LEONTE şi AURELIA BRĂDĂŢEANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Consideraţiuni de principiu

Armătura sub formă de bare de diametru mare (8...36 mm) este folosită în construcţiile de beton precomprimat pe scară din ce în ce mai largă (cu toate că prezintă rezistenţe limită inferioare sîrmelor din oţeluri superioare), datorită multiplelor avantaje pe care le prezintă, dintre care menţionăm : a) posibilitatea concentrării armăturilor de rezistenţă într-un număr redus de bare (ceea ce permite reducerea secţiunii zonei întinse), b) obţinerea unor distanţe mai mari între bare (ceea ce permite folosirea betoanelor cu agregat grosier şi deci reducerea consumului de ciment), c) reducerea manoperei necesare pentru confecţionarea armăturilor (pentru întinderea barelor sînt necesare 20...70 oameni zile/t oţel, pentru cabluri sau corzi independente 60...130 oameni zile/t de oţel), d) reducerea manoperei pentru pretensionare (faţă de cabluri sau corzi independente în medie cu circa 30%), e) simplificarea operaţiilor de blocare, f) posibilitatea aplicării fără dificultăţi a procedeului electrotermic pentru pretensionare, g) obţinerea unor rezistenţe ridicate la acţiunea agenţilor agresivi (ceea ce permite ca unele construcţii să poată fi proiectate corespunzător gradului III de fisurare), h) realizarea unei conlucrări mai favorabile între beton şi armătură prin realizarea unei aderenţe foarte bune între beton şi armătură (ceea ce are ca efect obţinerea unei bune redistribuiri a tensiunilor la apariţia deformaţiilor plastice mari, formarea articulaţiilor plastice, eliminarea producerii unor ruperi casante) etc.

Oţelurile fabricate în ţara noastră sub formă de bare cu profil periodic, de diametru mare, ce pot fi folosite în betonul precomprimat, sînt : OLX 50 (a cărui fabricaţie astăzi este foarte redusă), OLX 52 (se produce curent), OLX 60 (se produce la cerere) şi OLX 90 (a fost fabricat experimental). În tabelul 1 sînt dete, comparativ, compoziţiile chimice ale oţelurilor romîneşti (asupra cărora am efectuat încercările) şi oţelurile similare sovietice.

Din analiza datelor experimentale, de laborator (fig. 1), efectuate asupra oţelurilor OLX 60 şi OLX 52 neprelucrate, rezultă că limita de curgere, care este < 4500 kg/cm^2, nu permite folosirea lor la con-

Tabelul 1

Componenta chimică	Denumirea oţelurilor romîneşti şi sovietice					
	OLX 52	OLX 60	(25G2S)	OLX 90	(30HG2S-A)	(30HG2S-B)
C%	0,20	0,23	0,27...0,28	0,31	0,27	0,33
Mn%	1,39	0,46	1,40...1,34	1,34	1,58	1,44
S%	0,022	0,018	0,034...0,027	0,019	0,023	0,029
P%	0,026	0,026	0,017...0,022	0,026	0,020	0,023
Si%	0,30	0,760	0,840...0,810	0,89	0,81	0,78
Cr%	0,20	0,110	—	0,77	0,73	0,80
Ni%	—	0,100	—	0,15	—	—
Cu%	—	0,180	—	0,26	—	—
σ_r	5 300...6 000	5 950...6 600	—	10 500...11 900	—	—
$\sigma_{0,2}$	3 200...3 470	3 580...4 300	—	5 300...6 200	—	—
fără	20%...25%	19%...21%	—	2,2%...6,5%	—	—
δ_{10}	17%...19%	13,6%...15%	—	—	—	—
δ_{10} gîtuire						

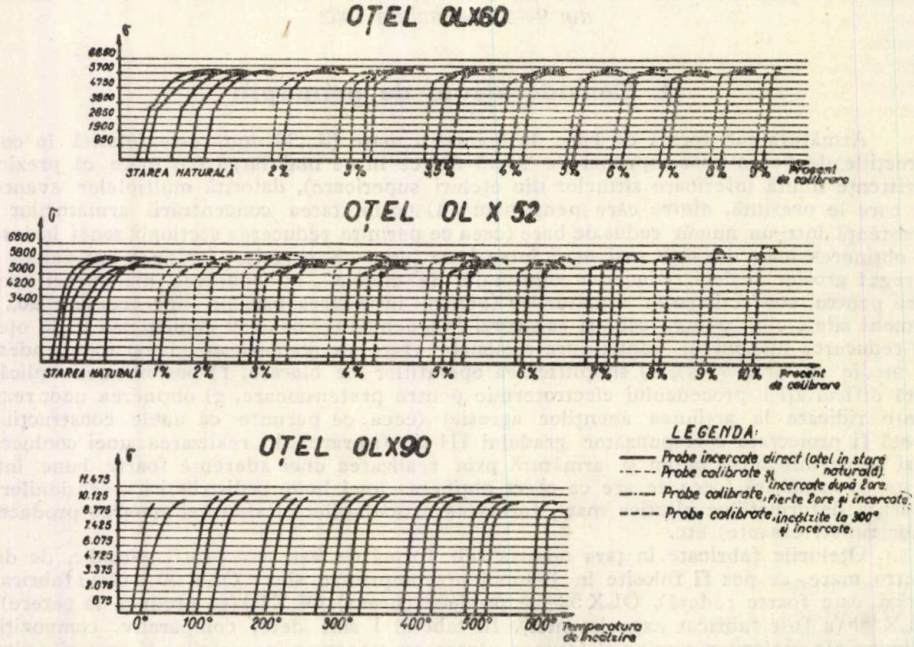


Fig. 1

structțiile de beton precomprimat. Totodată folosirea acestor oțeluri, în starea în care sînt produse fără a se efectua un tratament oarecare, în construcțiile de beton armat, apare nerațională deoarece rezistența de rupere a lor este mult îndepărtată de rezistența de curgere, ceea ce nu asigură decît un coeficient redus de utilizare (fig. 6, 7). Se observă de asemenea faptul că deformațiile totale la aceste oțeluri sînt mult superioare deformațiilor necesare pentru a se asigura o bună conlucrare între beton și armătură. Astfel, la oțelul OLX 52 — la care deformația totală la întindere fără gîtuire, este de 17%...19% — limita de curgere rezultă de 3 200...3 470 kg/cm^2, în timp ce rezistența la rupere este de 5 300...6 000 kg/cm^2, ceea ce corespunde la un coeficient de utilizare a oțelului $C = \sigma_c/\sigma_r = 0{,}60...0{,}65$ și care revine la un indice specific de cost (cost/t oțel)/(kg/cm^2) = 0,43 (s-au luat în considerație prețurile vechi la oțeluri). La oțelul OLX 60, la care deformația totală de rupere, fără gîtuire, este de 13...15%, limita de curgere rezultă de $\sigma_c = 3\,500...4\,300$ kg/cm^2, iar cea de rupere $\sigma_r = 5\,950...6\,600$ kg/cm^2, ceea ce corespunde la un coeficient de utilizare a oțelului $C_u = \sigma_c/\sigma_r = 0{,}59...0{,}68$ și la un indice specific de cost de circa 0,45...0,55.

Folosirea acestor oțeluri apare rațională numai în cazul cînd limita lor de curgere este ridicată la valori apropiate de limita de rupere, în așa mod încît coeficientul de utilizare să fie de cel puțin 0,80 (fiind folosite în construcțiile de beton precomprimat).

Procedeul care stă la îndemîna tuturor întreprinderilor de construcții, în vederea ridicării limitei de curgere, îl reprezintă întinderea forțată a barelor la rece, pînă la un anumit efort care va constitui aproximativ limita de curgere a oțelului prelucrat (pentru simplificarea aproximării vom denumi această operație pe scurt „calibrare"). Calibrarea oțelurilor OLX 52 și OLX 60 este posibil a se face, în condiții avantajoase, datorită faptului că aceste oțeluri prezintă rezerve importante de plasticitate, care nu pot fi folosite sub nici o formă în totalitatea lor (în alte condiții), fiind mult prea mari față de cele ce sînt necesare pentru a asigura o bună conlucrare între beton și armătură.

Nu același lucru se întîmplă cu oțelurile OLX 90, ce au fost fabricate la noi în țară, la care cu toate că coeficientul de utilizare este de asemenea redus, ridicarea limitei convenționale de curgere $\sigma_{0,2}$ nu este posibilă deoarece alungirile totale pe care le prezintă aceste oțeluri, sînt foarte reduse, rezerva de plasticitate fiind insuficientă — uneori chiar pentru asigurarea unei bune conlucrări între beton și armătură.

Prin aplicarea procedeului electrotermic la pretensionarea armăturilor se produc modificări ale proprietăților fizico-mecanice ale oțelurilor. Odată cu creșterea temperaturii sporește mobilitatea atomilor, spațiile între particule se măresc, se reduc forțele de atracție, se micșorează frecarea pe suprafața granulelor, crește posibilitatea de deplasare a particulelor datorită căreia crește și viteza de relaxare a eforturilor și deci stabilitatea la relaxare a materialului se reduce.

Gradul de modificare a proprietăților fizico-mecanice ale oțelurilor datorită efectului de încălzire depinde de o serie de factori, dintre care cu pondere mai mare intervin: temperatura la care se realizează încălzirea, durata de încălzire, compoziția chimică a oțelurilor, stuctura oțelului și modul de tratare mecanică sau termică pe care a suferit-o armătura înainte de a fi supusă încălzirii electrice.

Cercetările experimentale efectuate au urmărit să stabilească temperaturile și duratele optime, care în cazul pretensionării armăturilor

prin procedeul electrotermic să asigure realizarea unor alungiri corespunzătoare efortului de pretensionare σ_0 şi a alungirii neîmpiedicate, necesare rezolvării problemelor tehnologice; totodată s-a urmărit să se stabilească condiţiile optime de lucru ce trebuie create la încălzirea armăturilor pentru a se obţine în cea mai mare măsură posibilă, îmbunătăţirea proprietăţilor mecanice ale oţelurilor.

2. Oţelul OLX 90

Din încercările efectuate pe epruvete (circa 200 bucăţi) recoltate din barele de oţel OLX 90, fără a fi supuse la nici un tratament termic, (după fabricaţie), au rezultat următoarele caracteristici: a) rezistenţa de rupere $\sigma_r = 10\,500...11\,900$ kg/cm² (∅ 16...∅ 29), b) limita convenţională de curgere $\sigma_{0,2} = 5\,400...6\,300$ kg/cm², c) modulul de elasticitate $E = 2{,}00...2{,}03 \cdot 10^6$ kg/cm², d) limita convenţională de elasticitate (limita tehnică de elasticitate) $\sigma_{0,02} = 4\,100...4\,200$ kg/cm², e) limita „de calcul" $\sigma_{0,1} = 4\,700...4\,600$ kg/cm², f) alungirea specifică $\delta_{10} = 2{,}3...6{,}5\%$.

Din datele obţinute se constată că alungirea totală a oţelului OLX 90 este foarte redusă şi variază între limite foarte îndepărtate. Ruperea epruvetelor din oţel OLX 90 s-a produs totdeauna casant, fără a avea loc gîtuirea probelor. Ruperea epruvetelor s-a produs totdeauna în zona de prindere a lor în bacuri, ceea ce a scos în evidenţă posibilităţile reduse de adaptare a barelor, ca urmare a rezervei reduse de deformaţii plastice. Curba caracteristică a acestor oţeluri este apropiată de o linie dreaptă, foarte puţin curbată în partea superioară (v. fig. 1); la nici una din epruvetele încercate nu a apărut palier de curgere distinct.

Pentru a se urmări influenţa încălzirii asupra proprietăţilor mecanice s-au încercat un număr de circa 240 epruvete recoltate din 12 bare diferite. Probele, de lungime 35...45 cm, au fost încălzite la temperaturile de: 100°, 200°, 300°, 400°, 500° şi 600°C. Încălzirea probelor s-a efectuat în două moduri: în cuptor electric şi cu ajutorul staţiei de încălzire electrotermică (reprezentată în fig. 2). Din comparaţia rezultatelor obţinute, în ceea ce priveşte modificarea proprietăţilor fizico-mecanice, nu s-a constatat o influenţă diferită a celor două moduri de încălzire. Controlul temperaturilor la încălzirea în cuptorul electric s-a făcut cu un termocuplu cu care se puteau efectua măsurători ale temperaturii (din cuptor) cu o precizie de $\pm 10°...\pm 15°$C. Controlul temperaturilor la barele încălzite în instalaţia electrotermică s-a efectuat cu termocuple care au fost fixate pe bară prin intermediul unei menghine speciale (folosindu-se pentru izolaţie plăcuţe de asbest) şi cu ajutorul unor termometre care se aeşzau într-o baie cu mercur (fig. 3). Măsurarea temperaturilor la barele pretensionate (din care de asemenea au fost recoltate probe) s-a efectuat cu ajutorul unor aliaje din plumb şi cositor care se topeau la anumite temperaturi, ce au fost determinate în laborator. Durata de încălzire a probelor în cuptorul electric a fost menţinută constantă timp de 25 min (interval impus de condiţiile de încălzire). Întrucît măsurarea temperaturilor la cuptorul electric era mai simplu de efectuat, marea majoritate a epruvetelor încercate au fost încălzite în cuptor. Pentru a se putea face unele aprecieri cu privire la influenţa duratei de încălzire asupra gradului de modificare a proprietăţilor mecanice s-au efectuat o serie de încercări şi asupra epruvetelor, care au fost încălzite la temperatura de 350°C cu ajutorul staţiei (fig. 2), în intervale de timp diferite, care au variat între 6 min şi 60 min. Modificarea intervalului a fost posibilă prin variaţia intensităţii de curent şi a lungimilor barelor ce se încălzeau.

Din rezultatele obţinute s-a constatat că pentru intervale de timp cuprinse între 6 min şi circa 25 min efectul timp a fost puţin resimţit (diferenţa la $\sigma_{0,2}$ este de circa 2%). Numărul redus de încercări care s-au

efectuat pentru durate de încălzire mai mari decît 25 min (în urma comparațiilor efectuate cu cele obținute pe epruvetele încălzite în intervale de 6 min) a permis totuși a preciza faptul că gradul de modificare a proprietăților mecanice este cu atît mai important cu cît durata de încălzire este mai mare. Diferențele între $\sigma_{0,2}$ la oțelul OLX 90 (care nu a suferit o prelucrare la rece) nu depășesc 6% pentru intervalele menționate.

SCHEMA INSTALAȚIEI PENTRU ÎNCALZIREA ELECTRICĂ A BARELOR

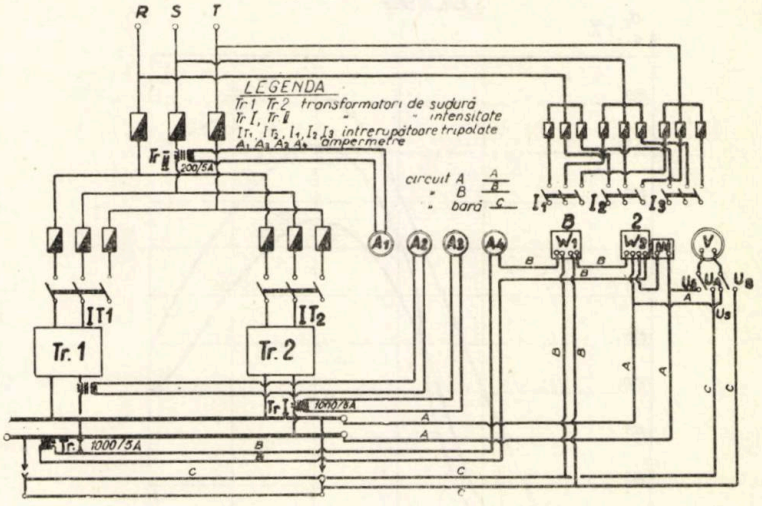


Fig. 2

Pentru determinarea proprietăților fizico-mecanice, probele care au fost încălzite s-au încercat la o presă de 50 t. Deformațiile s-au măsurat cu traductori rezistivi și cu aparatul Martens cu oglinzi.

În graficul din fig. 4 sînt prezentate rezultatele obținute referitoare la creșterea limitei tehnice de curgere $\sigma_{0,2}$, limitei convenționale (tehnice) de elasticitate $\sigma_{0,02}$ și a limitei $\sigma_{0,1}$, obținute după ce barele au fost încălzite la diferite temperaturi, în raport cu valoarea limitelor determinate pe epruvetele recoltate din aceleași bare, la temperatura de 20°C. Durata de încălzire pentru aceste bare a fost menținută practic constantă (de circa 25 min).

Pentru intervalul de 25 min, pînă la temperatura de 100°C și la unele bare chiar pînă la 175°C, încălzirea nu exercită o influență sensibilă asupra caracteristicilor mecanice ale oțelurilor. Din datele prezentate în fig. 4 se observă că limita convențională de curgere $\sigma_{0,2}$ crește cu temperatura de încălzire; pentru temperatură de 400°C limita convențională de curgere atinge valoarea maximă, fiind de 1,35 ori mai mare decît valoarea inițială, iar la temperatura de 600°C scade pînă la 1,08...1,20 din valoarea inițială.

Limita „de calcul" $\sigma_{0,1}$, pînă la temperatura de circa 200°C, nu creşte prea mult; în intervalul de 200°... 400°C se constată însă o creştere importantă a limitei $\sigma_{0,1}$, ajungînd la temperatura de 400°C la valori cu 35...45% mai mari decît cele obţinute la încercarea barelor neîncălzite. Pentru temperaturi ce depăşesc 400°C se constată o scădere a valorilor limitelor $\sigma_{0,1}$, care rămîn totuşi, la epruvetele încălzite la 600°C, cu 20% mai mari decît cele obţinute prin încercarea epruvetelor neîncălzite.

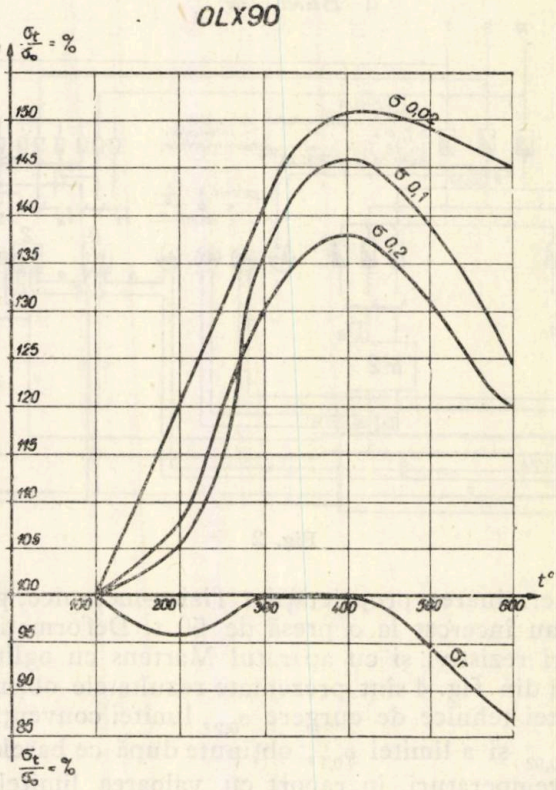


Fig. 4

Limita convenţională (tehnică) de elasticitate $\sigma_{0,02}$, creşte cu temperatura, faţă de celelalte limite, în proporţia cea mai mare. La temperatura de 400°C creşterea valorii limitei $\sigma_{0,02}$ depăşeşte în unele cazuri 50% faţă de valoarea obţinută la epruvetele neîncălzite. Depăşind temperatura de 400°C se observă o scădere a creşterii rezistenţelor, care la temperatura de 600°C se menţin totuşi încă la un spor de 40...45% faţă de valorile obţinute pe epruvetele neîncălzite.

Rezistenţa de rupere este influenţată de creşterea temperaturii pînă la 400°C, în proporţii neînsemnate. La temperaturi ce depăşesc 400°C

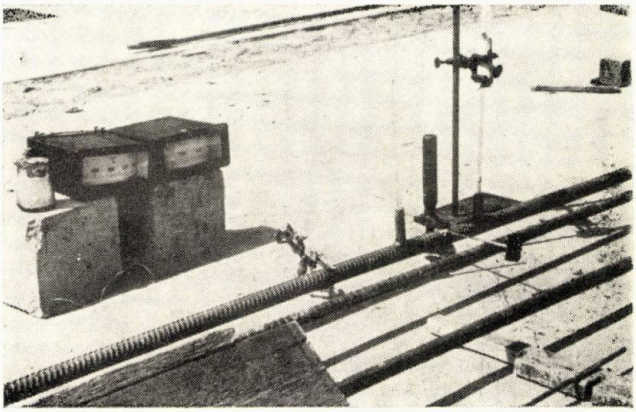


Fig. 3

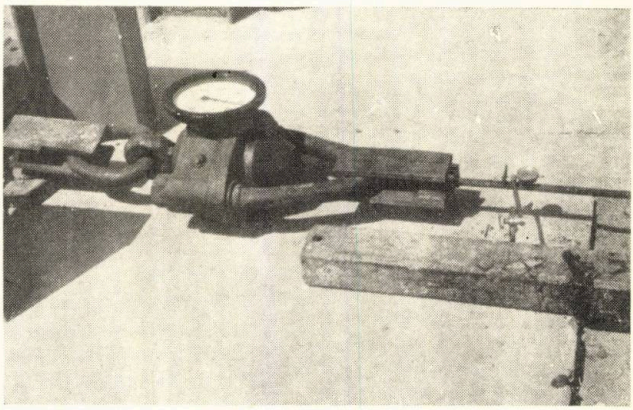


Fig. 5a

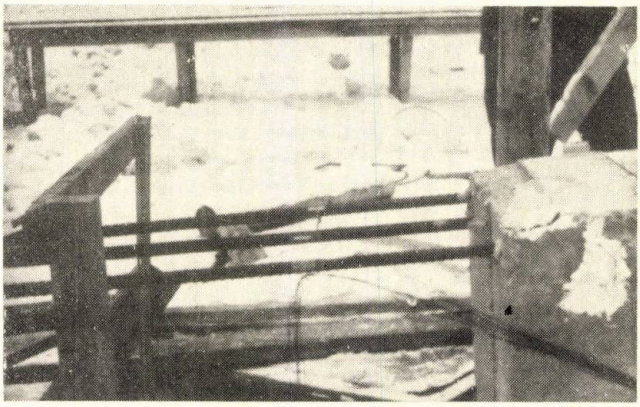


Fig. 5b

se constată o scădere continuă a rezistenței de rupere. Astfel, rezistența de rupere obținută la încercarea epruvetelor ce au fost încălzite la temperatura de 600°C, reprezintă 85% din rezistența de rupere obținută pe epruvetele neîncălzite. Scăderea rezistenței de rupere la temperaturi ridicate a fost scoasă în evidență la încercările întreprinse de noi asupra sudurilor, iar în străinătate, și la încercarea barelor ambutisate la capete.

Limitele inferioare și superioare ale valorilor $\sigma_{0,2}$, $\sigma_{0,1}$, $\sigma_{0,02}$ și σ_r sînt date în tabelul 2.

Tabelul 2

Temperatura de încălzire °C	$\sigma_{0,2}$ kg/cm²	$\sigma_{0,1}$ kg/cm²	$\sigma_{0,02}$ kg/cm²	σ_r kg/cm²
neîncălzite	4 100...4 200	4 500...4900	5 300...6 200	10 500...11 900
300	4 850...5 600	5 800...6400	6 600...7 400	10 300...10 000
400	5 600...6 200	6 300...7000	7 000...7 600	9 500...9 300

Încălzirea barelor din oțel OLX90 influențează hotărîtor în mod favorabil asupra deformațiilor plastice. Alungirea specifică totală crește considerabil cu creșterea temperaturii. Astfel pentru temperatura de: a) 20°C, $\delta_{10} = 2,3...6,5\%$ (nu se produce gîtuirea epruvetei la rupere); b) 300°C, $\delta_{10} = 5,6...7\%$; c) 600°C, $\delta_{10} = 12...14\%$ (se produce gîtuirea probelor).

La epruvetele încălzite la temperaturi de 400°C și mai ridicate, ruperea se produce prin gîtuirea epruvetei.

Efectul încălzirii influențează în mod favorabil și modulul de elasticitate, care crește odată cu creșterea temperaturii. Astfel, pentru barele: a) neîncălzite, $E = 2,00...2,03.10^6$ kg/cm², b) încălzite la 300°C, $E = 2,07...2,03.10^6$ kg/cm², c) încălzite la 600°C, $E = 2,10...2,12.10^6$ kg/cm².

Pentru a se urmări influența sudurii asupra proprietăților mecanice, determinată de efectul temperaturii, s-au încercat un număr de circa 100 epruvete, realizate prin eclisare, pentru bare de diametre diferite. Ceea ce se poate afirma cu certitudine este faptul că sudura influențează în sens negativ asupra caracteristicilor mecanice ale oțelurilor, în special atunci cînd sudura se execută pe bara rece. Scăderea rezistenței barelor în dreptul sudurilor este în funcție de natura electrodului, de intensitatea curentului electric, precum și de dispunerea ecliselor. Rezistența de rupere scade cu circa 20...23% în cazul cînd eclisele sînt dispuse față în față și numai cu 6...7% pentru cazul cînd eclisele sînt dispuse decalat, iar încărcarea se realizează treptat. Ruperea barelor, cînd eclisele sînt față în față, se produce totdeauna la marginea ecliselor; cînd eclisele se dispun decalat, ruperea se produce în cele mai multe cazuri în afara secțiunilor din zona sudurii.

Deoarece pentru realizarea traseelor frînte apare necesară îndoirea barelor sub diferite unghiuri, în laborator s-a studiat și influența îndoirii barelor neîncălzite și încălzite asupra rezistenței de rupere la întin-

dere pe un număr de cîte nouă probe pentru fiecare diametru şi fiecare unghi de îndoire.

Probele s-au rupt în timpul îndoirii pentru unghiuri ce depăşeau 45°; pentru unghiuri de 20°...30°, rezistenţa de întindere la rupere scade pînă la 60% iar pentru unghiuri de 15°...18° scăderea rezistenţei se reduce mult, ajungînd maximum de 25%. Pentru aceste unghiuri ruperea epruvetelor se produce înainte ca barele să se îndrepte complet, de obicei în dreptul îndoiturii. Pentru unghiuri de îndoire de 6°...7° se constată că rezistenţa de rupere practic nu scade.

Încălzirea electrică influenţează favorabil asupra comportării barelor îndoite la rupere. După o încălzire a barelor la temperatura de 400°C nu s-a constatat un efect negativ al îndoirii barelor nici la unghiul de 30°.

Din unele încercări preliminare întreprinse pînă în prezent rezultă că o încălzire prealabilă a barelor din oţel OLX 90 la 500°C ar permite ridicarea limitei de curgere a lor prin întindere la rece, ceea ce ar asigura îmbunătăţirea în mare măsură a coeficientului de utilizare la aceste oţeluri, existînd posibilitatea de a se atinge o limită de curgere de circa 8 000 kg/cm^2. În acest mod, totodată, poate fi asigurată şi o rezervă de plasticitate suficientă.

În concluzie, din rezultatele încercărilor efectuate reiese că temperatura la care este indicat a se încălzi barele din oţel OLX 90 este de 350°...400°C, obţinînd în acest mod îmbunătăţirea în cea mai mare măsură a proprietăţilor mecanice ale acestor oţeluri. Încălzind barele la această temperatură se poate obţine cu certitudine efortul de $0{,}9\,\sigma_c$, de calcul, şi totodată se asigură rezerva de deformaţii neîmpedicată, necesară pentru aşezarea barelor în cofraj, fiind eliminată posibilitatea apariţiei unor deformaţii plastice reduse, care pot conduce la ruperea casantă a elementelor din beton precomprimat.

O folosire raţională a proprietăţilor mecanice ale oţelurilor OLX 90 se poate realiza prin calibrarea acestor oţeluri după ce barele în prealabil au fost încălzite electric la temperaturi de 400°...500°C.

Din încercările întreprinse asupra pierderilor din relaxare, cu ajutorul unor dinamometre de 30 t, (fig. 5 a) şi a traductorilor fixaţi pe zonele de bare în afara contactelor (fig. 5 b), a rezultat că pierderea de efort este cuprinsă între 3% şi 5%.

Pierderea de efort menţionată, rezultată din relaxarea efortului, se referă numai la scăderea acestuia în intervalul de timp cuprins între momentul corespunzător răcirii barei şi celui corespunzător momentului cînd s-a produs stabilizarea efortului. Pierderile de deformaţii datorită relaxării în timpul răcirii credem că sînt mult mai mari. Referitor la aceste pierderi nu s-au efectuat determinări.

3. Oţelul OLX 52

Din încercările întreprinse referitoare la oţelurile OLX 52 în starea în care sînt fabricate, au rezultat următoarele caracteristici mecanice: a) rezistenţa de rupere σ_r = = 5 300...6 000 kg/cm^2, b) limita de curgere σ_c = 3 200...3 470 kg/cm^2, c) limita tehnică de elasticitate $\sigma_{0,02}$ = 2 900...3 000 kg/cm^2, d) limita „de calcul" $\sigma_{0,1}$ = 3 000...3 150 kg/cm^2, e) deformaţia de rupere δ_{10} — în afara gîtuirii, 15...17%, iar cu gîtuitură, 20...25%.

După cum rezultă din analiza efectuată asupra acestor oțeluri (v. § **1**) se constată că oțelurile OLX 52, pentru a putea fi folosite rațional în construcțiile din beton armat precomprimat, urmează a fi calibrate preliminar. Procentul optim de deformare a fost determinat, după cum rezultă din graficul prezentat în fig. 6, în funcție de rezerva de deformație plastică necesară (pentru ipoteza cea mai defavorabilă la oțelul îmbătrînit) și în funcție de rezerva de rezistență cuprinsă între limita de curgere și cea de rupere (care s-a considerat de cel puțin 10...15%).

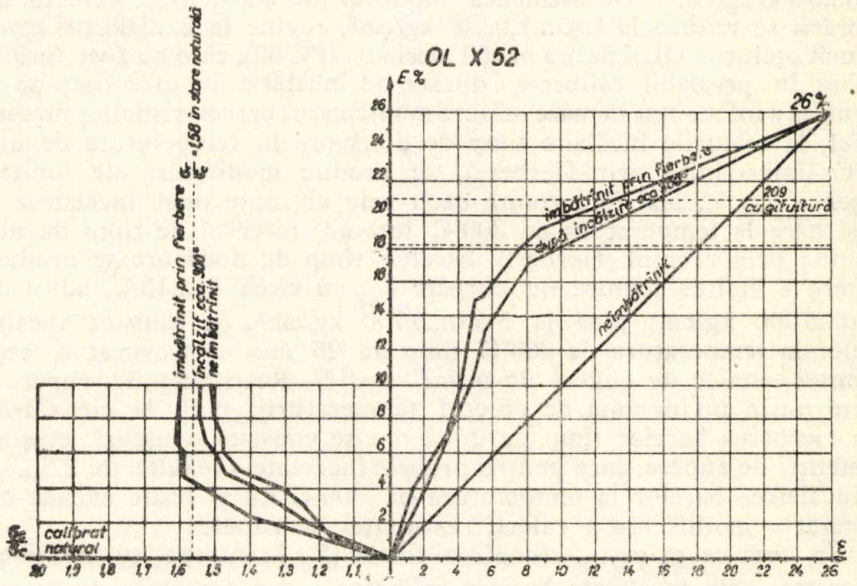


Fig. 6

La determinarea procentului optim de deformație pentru calibrare am folosit rezultatele înscrise parțial în fig. 1 — curbele caracteristice deformații-încărcare — și cele înscrise în graficul din fig. 6. Din studiile efectuate s-a stabilit că deformația optimă de calibrare ar corespunde la 3,7% din lungimea barei.

Caracteristicile oțelului calibrat pentru deformația specifică de 3,7% sînt: a) rezistența de rupere $\sigma_r = 5\,450...6\,200$ kg/cm², b) limita de curgere $\sigma_{0,2} = 5\,000...5\,300$ kg/cm², c) alungirea totală $\delta_{10} = 15...18\%$, d) modulul de elasticitate $E = 1{,}85...1{,}9.10^6$ cg/cm².

Influența încălzirii asupra barelor calibrate s-a studiat prin menținerea lor timp de 25 min în cuptorul electric, după procedeul arătat în § **2** și prin fierberea barelor timp de două ore. Din rezultatele obținute se constată că influența efectului încălzirii asupra barelor din oțel OLX 52 este mai redusă decît în cazul barelor din oțel OLX 90. Efectul cel mai favorabil al încălzirii la temperatura de 300°...350°C se produce asupra limitei de proporționalitate $\sigma_{0,01}$ și a celei de elastici-

tate $\sigma_{0,02}$, care în urma încălzirii se apropie foarte mult de limita de curgere (aşa cum se întîmplă la oţelurile OLX 52 necalibrate) şi asupra modulului de elasticitate. Menţionăm că în urma calibrării, limita tehnică de proporţionalitate $\sigma_{0,01}$ şi cea de elasticitate $\sigma_{0,02}$ cresc în măsură mult mai redusă în raport cu creşterea limitei de curgere $\sigma_{0,2}$; de exemplu, în cazul oţelurilor studiate, limita tehnică de elasticitate $\sigma_{0,02}$ după calibrarea barelor, fără a efectua vreun tratament termic, are valori cuprinse între 3 600...3 900 kg/cm^2, în timp ce limita de curgere are valori cuprinse între 5 000...5 300 kg/cm^2. De asemenea modulul de elasticitate, care în urma calibrării se reduce la 1,85...1,9.10^6 kg/cm^2, revine la 2...2,08.10^6 kg/cm^2. Întrucît oţelurile OLX 52 cu profil periodic (PC 52), care au fost încălzite, au fost în prealabil calibrate, durata de încălzire în care timp se face revenirea a influenţat în mare măsură modificarea caracteristicilor mecanice. Astfel, la oţelurile încălzite timp de două ore la temperatura de numai 100°C (îmbătrînite prin fierbere), se produc modificări ale limitei de curgere (fig. 5), mai importante decît cele obţinute prin încălzirea aceloraşi bare la temperatura de 300°C într-un interval de timp de numai 25 min; prin efectul fierberii barelor timp de două ore se produce o creştere a limitei tehnice de curgere $\sigma_{0,2}$ cu circa 11...15%, adică de la 5 000...5 300 kg/cm^2 pînă la 5 400...5 700 kg/cm^2, în timp ce încălzirea barelor la temperatura de 300°C timp de 25 min a provocat o creştere a limitei tehnice de cugere de numai 4...6%. Rezistenţa de rupere este foarte puţin influenţată de efectul temperaturii, pînă la circa 400° C. Prin fierberea barelor timp de două ore se constată o uşoară creştere a rezistenţei de rupere, care pentru probele încercate a rezultat de 2,5...3,5%. La încălzirea barelor la temperatura de 300°C nu se poate afirma că s-a constatat o modificare a valorii rezistenţei de rupere.

În ceea ce priveşte alungirea totală (δ_{10} la rupere) se menţionează că aceasta, prin încălzirea barelor calibrate, spre deosebire de cele analizate în § 2 scade, însă în proporţie redusă. Astfel, la barele care au fost fierte timp de două ore, alungirea totală a scăzut cu 14...16%, iar pentru barele ce au fost încălzite timp de 25 min la temperatura de 300°C, cu 4...5%.

În concluzie, din încercările efectuate, ce au avut ca scop stabilirea modificărilor produse de efectul temperaturii asupra oţelurilor OLX 52, rezultă că încălzirea barelor calibrate cu procent optim de calibrare (care a rezultat de 3,7%), pînă la temperatura de 400°C, într-un interval de timp pînă la 25 min, nu modifică decît în mică măsură limita de curgere, rezistenţa de rupere şi deformaţia totală. Menţionăm că la alegerea procentului optim pentru stabilirea deformaţiei de calibrare a barelor s-a ţinut seama de reducerea deformaţiilor plastice sub efortul îmbătrînirii, care de fapt este grăbită prin încălzire. Încălzirea exercită un efect favorabil asupra limitei tehnice de proporţionalitate $\sigma_{0,01}$, asupra limitei tehnice de elasticitate $\sigma_{0,02}$ şi asupra modulului de elasticitate E, care cresc în mare măsură.

Scăderea eforturilor din efectul relaxării este de circa 5...7%, măsurarea efectuîndu-se din momentul în care s-a produs răcirea barei pînă

în momentul cînd s-a produs stabilizarea efortului. Scăderea deformației neîmpiedicate pe durata relaxării barei, în timpul răcirii, n-a fost determinată.

4. Oțelul OLX 60

Din încercările efectuate asupra oțelului OLX 60, sub formă de bare cu profil periodic ∅ 16...∅ 32, înainte de a fi fost tratat termic sau mecanic, rezultă următoarele caracteristici: a) rezistența de rupere $\sigma_r = 6\,000...6\,600$ kg/cm², (unele probe au avut rezistențe care au ajuns la 7 000 kg/cm²), b) limita de curgere σ_c a rezultat = 3 600...4 300 kg/cm², c) limita tehnică de proporționalitate $\sigma_{0,01}$, limita tehnică de elasticitate $\sigma_{0,02}$, limita „de calcul" $\sigma_{0,1}$ sînt foarte apropiate de limita de curgere $\sigma_{0,2}$, d) deformația totală δ_{10} — în afara gîtuirii 11...15%, iar cu gîtuitură, 16...21%.

După cum rezultă din analiza efectuată asupra acestor oțeluri în § 1 reiese că folosirea lor în construcțiile din beton armat obișnuit este cu totul nerațională; oțelurile de tipurile OLX 60 pot fi rațional folosite numai în construcțiile din beton precomprimat după ce limita lor de curgere este ridicată la 5 000...5 500 kg/cm².

Procentul optim de deformare pentru calibrarea acestor oțeluri a fost determinat, după cum rezultă din graficul prezentat în fig. 7, în funcție de rezerva de deformație necesară plastică (pentru ipoteza cea mai defavorabilă a oțelului îmbătrînit) și în funcție de rezerva de rezistență între limita de curgere și cea de rupere (care a fost asigurată de cel puțin 10...15% din σ_r). La determinarea procentului optim de deformare pentru ridicarea limitei de curgere am folosit și curbele caracteristice, dintre care cîteva sînt date în fig. 1. Mărimea deformației optime de calibrare a rezultat de 3,5%, apropiată ca proporție de cea determinată la oțelul OLX 52.

Caracteristicile oțelurilor calibrate la o deformație de 3,5% sînt date în tabelul 3.

Tabelul 3

Deformațiile de calibrare %	Gradul de îmbătrînire	$\sigma_{0,02}$ kg/cm²	$\sigma_{0,1}$ kg/cm²	$\sigma_{0,2}$ kg/cm²	σ_r kg/cm²	δ_{10} fără gîtuitură	δ_{10} cu gîtuitură
3,5	neîmbătrînite	3 700	4 100	5 050	6 100	7,5...9,5	11,5...15
	îmbătrînite prin fierbere	5 300	5 700	5 800	6 300	5,5...7,6	10...12

Influența încălzirii asupra barelor calibrate s-a studiat similar ca la cele din oțel OLX 52. Astfel, o serie de epruvete (circa 240) au fost încălzite la diferite temperaturi, mai multe la temperatura de 300°C în cuptor electric timp de 25 min; o altă serie de epruvete au fost fierte timp de 2 ore.

Datele obţinute în urma încercărilor efectuate duc la concluzia că încălzirea barelor produce o îmbătrînire artificială a oţelului calibrat. Ca şi la oţelurile OLX 52 se constată că gradul de modificare a proprietăţilor mecanice produse de fierberea epruvetelor timp de 2 ore este mai ridicat decît cel provocat de încălzirea la temperatura de 300°C a barelor într-un interval de 25 min. Este evident faptul că la epruvetele îmbătrînite prin fierbere a intervenit factorul timp, care este de 120 min, în

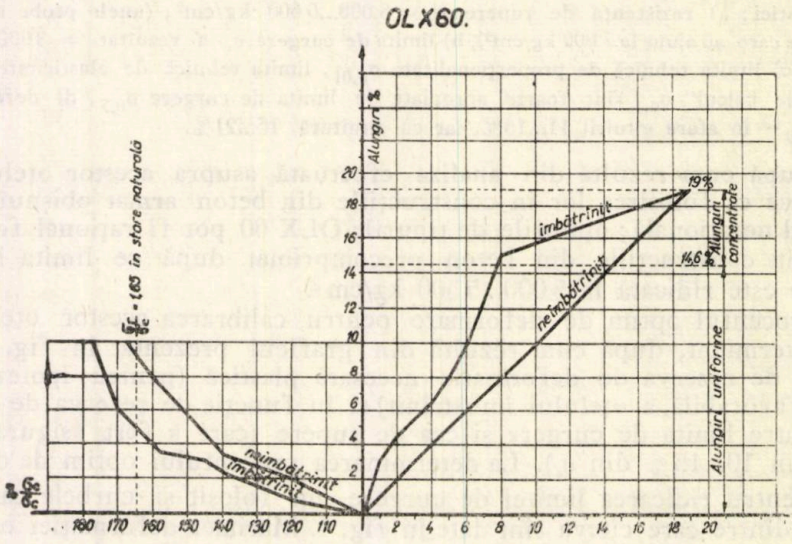


Fig. 7

raport cu cel de încălzire la 300°C, care este de 25 min. Pentru a elucida această problemă s-au întreprins o serie de încercări asupra probelor calibrate, care au fost încălzite la 300°C, după ce au fost îmbătrînite artificial prin fierbere, şi o altă serie de încercări asupra probelor care au fost supuse îmbătrînirii prin fierbere după ce au fost încălzite la temperatura de 300°C. Rezultatele încercărilor au scos în evidenţă faptul că cele două tratamente nu conduc la transformări mult diferite şi că gradul de modificare a caracteristicilor mecanice nu creşte decît în măsură neînsemnată în raport cu cel obţinut prin îmbătrînirea epruvetelor numai prin fierbere timp de 2 ore.

Din rezultatele obţinute se constată că efectul încălzirii la o temperatură de 300°C asupra barelor din oţel OLX 60 se resimte în mai mare măsură asupra limitei tehnice de proporţionalitate $\sigma_{0,01}$, limitei tehnice de elasticitate $\sigma_{0,02}$ şi a limitei $\sigma_{0,1}$, care în urma încălzirii se apropie foarte mult de limita de curgere. Astfel, la epruvetele încercate limita tehnică de elasticitate $\sigma_{0,02}$ a crescut de la 3 600...3 900 kg/cm² la circa 5 000...5 200 kg/cm², iar limita $\sigma_{0,01}$ de la 4 100...4 200 kg/cm² la 5 300...5 700 kg/cm². O influenţă mai redusă a efectului de încălzire la

oțelul OLX 60, în raport cu oțelul OLX 52, s-a constatat la modulul de elasticitate. Modulul de elasticitate determinat pe probele calibrate neîncălzite a rezultat de $1\,979\,600 \pm 21\,600$ kg/cm^2. După încălzirea la temperatura de 300°C s-a constatat o creștere a modulului de elasticitate cu circa 5,7%, obținîndu-se valorea de $E = 2\,098\,600 \pm 25\,100$ kg/cm^2. În ceea ce privește creșterea limitei de curgere, efectul de încălzire la temperatura de 300°C timp de 25 min este neînsemnat, fiind de 2...4% și în consecință nu poate fi luat în considerație în proiectare. Efectul asupra rezistenței de rupere este și mai mic, fiind în jur de 1...2%. Influența redusă a încălzirii asupra limitei de curgere și rezistenței de rupere se păstrează pînă la temperatura de circa 400°C, de la care efectul temperaturii începe să acționeze defavorabil, reducînd în special rezistența de rupere.

În concluzie, din datele obținute la încercările efectuate pentru stabilirea modificărilor produse de efectul temperaturii asupra oțelurilor OLX 60 cu profil periodic, rezultă că încălzirea barelor calibrate pînă la temperatura de 400°C în intervale de timp pînă la 25 min, nu modifică decît în mică măsură limita de curgere $\sigma_{0,2}$, rezistența de rupere σ_r și deformația totală δ_{10}. Prelungirea timpului de încălzire are ca efect o creștere redusă, pînă la circa 10%, a limitei de curgere, o reducere pînă la circa 10...20% a deformației totale δ_{10} și o creștere redusă a rezistenței de rupere. Deoarece din condițiile tehnologice încălzirea barelor pentru pretensionare nu poate dura peste 25 min aceste sporuri sau reduceri nu pot fi luate în considerație în proiectare. Încălzirea barelor la temperatura de 300°C, chiar în interval redus de timp (25 min), a avut un efect favorabil asupra limitei tehnice de proporționalitate $\sigma_{0,01}$, a celei de elasticitate $\sigma_{0,02}$ și a limitei „de calcul" $\sigma_{0,1}$. De asemenea s-a constatat o creștere a modulului de elasticitate cu circa 5%.

Scăderea efortului din efectul relaxării, din datele obținute la încercările efectuate, a rezultat de 3...6% (încercarea s-a întreprins pe 6 bare de lungime 12 m, măsurarea pierderilor de efort fiind efectuată cu un dinamometru de 30 t).

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de beton armat

DER EINFLUSS DER ELEKTRISCHEN EINHEIZUNG UND DER AUSDEHNUNG DER STAHLSTÄBE ÜBER DIE FLIESSGRENZE, AUF DIE MECHANISCHEN EIGENSCHAFTEN DER IN DEN VORGESPANNTEN STAHLBETONKONSTRUKTIONEN ANGEWANDTEN RIPPENBEWEHRUNG

(Zusammenfassung)

Auf Grund der in Labor und auf dem Stand erhaltenen experimentellen Ergebnissen, sind die für den Spannbeton rationellsten Anwendungsmöglichkeiten der mechanischen Eigenschaften der OLX 52, OLX 60 und OLX 90 Stählen (in Form der Rippenstahlstäbe mit grossem Durchmesser) analysiert.

Auf die Verformungsfähigkeit, die Zerreissfestigkeit und die Alterung der Stählen beruhend, ermittelt man die notwendige optimale Verformung für die Steigerung der Fliessgrenze der OLX 52 und OLX 60 Stähle.

In Hinsicht auf die Anwendung des elektrothermischen Verfahrens für die Vorspannung der Bewehrung in Form von Stäben und geschweissten Matten und Karkassen, analysiert man die Modifizierungen der mechanischen Eigenschaften ($\sigma_{0,02}$, $\sigma_{0,1}$, $\sigma_{0,2}$, E, δ_i,....) die infolge der Einheizung der Stählen bei einer Temperatur zwischen 100°...500°C erscheinen.

Man stellt die Temperaturen und die optimalen Einheizungsdauer fest, bei der man die Verwirklichung einer entsprechenden Dehnungen für die Erhaltung der σ_0-Spannung aus Vorspannen, so wie auch der Unverhinderten, für die Lösung der technologischen Aufgaben notwendigen Dehnungen, im Fall der Vorspannung der Bewehrung durch das elektrothermische Verfahren versichert; gleichzeitig stellt man die optimalen Arbeitsbedingungen fest, die zur Einheizung der Bewehrung für die Erhaltung im grösstmöglichsten Mass der Verbesserung der mechanischen Eigenschaften der erwähnten Stähle geschaffen werden müssen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 631.4

SOLURILE SALINIZATE DIN DELTA DUNĂRII

DE

LEONIDA GUŞTIUC, EUGEN GHEORGHIU şi MARIA POENESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Delta Dunării reprezintă cea mai recentă şi cea mai joasă formă de relief din cuprinsul ţării noastre. În general se prezintă ca o regiune incomplet constituită, pe cale de consolidare.

În formarea şi evoluţia deltei sînt fenomene foarte complexe, care depind de condiţiile naturale foarte diverse şi schimbătoare.

În deltă are loc o trecere treptată a regimului fluvial în cel marin, cu scăderea, în mod practic pînă la zero, a înclinării suprafeţei libere a cursului de apă şi cu dispersarea concomitentă a curenţilor de apă ai fluviului. De asemenea, au loc eroziuni locale ale fundului şi colmatări concomitente, datorită decantării debitului solid sau opririi aluviunilor transportate pe fund. Aceste procese creează forme de relief specifice fundului. Asemenea forme de relief subacvatic se transformă în altele ce apar treptat deasupra nivelului apelor, datorită depunerii aluviunilor la viiturile mai mari, formîndu-se astfel zone de uscat, care se găsesc sub o influenţă permanentă a apelor rîului. De aceea, în deltă, pe lîngă formarea de soluri tinere, cu procese incipiente şi variat înaintate de solificare, are loc şi desfăşurarea permanentă a procesului de formare a aluviunilor [3].

Numai după ce tinerele ostroave se ridică suficient deasupra nivelului apelor din deltă, începe acţiunea directă a factorilor biologici şi hidrologici asupra depunerilor ce formează aceste ostroave.

Chiar şi după această fază, existenţa şi evoluţia ostroavelor din deltă, în special relieful, regimul apelor freatice, vegetaţia, modificarea aluviunilor pe care se formează solul, precum şi însăşi formarea şi evoluţia solului, sînt direct legate de influenţa apelor din deltă şi în special a acelora din viituri [3].

2. Condiţii climatice

Condiţiile climatice din Delta Dunării prezintă unele particularităţi faţă de climatul general al ţării noastre şi deosebit de climatul oceanic, datorită vecinătăţii imediate a Mării Negre.

Delta Dunării se găseşte deschisă în faţa stepelor din U. R. S. S., care imprimă climei un caracter continental, iar influenţa limitată a Mării Negre şi întinsele suprafeţe de apă din deltă au o acţiune moderatoare asupra regimului termic, menţinînd umiditatea relativă a aerului la valori mai ridicate, cuprinse între 81,4 (ianuarie) şi 71,7 (august).

Temperatura medie anuală este mai ridicată în zona litoralului, 11,1° (Sulina) şi mai scăzută spre vest, 10,8° (Tulcea). Izotermele de ianuarie sînt paralele cu ţărmul Mării Negre. Izoterma de 3° trece prin Galaţi, cea de 2° trece prin Tulcea, iar cea de 1° prin Sulina. Iernile sînt mai dulci. Toamna se prelungeşte mult în iarnă, mai ales în zona litoralului.

Din punct de vedere al precipitaţiilor Delta Dunării se situează în regiunea cu regimul pluviometric cel mai deficiar din ţară. Astfel, suma anuală a precipitaţiilor este de 355,1 mm la Sulina, pe cînd în partea de vest depăşeşte 400 mm (Tulcea—450 mm). Precipitaţiile cele mai abundente cad în timpul verii şi au de obicei un caracter torenţial.

Indicii de ariditate după Em. de Martonne sînt 17,3 la Sulina şi 21,6 la Tulcea.

După sistemul de clasificare al lui Köppen, Voznesenski caracterizează climatul din Delta Dunării ca un climat de stepă specific zonei temperate, incluzîndu-l în provincia climatică C. b. s. a. x. [2].

3. Apa din Dunăre şi din braţele din Delta Dunării

Datorită condiţiilor climatice pe de o parte, iar pe de altă parte a regimului de viituri, gradul de mineralizare a apei din Dunăre şi din cele trei braţe, variază în cursul anului destul de simţitor.

Din examinarea datelor analitice a apelor Dunării, culese de la Inspecţia de stat de igienă şi protecţia muncii din Galaţi şi Staţiunea de cercetări piscicole, Tulcea, reiese că atît conţinutul în Cl′ (mg/l) cît şi reziduul sec (mg/l) cresc în lunile din vară şi toamnă (tabelul 1).

Tabelul 1

Conţinutul în Cl′ şi reziduu sec, la apa din Dunăre şi braţele din Delta Dunării, în diferite perioade ale anului

	Galaţi				Port Reni Mila 67			Canalul Sulina *M*-26		Dunărea Veche *M*-26	
	1959		1962		1958			1961		1962	
	20 VII	15 IX	29 VI	9 VII	IV	VI	X	IV	VIII	IV	VIII
Reziduu sec (mg/l)	178	212	240	258	248	254	262	220	250	174	270
Cl′ (mg/l)	15,2	33	23	27	16,4	25,5	26,6	30	44	35	45

Tabelul 2

Conţinutul în Cl′ şi reziduu sec la apa din Dunăre şi braţul Sulina, din probele ridicate în ziua de 19 VII 1962

Localitatea	Pisica	Amonte Cetal-Ismail	Tulcea	Ilgani	Maliuc	Gorgova	Mila 23	Sorb Sulina
Reziduu sec (mg/l)	182	190	196	194	208	202	216	214
Cl′ (mg/l)	14	14	14	14	14	14	14	13

De asemenea se constată că gradul de mineralizare al apei din Dunăre şi din braţele fluviului, considerat în aceeaşi zi, creşte cu cît ne apropiem spre vărsare (tabelul 2).

4. Stratul freatic

Datorită faptului că formele de microrelief ce apar în ostroave au la bază mai mult material argilo-nisipos şi nisipo-lutos, iar ostroavele au dimensiuni variabile în funcţie de vîrstă, regimul, nivelul şi chimismul apei freatice sînt diferite.

Astfel, pe măsură ce vîrsta ostroavelor, deci şi a grindurilor lor, este mai înaintată, în locul unui strat freatic omogen, exclusiv de origine aluvială, legat direct de apele fluviului şi aproape de suprafaţă, are loc formarea unui strat freatic complex, care începe să se deosebească prin: adîncimea variată faţă de suprafaţă, o mineralizare mărită şi o variaţie în spaţiu din punct de vedere al gradului de mineralizare şi chiar al compoziţiei în săruri.

Toate aceste fenomene din Delta Dunării, se dezvoltă treptat şi paralel cu vîrsta, fiind legate de evoluţia reliefului, de micşorarea frecvenţei viiturilor şi de diferenţierea depunerilor aluvionare pe aceste ostroave. Excepţie face grindul Chilia şi partea centrală a grindului Stipoc.

În timpul viiturilor are loc o infiltraţie a apei, atît prin malurile eventual abrupte ale grindurilor dinspre ape, cît şi pe acele întinsuri dinspre ghiolurile şi jepşile umplute cu apă; în cazul grindurilor mai late şi mai înalte, importanţa acestor căi de alimentare a pînzei freatice este mai redusă decît în cazul grindurilor mai înguste şi mai joase. Tocmai această deosebire favorizează o diferenţă mai accentuată a nivelului apelor freatice, precum şi a gradului de mineralizare, în porţiunile de uscat mai vechi şi mai înalte din Delta Dunării.

De aceea, gradul de mineralizare al apelor freatice este mai ridicat în părţile de mijloc ale grindului, unde şi salinitatea solurilor este mai puternică.

Această repartiţie zonală a gradului de mineralizare a stratului freatic, precum şi a gradului de salinizare a solurilor şi a variaţiei vegetaţiei halofite este mult mai evidentă în partea estică a Deltei Dunării— ostrovul Cerneavca, Babina şi braţul Sf. Gheorghe aval de km 59 (fig. 1)— şi mai slab reprezentată în partea vestică (Pardina, Cetalul Ismailului etc.). Aceste zone variază ca lărgime, putînd chiar dispare unele din ele datorită pantei, texturii, alternanţelor, vîrstei şi formei de microrelief a sectorului respectiv.

Aceeaşi zonalitate a gradului de mineralizare a stratului freatic se constată şi la grindurile continentale (Chilia şi partea centrală a Stipocului (fig. 2).

Sursa de săruri în alimentarea stratului freatic o formează sărurile din apa fluviului precum şi acele din alternanţele de straturi aluvionare, care formează postamentul acestui uscat.

Din traversele de mai sus, precum şi din graficele privind corelaţia dintre gradul de mineralizare a stratului freatic şi adîncimea la care se găseşte, se observă că între adîncimea stratului freatic pe de o parte şi

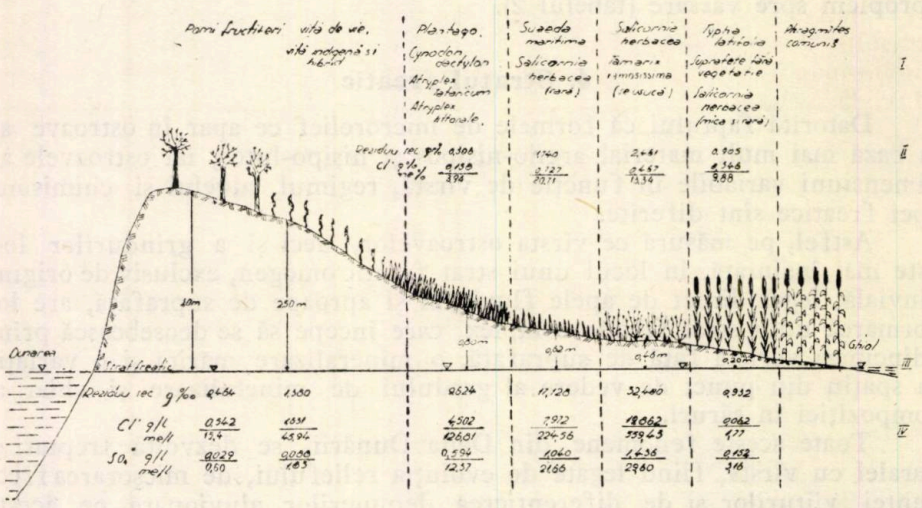


Fig. 1. — Profilul transversal prin grindul Ostrovului Bobina.

I — vegetaţia pe zone; *II* — conţinutul în Cl şi reziduu sec în stratul de sol de 10 cm; *III* — adîncimea stratului freatic; *IV* — conţinutul în Cl′, SO_4'' şi reziduu sec al apei freatice pe zone.

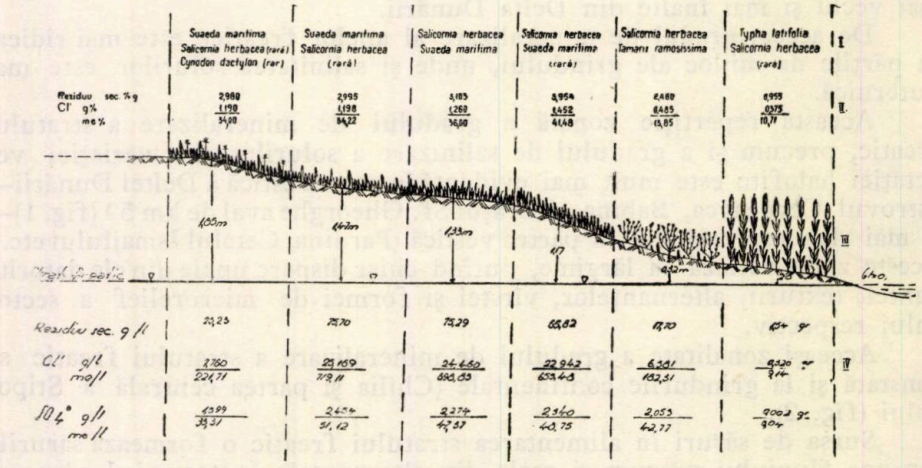


Fig. 2 — Secţiunea transversală prin zona solonceacului din partea estică a grindului Chilia din spre baltă către movila Vătăman.

I — vegetaţia pe zone; *II* — conţinutul în Cl şi reziduu sec în statul de sol de 10 cm; *III* — adîncimea stratului freatic; *IV* — conţinutul în Cl′, SO_4'' şi reziduu sec al apei freatice pe zone.

gradul de mineralizare a acestuia sau salinizarea solului pe de altă parte, există o strînsă interdependenţă.

Astfel, în cazul grindurilor continentale mineralizarea maximă a stratului freatic se produce cînd acesta se găseşte la 1,40 m, pentru cele fluvio-maritime la 1,00 m şi în cazul grindurilor de formaţiune aluvială-fluvială la 0,60 m (fig. 3 a, b, c).

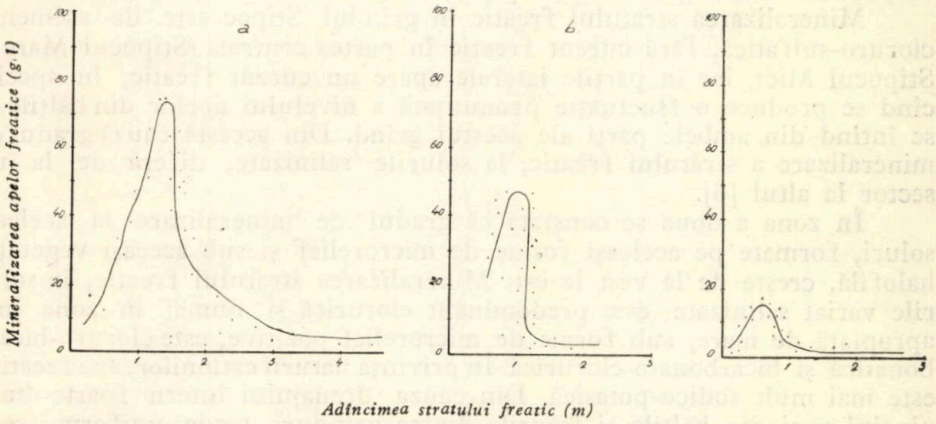


Fig. 3 — Corelaţia între gradul de mineralizare a stratului freatic şi adîncimea la care se găseşte.
a — pe grindurile continentale; *b* — pe grindurile fluvio-maritime; *c* — pe grindurile de formaţiune aluvială-fluvială.

Deci, solonceacurile din Delta Dunării se formează numai cînd stratul freatic, puternic mineralizat, se găseşte în jurul nivelelor arătate.

Intreaga suprafaţă a Deltei Dunării poate fi împărţită din punct de vedere al drenajului intern, cît şi al alimentării stratului freatic, în următoarele zone:

a) Zona de la Cetalul Ismailului şi pînă la Periprava, apoi spre sud, pe marginea grindului Letea spre Crişan şi limita vestică a grindului Caraorman pînă la Dunavăţul de Sus, care are un caracter insular cu un drenaj natural mai slab, iar alimentarea stratului freatic se face de către fluviu precipitaţii şi viituri (Delta fluviatilă).

Din punct de vedere al texturii şi al drenajului fac excepţie grindul Chilia şi partea centrală a grindului Stipoc, formate din material loessoid.

b) Zona grindurilor fluvio-maritime, de asemenea cu caracter insular, cu un drenaj natural foarte bun. Alimentarea cu apă a stratului freatic se face de către fluviu, precipitaţii şi viituri, exceptînd sectorul litoralului, care se găseşte şi sub influenţa periodică a remuului Mării Negre (Zalivî babî Hasan, Cardon etc.), (Delta fluvio-maritimă).

În prima zonă mineralizarea stratului freatic în grindurile de formaţiune aluvială-fluvială şi pantele acestora, sub solurile salinizate,

este cloruro-sulfatică. În cazul grindurilor mai înguste există un slab curent freatic, iar în acele mai largi are loc numai mișcarea pe verticală, ceea ce face să se mențină gradul de mineralizare sub forme de zone distincte.

În cazul grindului Chilia, mineralizarea stratului freatic, sub solurile salinizate, este cloruro-sulfatică și datorită originii deosebite și a substratului litologic, nu există nici un curent freatic și singura mișcare se produce numai pe verticală [5].

Mineralizarea stratului freatic în grindul Stipoc este de asemenea cloruro-sulfatică, fără curent freatic în partea centrală (Stipocul Mare și Stipocul Mic), iar în părțile laterale apare un curent freatic, în special cînd se produce o fluctuație pronunțată a nivelului apelor din bălțile ce se întind din ambele părți ale acestui grind. Din această cauză gradul de mineralizare a stratului freatic, la solurile salinizate, diferă de la un sector la altul [6].

În zona a doua se constată că gradul de mineralizare la aceleași soluri, formate pe aceleași forme de microrelief și sub aceeași vegetație halofilă, crește de la vest la est. Mineralizarea stratului freatic, în solurile variat salinizate, este predominant clorurică și numai în zona mai apropiată de mare, sub forme de microrelief pozitive, este cloruro-bicarbonatică și bicarbonato-clorurică. În privința naturii cationilor, apa freatică este mai mult sodico-potasică. Din cauza drenajului intern foarte bun, nivelul apei din bălțile și lacurile dintre grinduri scade uniform, ceea ce are drept efect apariția unui foarte slab curent freatic la grindurile cele mai înguste, în restul grindurilor predominînd numai o mișcare pe verticală a stratului freatic [7].

5. Solurile salinizate

Din examinarea profilelor deschise și după caracterele morfologice și datele chimice, se constată că la diverse nivele, iar în unele cazuri chiar aproape de suprafață, avem soluri care au străbătut stadiul de mlaștină, fiind apoi acoperite cu aluviuni mai recente, evoluînd prin procese de salinizare în diferite stadii. Excepție face grindul Chilia și anume zona interioară și grindul Stipoc—partea centrală. Straturile îngropate reprezintă oglinda evoluției în timp a învelișului pedologic din Delta Dunării și anume dovada existenței în trecut a unei perioade cînd procesul de solificare a fost dominat, în cea mai mare parte, de stadiul de mlaștină.

În Delta Dunării, care e situată într-o zonă de stepă semiaridă, săracă în precipitații, pierderile prin evaporarea apei freatice fiind mari, are loc acumularea sărurilor în partea superioară a solului, pe anumite forme de microrelief, în funcție de adîncimea stratului freatic, textura și succesiunea alternanțelor. Dacă, în medie, admitem o evaporare de 15000...20 000 m^3/an la ha și dacă considerăm numai 0,1 g/l săruri, atunci rezultă 1...2 t săruri pe an la ha.

Sărurile mai greu solubile, cum este bicarbonatul de calciu și gipsul, se depun din soluția solului în orizonturile inferioare. Sărurile ușor solubile — sulfații și clorurile de sodiu, potasiu, magneziu — se urcă spre

DELTA DUNARII

SOLURILE SALINIZATE

L. GUȘTIUC, E. GHEORGHIU, M. POENESCU

SCARA 1:150000

U. R. S. S.

CHILIA VECHE

MILA 23

TULCEA

MALCOCI

MAHMUDIA

SULINA

MAREA NEAGRĂ

Br. Chilia

Br. Tulcea

Br. Sulina

Br. Sf. Gheorghe

Dunarea veche

CANALUL SFÂNTUL GHEORGHE

CANALUL SULINA

CANALUL PARDINA

CANALUL LITCOV

CANALUL CRASNICOL

CANALUL DUNAVAT

CANALUL DRANOV

CANALUL SFÂNTUL GHEORGHE

CANALUL SULINA

Ostr Babina

Ostr Cernofca

Ostr Maliuc

Lascar Catargi

Covalovca

Ceatulchioi

Fapotnic

Fisciani

Basiu

Cabjavata

Corciovate

Flarcanda

Hontia Mare

Babinet

Pucceiu

Tunguletu

Mester

Sontea

Beli

Tataru

Lolganul de Sus

Lolganul de jos

Fatu

Cazacu

Moise

Partizani

Zaghen

Malcoci

Adam M.

Romula

Pirlita

Carasuhatul

Obosloc d Jos

Sidor

Martel

Pescariu

Gr. Francezului

Porcul

Morughiol

Nou

Dunavatul de Sus

Dunavatul de Jos

Periteasca Mare

Dranov

G. Dranov

Gr. Periso

Gr. Dranovului

Gr. Tarita

Policrat

Gr. Crasnicol

Gisca

Calinova

Uzlina

Uzlina Mica

Isacova

Trei Vinatori

Trei Coiuri

Gorgoste

Gr. Pervolovca

Gr. cu Trestie

Zatonul Mare

Zatonul Mic

Gr. Policrat

Gr. Danila

Lezaiu

Grindul Cretului

Gr. Vasile

Sarata

Lapaș

Sf. Gheorghe

Ostrovul Mare

Ostrovul Mic

Ostrovatul

Sahalin

Farul Sf. Gheorghe

Grindul Ivancea

Grindul Cerbului

Gr. Portocala

Gr. Purcelul

Grindul Sarăturile

Gr. Porcareata

Gr. Lumina

Lumina

Porculet

Roșulet

Gr. Roșu

Roșu

Pului

Pușulet

Grindul Caraorman

Caraorman

Erenciuc

Gr. Pervolovca

Gr. Plopilor

Grindul Frasin

Grindac

Gr. Gasca

Gr. Starpuluc

Gr. Impuțita

Gr. Sulina

Gr. Vadafului

Dolhanci

Iacob

Sah. Macovei

Ceamurlia

Obretinciuc

Obretin

Ceamurlia

Rezvetin

Obretin

Vulturi

Gorgova

Gorgova

Rotunda

Gorgovet

Corciovata

Potcova

Pojarnicul

Sah. Litcov

Guibeda

Gr. Batacu

Batacu

Sah. Batacovului

Sah. Pardina

Sah. Repedea

Sah. Gramurita

Serhanoiu Mare

Sah. Goica

Sah. Mare

Sah. Lung

Antipa

Patanir

Parmantova

Megru

Tatanir

Pojaretu Mare

Basargicul Mare

Verde Mare

Verde

Costin

Zolotei

Tinaru

Lungu

Topor

Masiin

Marsin

Babin

Babija

Blisnicioc

Androni

Sava

Rotund

Porumbel

Parcova

Pantelie

Panteliciuc

Stipoc

Stipocul Vechiu

Nebunu

Baclanesti

Vagaru

Lediantca

Fortuna

Crunlie

Gr. Sontea

Fatlageanca

T. Vladimirescu

Zaghen

Arefova

Carcina

Lungu

Pubacioc

Cablovata

Trei Ezere

Radacinos

Tierova

Bogdaproste

Sah. Bogdaproste

Gr. Eraclie

Stistofca

Serbata

Raducu

Raducutu

Adinc

Argintesu

Rosca

Sah. Zamirova

Sah. Palascova

Sah. Bratusca

Sah. Namgica

S. Sujimanca Scaca

S. Papirona

Cotu Dracului

Radacinoasa

Babitele

Marita

Mosu

Merheiul Mare

Dolhei

Gr. Vinicipla

Grindul Letea

C.A. Rosetti

Letea

Popina

Gr. Letea

Gr. Sulina

Gr. Uje

Gr. Cherhanoiu

Gr. Schipopului

Gr. Recoria

Gr. Ichim

Gr. Chirila

Gr. Capatana

Gr. Leyon

Gr. Movila

Gr. Semiratca

Mica

Mare

Sah. Sulina

Sah. Macovei

Gr. Impuțita

Gr. Sulina

Gr. Vadafului

Dolhanci

Iacob

Ceamurlia

Obretinciuc

Obretin

Ceamurlia

Rezvetin

Obretin

Vulturi

Gorgova

Gorgova

Rotunda

Gorgovet

Corciovata

Potcova

Pojarnicul

Sah. Litcov

Guibeda

Gr. Batacu

Batacu

Sah. Batacovului

Sah. Pardina

Sah. Repedea

Sah. Gramurita

Serhanoiu Mare

Sah. Goica

Sah. Mare

Sah. Lung

Antipa

Patanir

Parmantova

Megru

Tatanir

Pojaretu Mare

Basargicul Mare

Verde Mare

Verde

Costin

Zolotei

Tinaru

Lungu

Topor

Masiin

Marsin

Babin

Babija

Blisnicioc

Androni

Sava

Rotund

Porumbel

Parcova

Pantelie

Panteliciuc

Stipoc

Stipocul Vechiu

Nebunu

Baclanesti

Vagaru

Lediantca

Fortuna

Crunlie

Gr. Sontea

Fatlageanca

T. Vladimirescu

Zaghen

Arefova

Carcina

Lungu

Pubacioc

Cablovata

Trei Ezere

Radacinos

Tierova

Bogdaproste

Sah. Bogdaproste

Gr. Eraclie

Stistofca

Serbata

Raducu

Raducutu

Adinc

Argintesu

Rosca

Sah. Zamirova

Sah. Palascova

Sah. Bratusca

Sah. Namgica

S. Sujimanca Scaca

S. Papirona

Cotu Dracului

Radacinoasa

Babitele

Marita

Mosu

Merheiul Mare

Dolhei

Gr. Vinicipla

Grindul Letea

C.A. Rosetti

Letea

Popina

Gr. Letea

Gr. Sulina

Gr. Uje

Gr. Cherhanoiu

Gr. Schipopului

Gr. Recoria

Gr. Ichim

Gr. Chirila

Gr. Capatana

Gr. Leyon

Gr. Movila

Gr. Semiratca

Mica

Mare

Sah. Sulina

LEGENDA

- Solonceacuri cloro-sulfatice și clorurice, superficiale și profunde
- Solonceacuri clorurice cu crustă și superficiale
- Complex de soluri variat salinizate cloruro-sulfatice și clorurice
- Complex de soluri variat salinizate, clorurice, de pé grindurile fluvio-maritime
- Cernoziom castaniu deschis slab solonetizat

Fig. 4. — Harta solurilor salinizate din Delta Dunării

suprafaţă şi se depun în straturile superioare, formînd, în anumite împrejurări, o crustă la suprafaţă. În timpul viiturilor aceste săruri sînt din nou spălate, parţial sau total, în funcţie de viitură, fiind duse în stratul freatic. Dacă se admite că evaporarea soluţiei solului are loc mult mai intens în primii 20 cm, atunci la o greutate volumetrică a solului de 1,3 t/m^3 pot rămîne anual în acest strat între 0,016...0,32 % din aceste săruri.

Acest proces de durată în evoluţia generală a Deltei Dunării, a dus la o treptată salinizare a solurilor şi a stratului freatic. Deoarece vîrsta diferitelor sectoare din deltă nu este aceeaşi, fiind mai mare în părţile cu cotele mai ridicate, şi fenomenul de acumulare a sărurilor va fi diferit. Viteza de evaporare a apelor freatice fiind mai mare în zona centrală a grindului şi în partea periferică spre ghioluri şi japşe, se formează solonceacurile şi solurile variat salinizate. În părţile mai înalte ale grindurilor, unde stratul freatic este sub nivelul critic, nu are loc procesul de salinizare a solului, apărînd săruri în cantitate redusă în straturile mai profunde.

Atît pe grindurile de formaţiune aluvială-fluvială cît şi pe cele fluvio-maritime şi parte din cele continentale, tipul caracteristic de sol salinizat este reprezentat prin solonceac, care diferă din punct de vedere al conţinutului de săruri solubile pe profil, datorită texturii. Restul solurilor solinizate, atît spre marginea grindului dinspre fluviu sau canal, cît şi spre ghiol sau japşă, sînt slab, mediu şi puternic salinizate (fig. 4).

Analizînd procesul de salinizare din Delta Dunării, după repartiţia şi gradul de salinizare a solurilor, se constată că în aval creşte acest proces, precum şi gradul de mineralizare a stratului freatic. Excepţie face grindul Chilia şi partea centrală a grindului Stipoc, din cauza genezei lor specifice.

A. Grindurile de formaţiune aluvială-fluvială şi continentală

Atît pe grindurile aluviale-fluviale cît şi în partea periferică a grindurilor continentale, pe materialul aluvial format din alternanţe, iau naştere două varietăţi de solonceacuri: a) profund clorurice, b) profund cloruro-sulfatice, umede.

a) *Solonceacul profund cloruric* este mai mult caracteristic pentru partea centrală a grindului Stipoc, zona preperiferică a solonceacului din grindul Chilia şi în grindurile aluviale-fluviale care au o textură mai nisipoasă (Babina, Cerneavca etc).

Vegetaţia halofilă caracteristică este reprezentată în general prin *Puccinellia distans,* rară şi care dispare în luna iunie, fiind dominată de *Salicornia herbacea,* care se dezvoltă mai mult spre mijlocul verii şi toamna.

Se mai pot întîlni mai rar *Myosurus minimus, Matricaria chamomilla, Suaeda maritima, Spergularia marginata* (în august) şi extrem de rar *Frankenia hispida* (Stipoc). Suprafeţele cu mici denivelări (negative) sînt acoperite de *Salicornia herbacea.*

Profilul solului, din punct de vedere morfologic se prezintă astfel:

A 0...17 (20) cm — cenușiu închis, nisipos sau nisipo-lutos, nestructurat, efervescență medie.
A/D 17...32 (40) cm — cenușiu, nisipos sau nisipo-lutos, efervescență puternică.
D 32...77 (80) cm — cenușiu cu nuanță ruginie, fin nisipos sau nisipo-lutos, efervescență puternică.
Ig 77...116 (125) cm — cenușiu cu nuanță ruginie, prezența petelor ruginii. Pete verzui închise. Nisip fin sau nisip lutos. Efervescență puternică.
IIg 116...140 (150) cm — alternanță cenușie, cu nuanță și mai ruginie, cu pete verzui. Nisip fin sau nisip lutos. Efervescență puternică.
III 140...180 (200) cm — nisip fin gălbui, fiind prezente deseori cochilii.

Din punct de vedere al compoziției chimice[1]), după cum se observă din tabelul 3, se constată un conținut de săruri de peste 1 g % pînă la 40 cm, predominînd clorurile. Humusul variază între limite largi, deoarece în micile denivelări cantitatea de materie organică este mai mare. Valoarea pH-ului variază între limitele 8,1...8,8. Azotul total este cuprins între 0,125...0,040 %, iar P_2O_5 total între 0,10...0,09%.

În privința alcătuirii granulometrice, limitele nu sînt prea largi, după cum rezultă din tabelul 4.

b) *Solonceacul profund cloruro-sulfatic, umed,* se repartizează spre partea periferică a grindului Stipoc și Chilia, precum și în spre partea mai joasă a grindurilor aluviale-fluviale, către interiorul ostroavelor, în general pe un substrat cu o textură ceva mai grea.

Vegetația halofilă caracteristică este reprezentată prin *Salicornia herbacea* — dominantă, foarte rară și numai primăvara *Puccinellia distans* și tot atît de rar și slab dezvoltate *Atriplex roseum* și *Suaeda maritima.* Pe unele suprafețe se menține *Tamarix ramosissima,* care se usucă atunci cînd viitura durează mai mult timp. Terenul are în general o pantă lină și la viiturile de primăvară, în anumiți ani, este acoperit cu apă.

Profilul caracteristic al solului are următoarea morfologie:

A' 0...16 (20) cm — cenușiu închis, cu pete rare ruginii, structură lamelară. Nu face efervescență.
A'' 16...29 (35) cm — cenușiu închis, cu aceleași caracteristici, apar vinișoare fine de gips. Efervescență foarte slabă.
Dg 29...40 (45) cm — gălbui cu nuanță roșcată din cauza prezenței petelor ruginii. Ușor gleizat. Rare puncte de MnO. Efervescență puternică.
Ig 40...60 (70) cm — gălbui cu nuanță ruginie și pete cenușii-verzui. Punctele de MnO se îndesesc. Gleizare pronunțată. Efervescență foarte puternică.
IIg 60...80 (95) cm — aceleași caracteristici, cu predominarea petelor cenușii-verzui. Gleizat. Efervescență foarte puternică.

Analizînd profilul acestor soluri din punct de vedere al principalilor componenți chimici, se constată, din datele analitice ale tabelului 5, un conținut de săruri ușor solubile peste 1 g % pînă la adîncimea de 30 cm, din care predomină clorurile și în cantitate apreciabilă sulfații. Cantitatea de humus este mai redusă față de solonceacul profund cloruric, iar azotul total și P_2O_5 total variază aproape între aceleași limite. Valoarea pH-ului variază între 8,0...8,7.

Din punct de vedere textural, aceste soluri sînt ceva mai grele, cu un conținut mai scăzut în nisip și argilă, însă mult mai bogat în mîl. Repartiția fracțiilor de alcătuire granulometrică pe profil se poate observa din tabelul 6.

[1]) Toate probele de sol, pentru analize, au fost recoltate numai în luna septembrie, în anii cînd au fost efectuate cercetările.

Tabelul 3

Conținutul total în săruri ușor solubile și anioni la solonceacurile profund clorurice, formate pe pante întinse de pe grindurile continentale și de formațiune aluvială-fluvială din Delta Dunării

Adîncimea cm	Reziduu sec g %			HCO_3' g % me %			Cl' g % me %			SO_4'' g % me %			Raport Cl'/SO_4''
	Media	Limite de la	Limite pînă la	Media	Limite de la	Limite pînă la	Media	Limite de la	Limite pînă la	Media	Limite de la	Limite pînă la	
0...10	1,164	1,112	1,216	0,05 0,82	0,03 0,49	0,07 1,14	0,46 13,1	0,35 10,0	0,57 16,2	0,052 1,08	0,034 0,70	0,070 1,45	12,13
10...20	1,100	1,015	1,185	0,05 0,82	0,03 0,49	0,07 1,14	0,43 12,2	0,35 10,0	0,51 14,5	0,050 1,04	0,038 0,79	0,062 1,29	11,53
20...30	1,055	0,980	1,130	0,06 0,98	0,05 0,82	0,07 1,14	0,40 11,4	0,25 7,14	0,55 15,7	0,041 0,85	0,031 0,64	0,051 1,06	13,41
30...40	1,055	0,980	1,130	0,06 0,98	0,05 0,82	0,07 1,14	0,40 11,4	0,25 7,14	0,55 15,7	0,041 0,85	0,031 0,64	0,051 1,06	13,41
40...50	0,898	0,543	1,253	0,09 1,47	0,07 1,14	0,11 1,80	0,34 9,71	0,28 8,00	0,40 11,4	0,037 0,77	0,028 0,58	0,046 0,95	12,61
50...60	0,800	0,750	0,850	0,18 2,95	0,12 1,96	0,24 3,93	0,30 8,57	0,18 5,14	0,42 12,0	0,029 0,60	0,016 0,33	0,042 0,87	14,28
60...70	0,600	0,458	0,742	0,18 2,95	0,12 1,96	0,24 3,93	0,25 7,14	0,17 4,85	0,33 9,42	0,020 0,41	0,009 0,18	0,031 0,64	17,41
70...80	0,441	0,264	0,618	0,17 2,78	0,12 1,96	0,22 3,60	0,15 4,28	0,11 3,13	0,19 5,42	0,010 0,20	0,008 0,16	0,012 0,25	21,40

Tabelul 4

*Conținutul în humus și carbonați și alcătuirea granulometrică la solonceacurile profund clorurice, pe pantele întinse de pe grindurile continentale și de formațiune aluvială-fluvială din Delta Dunării**)

Adîncimea cm	Humus %	Carbonați %	Diametrul fracțiilor mm		
			0,2...0,02	0,02...0,002	<0,002
0...10	3,22 1,25...5,19	7,66 6,12...9,20	71,67 68,12...75,22	11,02 10,12...11,92	17,31 16,92...17,70
10...20	1,38 1,05...1,71	12,88 11,12...14,64	75,54 71,14...79,94	8,95 7,20...10,70	15,51 13,95...17,07
20...30	1,20 1,05...1,35	12,70 12,10...13,30	75,54 72,05...79,03	8,95 8,20...9,70	15,51 14,82...16,20
30...40	1,10 1,00...1,20	12,10 11,75...12,45	75,54 73,50...77,58	8,95 8,25...9,65	15,51 14,93...16,09
40...50	0,57 0,43...0,71	13,71 12,95...14,47	75,42 74,82...76,02	11,40 11,02...11,78	13,18 12,84...13,53
50...60	0,50 0,42...0,58	13,71 12,84...14,58	75,42 74,92...75,92	11,40 10,90...11,90	13,18 12,75...13,61
60...70	0,45 0,40...0,50	8,30 7,88...8,72	90,51 84,12...96,90	2,98 2,00...3,96	6,51 5,89...7,13
70...80	0,40 0,34...0,46	8,30 7,95...8,65	90,51 86,15..,94,87	2,98 2,10...2,98	6,51 6,10...6,92

*) La numărător sînt date valorile medii, iar la numitor valorile minime și maxime în procente.

Tabelul 5

Conținutul total în săruri ușor solubile și anioni la solonceacurile profund cloruro-sulfatice, umede, pe pante întinse de pe grindurile continentale și de formațiune aluvială-fluvială din Delta Dunării

Adîncimea cm	Reziduu sec g%			HCO_3' g% me%			Cl' g% me%			SO_4'' g% me%			Raport Cl'/SO_4''
	Media	Limite		Media	Limite		Media	Limite		Media	Limite		
		de la	pînă la		de la	pînă la		de la	pînă la		de la	pînă la	
0...10	1,520	1,030	2,010	0,12 1,96	0,09 1,47	0,15 2,45	0,55 15,7	0,35 10,0	0,75 21,4	0,243 5,06	0,185 3,85	0,301 6,27	3,10
10...20	1,500	1,020	1,980	0,11 1,80	0,08 1,31	0,14 2,29	0,51 14,5	0,32 9,14	0,70 20,0	0,230 4,79	0,135 2,81	0,325 6,77	3,02
20...30	1,244	0,953	1,535	0,09 1,47	0,06 0,98	0,12 1,96	0,43 12,2	0,26 7,42	0,56 16,0	0,260 5,41	0,110 2,29	0,410 8,54	2,25
30...40	0,820	0,710	0,930	0,16 2,62	0,13 2,13	0,19 3,11	0,31 8,85	0,10 2,85	0,52 14,8	0,158 3,29	0,095 1,97	0,221 4,60	2,69
40...50	0,576	0,480	0,672	0,17 2,78	0,15 2,45	0,19 3,11	0,20 5,71	0,10 2,85	0,30 8,57	0,114 2,37	0,070 1,45	0,158 3,29	2,40
50...60	0,576	0,480	0,672	0,17 2,78	0,15 2,45	0,19 3,11	0,20 5,71	0,10 2,85	0,30 8,57	0,114 2,37	0,070 1,45	0,158 3,29	2,40
60...70	0,588	0,315	0,861	0,17 2,78	0,16 2,62	0,18 2,95	0,20 5,71	0,10 2,85	0,30 8,57	0,099 2,06	0,085 1,77	0,113 2,35	2,77
70...80	0,588	0,315	0,861	0,17 2,78	0,16 2,62	0,18 2,95	0,20 5,71	0,10 2,85	0,30 8,57	0,009 2,06	0,085 1,77	0,113 2,35	2,77

Tabelul 6

Conținutul în humus și carbonați și alcătuirea granulometrică la solonceacurile profund cloruro-sulfatice, umede, pe pante întinse de pe grindurile continentale și de formațiune aluvială-fluvială din Delta Dunării *)

Adîncimea cm	Humus %	Carbonați %	Diametrul fracțiilor mm		
			0,2...0,02	0,02...0,002	<0,002
0...10	3,40 2,64...4,16	urme	45,71 39,12...52,30	45,47 41,52...49,42	8,82 5,42...12,22
10...20	3,40 2,64...4,16	urme	45,71 39,12...52,30	45,47 41,52...49,42	8,82 5,42...12,22
20...30	2,27 1,54...3,00	urme	33,28 30,15...36,41	56,90 52,85...60,95	9,82 6,33...13,31
30...40	1,38 0,90...1,86	9,90 6,33...13,47	50,59 47,12...54,06	42,48 39,52...45,44	6,93 5,20...8,66
40...50	0,86 0,53...1,19	17,31 13,22...21,40	47,25 44,25...50,25	51,24 48,28...54,20	1,51 1,22...1,80
50...60	0,86 0,53...1,19	17,31 13,22...21,40	47,25 44,25...50,25	51,24 48,28...54,20	1,51 1,22...1,80
60...70	0,69 0,45...0,93	19,39 18,24...20,54	42,88 40,54...45,22	48,54 45,24...51,84	8,58 8,00...9,16
70...80	0,69 0,45...0,93	19,39 18,24...20,54	42,88 40,54...45,22	48,54 45,24...51,84	8,58 8,00...9,16

*) La numărător sînt date valorile medii, iar la numitor valorile minime și maxime în procente.

În jurul acestor fîşii de solonceacuri, pe grindurile aluviale-fluviale cît şi pe cele continentale, se formează benzi de soluri variat salinizate (slab, mediu şi puternic), cu un conţinut de săruri uşor solubile în orizonturile superioare, cuprins între 0,850...0,560 g %, dintre care predomină clorurile, însă se menţine şi o cantitate apreciabilă de sulfaţi, ceea ce determină un caracter de salinizare predominant cloruro-sulfatic. Conţinutul de săruri scade cu adîncimea.

În afară de aceste soluri, pe grindul Chilia se prelungeşte paralel cu fîşia de solonceacuri o suprafaţă apreciabilă de cerzoniom castaniu deschis slab soloneţizat, iar în partea centrală a grindului Stipoc, pe o suprafaţă redusă, este format un cernoziom castaniu slab salinizat.

B. Grindurile fluvio-maritime

Procesul de salinizare pe aceste grinduri evoluează identic ca şi în cazul grindurilor aluviale-fluviale, fiind de durată ceva mai scurtă, şi se găseşte sub influenţa unui drenaj intern mult mai bun, datorită texturii nisipoase. De asemenea un rol important îl are şi microrelieful care are cote mult mai mici, ceea ce face ca să fie mai des acoperit cu apă din viituri.

Datorită acestei situaţii şi a factorilor pedogenetici analizaţi anterior pentru întreaga deltă, în acest sector se formează predominant un solonceac cloruric cu crustă, pe diferite forme de microrelief — depresiuni, pante uşoare de grind şi coame de grind — în funcţie de nivelul critic.

Vegetaţia halofilă caracteristică pentru solonceacul cloruric cu crustă este reprezentată prin *Salicornia herbacea* — dezvoltată variat în funcţie de microrelief — apoi *Puccinellia distans, Statice gmelini* — rar şi mai mult pe coama grindurilor, *Suaeda maritima* — mai rară şi periferică şi *Cynodon dactylon* — mai mult periferic împreună cu *Agropyron repens.*

Între pîlcurile de această vegetaţie sînt frecvente suprafeţe fără vegetaţie, cu crustă de săruri.

Din punct de vedere morfologic, profilul se prezintă astfel:

A' 0...6 (10) cm — cenuşiu deschis, nisip cu multe particule grosiere. Apar pete mici ruginii la baza acestui suborizont.
A'' 6...18 (20) cm — cenuşiu mai închis, cu pete gălbui sau ruginii închise. Nisip cu multe particule grosiere. Trecere netă de cele mai multe ori, cînd nu există un mic suborizont de trecere.
I 18...35 (40) cm — gălbui, cu nuanţă brunie cîte o dată. Umed. Nisip grosier.
II 35...70 (75) cm — gălbui cu pete ruginii. Nisip grosier, deseori cu scoici.
III g 70...80 (90) cm — gălbui, cu nuanţă verzuie, pete ruginii. Nisip grosier.
IV g 80...110 (150) cm — cenuşiu închis pînă la negricios gleizat. Fost fund de lac. Nisip grosier.

Din punct de vedere al compoziţiei chimice, după cum reiese şi din tabelul 7, conţinutul maxim de săruri se găseşte în crusta de la suprafaţă, ce are o grosime de 0,50 cm. Sub aceasta conţinutul de săruri scade brusc, la valori cuprinse între 0,425...0,745 g%, variind în profunzime de la o alternanţă la alta, în limite restrînse. Conţinutul de săruri solubile din crustă variază între limite foarte largi (1,608...11,774 g%,), fiind în funcţie de forma de microrelief pe care se formează şi alternanţele pe care le

Tabelul 7

Conținutul total în săruri ușor solubile și anioni la solonceacurile clorurice cu crustă, formate pe grindurile fluvio-maritime pe diferite forme de microrelief (depresiune, pantă și coamă de grind)

Adîncimea cm	Reziduu sec %			HCO_3' g% me%			Cl' g% me%			SO_4'' g% me%			Raport Cl'/SO_4''
	Media	Limite de la	Limite pînă la	Media	Limite de la	Limite pînă la	Media	Limite de la	Limite pînă la	Media	Limite de la	Limite pînă la	
Crustă	7,789	1,608	11,774	0,42 6,88	0,19 3,17	0,88 14,5	4,23 121	0,47 13,3	7,93 224	0,564 11,7	0,026 0,55	2,450 51,0	10,34
1...10	0,585	0,425	0,745	0,10 1,64	0,08 1,31	0,16 2,71	0,29 8,29	0,09 2,65	0,27 7,71	0,009 0,18	0,003 0,06	0,015 0,32	46,05
10...20	0,311	0,184	0,690	0,08 1,31	0,05 0,85	0,13 2,19	0,13 3,71	0,07 2,11	0,36 10,3	0,005 0,10	0,005 0,11	0,016 0,33	37,10
20...30	0,285	0,161	0,483	0,06 0,98	0,04 0,70	0,08 1,43	0,11 3,14	0,07 2,11	0,24 7,00	0,007 0,14	0,005 0,11	0,009 0,20	22,42
30...40	0,595	0,161	1,178	0,06 0,98	0,05 0,85	0,06 0,98	0,20 5,71	0,07 2,11	0,28 8,01	0,009 0,18	0,006 0,12	0,020 0,41	31,72
40...50	0,578	0,178	1,581	0,05 0,82	0,04 0,70	0,06 0,98	0,27 7,71	0,08 2,26	0,72 20,4	0,007 0,14	0,003 0,06	0,010 0,22	55,07
50...60	0,598	0,214	1,663	0,05 0,82	0,04 0,70	0,06 0,98	0,29 8,29	0,10 2,89	0,81 23,0	0,009 0,18	0,003 0,06	0,017 0,35	46,05
60...70	0,440	0,183	0,869	0,04 0,65	0,03 0,64	0,06 0,98	0,22 6,25	0,12 3,63	0,44 12,5	0,006 0,12	0,003 0,06	0,012 0,26	52,08
70...80	0,334	0,210	0,567	0,04 0,65	0,03 0,64	0,06 0,98	0,16 4,57	0,11 3,22	0,28 8,09	0,006 0,12	0,003 0,06	0,008 0,17	38,08
80...100	0,668	0,210	2,297	0,05 0,82	0,03 0,64	0,10 1,73	0,20 5,71	0,11 3,22	0,45 12,7	0,021 0,43	0,003 0,06	0,083 1,73	13,28

Tabelul 8

Conținutul în humus și carbonați și alcătuirea granulometrică la solonceacurile clorurice cu crustă formate pe grindurile fluvio-maritime de pe diferite forme de microrelief (depresiune, pantă, coamă de grind) *)

Adîncimea cm	Humus %	Carbonați %	Diametrul fracțiilor mm			
			2,0...0,2	0,2...0,02	0,02...0,002	< 0,002
0...10	1,10	8,30	24,16	68,32	5,53	2,00
	0,86...1,36	6,51...9,45	11,19...30,01	60,40....83,93	3,95...7,84	0...5,64
10...20	0,45	7,87	38,42	53,19	19,68	2,97
	0,49...1,12	4,40...10,10	26,49...45,72	48,38...61,36	3,53...5,90	0...7,54
20...30	0,48	9,59	31,06	63,06	4,22	0,92
	0,30...0,70	7,84...10,63	18,66...42,99	52,28...75,71	2,59...6,39	0...3,57
30...40	0,43	10,98	29,87	64,26	4,40	1,82
	0,15...0,77	9,78...13,03	3,72...51,36	43,75...88,33	1,97...4,99	0...4,33
40...50	0,41	12,23	32,20	61,77	4,47	1,27
	0,15...0,79	9,78...14,89	16,58...35,10	43,75...81,65	1,77...6,77	0...3,20
50...60	0,27	11,84	30,73	61,67	3,92	1,17
	0,15...0,44	9,78...13,95	17,09...51,36	43,75...77,67	1,29...5,22	0...3,95
60...70	0,26	12,11	39,09	55,40	4,28	1,15
	0,04...0,48	9,78...17,01	16,05...51,36	43,75...78,57	3,26...4,98	0...2,47
70...80	0,22	12,70	35,31	59,13	4,68	0,87
	0 ...0,48	9,75...13,88	6,75...55,00	39,94...87,97	4,12...5,06	0...2,34
80...100	0,22	12,11	38,38	55,92	4,81	0,87
	0 ...0,48	9,75...13,88	6,75...67,31	27,11...64,59	4,12...5,58	0...2,34

*) La numărător sînt date valorile medii, iar la numitor valorile minime și maxime, în procente.

prezintă solul. În general se constată că pe formele pozitive (panta de grind și coama de grind) conținutul de săruri este mai ridicat.

Valoarea pH-ului este cuprinsă între 8,4...9,0. Caracteristic pentru solonceacurile clorurice cu crustă este prezența de Na_2CO_3, care se găsește la suprafață (între 0,026...0,030 g%), mai mult pe grindurile Letea, Caraorman, Lumina, Ivancea și Crasnicol. Conținutul de humus este redus (1,10%) și scade brusc sub 10 cm.

Textura acestor solonceacuri este nisipoasă, conținînd cantități apreciabile de nisip grosier, care ajung la unele alternanțe pînă la 55%. În privința cantității de argilă și mîl, valorile sînt foarte reduse, după cum rezultă din tabelul 8.

Pe ambele părți ale fîșiilor de solonceacuri clorurice cu crustă s-au format soluri variat salinizate, cu un conținut de săruri solubile în stratul de 10 cm de la suprafață cuprins între 0,679...0,172 g% predominînd, ca și la solonceacuri, clorurile. La unele din aceste soluri, variat salinizate, se poate întîlni, la nivele mai ridicate, în unele alternanțe, o cantitate de săruri solubile ce depășește cu puțin 1 g%. În privința texturii, aceasta se prezintă la fel ca și la solonceacurile clorurice de crustă.

6. Salinizarea secundară

În Delta Dunării salinizarea secundară este un proces încă foarte puțin extins și tot atît de lent. Aceasta se datorește pe de o parte suprafețelor îndiguite încă reduse, cît și unei folosiri extensive a terenurilor ce au fost îndiguite. O dată însă cu extinderea îndiguirilor și mai ales a irigațiilor pe aceste terenuri, acest proces se va accentua, întrucît el evoluează mult mai activ decît procesul natural de salinizare.

Din datele orientative, obținute în intervalul de 8 ani din partea amonte a ostrovului Tătaru, se pot trage concluzii că numai îndiguirea acestei suprafețe a provocat o schimbare în dinamica sărurilor în profilul solului.

Tabelul 9

Conținutul în Cl' și SO_4'' la solul aluvial stratificat, profund nisipo-argilos, slab humificat, slab gleizat și cu alternanțe turbificate în profunzime, din ostrovul Tătaru (mg % din stratul de 10 cm de la suprafață)

Anionii	X 1954	IX 1962	Creșterea și scăderea %
Cl'	17,3	2,0	— 11,5
SO''	31,8	101,6	+ 319,0

Astfel din tabelul 9 reiese clar că a crescut de 3 ori conținutul în sulfați și s-a micșorat aproape de 9 ori conținutul în cloruri, iar conținutul total al sărurilor aproape s-a dublat. În această unitate se observă și o creștere a cantității de săruri ușor solubile în stratul superficial al

solului, ceea ce dovedeşte că are loc o salinizare progresivă. Menţionăm că în momentul de faţă nu se constată nici un fel de acţiune nocivă asupra plantelor de cultură, datorită, probabil, capacităţii pentru apă mai ridicate a alternanţelor turbificate din profilul acestor soluri, micşorându-se în acest fel concentraţia soluţiei solului.

În cazul suprafeţei îndiguite Popina I procesul de salinizare va evolua mai activ, legat de evoluţia normală a procesului de salinizare a deltei, de la soluri salinizate sulfato-sodice spre soluri salinizate clorurosodice, către partea din aval a Deltei Dunării.

Dacă în asemenea condiţii nu se amenajează şi un sistem de drenaj pentru reglarea dinamicii apei şi a sărurilor din sol, este necesar să se prevadă în anumite puncte, bine stabilite, stăvilare prin care să se poată dirija, la anumite perioade, apele din viituri spre incintele îndiguite. În felul acesta se va rezolva: a) spălarea solurilor, în cazul unei salinizări mai accentuate; b) împrospătarea solurilor în elemente nutritive şi microfloră; c) colmatarea depresiunilor care se mai găsesc în aceste incinte îndiguite [3].

7. Folosirea raţională a solurilor salinizate din Delta Dunării

Analizînd situaţia sumară a suprafeţelor solurilor salinizate din Delta Dunării, după datele din tabelul 10 reiesă că din întreaga suprafaţă a acestor unităţi naturale, solurile salinizate însumează circa 48 212 ha, adică 10,9%.

Tabelul 10

Suprafeţele solurilor variat salinizate din Delta Dunării (ha)

Denumirea solului	Delta fluviatilă	Delta fluvio-maritimă	Total
Soluri slab salinizate	11 967	17 137	29 104
Soluri mediu salinizate	1 613	5 577	7 190
Soluri puternic salinizate	4 192	3 839	8 031
Solonceacuri	1 248	2 286	3 534
Solonceacuri continentale	353	—	353
	19 373	28 839	48 212

Avînd în vedere că suprafaţa ocupată de solurile salinizate este considerabilă şi mai ales că procesul de salinizare este inevitabil, dacă se consideră numai îndiguirea suprafeţelor din Delta Dunării, fără amenajarea completă şi cu sisteme de drenare, măsurile de folosire şi valorificare a acestor suprafeţe, în faza actuală, se divid în: a) măsuri cu caracter hidroameliorativ, b) măsuri cu caracter agroameliorativ.

Din prima categorie de măsuri fac parte următoarele:

a_1) Concomitent cu îndiguirile ce se efectuează este necesar de executat și sisteme de desecare pentru coborîrea nivelului freatic și ca atare aplicarea și a irigațiilor de spălare a solonceacurilor și solurilor puternic salinizate. Aceasta în special pentru grindul Chilia [5], grindul Stipoc [6], precum și ostroavele Cerneavca și Babina — care se pot îndigui — Tătaru, Grădina Olandeză, Rusca etc.

a_2) Nivelarea suprafețelor în incintele îndiguite, fie prin mijloace mecanizate, fie prin inundare (costruindu-se stăvilare în locurile potrivite).

Din a doua categorie de măsuri este necesar:

b_1) Să se introducă îngrășăminte chimice în vederea măririi fertilității solurilor salinizate.

b_2) Să se folosească plaurul ca îngrășământ organic, în special la solurile variat salinizate și anume acolo unde acesta poate fi scos mai ușor.

b_3) Pe suprafețele cu soluri salinizate, unde nu se pot aplica metode clasice de spălare a sărurilor datorită faptului că nu sînt posibilități de drenare și nici de neutralizare a reacției alcaline a solului prin chimizare, este necesară stimularea înmulțirii plantelor halofile mai valoroase, printre care se pot enumera: *Beckmannia erucaeformis, Trifolium fragiferum, Lotus corniculatus,* însă aceasta pe soluri cu un conținut mai mic de săruri.

b_4) Folosirea rațională a pășunatului taurinelor și cabalinelor, în cazul grindurilor înguste și mai îndepărtate, iar pe cele mai largi și apropiate, a ovinelor.

b_5) Pe grindurile mari (Letea, Sărăturile), acolo unde solurile salinizate ocupă suprafețe mai înguste și sînt încadrate de forme de microrelief pozitive (microgrinduri), se poate trece la o nivelare și deci la acoperirea acestor soluri salinizate, aplicîndu-se ulterior măsurile de fixare a nisipurilor.

8. Concluzii

În urma observațiilor și studiilor efectuate începînd din anul 1954, în diferite perioade ale anului și din o serie de date analitice, se prezintă procesul de salinizare a solurilor și solurile salinizate actuale din Delta Dunării.

1. Solurile salinizate formate pe material aluvionar-fluvial și fluviomaritim evoluează de la soluri slab salinizate către solonceacuri cloruro-sulfatice și clorurice. După ce nu se mai exercită influența stratului freatic, se produce un proces lent de desalinizare, proces legat de colmatarea deltei și evoluția microreliefului.

2. Datorită pe de o parte vîrstei diferite a acestei unități naturale, iar pe de altă parte a depozitelor de origine marină și a apei Mării Negre, Delta Dunării cuprinde două provincii distincte de soluri salinizate: a) provincia cu salinizare predominant cloruro-sulfatică (de la Cetalul Ismailului pînă la grindurile fluvio-maritime); b) provincia cu salinizare predominant clorurică și cu conținut redus de Na_2CO_3 (zona grindurilor fluvio-maritime).

3. Conținutul de săruri solubile la solonceacurile cu crustă poate să ajungă pînă la 11,774%. Cantitatea maximă de săruri se întîlnește la solonceacurile fluvio-maritime. Dintre săruri predomină clorurile și anume

clorura de sodiu care frecvent atinge 90%, apoi urmează sulfatul de magneziu, restul de săruri (Cl_2Mg, Cl_2Ca) sînt în cantităţi foarte mici.

4. Datorită condiţiilor specifice din Delta Dunării, posibilităţile de folosire şi ameliorare a solurilor salinizate şi în special a solonceacurilor sînt foarte limitate. De aceea soluţiile preconizate pentru folosirea unor sectoare, prin simplă îndiguire, în vederea redării terenurilor agriculturii sau silviculturii, trebuie studiate foarte detaliat.

5. Întrucît dinamica sărurilor la solurile din Delta Dunării depinde de foarte mulţi factori, este necesar de efectuat cercetări staţionare în ceea ce priveşte regimul hidrologic, termic şi salin al acestor soluri.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de geologie şi geotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. Antipa Gr., *Regiunea inundabilă a Dunării.* Buc., 1910, p. 311.
2. Disescu C., Jeanu I., *Studiul climatic al Deltei Dunării.* I. M. C., p. 80.
3. Guştiuc L., Chiriţă C. D., *Solurile din Delta Dunării şi evoluţia lor. Hidrobiologia* (lucrările Comisiei de hidrologie, hidrobiologie şi ihtiologie). Ed. Acad. R.P.R., **I**, 1958, p. 29.
4. Guştiuc L., Marola D., Lucr. şt., Inst. agr. „Ion Ionescu de la Brad", Iaşi, 1959, p. 9.
5. Guştiuc L., Gheorghiu E., Poenescu M., Lucr. şt. Inst. agr. „Ion Ionescu de la Brad", Iaşi, 1960, p. 12.
6. Guştiuc L., Gheorghiu E., Poenescu M., An. şt. Univ. „Al. I. Cuza", Iaşi, secţ. II, 1960, **VI**, *4*, p. 13.
7. Guştiuc L., Gheorghiu E., Poenescu M., Lucr. şt. Inst. agr. „Ion Ionescu de la Brad", Iaşi, 1962, p. 20.
8. Petrescu Gh., *Delta Dunării — geneza şi evoluţia ei.* Ed. şt., Buc., 1957, p. 233.

ЗАСОЛЕННЫЕ ПОЧВЫ ДУНАЙСКОЙ ДЕЛЬТЫ

(Резюме)

На основании обследованний производимых с 1954 года в разные периоды года, а так-же в связи с другими данными, в настоящей работе предетавляется процесс засоления и засоленности почв дельтвии Дуная.

Засоленные почвы, образовавшиеся на речном алювии и мореком алювии, эволюционируют от слабо засоленных почв к хлористым и хлоро-сульфатным солончакам.

С момента приостановки влияния грунтовых вод имеет место слабый процесс рассоления, который связан с заилением дельты и эволюцией микрорельефа.

В связи, с одной стороны, с различным возрастом этой натуральной единицы, а с другой стороны с морекими отложениями и морской водой в дельте Дуная различаются две провинции засоленных почв:

1. Провинция с преобладающим хлоро-сульфатным засолением (от Чатала Измаила до речных-морских валов).

2. Провинция с преобладающим хлористым засолением и с малым количеством Na_2CO_3 (зона речных-морских валов).

Количество растворимых солей в корковых солончаках доходит до 11,774%. Самое большое количество солей находится в флювио-морских солончаках. Из солей преобла-

BUDAPESTI MOSZAK KÖZPONTI 1848

дают хлориды и именно хлористый натрий, количество которого доходит до 90%, затем следует сульфат магния, остальные соли находятся в незначительном количестве ($MgCl_2$, $CaCl_2$).

В связи с специфическими условиями дельты Дуная, возможности использования и мелиорации засоленных почв и в особенности солончаков являются очень ограниченными.

Поэтому для мероприятий по использованию некоторых участков, пользуясь только лишь обвалованием, должны быть проведены очень детальные обследования, для того чтобы можно было-бы использовать в полности эти площади под земледение и лесоводство.

В виду того, что динамика солей в почвах дельты Дуная зависит от многих условий, нужно провести стационарные обследования в отношении гидрологического, термического и солевого режима этих почв.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Поперечный профиль гряды острова Бабина. *I* — растительность по зонам; *II* — количество иона Cl′ и сухого остатка в поверхностной толще 10 см; *III* — глубина залегания грунтовой воды; *IV* — количество иона Cl′, иона SO_4'' и сухого остатка грунтовой воды по зонам.

Рис. 2. — Поперечный профиль солончаковой зоны с восточной стороны гряды Килия, от плавни до холма Ватаман. *I* — растительность по зонам; *II* — количество иона Cl′ и сухого остатка в поверхностной толще 10 см; *III* — глубина залегания грунтовой воды; *IV* — количество иона Cl′, иона SO_4'' и сухого остатка грунтовой воды по зонам.

Рис. 3 — Взаимосвязь между степению минерализаций грунтовой воды и глубиной залегания. *a* — на континентальной гряде, *b* — на флювио-морской гряде, *c* — на алювиально-флювиальной гряде.

Рис. 4. — Почвенная карта засоленных почв дельты Дуная.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 633.8

AMENAJĂRI DE OREZĂRII BAZATE PE PRINCIPII NOI DE PROIECTARE ŞI EXPLOATARE, ÎN SCOPUL CREŞTERII EFICIENŢEI ECONOMICE

DE

VALERIU BLIDARU, Gr. POPESCU şi M. GOBJILĂ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Sarcinile de plan ale sectorului de îmbunătăţiri funciare pe perioada 1962... 1964, ca urmare a aplicării hotărîrilor Congresului al III-lea al P. M. R., prevăd printre alte obiective extinderea amenajărilor de orezării pînă la o suprafaţă de circa 30 000 ha.

Tehnica amenajării orezăriilor reprezintă una din cele mai dificile probleme de irigaţii, privită prin prizma cheltuielilor de investiţii, respectiv a volumului de muncă depus pentru întocmirea studiilor şi proiectelor cît şi pentru executarea efectivă a amenajărilor (terasamente şi instalaţii).

Colectivul nostru a urmărit să găsească o soluţie în problema reducerii cheltuielilor de studii-proiectare şi investiţii, căutînd astfel să contribuie la rezolvarea acestor probleme.

În acest scop preocupările noastre s-au axat pe următoarele două probleme:

a) Reducerea la maximum a timpului necesar întocmirii studiilor pe teren şi proiectării.

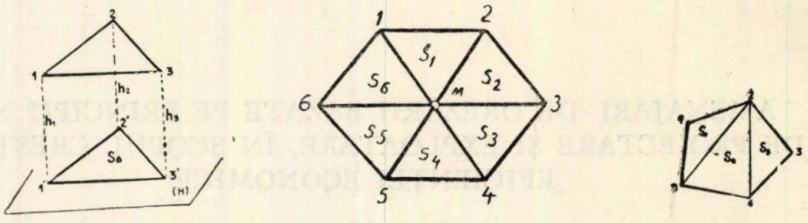
b) Reducerea la maximum a cheltuielilor de investiţii reclamate de terasamente şi instalaţii.

2. Reducerea timpului de efectuare a studiilor şi de proiectare a nivelării

Pînă în prezent volumul cel mai important de muncă pentru studii era reclamat de măsurătorile nivelitice, în scopul întocmirii proiectului de nivelare a terenului. Metoda clasică de nivelare constă în aplicarea pe teren a unui caroiaj din circa 20 în 20 de m, obligînd astfel operatorul să ridice un număr însemnat de puncte pentru întreaga suprafaţă.

Pentru amenajările suprafeţei de circa 30 000 ha, prin metoda clasică s-ar impune ridicarea a circa 750 000 puncte, pe cînd prin metoda propusă de colectivul nostru volumul de muncă s-ar reduce necesitînd ridicarea a numai aproximativ 210 000 puncte, ceea ce înseamnă o economie de timp de circa 72%.

Dacă numai din studiile de teren rezultă această economie, este uşor de înţeles că şi prelucrarea acestui material va duce la un consum de timp redus.



A B C

Fig. 1

Faţă de procedeul clasic de nivelare, descris în toate tratatele de specialitate, procedeul propus de noi şi denumit *metoda poligonului cu punct interior*, consideră suprafaţa terenului ca formată din suprafeţe plane triunghiulare, racordate între ele sub diferite unghiuri.

O porţiune de suprafaţă plană triunghiulară, împreună cu toate proiectantele verticale ale conturului şi proiecţia corespunzătoare ei pe un plan orizontal de comparaţie (H), închide un volum de pămînt dat de formula (fig. 1 A):

$$V = S_\Delta (h_1 + h_2 + h_3)/3, \tag{1}$$

în care: S_Δ — aria proiecţiei orizontale a suprafeţei, h_1, h_2, h_3 — cotele vîrfurilor triunghiului, luate faţă de acelaşi plan.

Fie un teren *1-2-3-4-5-6*, ridicat prin drumuire, avînd un punct interior M cunoscut ca poziţie şi cotă (fig. 1 B).

Determinînd ariile triunghiurilor, volumul de teren situat deasupra planului de comparaţie va fi:

$$V_1 = S_1 (h_1 + h_2 + h_m)/3, \ldots, \quad V_6 = S_6 (h_6 + h_1 + h_m)/3,$$

adică

$$V = [h_1 (S_1 + S_6) + h_2 (S_2 + S_1) + h_3 (S_3 + S_2) + h_4 (S_4 + S_3) +$$
$$+ h_5 (S_5 + S_4) + h_6 (S_6 + S_1) + h_m (S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6)]/3).$$

Cum însă $V = SH$, rezultă:

$$3Sh = h_1 (S_1 + S_6) + h_2 (S_2 + S_1) + \ldots + h_m S,$$

deci

$$h = [h_1 (S_1 + S_6) + h_2 (S_2 + S_1) + \ldots + h_m S]/(3S), \tag{2}$$

în care h (cota medie) *apare ca medie ponderată a lui* $h_1, h_2, \ldots, h_m$, avînd ca pondere suma ariilor triunghiurilor adiacente punctului considerat.

Această formulă poate fi scrisă concentrat sub forma:

$$(3) \qquad h = \sum_{i=1}^{m} h_i p_i \Big/ \sum_{i=1}^{m} p_i .$$

Formula se menţine valabilă şi în cazul cînd nu avem punct interior propriuzis, în acest caz unul din punctele poligonului funcţionînd ca punct interior (fig. 1 C).

Aplicînd procedeul expus (fig. 2), plecînd cu o cotă mijlocie arbitrară de 530 cm, s-a găsit că trebuie de aplicat o corecţie $c = 4$ cm pentru a obţine cota medie a terenului (tabelul 1).

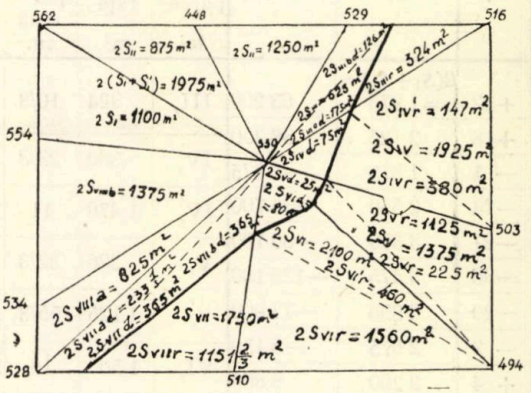


Fig. 2

În cazul nostru $h = 530 - 4 = 526$ cm.

Aplicînd metoda clasică, avînd puncte de circa 7 ori mai numeroase, s-a găsit cota medie a terenului $h = 526{,}2$ cm, deci practic acelaşi rezultat (fig. 3).

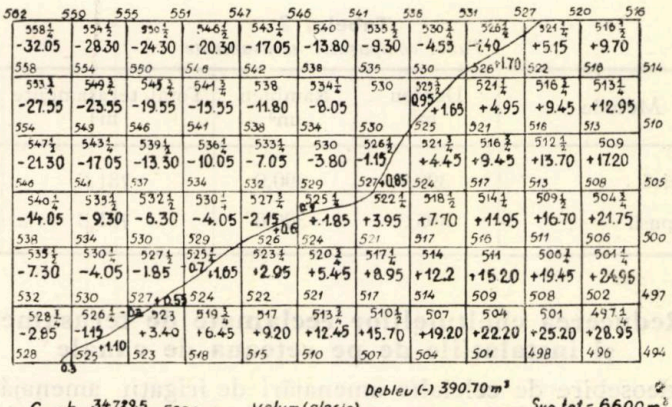


Fig. 3

În privinţa terasamentului de deplasat, rezultatele cuprinse în tabelul 2 comparativ, arată diferenţe admisibile (1%), ceea ce justifică valabilitatea soluţiei noastre, care este mult mai simplă.

Tabelul 1

Calculul cotei medii şi terasamentelor

h_i	p_i	$h_i p_i$	Dublu volum rambleu				Dublu volum debleu			
			Nr. parcelei	Suprafaţa m²	h_i parcelă cm	$2V_i$ m³	Nr. parcelei	Dublul supr. m²	h_i parcelă cm	$2V$ m³
+32	$2(S_1+S_2)=$ =1 975	63 200	III_r	324	10/3	10,80	I	1 100	68/3	249,33
+18	2 125	38 250					I'	870	62/3	180,83
— 1	1 875	—1 875	IV_r	380	23/3	29,13	II	1 250	29/3	120,83
—14	2 550	—35 700	IV'_r	1 470	11	161,70	VIII a	875	14/3	38,50
—27	3 300	—89 100					VIII b	1 250	40/3	183,33
—36	3 475	—125 100	V_r	226	32/3	24,00	VII ad	233 1/3	2	4,67
—20	3 850	—77 000	V'_r	1 125	55/3	206,25	VII bd	365	4/3	
— 2	2 575	—5 150					VI d	80	4/3	7,27
+ 4	2 200	8 800	VI_r	1 560	16	249,60	V d	25	4/3	
+24	2 475	59 400	VI'_r	460	32/3	49,07	IV d	75	4/3	
0	13 200	0					III ad	175	7/3	4,08
	$\Sigma p_i=$ 39 600	$\Sigma h_i p_i=$ 164 275	VII_r	1151 2/3	16/3	61,40	III bd	126	4/3	1,68
$h=\Sigma h_i p_i / \Sigma p_i=$ — 164 275/39 600 = — 4 cm ; $h_{med}=530-4=526$ cm			$2S=6695\ 2/3$; $2V_r=791,95$; $V_r=396,0$				$2S=6\,504\ 1/3$; $2V_d=790,52$; $V_d=395,30$			

Tabelul 2

Tabel comparativ terasamente

Nr. crt.	Metoda	Debleu m³	Rambleu m³	Total terasamente m³	Procentual
1	clasică	390,7	390,9	781,6	100
2	propusă	395,3	396,0	791,3	101

3. Reducerea cheltuielilor reclamate de terasamente şi instalaţiile de pe reţeaua de canale

Spre deosebire de celelalte amenajări de irigaţii amenajările pentru orezării reclamă cheltuieli mari de investiţii (de circa 5...6 ori mai mult), impuse de volumul ridicat de terasamente (pentru nivelare şi construcţii de canale), ca şi de cele necesare pentru instalaţiile de pe reţeaua de canale. Dacă în privinţa cheltuielilor pentru executarea nivelării pe teren procedeul propus de noi nu modifică situaţia clasică, în schimb în privinţa cheltuielilor legate de construirea canalelor şi instalaţiilor, procedeul propus de noi modifică simţitor situaţia clasică.

Noul procedeu de calcul porneşte de la ideea că asigurînd acelaşi volum de apă (tabelul 3), în acelaşi timp se ridică debitul maxim de vîrf la un debit maxim mediu, printr-un nou procedeu de inundare a parcelelor. În metoda clasică debitul de dimensionare a canalelor şi instalaţiilor era considerat debitul maxim de vîrf (tabelul 4), care din întreaga perioadă de vegetaţie a orezului (110...120 zile) se înregistra în 1 ... 2 zile (fig. 4).

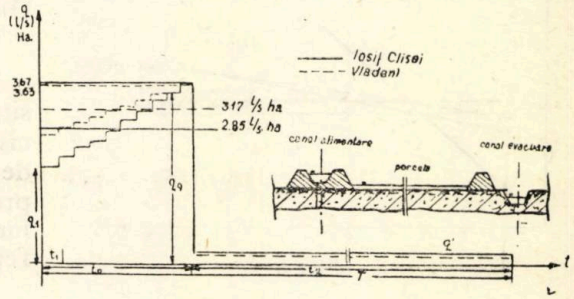


Fig. 4

Creşterea succesivă a debitelor pînă la valoarea maximă de vîrf era determinată de inundarea zilnică de suprafeţe egale (ω/t_0) pentru realizarea îmbibării stratului activ de sol (H), cît şi a suplimentării pierderilor de apă pe parcelele alimentare anterior, în vederea menţinerii stratului de apă protector (h).

Tabelul 3

Determinarea consumului de apă la orez.

(Elemente caracteristice comune : H=0,8 m, h=0,10 m, t_0=10 zile, t_2=100 zile)

Var.	Unitatea	Suprafaţa ha	Elemente caracteristice $p\%$, β_{max}, β_0, ε, ε', s, Δ, σ, P_0	Norme m³/ha		
				m_1	m_2	M
I	G. A. S. Iosif Clisci, com. Stăncuţa, raion Însurăţei, reg. Galaţi	100	p =47%, β_{max}=0,7, β_0=0,5, ε =ε'=8 mm/24 h, s=0,8 l/s ha Δ=0,35 l/s ha, σ=0,25 l/s ha, P_0=262 mm	1 752	13 156	14 908
II	G. A. S. Vlădeni, raion Galaţi, reg. Galaţi	300	p =47,8%, β_{max}=0,95, β_0=0,6, ε =10 mm/24 h, ε'=5 mm/24 h, s=0,2 l/s ha, Δ=0,1 l/s ha, σ=0,2 l/s ha, P_0=248 mm	2 338	11 840	14 178

$$M = m_1 + m_2 = 100\,[HP(\beta_{max} - \beta_0) + h] + 10\,t_2\varepsilon + 86{,}4\,t_2\,(s + \Delta + \sigma) - 10\,P_0$$

Noua metodă, în vederea reducerii cheltuielilor amintite, are la bază ideea necesităţii de a se inunda zilnic o suprafaţă descrescătoare proporţional cu mărirea debitului, elementul determinant fiind debitul mediu maxim (fig. 5).

Pentru rezolvarea acestei probleme — aflarea suprafeţelor de inundare zilnică — în prealabil trebuie determinat debitul mediu maxim, căruia i se impune condiţia de a fi constant.

Debitul mediu maxim al perioadei de inundare se află prin mai multe procedee:

a) Pe cale directă, ca fiind raportul dintre suma debitelor de inundare din timpul t_0 şi produsul $t_0\,\omega$

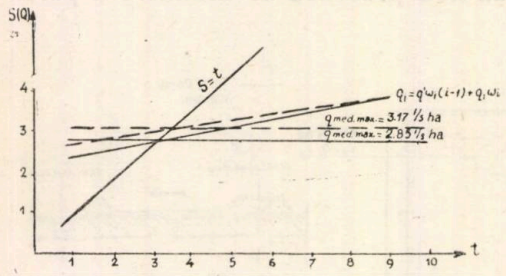


Fig. 5

$$(4)\quad q_{\text{med max}} = \sum_{i=1}^{10} q_i/(t_0\,\omega)\ [\text{l/s ha}].$$

b) Pe cale analitică, ca fiind situat pe o paralelă la axa absciselor, ce trece prin punctul de intersecţie al dreptelor reprezentînd creşterea suprafeţelor (ecuaţia de variaţie a suprafeţelor $S = t$) şi creşterea de-

Tabelul 4

Determinarea debitelor pentru perioada t_0

G. A. S. Iosif Clisci. Precipitaţiile nu s-au luat în consideraţie fiind neglijabile 262/(100 . 86 400) = 0,00003 l/s			G. A. S. Vădeni. Precipitaţiile nu s-au luat în consideraţie fiind neglijabile 248/(100 . 86 400) = 0,000029 l/s		
$m_1 = 100\,[80 + 0{,}47\,(0{,}70 - 0{,}50) + 10] =$ $= 1\,752$ m³/ha $m_2 = 10 . 100 . 8 +$ $+ 86{,}4 . 100\,(0{,}3 + 0{,}35 + 0{,}25) -$ $- 10 . 262 = 13\,156$ m³/ha $q_1 = 100 . 1\,752/10 . 86{,}4 =$ $= 202{,}8$ l/s ω ha $= K$ $q' = 8/8{,}64 + 0{,}3 + 0{,}35 + 0{,}25 =$ $= 1{,}83$ l/s ω ha $= K_1$			$m_1 = 100\,[80 + 0{,}478\,(0{,}95 - 0{,}40) + 10] =$ $= 2\,338$ m³/ha $m_2 = 10 . 100 . 10 +$ $+ 86{,}4 . 100\,(0{,}2 + 0{,}10 + 0{,}20) -$ $- 10 . 248 = 11\,840$ m³/ha $q_1 = 100 . 2\,338/10 . 86{,}4 =$ $= 812$ l/s ω ha $= K'$ $q' = 5/(8{,}64) + 0{,}2 + 0{,}10 + 0{,}2 =$ $= 1{,}03$ l/s ω ha $= K_1'$		
Zile	l/s ω ha	l/s ha	Zile	l/s ω ha	l/s ha
1	$q_1 = K = 202{,}8$	2,03	1	$q_1 = K' = 812{,}0$	2,71
2	$q_2 = K + K_1 = 221{,}1$	2,21	2	$q_2 = K' + K_1' = 843{,}0$	2,81
3	$q_3 = K + 2K_1 = 239{,}4$	2,39	3	$q_3 = K' + 2K_1' = 874{,}0$	2,91
4	$q_4 = K + 3K_1 = 257{,}7$	2,58	4	$q_4 = K' + 3K_1' = 905{,}2$	3,01
5	$q_5 = K + 4K_1 = 276{,}0$	2,76	5	$q_5 = K' + 4K_1' = 935{,}4$	3,12
6	$q_6 = K + 5K_1 = 294{,}3$	2,94	6	$q_6 = K' + 5K_1' = 966{,}1$	3,22
7	$q_7 = K + 6K_1 = 312{,}6$	3,13	7	$q_7 = K' + 6K_1' = 997{,}0$	3,33
8	$q_8 = K + 7K_1 = 330{,}9$	3,31	8	$q_8 = K' + 7K_1' = 1\,028{,}2$	3,43
9	$q_9 = K + 8K_1 = 349{,}2$	3,49	9	$q_9 = K' + 8K_1' = 1\,059{,}1$	3,53
10	$q_{10} = K + 9K_1 = 367{,}5$	3,67	10	$q_{10} = K' + 9K_1' = 1\,090{,}3$	3,63
	$\Sigma q_i = 2\,851$ l/s ω ha			$\Sigma q_i = 9\,511$ l/s ω ha	

bitelor de inundare zilnică necesară a celorlalte suprafeţe (ecuaţia de variaţie a debitelor)

(5) $$q_i = q' \omega_i (i - 1 + q_1 \omega_i).$$

c) Pe cale indirectă, ca rezultat al determinării suprafeţelor de inundare zilnică de mărimi neegale, succesiv descrescătoare (metodă de verificare).

Pentru aflarea suprafeţelor neegale de inundare zilnică, în cazul dat, (debitul mediu maxim 2,85 l/s ha şi respectiv 3,17 l/s ha), se pune condiţia:

(6) $$q_1 \omega_1 = q' \omega_1 + q_1 \omega_2, \ldots$$

(7) $$q' (\omega_1 + \cdots + \omega_{i-2}) + q_1 \omega_{i-1} = q' (\omega_1 + \cdots + \omega_{i-1}) + q_1 \omega_i,$$

unde: $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_i$ — suprafeţele descrescătoare pe care se fac inundările zilnice în timpul $t_1, t_2, \ldots, t_i$, q' — debitul de apă necesar pentru acoperirea pierderilor în vederea menţinerii stratului inundabil protector (h), q_1 — debitul de apă necesar pentru realizarea îmbibării solului de suprafaţă ω/t_0 în timpul t_1.

Tabelul 5

Determinarea debitelor pentru calculul suprafeţelor descrescînde

Var.	Unitatea	Debitele (l/s ha)				Reducerea q med. max. faţă de q max. %
		q_1 (min)	q_{10} (max)	q med. max.	q' (pierderi)	
I	G. A. S. Iosif Clisci	2,03	3,67	2,85	0,18	29
II	G. A. S. Vădeni	2,71	3,63	3,17	0,103	12

Tabelul 6

Determinarea suprafeţelor de inundare descrescînde

Var. \ ω_i (ha)	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	ω_8	ω_9	ω_{10}	ω
I	14,5	13,3	12,7	11,0	10,1	9,1	8,4	7,7	6,9	6,3	100
II	35,72	34,35	33,05	31,70	30,59	29,42	28,32	27,22	26,19	23,43	300

Efectuînd calculele, din relaţia (7) rezultă:

(8) $$\omega_i = [(q_1 - q')/q_1] \omega_{i-1}, \quad (i = 2, 3, \ldots, i).$$

Prin adunarea relaţiilor (8) şi ţinînd seama că $\sum_{i=1}^{i} \omega_i = \omega$ se obţine:

(I) $$\omega - \omega_1 = [(q_1 - q')/q_1] (\omega - \omega_i).$$

Prin înmulţirea relaţiilor (8) se obţine:

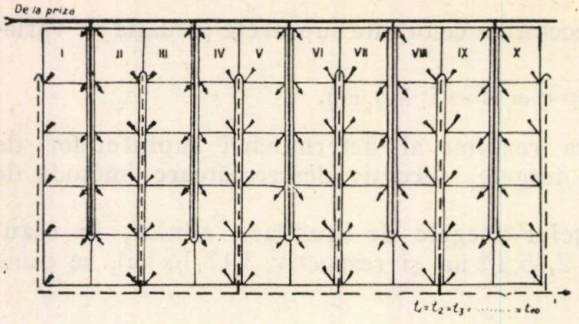


Fig. 6

(II) $\omega_i = [(q_1 - q')/q)]^{i-1}\,\omega_1$.

Din rezolvarea sistemului dat de ecuaţiile (I) şi (II) se obţine:

$\omega_1 = (q'/q_1)/[1-(1-q'/q_1)^i]$.

Pentru exemplele luate în studiu, utilizînd elementele de bază stabilite anterior (v. tabelul 5) în cadrul calculului debitorilor pentru inundarea de suprafeţe egale şi utilizînd relaţiile anterioare s-au stabilit suprafeţele neegale succesiv descrescătoare (v. tabelul 6 şi fig. 6).

4. Concluzii

Privind prin prizma economiei rezultatelor celor două procedee de îmbunătăţire a procesului tehnologic al proiectării şi executării amenajărilor de orezării rezultă următoarele concluzii:

a) Timpul de efectuare a studiilor topometrice şi prelucrare a datelor se poate reduce în proporţie de circa 70%.

b) Cheltuielile de investiţie pentru amenajarea canalelor, instalaţiilor de priză şi a construcţiilor hidrotehnice de pe reţeaua de canale se pot reduce aproximativ proporţional cu reducerea debitului de alimentare, pentru exemplul luat în calcul (orezăria G. A. S. Iosif Clisci = 100 ha) rezultă un debit total de aducţiune după procedeul clasic de 3,67 l/s ha . 100 ha = 367 l/s iar prin procedeul propus de noi rezultă un debit total de alimentare de 2,85 l/s ha . 100 ha = 285 l/s, ceea ce reprezintă o reducere de circa 30%.

Privite aceste rezultate prin prizma realizării sarcinilor de plan pe ţară (circa 30 000 ha), considerăm că economiile ce se realizează sînt evidente şi merită a fi luate în consideraţie de sectorul productiv.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de hidroameliorații

BIBLIOGRAFIE

1. Blidaru V., *Irigaţii*. Ed. Agrosilvică de Stat, Buc., 1954.
2. Blidaru V., Chera N., *Contribuţii la reducerea cheltuielilor de investiţii în amenajarea orezăriilor pe baza reducerii debitului maxim de apă.*

НОВЫЕ ПРИНЦИПЫ В ПРОЕКТИРОВАНИИ И ЭКСПЛУАТАЦИИ РИСОВЫХ ПОЛЕЙ ПОДНИМАЮЩИЕ ИХ ЭКОНОМИЧНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТЬ

(Резюме)

В принципах изложенных в работе (уменьшение затрат времени на сбор данных и проектирования нивелировки, а также уменьшения максимального расхода воды для орошения убывающих площадей) исследуется улучшение проектирования и выполнение работ по нивелированию рисовых полей и увеличение их экономичной эффективности.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Industrie uşoară

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 1—2, 1964

Легкая промышленность

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Light Industry Engineering

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 667.211

FOLOSIREA COLORANŢILOR REACTIVI PENTRU AMINAREA FIBRELOR CELULOZICE

DE

RITA ZEIDMAN şi MIŞILIM GRINDEA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962.

1. Introducere

Deşi reacţia celulozei cu clorura acidului cianuric — respectiv triclortriazina — este de mult cunoscută din literatura de patente (1932) pentru obţinerea de fibre celulozice „imunizate", ea nu a fost valorificată decît relativ recent (1950) pentru aşa-numiţii coloranţi reactivi (prin imunizare înţelegînd suprimarea afinităţii celulozei pentru coloranţii direcţi).

Folosirea acestei reacţii pentru aminarea celulozei în scopul conferirii de afinitate pentru coloranţii acizi, nu ne este cunoscută.

Utilizarea introducerii azotului în molecula celulozei a fost abordată prin esterificare cu amidare ulterioară, prin acţiunea aminelor şi prin acţiunea iminelor. Astfel, esterificarea celulozei cu *p.* toluen sulfoclorură şi ulterioară amidare cu amoniac sau cu amine primare sau secundare, constituie cunoscuta metodă Karrer-Sandoz (1926). Dintre procedeele care folosesc acţiunea aminelor, un succes deosebit l-a înregistrat procedeul cu acidul 2-amino-etil sulfuric ($NH_2—CH_2—CH_2—OSO_3H$) sau a derivaţilor săi în mediu puternic alcalin. Celuloza aminizată are în acest caz structura:

$$Cel—O—CH_2—CH_2—NH_2.$$

Trebuie subliniat însă că această metodă necesită un consum ridicat de auxiliari (pentru 1,25 kg bumbac puf — 3 kg NaOH şi 1,2 kg acid 2-amino-etil-sulfuric). De asemenea, realizarea implică tratament la temperaturi peste 100°C [1]. Au fost folosiţi şi derivaţii acidului amino-etil sulfuric. Rezultatele bune au fost obţinute şi cu epoxamine de către Champetier [2], care a folosit epoxi-dietil-aminopropan:

$$Cel—OH + CH_2(O)CH—CH_2—N—(C_2H_5)_2 \xrightarrow{NaOH} Cel—O—CH_2—\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{CH}}—CH_2—N—(C_2H_5)_2$$

În ţara noastră, modificarea însuşirilor tinctoriale a celulozelor regenerate (viscoză), a fost realizată de colectivul acad. Cr. Simionescu, prin amestecarea viscozei cu proteine vegetale [3].

Etilen-imina a fost folosită la tratarea xantogenatului în formă lichidă sau gazoasă [4]. Mai recent, etilen-imina a fost folosită şi pentru tratarea bumbacului [5].

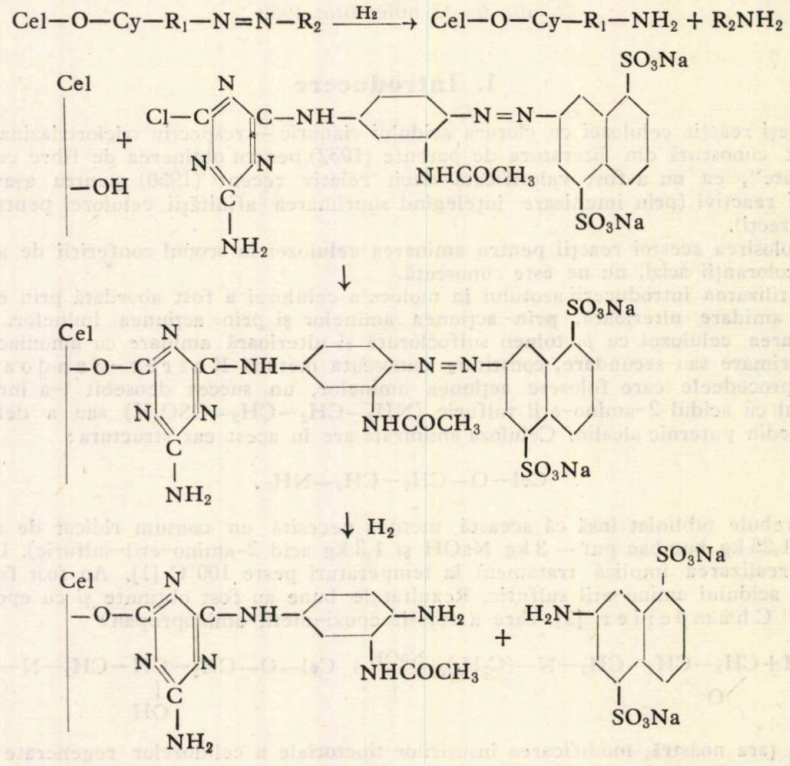
Pentru demonstrarea unor teze în legătură cu teoriile vopsirii J. W e g m a n a reluat reacţia bumbacului cu clorura de cianuril, studiind comportarea unor derivaţi substituiţi ai acestuia [6].

În lucrarea de faţă s-a pornit de la ideea folosirii reacţiei celulozei cu derivaţii clorurii acidului cianuric, pentru a se obţine fibre celulozice aminate.

2. Partea teoretică

Practic s-a folosit ca agent de aminare nu un derivat aminat al clorurii de cianuril, ci coloranţi reactivi de tip Cibacron. Aceşti coloranţi, de fabricaţie relativ recentă, se caracterizează printr-un nucleu monoclortriazinic care poartă atomul reactiv de clor ce intră în reacţie cu oxidrilii celulozei. Reacţia de formare a legăturii covalente colorant-celuloză este relativ lentă (în raport cu reacţia coloranţilor diclortriazinici) şi este declanşată de alcalinitatea mediului şi de temperatură.

După aplicarea coloranţilor Cibacron-azoici pe fibra celulozică, printr-un tratament reductiv, colorantul de pe fibră a fost transformat în doi compuşi aminici:



O amină rămîne legată de celuloză prin intermediul legăturii covalente, care nu este influenţată de procesul de reducere, iar cealaltă (R_2NH_2), conţinînd grupa solubilizantă în radicalul R_2, se îndepărtează

prin spălare. De altfel, această reacție a fost folosită de Wikerstaff [7] pentru dovedirea legăturii covalente colorant-celuloză. În acest scop Wikerstaff a supus materialul diazotării și cuplării cu o componentă de cuplare, obținînd reacții de culoare.

În lucrarea de față, pentru a avea un grad de substituție suficient de ridicat, am folosit diferite căi: a) vopsirea cu procentaj mare de colorant, pînă la 15...20% (folosim metoda de exprimare uzuală în vopsitorie, adică raportăm cantitatea de colorant la greutatea materialului), b) îmbibarea materialului în soluție de colorant și depozitare prelungită (pînă la 24 ore), c) aminarea în trepte, adică vopsiri cu concentrații uzuale, urmate sau nu de reducere, cu repetarea ciclului de două și trei ori, d) aminări din soluția de colorant reactiv supus unei prealabile reduceri, deci cu intenția de a avea în soluție un derivat aminat al clorurii acidului cianuric.

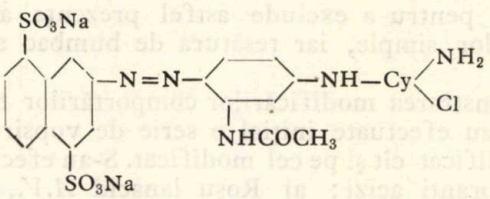
Din căile abordate, cel mai bun randament, constatat pe cale coloristică, a fost obținut prin aminarea în trepte (trei vopsiri a cîte 3% colorant).

Conținutul în azot al materialelor astfel tratate indică 0,41% în cazul celofibrei și 0,17% în cazul bumbacului, față de conținutul inițial de 0,014% respectiv 0,05%.

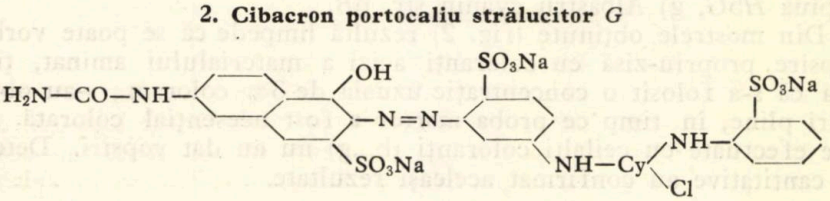
O a doua problemă ce ne-am pus-o după obținerea unui grad suficient de substituție a fost aceea a alegerii unui colorant cu care să obținem o aminare a fibrei celulozice cu obiectiv principal — modificarea comportării tinctoriale față de coloranții acizi.

Din seria de coloranți Cibacron, prin aminare în trepte, am obținut cu un singur colorant din cei încercați, o comportare net deosebită a celulozei aminate, față de coloranții acizi (fig. 1). Este vorba de colorantul Cibacron galben *R*. Am reținut însă din coloranții cu rezultate negative încă 4 coloranți, asupra cărora am extins studiile noastre comparative.Formulele celor 5 coloranți sînt redate mai jos:

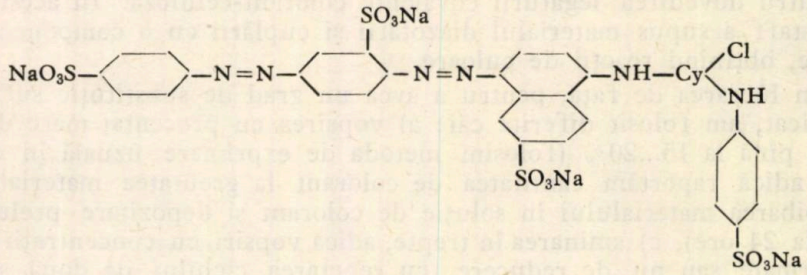
1. Cibacron galben *R*



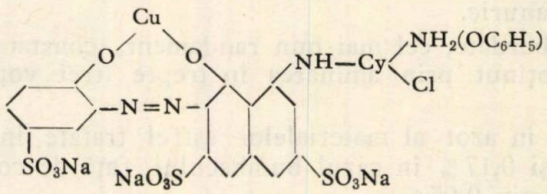
2. Cibacron portocaliu strălucitor *G*



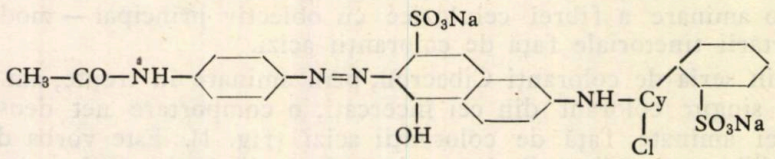
3. Cibacron brun *3GR*



4. Cibacron violet *2R*



5. Cibacron stacojiu *2G*



3. Partea experimentală

Cercetările experimentale au fost executate atît pe ţesătură din celofibră, cît şi din bumbac. S-a folosit o ţesătură din celofibră cu urzeala din fire răsucite, pentru a exclude astfel prezenţa amidonului folosit la încleierea firelor simple, iar ţesătura de bumbac a fost în prealabil riguros descleiată.

Pentru demonstrarea modificărilor comportărilor tinctoriale a materialului aminat s-au efectuate iniţial o serie de vopsiri comparative atît pe material nemodificat cît şi pe cel modificat. S-au efectuat astfel vopsiri cu următorii coloranţi acizi: a) Roşu lanacid *A.V.*, b) Verde acid *O*, c) Roşu supramin *GG*, d) Ponceau acid 6*R*, e) Ponceau acid 4*R*, f) Galben piuă *H*5*G*, g) Albastru cyanin str. 6*B*.

Din mostrele obţinute (fig. 2) rezultă limpede că se poate vorbi de o vopsire propriu-zisă cu coloranţi acizi a materialului aminat, ţinînd seama că s-a folosit o concentraţie uzuală de 3% colorant; s-au obţinut vopsiri pline, în timp ce proba martor a fost neesenţial colorată. Aminările efectuate cu ceilalţi coloranţi (b...g) nu au dat vopsiri. Determinări cantitative au confirmat aceleaşi rezultate.

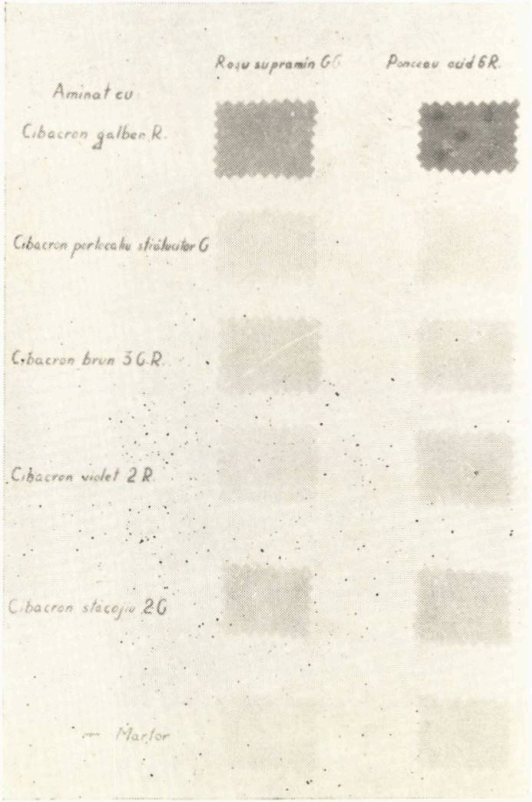

Roşu supramin GG
Ponceau acid 6R
Aminat cu
Cibacron galben R
Cibacron portocaliu strălucitor G
Cibacron brun 3G-R
Cibacron violet 2R
Cibacron stacojiu 2G
Martor

Fig. 1

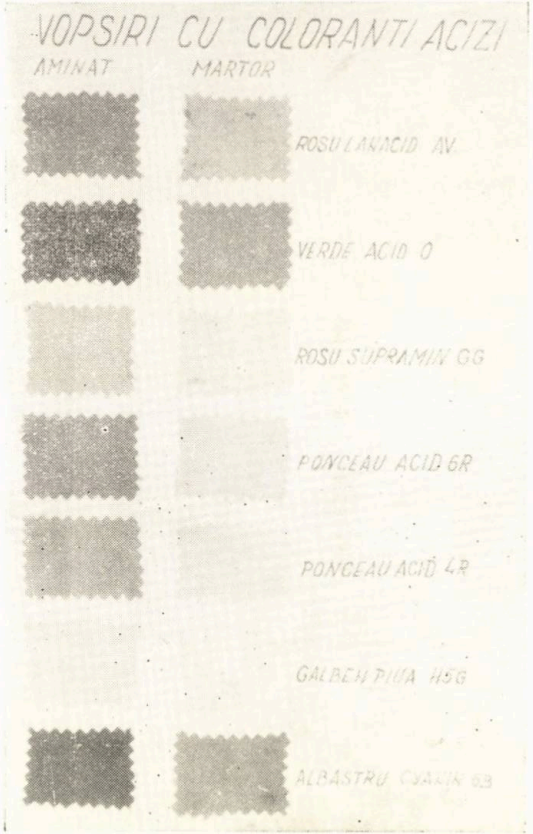

VOPSIRI CU COLORANTI ACIZI
AMINAT
MARTOR
ROSU LANACID AV
VERDE ACID O
ROSU SUPRAMIN GG
PONCEAU ACID 6R
PONCEAU ACID 4R
GALBEN PIUA H5G

Fig. 2

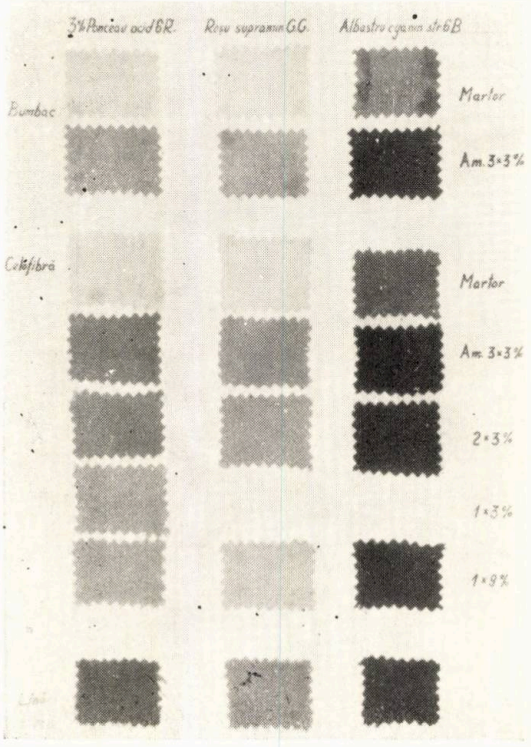

3% Ponceau acid 6R.
Rosu supramin GG.
Albastru cyanin str 6B.
Bumbac
Marlor
Am. 3×3%
Celofibră
Marlor
Am. 3×3%
2×3%
1×3%
1×9%

Fig. 3

Fig. 3 reprezintă mostre de celofibră bumbac și lînă vopsite în aceleași condiții cu mostre de celofibră și bumbac diferit aminate și anume: a) printr-o singură vopsire cu 9 % colorant Cibacron galben *R*, urmată de reducere, b) prin vopsiri cu 3 % colorant, repetate de două și de trei ori, urmate de reducere, deci cu 3% colorant, 2×3% și 3×3% colorant. Din aceste probe tinctoriale, efectuate cu Ponceau acid 6*R*, Roșu supramin *GG* și Albastru cyanin str. 6*B*, din fig. 3 rezultă următoarele:

a) Probele martor — celofibră și bumbac — nu arată diferențe de comportare, cantitățile de colorant fiind egal de mici.

b) În cazul țesăturilor aminate cantitățile de colorant legate atît de celofibră cît și de bumbac au fost apropiate, pentru aceleași condiții de tratare.

c) Sînt elocvente diferențele de colorant legat de aminările cu 9% colorant (într-o singură fază) și cele obținute cu aminarea în trepte (3×3%), ultimele fiind mult mai intense. În același sens pledează cantitățile de colorant acid reținute de materialul aminat cu 9% colorant (1×9%), care sînt numai cu puțin mai mari decît cele reținute de materialul aminat cu 3% colorant.

d) În condiții egale de vopsire, față de lîna care leagă între 90% și 100% din colorantul aflat în soluție, fibrele celulozice aminate leagă maximum 70%. Totuși, la compararea vizuală a lînii vopsite cu fibrele celulozice aminate (celofibra) apar diferențe mai reduse. Acest aspect poate fi atribuit capacității diferite de reflectare a luminii, a celor două suprafețe (celofibră și lînă).

Sînt interesante și datele care rezultă din vopsirea materialului aminat, la diverse pH-uri. Fig. 4 și 5 arată clar că la un pH ≅ 3 fibra aminată nu se vopsește. Vopsirea propriu-zisă începe la pH = 2,5, sub

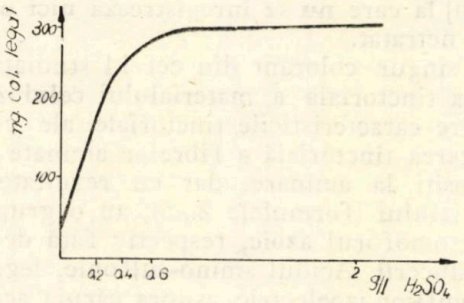


Fig. 4

care valoare, creșterea acidității nu mai exercită nici o influență. Rezultă deci că este nevoie de o anumită activare cu acid a grupelor $-NH_2$ pentru a declanșa mecanismul de fixare a coloranților acizi. 0,2 g/l acid sulfuric (pH ≅ 2,5) activează probabil toate grupele aminice ($-NH_2 + H^+ \rightarrow -NH_3^+$) și în consecință, adausuri mari de acid sînt inutile.

Vopsirea cu coloranți direcți. S-au efectuat vopsiri cu patru coloranți direcți, constatînd pentru întreaga serie că fibrele aminate sînt ceva mai slab vopsite. Rezultatele obținute de noi confirmă o parțială

imunizare a fibrelor celulozice. Gradul mic de imunizare a fibrelor celulozice se poate explica prin prezenţa în catena grefată pe celuloză, pe lîngă ciclul cyanuric care ar conferi imunizări avansate prin mărirea potenţialului electrocinetic negativ al fibrei, şi a grupei — NH_2 care contracarează această influenţă (fig. 6).

Vopsirea cu coloranţi de crom. Era firesc ca vopsirea cu coloranţi de crom specifici lînii să decurgă pe materialul aminat în mod asemănător ca şi vopsirea cu coloranţi acizi, fapt ce s-a confirmat şi experimental (fig. 6).

Dat fiind interesul pe care îl prezintă rezultatele tinctoriale obţinute, am cercetat şi influenţa tratamentului preconizat asupra proprietăţilor fizico-mecanice (sarcina de rupere şi alungirea la rupere) ca şi gradul mediu de polimerizare (tabelul 1).

Tabelul 1

Materialul	Rezistenţa		Alungirea		G. M. P.
	urzeală	bătătură	urzeală	bătătură	
Bumbac netratat	43,7	36,1	10,1	21	1 470
Bumbac vopsit	—	—	—	—	1 470
Bumbac aminat	37,1	38	16,3	21	1 470
Celo netratată	73,6	44	18,6	24,8	—
Celo aminată	71,2	49,6	30,85	26,9	—

Din datele obţinute, la care apar unele abateri neesenţiale, rezultă că în general suportul textil nu este influenţat. Aceeaşi observaţie este confirmată de gradul mediu de polimerizare determinat prin metoda Jayme-Wellm [9] la care nu se înregistrează nici o modificare în raport cu materialul netratat.

Faptul că un singur colorant din cei 14 studiaţi a modificat substanţial comportarea tinctorială a materialului celulozic, a verificat, întocmai, relaţia dintre caracteristicile tinctoriale ale coloranţilor reactivi folosiţi şi comportarea tinctorială a fibrelor aminate cu aceştia, anume, toţi coloranţii folosiţi la aminare, dar cu rezultate negative la vopsirea acidă a materialului (formulele 2...5), au o grupă sulfonică în poziţia *orto* faţă de cromoforul azoic, respectiv faţă de grupa aminică rezultată în urma reducerii. Acidul amino-sulfonic, legat de fibra celulozică, este deci un amfiion izoelectric, asupra căruia acidul de vopsire nu exercită nici o influenţă. Numai în cazul colorantului Cibacron galben *R*, după reducere, rămîne legată de celuloză o diamină, fără grupe sulfonice, care conferă materialului celulozic capacitatea de a se vopsi cu coloranţi acizi.

De altfel, influenţa structurii coloranţilor reactivi folosiţi rezultă şi din comportarea aminei legate covalent cu fibra celulozică la diazotare şi cuplare. În acest sens am reluat experienţele lui Wikerstaff şi am supus diazotării toţi cei 5 coloranţi studiaţi, reduşi. Cuplarea a fost efectuată cu betanaftol şi azonaftol *A* (fig. 7). S-au produs cuplări evidente la coloranţii b şi c. Nu au cuplat coloranţii d şi e, fapt expli-

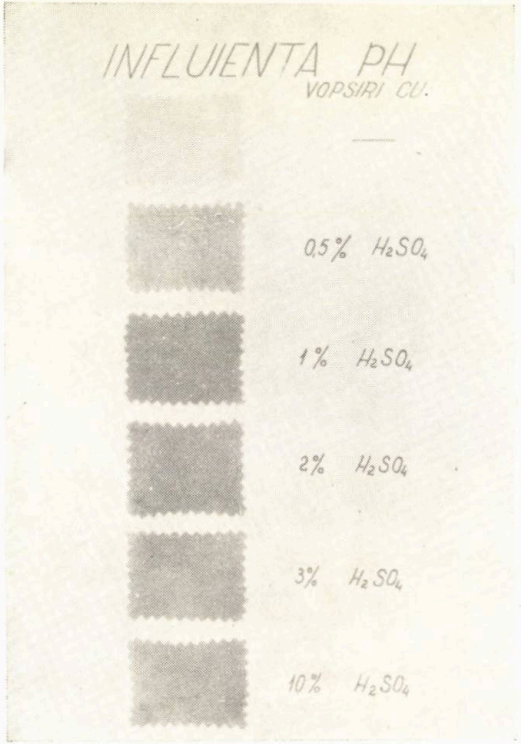

INFLUIENTA PH
VOPSIRI CU:
0,5% H_2SO_4
1% H_2SO_4
2% H_2SO_4
3% H_2SO_4
10% H_2SO_4

Fig 5

VOPSIRI CU COLORANTI DIRECTI
AMINAT
MARTOR
CRISOFENINA
ALBASTRU DIRECT FF
SIRIUS PORTOCALIU 3R
VERDE DIRECT A
VOPSIRI CU COLORANTI DE CROM
CROM AZUROL S
CROMOXAN ALBASTRU NIR B

Fig. 6

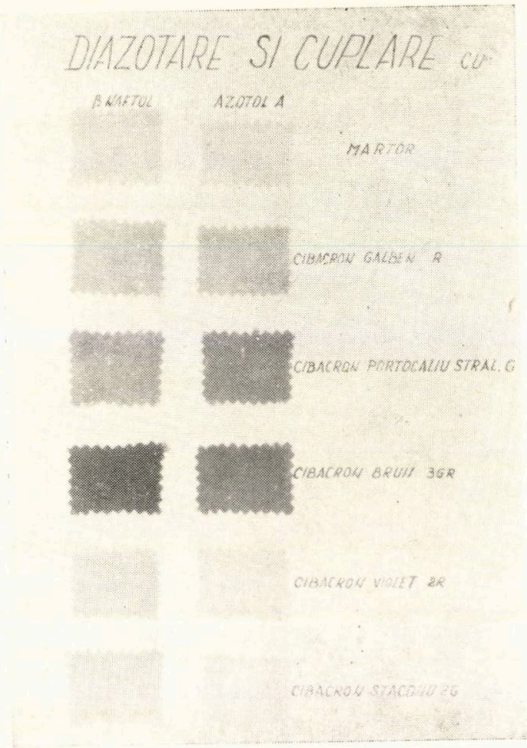

DIAZOTARE SI CUPLARE CU
B NAFTOL
AZOTOL A
MARTOR
CIBACRON GALBEN R
CIBACRON PORTOCALIU STRAL. G
CIBACRON BRUN 3GR
CIBACRON VIOLET 2R
CIBACRON STACOJIU 2G

Fig. 7

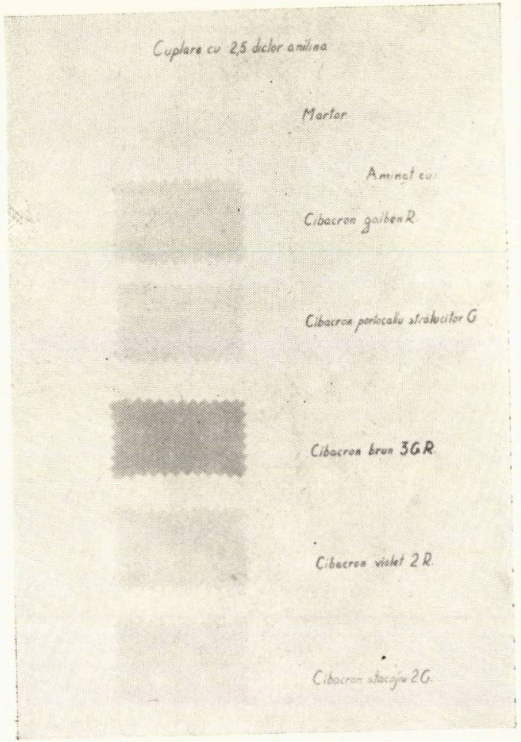

Cuplare cu 2,5 diclor anilina
Martor
Aminat cu
Cibacron galben R
Cibacron portocaliu strălucitor G
Cibacron brun 3G R
Cibacron violet 2 R
Cibacron stacoju 2G

Fig. 8

cabil prin aceea că rezultă pe fibră un amino-fenol care, precum se știe [10], nu se diazotează prin procedeele obișnuite. Nici Cibacron galben *R* nu a dat o colorare evidentă prin diazotare și cuplare, ceea ce se explică prin faptul că fenilen diaminele dau în condiții obișnuite, sub acțiunea acidului azotos, aziminobenzenul și nu o sare de diazoniu [10], [11].

Am mai folosit — ca o metodă necitată în literatura de specialitate relativă la coloranțiireactivi — obținerea unui nou colorant pe fibra aminată, prin cuplare cu o amină aromatică (fig. 8). În acest caz amina fixată de fibră are rolul de componentă de cuplare, iar drept componentă de diazo s-a folosit clorura de diazoniu a 2,5 diclor anilinei.

4. Concluzii

Din lucrarea noastră rezultă:

a) Posibilitatea aminării fibrelor celulozice (bumbac și celofibră) cu modificarea însușirilor tinctoriale față de coloranții acizi, folosind un colorant reactiv cu structură adecvată.

b) Materialul aminat poate fi vopsit și cu coloranți acizi și de crom, ceea ce deschide perspective pentru îmbunătățirea metodelor de vopsire a țesăturilor mixte.

c) Efectul cel mai interesant s-a obținut prin aminarea în trepte.

d) Comparînd procedeul elaborat cu unul din cele mai folosite procedee de aminare răspîndite pe scară mondială — cel cu acidul aminoetilsulfuric — rezultă că procedeul nostru se caracterizează printr-un consum mult mai mic de substanțe chimice (10% față de 100%). În același timp procedeul nu implică temperaturi peste 100°C.

e) Procedeul deschide căi noi și pentru îmbunătățirea unor efecte de apreturi speciale (hidrofuge, ignifuge etc.) pe care ne propunem să le studiem în viitor.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologie chimică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Guthrie J. D., Text. Res. J., 1947, **17**, p. 625.
2. Champetier G., Bull. de l'Inst. Text. de Fr., 1958, **73**, pp. 7—30.
3. Simionescu Cr., Calistru El., Diaconescu V., Feldman D., Oprea I., St. și cerc. șt., Acad. R.P.R., filiala Iași, 1952, **III**, *1—4*, pp.
4. * * * Patent englez *476 431*. Patent francez *739 179*.
5. Drake G. L., Reeves W. A., Guthrie J. D., Text. Res. J., 1953, **23**, *9*, p. 639.
6. Wegman J., Textil Rundschau, 1959, **14**, S. 631.
7. Wikerstaff Th., Mell. Text. Ber., 1958, **39**, S. 796, 903.
8. Panchartek I., Allan Z. J., Muzik F., Coll. of Czech. Chem. Commun., 1960, **25**, pp. 2783—2799.
9. Jayme G., Wellm I., Das Papier, 1957, **11**, *5—6*.
10. Vorojțov N. N., *Bazele sintezei produșilor intermediari și coloranților*. Ed. Tehn., Buc., 1954, p. 403, (trad. din l. rusă).
11. Winaker-Weingartner, *Tehnologie chimică organică*. V. **III**, Ed. Tehn., Buc., 1959, p. 257, (trad. din l. germană).

UTILISATION DES COLORANTS RÉACTIFS POUR L'OBTENTION DES FIBRES CELLULOSIQUES AMINÉES

(Résumé)

Les Auteurs utilisent la liaison covalente des colorants réactifs avec les fibres cellulosiques pour l'obtention des fibres modifiées.

Les fibres cellulosiques aminées (cotton et cellofibres), obtenues par une teinture répétée avec des colorants réactifs de structure adéquate — suivie d'une réduction — présentent un comportement tinctorial modifié par rapport aux colorants acides et de chrome.

La méthode proposée nécessite des quantités réduites de réactifs, n'implique pas de solvents spéciaux ni de températures élevées, et maintient presque inchangés les index physico-mécaniques.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 677.3 ; 661.876.22 ; 661.727

ACŢIUNEA BICROMATULUI DE POTASIU ŞI A FORMALDEHIDEI ASUPRA LÎNEI (II)

DE

MIŞILIM GRINDEA şi TANIA FORST

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Obţinerea de lînuri modificate în scopul îmbunătăţirii calităţii lor constituie o problemă de interes actual.

Majoritatea procedeelor cu aplicaţie industrială se bazează pe introducerea de noi legături transversale în fibra de lînă, care duc la o îmbunatăţire substanţială a indicilor acesteia.

Prin cromatare se obţine, precum se ştie, o mai bună stabilitate la acţiuni fotochimice [1], umiditate [2] şi strîns legată de această proprietate şi la intemperii [3]. De asemenea lîna cromatată prezintă rezistenţe superioare la acţiunea microorganismelor [4]...[8]. Avantajul aplicării cromului constă şi în simplitate şi ieftinătate în comparaţie cu alte metode, cromatarea fiind una dintre cele mai raţionale metode de întărire a fibrei.

În ce priveşte mecanismul acţiunii bicromatului trebuie admis că prin tratarea lînii cu săruri de crom se formează legături electrovalente între grupele carboxilice şi cromul trivalent, dar în acelaşi timp acesta poate fi legat coordinativ de către grupele aminice şi amidice din cheratină, formînd astfel cicluri foarte stabile, de cinci sau şase atomi. La formarea legăturilor pot interveni şi grupele oxidrilice din tirozină, care dau cu cromul trivalent legături covalente [9].

Pe de altă parte formaldehida conferă lînii o rezistenţă mărită la acţiunea moliilor şi a microorganismelor [10], la vopsiri la temperaturi înalte [11], [12], la tratamente alcaline [13], [14]. Din lucrările lui Fraenkel-Conrat, Cooper şi Olcott rezultă că la pH=3,5...6,8 grupele aminice, amidice şi guanidinice reacţionează cu formaldehida după următorul mecanism :

$$R{-}NH_2 + HCHO + H_2N{-}CO{-}R' \rightarrow R{-}NH{-}CH_2{-}NH{-}CO{-}R'$$

Speakman şi Peill [16] şi mai recent Decroix, Mazingue şi van Overbèke [17] au dovedit pe diferite căi că noile punţi formate cu ajutorul formaldehidei sînt de tipul $R{-}NH{-}CH_2{-}NH{-}R'$, între două grupe aminice fie de la capetele lanţurilor polipeptidice fie din punţile tip sare. Ca urmare a formării acestor punţi prin blocarea unor grupe aminice, grupe care joacă un rol important în mecanismul degradării lînii, se poate ajunge la o scădere a indicilor de degradare.

Acţiunea simultană a acestor doi agenţi — bicromatul de potasiu şi formaldehida — nu este cunoscută şi ea a constituit obiectul lucrării noastre anterioare [18]. S-au obţinut lînuri cromatate cu indici îmbunătăţiţi faţă de lînurile cromatate clasic (solubilitate în alcalii, rezistenţă, alungire).

Pentru completarea datelor privitoare la această acţiune simultană, în lucrarea de faţă s-au studiat următorii indici: a) cantitatea de crom legată, b) rezistenţa la abraziune a ţesăturilor, c) viteza de udare a ţesăturilor şi d) comportarea tinctorială.

2. Partea experimentală

1. Pregătirea materiei prime

S-a lucrat pe o ţesătură de lînă pură cu legătură tip pînză, cu greutatea de 340 g/m^2. Ţesătura a fost curăţată prin spălare cu un detergent anion-activ în concentraţie de 4 g/l, hidromodul 50, temperatura de 50°C, durata 30 min, urmată de o clătire caldă şi rece.

De asemenea s-a lucrat şi pe fire de lînă pieptănată cu Nm 50, care a fost degresată cu tetraclorură de carbon şi apoi clătită.

2. Tratamente

Firele de lînă au fost supuse următoarelor tratamente:

1. 1,5% $K_2Cr_2O_7$ + 1% H_2SO_4 raportate la lîna uscată.
2. 1,5% $K_2Cr_2O_7$ + 1,8% HCOOH raportate la lîna uscată.
3. 1,5% $K_2Cr_2O_7$ + 1% H_2SO_4 raportate la lîna uscată + 10 g/l HCHO neutralizată.
4. 1,5% $K_2Cr_2O_7$ + 1,8% HCOOH raportate la lîna uscată + 10 g/l HCHO neutralizată.

Aceste patru tratamente au fost efectuate la următoarele regimuri de temperaturi: a) 70°C, 30 min, b) 70°C, 30 min + 100°C, 30 min, c) 100°C, 60 min.

În toate patru cazurile hidromodulul a fost de 50 şi pH = 3,5.

Ţesătura de lînă a fost supusă aceloraşi tratamente ca şi firele, în ce priveşte cromatarea simplă şi mixtă la temperatura de 100°C; s-a efectuat un tratament simplu cu formaldehidă în următoarele condiţii:

5. 10 g/l HCHO + 1% H_2SO_4 raportate la lîna uscată.

Pentru obţinerea de lînuri clorate s-a folosit metoda descrisă în lucrarea noastră anterioară [18].

Ţesăturile au fost tratate prin cromatare ulterioară şi anterioară clorării.

3. Încercări

a) *Dozarea cantităţii de crom legată* [19]. S-a realizat prin calcinarea firelor de lînă, oxidarea cromului trivalent la crom hexavalent cu reactiv Eschka şi titrarea iodometrică a cromatului format.

b) *Rezistenţa la abraziune a ţesăturilor.* S-a efectuat pe un aparat tip DIA cu presiune de 1 kg, cu o hîrtie abrazivă cu o granulaţie de 500, pe epruvete condiţionate.

c) *Capacitatea de udare a țesăturilor.* S-a efectuat după metoda Schwen [20], într-o soluție de 10% alcool etilic.

d) *Comportarea tinctorială.* S-au efectuat vopsiri cu următorii coloranți cromatabili: Cromazurol *S* (CI 43 825), Albastru rezistent cromatabil *FB* (CI 17 250), Verde metracrom *BL* (CI 17 650), Portocaliu acid cromatabil *GR* (CI 26 520).

Parametrii vopsirii: 3% colorant, 1% acid formic, hidromodul 100, durata: 1; 3; 5; 10; 20; 30; 60 min.

e) *Solubilitatea în alcalii.* A fost efectuată conform standardului internațional pentru determinarea solubilității în alcalii [21].

3. Interpretarea rezultatelor

Datele tabelului 1 arată variația cantității de crom legată în funcție de temperatură, natura acidului și adausul de formaldehidă. Aceste date permit următoarele observații.

În cazul cromatării în mediu de acid sulfuric aldehida formică acționează ca reducător, acest aspect reflectîndu-se în cantitatea de crom legată, mai ridicată. Acțiunea de menajare a fibrei, reflectată în valoarea mai ridicată a indicelui de solubilitate în alcalii [18], trebuie explicată și prin acțiunea proprie de reticulare a formaldehidei.

Tabelul 1

Nr. crt.	Tratament	Procedeul clasic	Procedeul cu adaus de formaldehidă
		mg Cr/100 g lînă	
1	$K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4$ 70°C	249	323
2	$K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4$ 70°C+100°C	317	427
3	$K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4$ 100°C	422	438
4	$K_2Cr_2O_7$ + HCOOH 70°C	440	427
5	$K_2Cr_2O_7$ + HCOOH 70°C+100°C	507	455
6	$K_2Cr_2O_7$ + HCOOH 100°C	519	506

Cu privire la micșorarea cantității de crom legată în mediu de acid formic, aceasta poate fi explicată de asemenea prin competiția în care intră procesele de cromatare și de reticulare prin aldehida formică și deci de blocare a grupelor care leagă cromul, considerînd și acțiunea proprie de reducere a acidului formic.

Din tabelul 2 rezultă că cromatarea clasică duce la o scădere simţitoare a rezistenţei la abraziune a materialului tratat faţă de materialul netratat (33%), scădere ce trebuie atribuită acţiunii de oxidare care are loc în cromatarea clasică. În prezenţa acidului formic sau a aldehidei formice cu acţiune reducătoare şi eventual reticulantă a acesteia din urmă, rezistenţele la abraziune sînt substanţial îmbunătăţite.

Tabelul 2

Nr. crt.	Tratament	$K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4$	$K_2Cr_2O_7 + HCOOH$	$K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4 + HCHO$	$K_2Cr_2O_7 + HCOOH + HCHO$	HCHO
1	Rezistenţa la abraziune a ţesăturilor (% la materialul netratat)	67	84	85	82	130
2	Timpul de udare	218	377	270	114	47
	Martor	26,6				

Tabelul 2 arată şi influenţa condiţiilor de cromatare asupra timpului de udare. Este cunoscut faptul că lîna, deşi este prin excelenţă o fibră hidrofobă, totuşi se udă încet din cauza structurii suprafeţei sale.

Considerînd cele două tratamente clasice de cromatare, cu acid sulfuric şi acid formic, se observă că ambele măresc substanţial timpul de udare, creşterea fiind mai accentuată la acidul formic. Acest aspect este consecinţa faptului că în cromatarea cu acid formic se furnizează lînii crom trivalent din soluţie şi reacţia de reticulare se poate desfăşura în imediata apropiere a suprafeţei fibrei, fapt care adăugat la cantitatea de crom mai mare, are drept consecinţă micşorarea substanţială a capacităţii de udare.

În cazul cromatării cu acid sulfuric cromul complexant se obţine abia în fibră şi pe socoteala ei, cu o viteză mai redusă, care permite repartizarea cromului în toată secţiunea fibrei. De aceea şi micşorarea capacităţii de udare este mai redusă decît la cromatarea cu acid formic.

La adăugarea de aldehidă formică în prezenţa acidului sulfuric capacitatea de udare este micşorată faţă de cromatarea numai cu acid sulfuric, acest fapt datorindu-se acţiunii reducătoare a formaldehidei. Apare paradoxal faptul că la cromatarea cu acid formic, în prezenţa formaldehidei, timpul de udare este mult mai redus decît la cromatarea numai cu acid formic. Acest aspect poate fi explicat dacă se consideră pe lîngă prezenţa a doi reducători şi acţiunea reticulantă proprie formaldehidei, cu influenţă mult mai redusă asupra udării decît cromul. Este probabil că această acţiune se exercită la suprafaţă mai repede decît aceea determinată de crom, efectul net fiind rezultanta ambelor acţiuni.

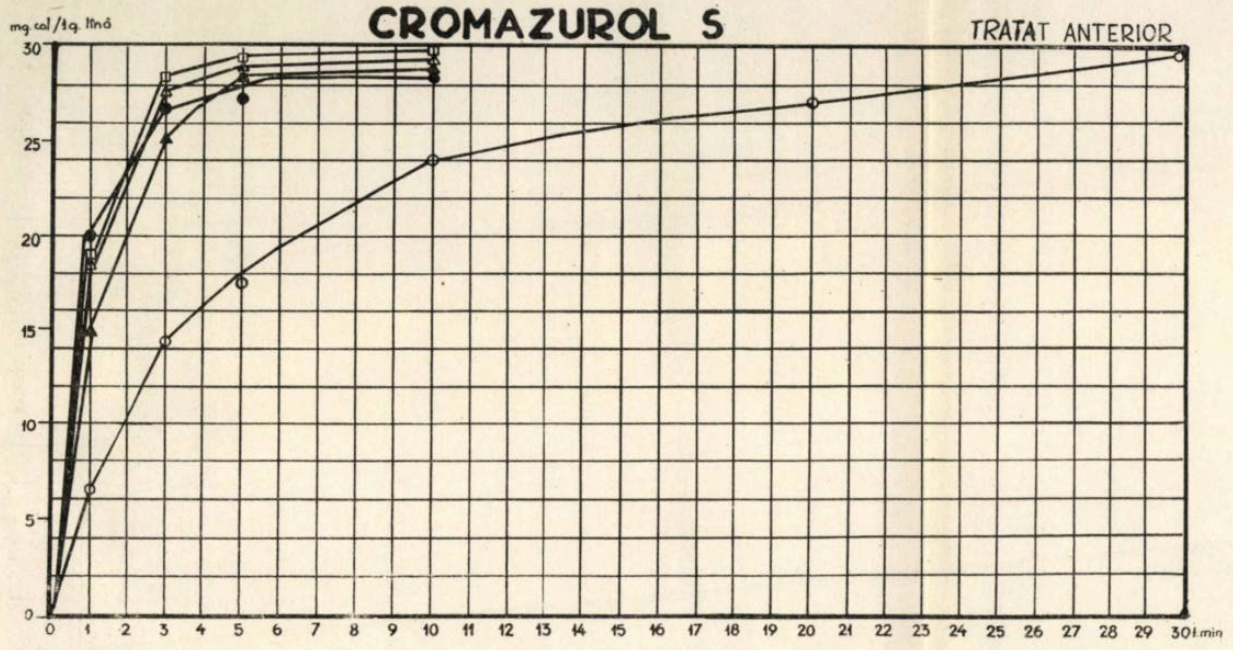


Fig. 1

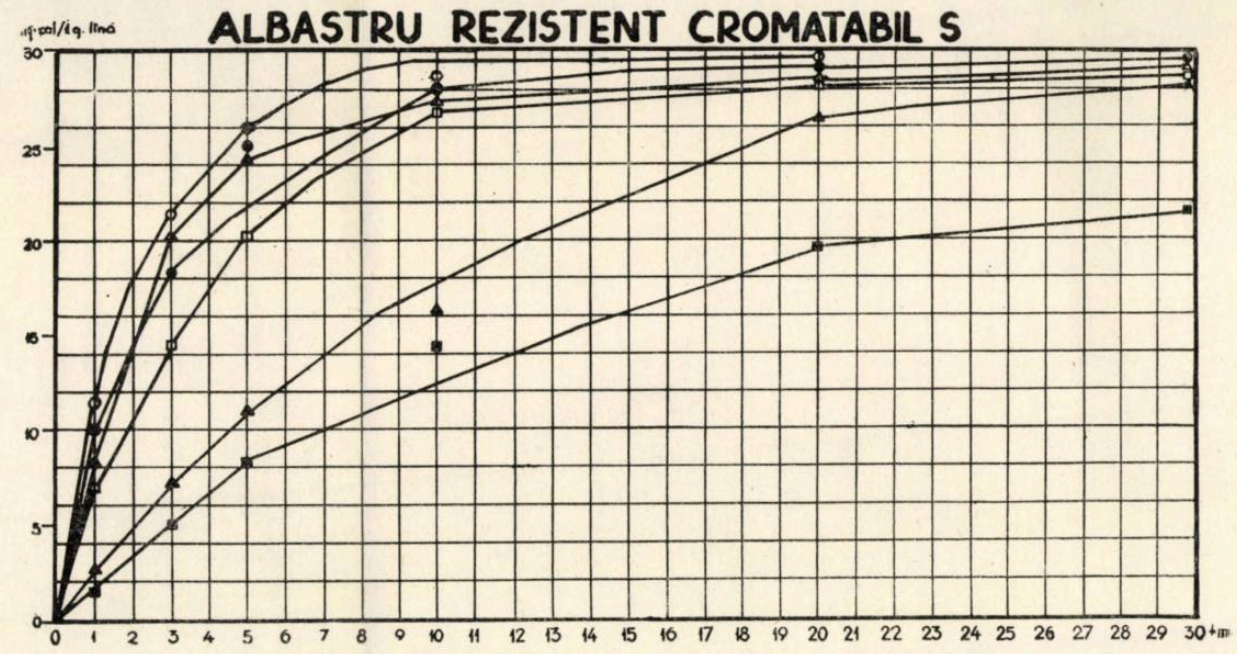


Fig. 2

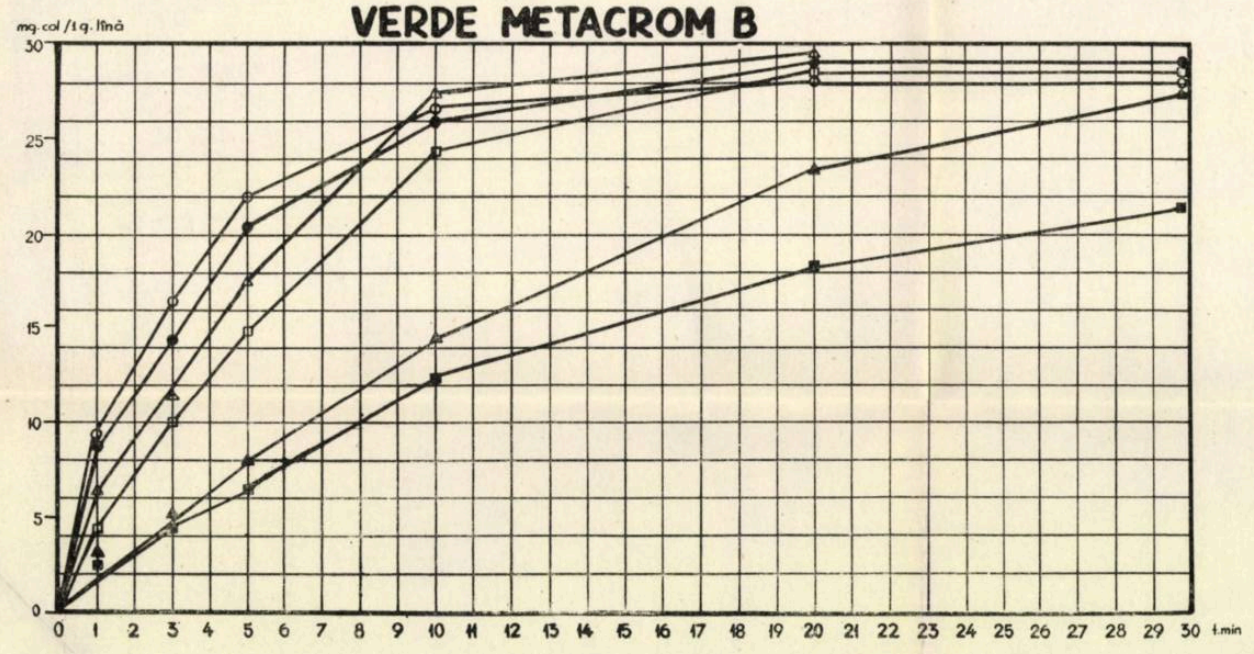


Fig. 3

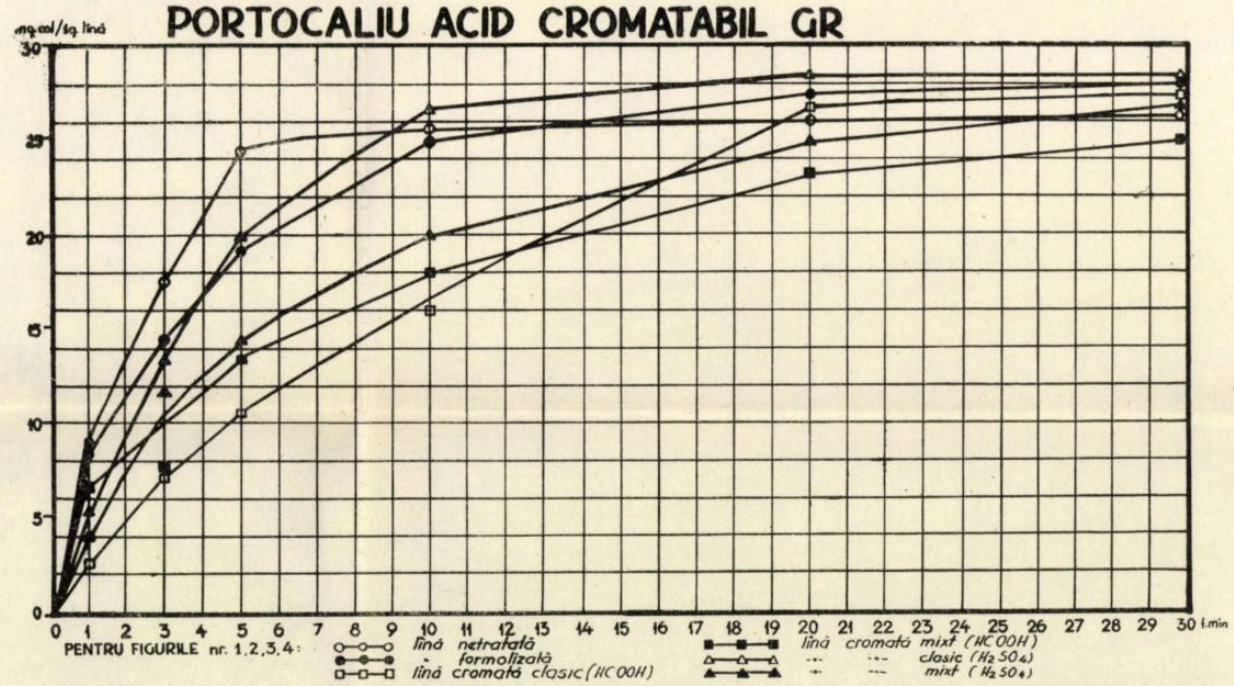
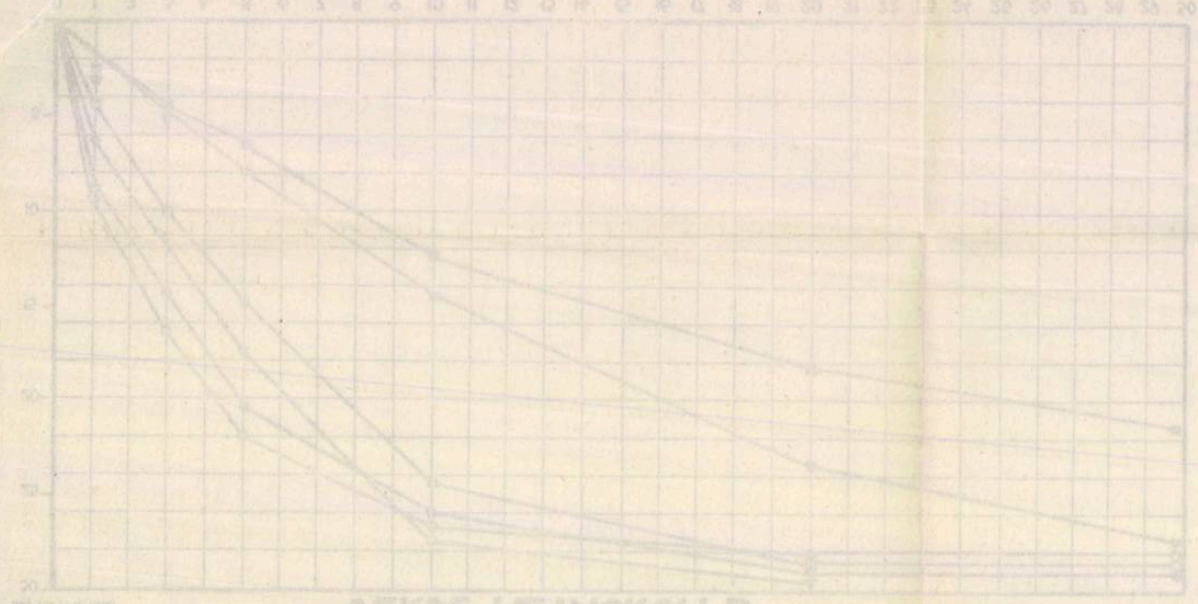
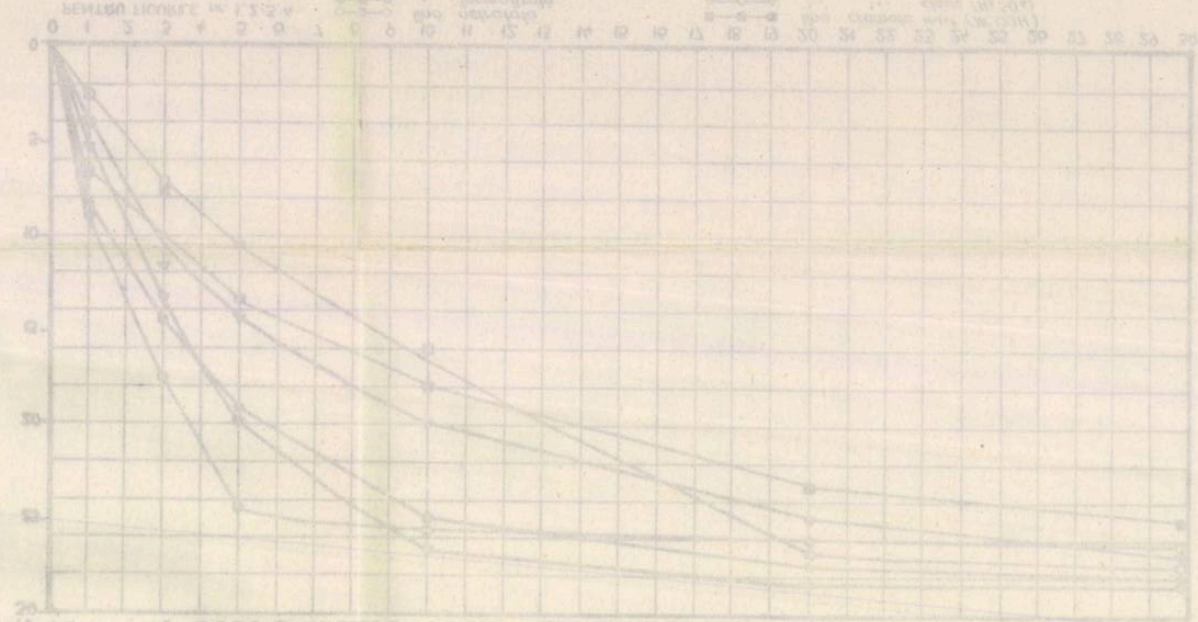
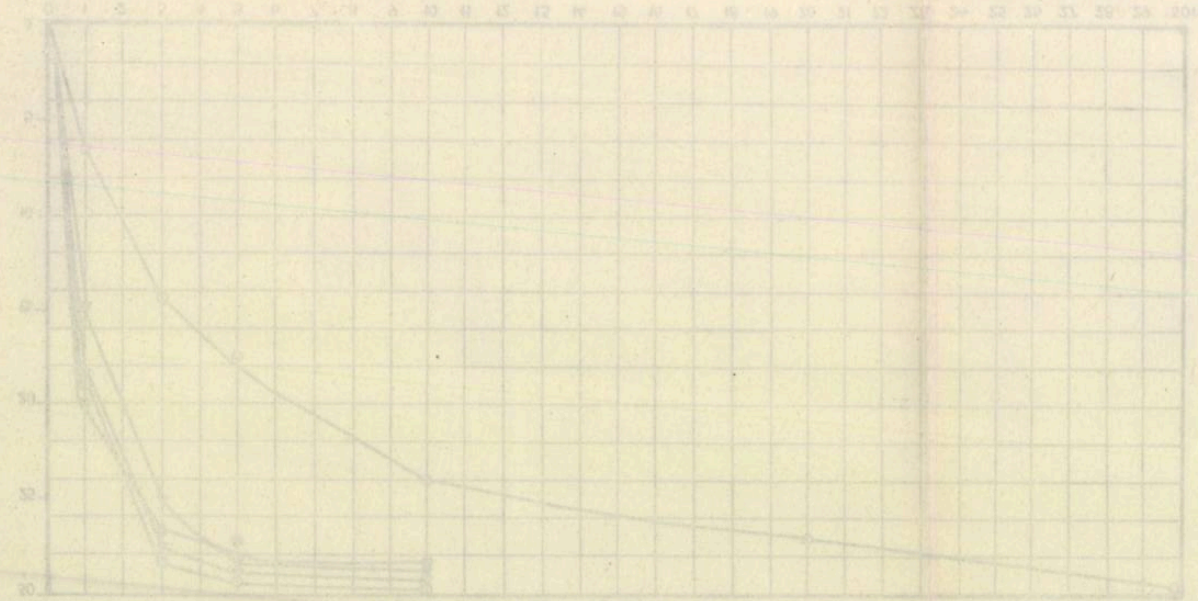
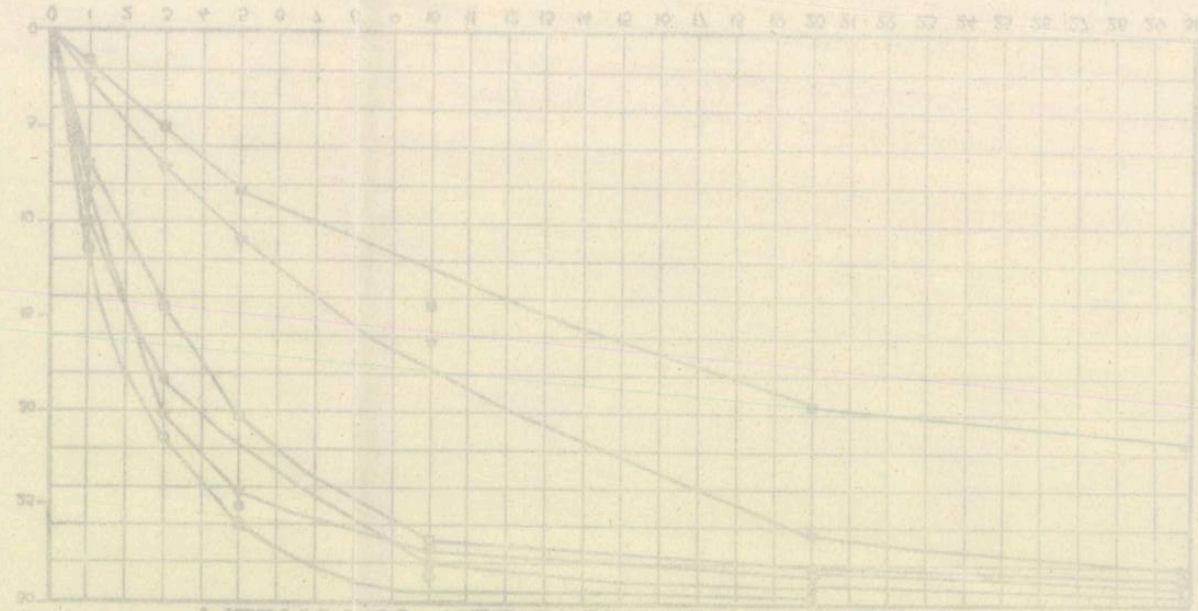


Fig. 4









Cu privire la aspectele tinctoriale se constată în toate cazurile că în primele momente ale vopsirii, tratamentele clasice de cromatare și mai puțin cele de formolizare, micșorează ușor viteza de vopsire. În cazul colorantului Portocaliu acid cromatabil *GR*, în intervalul cuprins între min 10 și min 20 ale procesului de vopsire, țesăturile tratate depășesc intensitatea de vopsire a lînii netratate. Acest fapt ar putea fi explicat numai printr-o creștere a posibilităților de stabilire de legături secundare între lîna modificată prin tratamentele preconizate și colorant.

Tratamentul mixt — bicromat de potasiu și formaldehidă — arată pentru toți coloranții o substanțială micșorare a vitezei de vopsire în primele momente, fapt care trebuie considerat deosebit de important în practica tinctorială ținînd seama de influența vitezei asupra uniformității vopsirii. În toate cazurile, la terminarea vopsirii se constată egalarea valorilor de epuizare, cu excepția colorantului portocaliu, la care lîna netratată rămîne totuși ceva mai deschisă.

Dacă viteza de vopsire reprezintă într-adevăr o măsură a eficacității unui tratament de cromatare, acest aspect este confirmat și de rezultatele noastre în care acest indice este mai redus la cromatarea cu acid formic decît la cromatarea cu acid sulfuric.

Faptul că tratamentul combinat are drept efect viteze de vopsire și mai reduse este în concordanță și cu datele găsite de noi la lînurile clorate.

Dacă tratamentul mixt — acid formic-formaldehidă — micșorează totuși mai mult viteza de vopsire decît acel numai cu acid formic, în timp ce la udare situația este inversă, acest fapt se explică prin aceea că viteza de vopsire este influențată de viteza de udare, dar intervin și alte influențe datorită prezenței colorantului în apa ce trebuie să intre în fibre (fig. 1...4).

4. Cercetări asupra materialelor clorate

Din tabelul 3 se constată că tratamentul de cromatare ulterior clorării exercită categoric o acțiune de protejare a fibrei față de alcalii. Solubilitatea în alcalii de 50 %, în cazul lînii tratate anterior clorării, este consecința faptului că bicromatul exercită și o acțiune oxidantă asupra punții cistinice a lînii, acțiune ce se adaugă la aceea a clorului. Efectul este dependent de condițiile tratamentului; tratamentul clasic de cromatare ulterioară cu acid sulfuric micșorează numai puțin solubilitatea în alcalii a lînii clorate, în timp ce tratamentul preconizat de noi arată o scădere simțitoare, indicele fiind mai mic decît al probei martor. Același efect se constată și la tratamentul ulterior cu formaldehidă.

În comparație cu datele găsite în lucrarea noastră anterioară, toți indicii de solubilitate la noua variantă — tratament cu bicromat de potasiu după clorare — indică rezultate mai bune. Trebuie subliniat însă faptul că îmbunătățirea radicală adusă de cromatare apare net la tratamentul mixt la care — după caz — și tratamentul anterior dă rezultate bune.

Din tabelul 3, care redă rezistența la abraziune a țesăturilor studiate, rezultă că în acord cu rezultatele găsite la solubilitatea în alcalii, trata-

mentul mixt dă rezistenţe la abraziune superioare tratamentului clasic. Este interesant de semnalat faptul că cromatarea cu acid formic sau simpla formolizare furnizează valori mai ridicate decît tratamentul mixt, acest aspect fiind consecinţa faptului că testul de abraziune efectuîndu-se la suprafaţa ţesăturilor, este probabil că acţiunea de reticulare să fi fost mai intensă în condiţiile noastre de lucru, la suprafaţa acestora.

Tabelul 3

Nr. crt.	Tratament	Solubilitatea în alcalii %		Rezistenţa la abraziune % la materialul netratat		Timpul de udare sec	
		Tratament		Tratament		Tratament	
		ulterior	anterior	ulterior	anterior	ulterior	anterior
1	NaOCl	24	—	71	—	7	—
2	$K_2Cr_2O_7+H_2SO_4$	21,20	50	83	76	12,3	12,8
3	$K_2Cr_2O_7+HCOOH$	15,40	28,30	115	93	25,5	23
4	$K_2Cr_2O_7+H_2SO_4+$ $+HCHO$	6,53	10,80	94	83	21,6	20,5
5	$K_2Cr_2O_7+HCOOH+$ $+HCHO$	8,64	14,25	85	64	13,5	10,5
6	HCHO	6,75	13,10	126	83	5,5	6,8
7	Martor	10,53		—		26,6	

Clorarea, după cum se ştie, micşorează simţitor timpul de udare. Retratarea materialului clorat cu bicromat măreşte din nou timpul de udare, care rămîne totuşi inferior celui iniţial. Creşterea timpului este mai importantă la acidul formic decît la acidul sulfuric, în acord cu cele găsite la lînurile cromatate. Tratamentul cu formaldehidă al lînurilor clorate nu modifică esenţial timpul de udare. Cromatarea mixtă cu acid sulfuric arată o creştere sensibilă a timpului de udare în raport cu tratamentul clasic. În schimb adausul de aldehidă formică la cromatarea cu acid formic arată aceeaşi anomalie relativă pe care am încercat s-o explicăm mai sus.

Considerînd — fapt incontestabil — că scăderea timpului de udare reprezintă un indice al degradării, cel puţin al suprafeţei fibrei, rezultă că prezenţa formaldehidei la cromatarea cu acid sulfuric este favorabilă menajării acesteia, fapt în corcodanţă şi cu rezistenţa la abraziune mai bună.

În ce priveşte locul tratamentului de protejare prin cromatare în procesul clorării, nu există concluzii nete; ambele serii de încercări arată acelaşi sens în modificarea timpului de udare.

Şi în cazul acestor tratamente s-a încercat determinarea vitezei de legare a coloranţilor acizi, ca metodă de măsurare a modificărilor suprafeţei fibrei. S-a constatat că, aşa cum se ştie, tratamentul de clorare

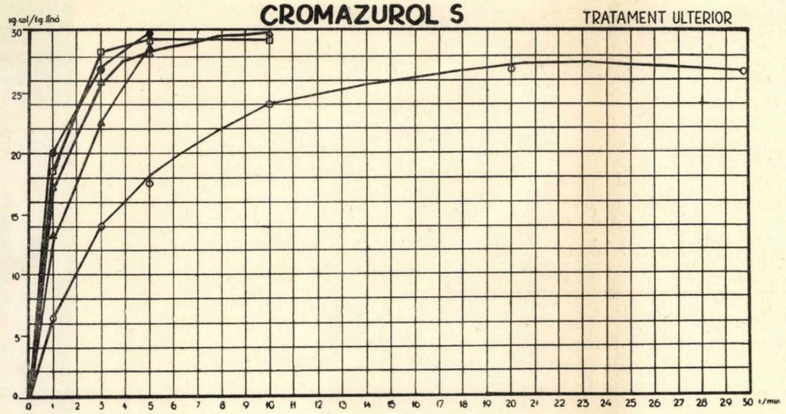


Fig. 5

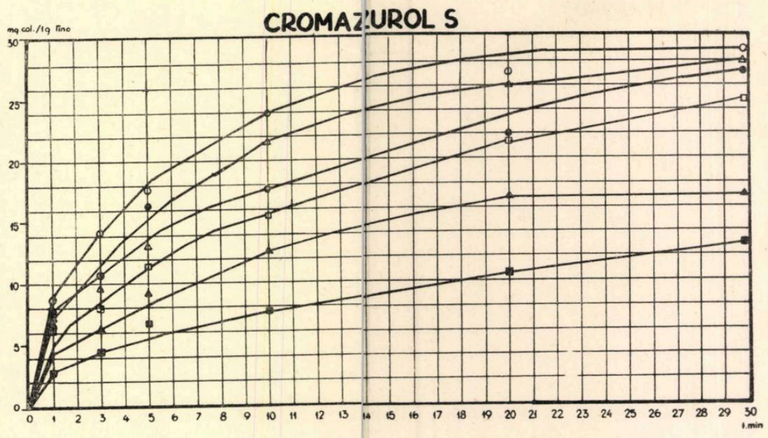


Fig. 6

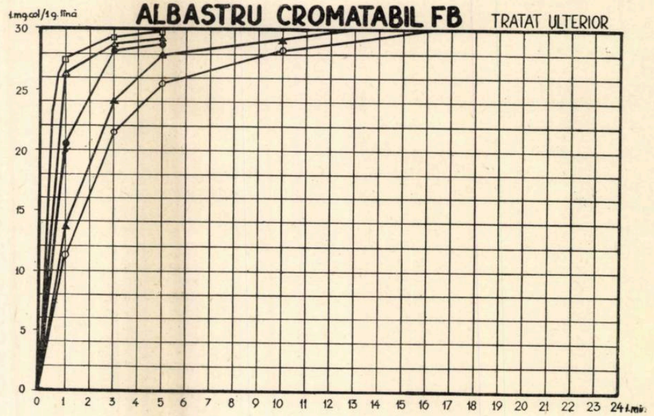


Fig. 7

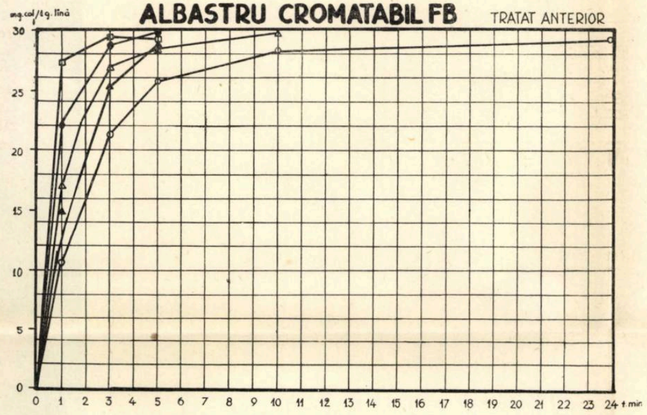


Fig. 8

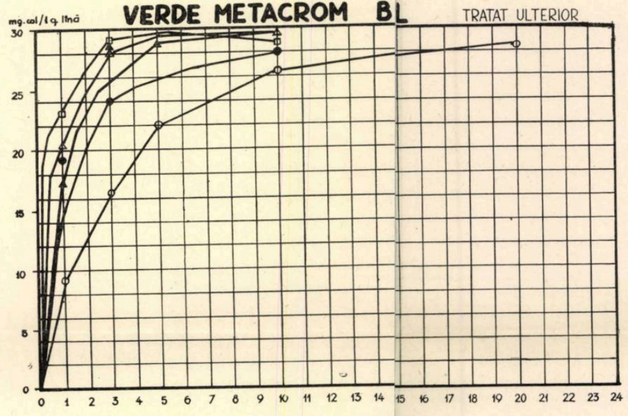


Fig. 9

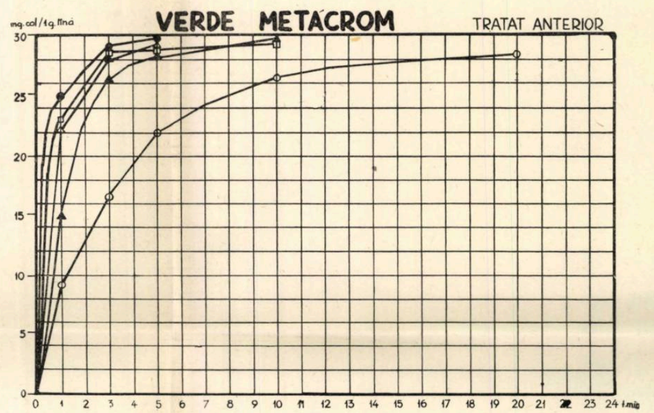


Fig. 10

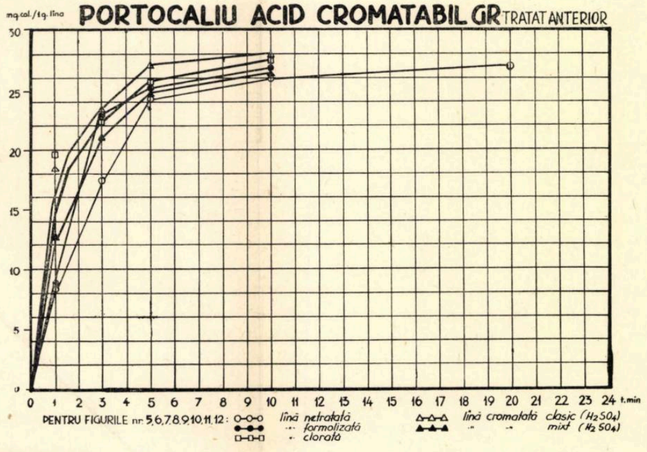


Fig. 11

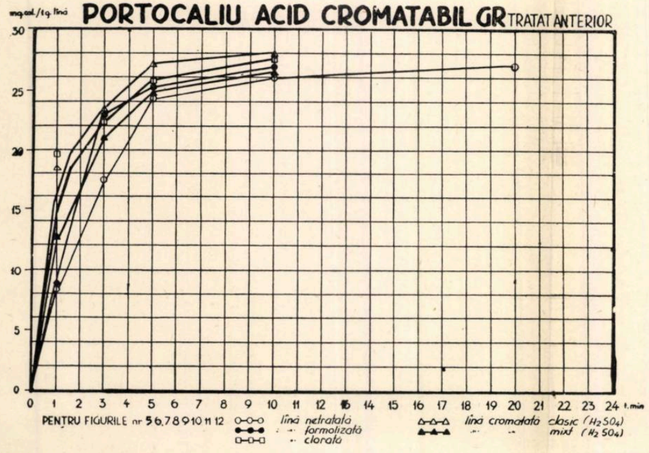


Fig. 12

mărește simțitor viteza de vopsire, înregistrîndu-se după numai 3 min valori apropiate de epuizare, pe care materialul netratat le realizează în 30 min.

Tratamentele clasice cu bicromat de potasiu influențează în mică măsură viteza de vopsire. Tratamentul mixt preconizat, indiferent de locul aplicării, influențează viteza de vopsire, în sensul micșorării ei, după cum rezultă din fig. 5...12, în care se observă că aceste curbe se apropie cel mai mult de curba de epuizare a lînii netratate. În acest mod epuizarea fiind încetinită, se favorizează o vopsire mai uniformă.

5. Concluzii

1. Noii indici stabiliți: cantitatea de crom legată, rezistența la abraziune, viteza de udare și comportarea tinctorială, pentru lînurile cromatate în prezența formaldehidei, confirmă concluziile anterioare referitoare la influența pozitivă a acesteia în procesul de cromatare. Această influență constă în acțiunea reducătoare exercitată asupra bicromatului de potasiu, ceea ce menajează fibra, și în acțiunea de reticulare proprie, ceea ce îmbunătățește însușirile fibrei.

2. Pentru lînurile clorate rezultă de asemenea, din considerarea noilor indici, o îmbunătățire substanțială a calității materialului tratat după procedeul mixt, bicromat de potasiu-formaldehidă.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologie chimică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Kertesz A., Text. Forschg., 1919, S. 63.
2. Nitschke G., Mitteilungen des Forschunsgsinstitutes für Textiltechnologie, Karl Marx-Stadt, 1958, *D2.*
3. Sommer H., Viertel O., Wiss. Abh. der Dtschen Material-prüfungsanstalten 1940, 1. Folge, Heft *10.*
4. Burgess R., J.T.I., 1933, **25,** p. 289.
5. Nopitsch M., Mell., 1944, **25,** S. 172; Ibid., 1950, **31,** S. 619.
6. Zahn H., Wurtz A., Mell., 1955, **36,** S. 126.
7. Bichsel H. F., Textil Rdsch., 1955, **10,** S. 541,603.
8. Nitschke G., Mell., 1961, **42,** S. 1818.
9. Grindea M., *Tehnologie chimică textilă.* ESDP, Buc., 1961.
10. Mc Phee J. R., T.R.J., 1958, **28,** pp. 303-314.
11. Van Bergen W., Garfield N. J., Textil Rdsch., 1959, *2,* S. 59.
12. Wurtz A., Mell., 1961, **42,** S. 439.
13. Kann I., Lehnes Färberzeitg., 1914, **25,** S. 73.
14. Brown, Harris, Ind. Eng. Chem., 1948, **40,** p. 316.
15. Fraenkel-Conrat, Cooper, Olcott, J. Amer. Chem. Soc., 1945, **67,** p. 950.
16. Speakman J. B., Peill, J. T. I., 1943, **34,** p. 171.
17. Decroix G., Mazingue G., van Overbèke, B.I.T.Fr., 1959, **84,** p. 33.
18. Grindea M., Forst T,. Bul. Inst. polit. Iași, 1960, **VI,** *3-4,* p. 421.
19. Fink P., Textil Rdsch., 1953, *6.*
20. Heerman, Agster, *Färberei und textilchemische Untersuchungen.* Springer Verlag, Berlin, 1956.
21. * * * J.T.I.P., 1961, **52,** *12,* p. 678.

ACTION DU BICHROMATE DE POTASSIUM ET DE LA FORMALDÉHYDE SUR LA LAINE

(Résumé)

La méthode mixte de chromatage — bichromate de potassium et aldéhyde formique — proposée par les Auteurs, confère aux fibres de laine des qualités supérieures, mises en évidence par les charactéristiques chimiques et physico-mécaniques.

L'application de cette méthode aux fibres de laine chlorée améliore d'une façon substantielle les qualités de ces produits.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 677.3 ; 539.155.2

INTERACŢIUNEA LÎNĂ—ACID SULFURIC, URMĂRITĂ PE CALE RADIOACTIVĂ

DE

SAVEL IFRIM şi MIŞILIM GRINDEA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Industria textilă oferă tehnicii radioizotopilor un vast cîmp de aplicare. Această tehnică se poate aplica la fabricarea şi utilizarea polimerilor înalţi, în urmărirea de formare a fibrelor naturale, în utilizarea coloranţilor şi produşilor auxiliari, în procesul de spălare, în tehnologia mecanică a fibrelor etc.

White şi colaboratorii au studiat fenomenul de absorbţie a ionilor radioactivi (Na^{22}, Br^{82}, SO_4^{--} marcat cu S^{35}) pe fibrele de cheratină. Imersînd probe într-o soluţie ce conţine săruri marcate ca $NaBr^{82}$, $Na^{22}Br$, $LiBr^{82}$, $Na_2S^{35}O_4$ şi măsurînd radioactivitatea acestor probe convenabil spălate se trag concluzii asupra cantităţii de sare fixată [1].

Studiul spălării lînii s-a făcut cu săpun radioactiv conţinînd C^{14} şi Na^{24} [2], [3].

Asupra fibrei de lînă s-au întreprins studii şi cu ajutorul radiaţiilor [4] precum şi cu al neutronilor, constatîndu-se influenţa acestora asupra fibrei, în special asupra rezistenţei şi alungirii [5]. În general fibra de lînă iradiată se degradează progresiv cu intensitatea radiaţiilor. Această degradare este redusă pentru doze slabe de iradiere [6].

Tehnica radioactivă s-a utilizat împreună cu metodele cromatografice la determinarea constituţiei chimice a lînii [7].

În această lucrare se urmăreşte absorbţia ionului SO_4^{--} de către fibra de lînă, SO_4^{--} fiind marcat cu S^{35}.

S-au cercetat următoarele aspecte: a) absorbţia ionului SO_4^{--} de către fibra de lînă în mediu neutru şi acid, b) cinetica absorbţiei acidulu sulfuric de către lînă la temperatura camerei şi la temperatura de 50°C, c) legarea acidului sulfuric de către lînă în procesul de carbonizare, d) absorbţia acidului sulfuric de-a lungul fibrei de lînă.

În primele trei cazuri determinarea ionului SO_4^{--} absorbit de către lînă, s-a efectuat prin măsurarea activităţii lînii tratate. Pentru cazul c) s-a folosit şi metoda autoradiografică. Pentru urmărirea absorbţiei acidului sulfuric de-a lungul fibrei de lînă (cazul d)) s-a trasat curba microfotometrică a unor radiograme.

2. Partea experimentală

a) 0,3 g lînă purificată s-au introdus în 10 ml soluţie de Na_2SO_4 marcat, de o concentraţie de 10 g/l, pH-ul soluţiei fiind $\cong 8$, şi s-a menţinut timp de o oră la temperatura camerii. O altă probă de 0,3 g lînă s-a introdus în 10 ml soluţie Na_2SO_4 marcat, soluţia avînd aceeaşi concentraţie ca şi prima, dar pH-ul celei de a doua soluţii fiind $\cong 2$, ceea ce se realizează prin adăugare de HCl. S-a menţinut de asemenea timp de o oră la temperatura camerii. Ambele probe de lînă s-au scos, s-au stors între hîrtii de filtru şi s-au spălat convenţional cu apă distilată.

Determinarea radioactivităţii fibrei s-a realizat prin solubilizarea lînii în NaOH, soluţia putînd fi măsurată exact. Probele de lînă uscată s-au dizolvat fiecare în cîte 6 ml soluţie NaOH de 15%. Din soluţiile căpătate după solvirea lînii s-a luat cîte 1 ml şi s-a evaporat în capsule de sticlă identice. Reziduului i s-a determinat activitatea timp de 20 min. S-au obţinut următoarele rezultate:

1° Proba tratată cu Na_2SO_4 marcat în mediu neutru — 480 impulsuri.

2° Proba tratată cu Na_2SO_4 marcat în mediu acid — 747 impulsuri.

b) Cinetica absorbţiei acidului sulfuric de către lînă s-a cercetat în modul următor. Probe de lînă purificată s-au introdus în soluţie de H_2SO_4 marcat, cu o concentraţie de 40 g/l şi cu un raport de flotă de 1/30. S-a menţinut la temperatura camerii în intervale de timp diferite, începînd de la 1 min pînă la 120 min. După imersare, fiecare probă de lînă, bine stoarsă, s-a spălat convenţional cu apă distilată, menţinîndu-se timp de 5 min la temperatura camerii, totdeauna respectîndu-se acelaşi raport de flotă. Probele au fost apoi din nou stoarse între hîrtii de filtru, pînă la uscare, şi li s-a determinat activitatea, procedîndu-se după cum s-a arătat mai sus. În timpul determinărilor de activitate s-au menţinut aceleaşi condiţii geometrice pentru toate probele.

S-a lucrat în mod identic cu alte probe de lînă, imersarea în H_2SO_4 marcat făcîndu-se la 50°C.

Determinările de activitate s-au efectuat de asemenea la cîte 1 ml soluţie evaporată la sec, numărîndu-se impulsurile timp de 10 min. Rezultatele obţinute sînt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Timp de imersare în H_2SO_4 marcat	La temperatura camerii		La temperatura de 50°C	
min	impulsuri	eroare	impulsuri	eroare
1	272	± 1,65	274	± 1,65
3	290	± 1,70	302	± 1,73
5	329	± 1,81	309	± 1,75
10	340	± 1,84	322	± 1,79
15	355	± 1,88	331	± 1,81
30	371	± 1,92	348	± 1,86
45	404	± 2,00	362	± 1,90
60	416	± 2,03	370	± 1,92
120	422	± 2,05	381	± 1,95

c) Pentru urmărirea acidului sulfuric legat de către lînă în procesul de carbonizare s-a lucrat astfel: 4 g lînă purificată s-au introdus în 80 ml soluţie H_2SO_4 marcat, (raport de flotă 1/20), cu o concentraţie de 40 g/l, menţinîndu-se timp de 30 min la temperatura camerii. Proba de lînă stoarsă s-a uscat în etuvă la temperatura de aproximativ 70°C, timp de 90 min. Din proba de lînă, după uscare, s-au cîntărit un număr de 12 probe mai mici, fiecare avînd exact cîte 0,3 g. Aceste 12 probe s-au carbonizat în perioade de timp şi la temperaturi diferite. Probele de lînă carbonizate s-au spălat cu apă distilată, sau cu apă distilată şi cu soluţie Na_2CO_3 de 3%, apoi iar cu apă distilată. Dizolvarea în NaOH s-a realizat analog ca în primele cazuri.

Condiţiile de carbonizare şi spălare precum şi rezultatele determinărilor de radioactivitate sînt date în tabelul 2.

d) Pentru a constata absorbţia acidului sulfuric de-a lungul unei fibre de lînă, precum şi pentru a verifica rezultatele obţinute la punctul c), s-au tratat fasciculele de

1 *2* *3* *4*

Fig. 1

Tabelul 2

Temp. de carbonizare °C	Durata de carbonizare ore	Modul de spălare	Impuls	Eroare
100	1	10 min cu apă distilată ; 5 min cu H_2O, 5 min cu Na_2C_3O	302	± 1,73
		5 min cu H_2O	227	± 1,50
	3	10 min cu apă distilată ; 5 min cu H_2O, 5 min cu Na_2CO_3	323	± 1,79
		5 min cu H_2O	244	± 1,56
115	1	10 min cu apă distilată ; 5 min cu H_2O, 5 min cu Na_2CO_3	374	± 1,93
		5 min cu H_2O	221	± 1,48
	3	10 min cu apă distilată ; 5 min cu H_2O, 5 min cu Na_2CO_3	421	± 2,05
		5 min cu H_2O	240	± 1,54
130	1	10 min cu apă distilată ; 5 min cu H_2O, 5 min cu Na_2CO_3	346	± 1,86
		5 min cu H_2O	262	± 1,61
	3	10 min cu apă distilată ; 5 min cu H_2O, 5 min cu Na_2CO_3	509	± 2,25
		5 min cu H_2O	260	± 1,61

fibre cu soluție de acid sulfuric marcat respectîndu-se aceleași condiții de lucru ca și în cazul c). În timpul operațiilor s-a păstrat fasciculul de fibre în întregime, fără a fi deranjate pozițiile fibrelor. După uscare fasciculele *3* și *4* s-au carbonizat la temperatura de 105°C, iar fasciculele *1* și *2* s-au carbonizat la temperatura de 125°...130°C, timpul de carbonizare fiind același pentru toate fasciculele (2 ore). După carbonizare fasciculele *1* și *3* s-au spălat cu apă distilată, iar fasciculele *2* și *4* s-au spălat cu apă distilată și cu soluție de Na_2CO_3 3%. Probele s-au stors în hîrtie de filtru pînă la uscare și li s-a făcut autoradiografia. Rezultatele sînt redate în fig. 1.

La autoradiografiile fasciculelor *3* și *4* (fig. 1) li s-a trasat și curba microfotometrică cu ajutorul unui microfotometru cu înregistrare automată „Carl Zeiss-Jena" (Licht elektrisches Registrierphotometer 2).

3. Interpretarea rezultatelor

a) Din măsurarea activității probei de lînă tratată cu o soluție ce conține ioni SO_4^{--} marcați, în mediu neutru, rezultă că ionul SO_4^{--} se leagă de cheratina lînii și în acest mediu. Comparînd însă rezultatul obținut în cazul tratării lînii cu aceeași soluție în mediu acid, se constată că mediul acid favorizează mult mai mult legarea ionului SO_4^{--} de către fibra de lînă.

b) Analizînd datele din tabelul 1 rezultă că absorbția acidului sulfuric de către cheratina lînii se efectuează foarte repede în primele minute de tratare, așa precum se vede și în fig. 2.

În primele 10 min absorbția acidului crește foarte repede și continuă să crească pînă la 60 min.

Peste timpul de 60 min cantitatea de acid legat este foarte redusă; dacă durata de imersare a lînii în acid sulfuric se prelungeşte foarte mult nu se mai constată o creştere a absorbţiei acidului. Se constată din fig. 2 că fenomenul absorbţiei acidului sulfuric de către lînă, la temperatura de 50°C, este analog cu cel de la temperatura camerei. Faptul că în fig. 2 curba absorbţiei la temperatura de 50°C este plasată dedesubtul curbei obţinute la temperatura camerei, se datoreşte radioactivităţii soluţiei iniţiale, care a fost mai mică în cazul tratării lînii la temperatura de 50°C.

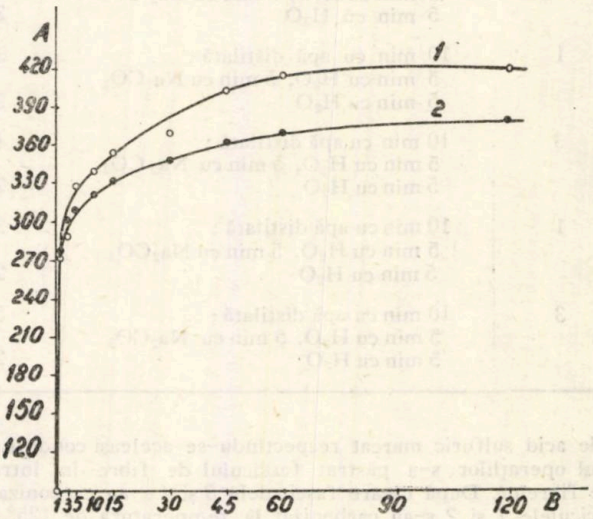


Fig. 2
A — impulsuri; *B* — timp (min).
Curba *1* — absorbţia la temperatura camerei, curba *2* — absorbţia la 50°C.

Observaţiile de mai sus concordă cu constatările lui R. L. Elliott şi colaboratorilor săi care arată că cantitatea de H_2SO_4 legat de lînă atinge un maximum după un scurt timp de tratare, apoi creşte foarte încet cu prelungirea reacţiei [8].

c) Din analiza datelor cuprinse în tabelul 2 se observă că în toate cazurile, între proba spălată cu apă distilată şi cea spălată cu apă distilată şi soluţie de Na_2CO_3, există o scădere simţitoare a acidului semnalat în fibră. Acest aspect corespunde faptului după care acidul sulfuric reţinut de fibră, după imersare şi carbonizare, se găseşte numai în parte legat de fibră, după mecanismul formării esterilor sulfurici [8], iar altă parte rămîne electrovalent sau chiar numai în apa de umflare. Spălarea cu apă îndepărtează numai acidul sulfuric nelegat sub nici o formă şi eventual mai îndepărtează prin hidroliză o parte din acidul legat electrovalent. Spălarea cu Na_2CO_3 determină îndepărtarea, posibil totală, a acidului legat electrovalent. Deci radioactivitatea probelor spălate cu Na_2CO_3 corespunde acidului sulfuric legat covalent, esterificat cu grupele — OH.

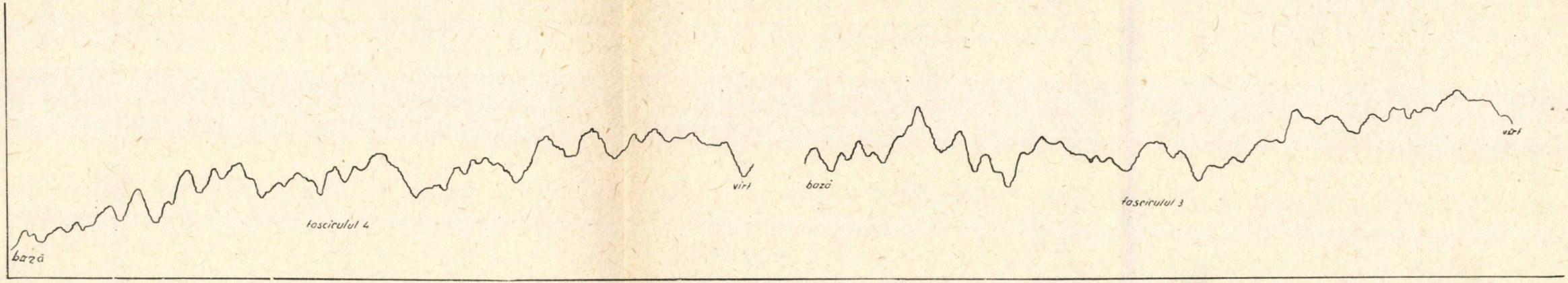


Fig. 3

Durata de tratare pentru o temperatură dată exercită o influență redusă; ea mărește puțin cantitatea de acid absorbit sau legat de fibra de lînă.

Temperatura determină în general o creștere a cantității de H_2SO_4 legat (covalent și electrovalent) de fibră. Cantitatea de acid sulfuric legat covalent apare mărită numai la temperatura mai ridicată.

Urmărind și fig. 1, se observă că fasciculele *1* și *3*, spălate numai cu apă distilată, au o activitate mai mare comparativ cu fasciculele *2* și *4*, care au fost spălate și cu soluție de Na_2CO_3. Rezultă și pe această cale că în fibra de lînă acidul sulfuric se leagă în două moduri diferite: electrovalent și covalent.

De asemenea se observă clar că fasciculele *1* și *2* carbonizate la 125°...130°C au o activitate mai ridicată decît fasciculele *3* și *4*, care au fost carbonizate la o temperatură mai redusă (105°C). Se verifică și pe această cale că temperatura mai ridicată favorizează legarea unei cantități mai mari de acid sulfuric de către cheratina lînii.

Și din observarea curbelor microfotometrate (fig. 3) se trage concluzia că fasciculul *3* (spălat numai cu apă) are o activitate mai mare decît fasciculul *4* (spălat și cu Na_2CO_3), curba obținută în cazul fasciculului *3* fiind mai ridicată față de abscisă decît curba fasciculului *4*. De asemenea se observă că suprafața integrată între curbe și axele de coordonate este mai mare în cazul fasciculului *3* decît în cel al fasciculului *4*, ceea ce conduce la aceeași concluzie.

d) Din observarea autoradiografiilor (fig. 1) nu se poate trage nici o concluzie relativă la care parte din fibră leagă mai mult acid — vîrful sau baza. Cu ajutorul curbelor microfotometrate (fig. 3) se constată în ambele cazuri (atît acidul legat covalent — fasciculul *4*, cît și acidul legat covalent + electrovalent — fasciculul *3*) că vîrful fibrei de lînă leagă mai mult acid sulfuric decît baza fibrei. Acest fapt demonstrează că vîrful fibrei de lînă este mai degradat decît baza, deoarece absorbția acidului sulfuric de-a lungul fibrei crește de la bază spre vîrf. Se mai poate concepe, în baza curbei microfotometrate, că repartiția acizilor aminici în fibră nu este uniformă.

4. Concluzii

Studiind interacțiunea lînă — acid sulfuric prin metoda trasorilor radioactivi, se desprind următoarele concluzii:

a) Ionul SO_4^{--} se leagă de cheratina lînii și în mediu neutru.

b) Mediul acid favorizează mai mult legarea ionului SO_4^{--} de cheratina lînii decît mediul neutru.

c) Acidul sulfuric se leagă mai repede de fibra de lînă în primele minute de tratare. Cantitatea de acid legat de lînă crește în mod evident pînă la 60 min. Prelungind timpul de reacție legarea acidului progresează foarte încet.

d) Fenomenul absorbției acidului sulfuric de către lînă la temperatura de 50°C este analog cu cel de la temperatura camerei.

e) În procesul de carbonizare acidul sulfuric se poate lega de fibra de lînă electrovalent și covalent, legătura electrovalentă fiind ușor desfăcută de o soluție de Na_2CO_3.

f) Temperatura prezintă o mai mare importanţă în procesul de carbonizare decît durata de tratare.

g) Există concordanţă în determinările efectuate prin măsurarea activităţii probelor de lînă şi autoradiografia fibrelor.

h) Acidul sulfuric este legat în cantitate mai mare de vîrful fibrei decît de baza fibrei.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de teknologie chimică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. *** Bul. I. T. Fr., 1957, **65**, p. 61.
2. Robinet M., Roussel J., J. T. I., 1960, **T**, p. 1147.
3. Robinet M., Roussel J., Gueben G., Goveerts J., J. T. I., Abstr., 1952, **A**, p. 610.
4. Kirby R. D., Rutherford H. A., Text. Res. J., 1955, **5**, p. 569.
5. Satlow G., Text. Industrie, 1957, **9**, S. 349.
6. *** Text. Res. J., 1957, **7**, p. 516.
7. Leman H., Bull. I. T. Fr., 1958, **74**, p. 157.
8 Elliott R. L., Asquith R. S., Hopper M. E. P., Rawson D. H., J. S. D. C., 1960, p. 222.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ШЕРСТЬ—СЕРНАЯ КИСЛОТА, ИССЛЕДОВАННОЕ РАДИОАКТИВНЫМ ПУТЕМ

(Резюме)

Исследуется абсорбция шерстяными волокнами иона SO_4^{--} в нейтральной среде и кислоте.

Производится также расследование кинетики абсорбции шерстью серной кислоты, связывание серной кислоты шерстью в процессе карбонизации, а также и абсорбция серной кислоты по длине шерстяного волокна.

Во всех случаях проводились работы с серной кислотой содержащей S^{35}.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Ştiinţe economice

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 1—2, 1964

Экономические науки

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 1—2, 1964

Economics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 338.062

CU PRIVIRE LA DIVIZIUNEA MUNCII ÎN PRODUCŢIA DE SERIE[1])

DE

D. RUSU şi VOINEA COCIU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Printre sarcinile din domeniul economic prevăzute în planul de şase ani se înscrie şi ritmul înalt de creştere a productivităţii muncii, „izvor principal al reproducţiei socialiste lărgite şi condiţie esenţială pentru ridicarea nivelului de trai". Aşa cum se arată în Raportul tov. Gheorghe Gheorghiu-Dej la cel de al III-lea Congres al P.M.R. „o mare importanţă pentru sporirea productivităţii muncii are ridicarea calificării muncitorilor, îmbunătăţirea indicilor de folosire a utilajelor, adîncirea specializării..." etc. Pentru realizarea sarcinii de creştere a productivităţii muncii cu 60...65% în planul şesenal, cercetarea economică urmează a fi îndreptată spre rezolvarea problemelor legate de folosirea eficientă a acelor căi de creştere a productivităţii muncii, care în mare măsură se realizează fără investiţii centralizate, pe baza mobilizării rezervelor interne ale întreprinderilor.

Adîncirea specializării reliefată, în documentele celui de-al III-lea Congres al P.M.R. şi care este identică cu adîncirea diviziunii muncii, ocupă un loc important în economia politică marxistă. În această privinţă, în *Capitalul* [1] se arată că din cele trei forme de diviziune a muncii („în general", „în particular" şi „în detaliu"), diviziunea în detaliu sau „tehnică", cum i se mai spune, prezintă o deosebită importanţă pentru creşterea productivităţii muncii. Analiza celor trei stadii istorice de organizare a muncii şi a producţiei — cooperaţia simplă, manufactura şi marea industrie mecanizată—, prezintă şi astăzi importanţă practică pentru ramurile în care nu s-a terminat trecerea la marea industrie mecanizată, cum sînt industria confecţiilor de încălţăminte, industria confecţiilor de îmbrăcăminte, industria prelucrării lemnului ş.a. În asemenea ramuri se pune în mod pregnant problema adîncirii diviziunii muncii în procesul tehnologic de bază, pentru a asigura trecerea în întregime la marea industrie mecanizată şi apoi la producţia automatizată.

Nivelul productivităţii muncii într-un proces de producţie, reflectă stadiul de dezvoltare tehnică al procesului respectiv. După cum se ştie, în prelucrarea materiei prime se pot folosi mai multe procedee, care privesc, printre altele, nu numai ordinea de prelucrare sau numărul şi felul de aplicare a operaţiilor procesului, ci şi diviziunea operaţiilor complexe în operaţii elementare.

Plecînd la producţia individuală, fără divizare a muncii, la producţia de serie, unde procesul de prelucrare este realizat de către un grup de muncitori, într-o ordine determinată, fiecare muncitor efectuînd o operaţie elementară sau o operaţie complexă, procesele de prelucrare cunosc diferite stadii de divizare a muncii, care trebuie să fie analizate pentru a vedea în ce măsură adîncirea diviziunii muncii determină ridicarea

[1]) La elaborarea materialului documentar a colaborat şi tov. P. Jica, cercetător principal la filiala Iaşi a Academiei R.P.R.

productivităţii muncii. O asemenea analiză se poate face luînd în considerare sensul larg al noţiunii de creştere a productivităţii muncii, ca economie de muncă vie şi de muncă materializată în obţinerea unor valori de întrebuinţare date, sau considerînd sensul restrîns al noţiunii, ca productivitate a muncii vii. Această din urmă accepţiune va fi avută în vedere în prezentul studiu [2]).

2. Creşterea nivelului productivităţii muncii prin adîncirea diviziunii muncii, îşi găseşte explicaţie, în principal, în următoarele: a) specializarea muncitorilor prin dezvoltarea cît mai deplină a condiţiilor de efectuare a muncii, precum şi căpătarea deprinderii în muncă, b) evitarea efectuării unor reglaje, schimbări de scule, sau de poziţie a semifabricatului între prelucrări asemănătoare sau diferite; c) existenţa continuităţii în efectuarea manoperei, fapt care nu mai necesită consum de timp pentru acomodare; d) posibilitatea întocmirii şi respectării stricte a unor reguli de utilizare raţională a materialelor, cît şi a utilajelor etc.

De asemenea, este de remarcat că diverse moduri de organizare a proceselor, bazate pe diviziunea muncii, permit utilizarea unor mijloace moderne ale tehnicii: transportul automat, semnalizarea şi numerotarea automată, controlul automat al cantităţii şi al dimensiunilor etc. Aceste elemente de automatizare, însoţite de o justă diviziune a procesului tehnologic, astfel încît să rezulte echilibrarea consumului de timp pe operaţii de prelucrare, vor permite, fără îndoială, într-un viitor apropiat, să se generalizeze prelucrarea prin linii automate, cu consecinţe extrem de favorabile asupra nivelului productivităţii muncii. Pînă la trecerea prelucrării pe maşini şi pe linii automate, îmbunătăţirea organizării muncii şi în special adîncirea diviziunii muncii, rămîn principalii factori de creştere a productivităţii muncii.

3. În legătură cu influenţa diviziunii muncii asupra productivităţii, se pune, în mod firesc, problema dacă creşterea productivităţii muncii prin diviziunea cît mai avansată a proceselor de prelucrare, sporeşte continuu pe măsură ce se segmentează procesul în operaţii elementare sau dacă creşterea productivităţii presupune o anumită limită în această divizare. Răspunsul la această problemă are o importanţă deosebită în alegerea modului şi gradului de divizare a procesului tehnologic în operaţii elementare sau în operaţii de mică complexitate.

În această privinţă este necesar la început să se precizeze noţiunile de operaţie elementară şi operaţie complexă.

Operaţia elementară se realizează de către acelaşi muncitor asupra aceluiaşi semifabricat, aflat într-o anumită poziţie de lucru, cu o singură unealtă care lucrează într-un mod determinat; ea poate cuprinde o singură trecere sau mai multe treceri de aceeaşi valoare, astfel încît între o trecere şi alta se poate produce deplasarea semifabricatului sau modificarea poziţiei uneltei dacă aceasta se realizează prin funcţionarea maşinii.

Operaţia complexă cuprinde mai multe operaţii elementare sau treceri diferite, de aceeaşi valoare, care se efectuează paralel sau succesiv, sau mai multe prelucrări, de aceeaşi valoare sau de valori diferite, pe porţiuni diferite ale semifabricatului.

Analizînd cazul cel mai complex, un proces de prelucrare poate cuprinde operaţii elementare sau complexe care diferă între ele prin mai multe elemente, cum sînt: utilajul sau locul de muncă unde se realizează prelucrarea, unealta cu care se realizează prelucrarea, poziţia

[2]) În cazul studierii influenţei diviziunii muncii asupra tuturor economiilor de muncă vie şi trecută, analiza ar trebui să se concentreze nu asupra variaţiei elementelor consumului specific de timp, ci asupra variaţiei costurilor de prelucrare (inclusiv pierderi prin deşeuri şi rebuturi) şi a investiţiilor necesare.

uneltei, poziția semifabricatului în mașină și față de unealtă, numărul prelucrărilor de aceeași valoare sau de valori diferite etc.

4. Analiza consumului de timp la operații complexe permite să se pună în evidență următoarele categorii principale de timpi parțiali: a) timpul de bază, în care are loc prelucrarea efectivă a materiei prime; b) timpul ajutător, care însoțește timpul de bază și se întîlnește la prelucrarea fiecărei unități; c) timpul de deservire, care este caracteristic sistemului de organizare al lucrului, fără a se întîlni la prelucrarea fiecărei unități de produs și d) timpul de pregătire și încheiere, întîlnit la începutul și încheierea lucrului, sau la începutul și încheierea unui lot.

Ca urmare, timpul total de lucru pe un lot va fi dat de suma timpilor productivi, prin relația:

$$T_{lot} = T_b + T_{aj} + T_d + T_{pi}. \tag{1}$$

a) *Timpul de bază* (T_b) este constituit din timpul util de lucru pentru realizarea operațiilor elementare pentru toate cele m produse din lot. El cuprinde timpul de mașină, în cazul prelucrării mecanice, suma timpului de mașină și a timpului manual, în cazul prelucrării manual-mecanice, sau timpul manual, în cazul prelucrării manuale. Ținînd seama de operațiile elementare ce compun operația complexă și de numărul m de unități de produs conținute de lot, timpul de bază este:

$$T_b = m \sum_{k=1}^{n} t_k, \tag{2}$$

în care: T_b — consumul de timp de bază pe lot, m — numărul de unități de produs din lot, $t_1, t_2, \ldots, t_n$ — consumul de timp de bază pentru fiecare operație elementară $1, 2, \ldots, n$, care compune operația complexă considerată.

b) *Timpul ajutător* (T_{aj}) însoțește timpul de bază la prelucrarea fiecărei unități de produs și se compune din următoarele elemente: timpul de alimentare (t_a), care reprezintă timpul necesar pentru alimentarea locului de muncă cu o unitate de produs (semifabricat), în ipoteza că semifabricatele se află depozitate în apropierea locului de muncă; timpul de evacuare (t_e), care reprezintă timpul necesar pentru evacuarea semifabricatului ulterior desprinderii acestuia din mașină și așezarea lui pe locul de depozitare; timpul de fixare-desprindere (t_f), care reprezintă timpul necesar pentru fixarea și desprinderea semifabricatului în poziția de lucru la mașină; timpul de reglare-schimbare a uneltei (t_r), care reprezintă timpul necesar pentru reglarea mașinii sau schimbarea uneltei la trecerea de la o operație elementară la alta.

Suma timpilor ajutători pentru cele m produse dintr-un lot este următoarea:

$$T_{aj} = T_a + T_e + T_f + T_r, \tag{3}$$

în care consumurile parțiale sînt date pentru toate cele m produse din lot.

c) *Timpul de deservire* (T_d) este caracteristic fiecărui sistem de organizare ales. El se compune din timpul de deservire organizatorică (T_{do}) şi timpul de deservire tehnică (T_{dt}), adică:

$$T_d = T_{do} + T_{dt}. \tag{4}$$

Mărimea timpului de deservire este determinată de următoarele elemente:

c_1) timpul de deservire *organizatorică* (T_{do}), ce cuprinde timpul necesar pentru deplasare şi deservirea locului de muncă cu semifabricate, materiale auxiliare, piese de schimb (aşa-numitul timp „necesar") şi pierderile de timp, ce rezultă din lipsa de sincronizare a lucrului (aşa-numitul timp „neproductiv") şi care se concretizează în principal în timpul de aşteptare;

c_2) timpul de deservire *tehnică* (T_{dt}), cuprinde timpul necesar pentru întreţinerea maşinii, schimbarea uneltelor uzate, alimentarea cu auxiliare etc.

d) *Timpul de pregătire şi încheiere* (T_{pi}) este suma timpului necesar pregătirii şi încheierii lucrului la începutul şi sfîrşitul schimbului şi a timpului de pregătire şi încheiere a lucrului pe fiecare lot, exprimîndu-se sub forma:

$$T_{pi} = T_{pis} + iT_{pil} \tag{5}$$

în care: T_{pi} — timpul de pregătire şi încheiere consumat într-un anumit schimb, T_{pis} — timpul de pregătire şi încheiere consumat la începutul şi la sfîrşitul schimbului, T_{pil} — timpul de pregătire şi încheiere la începutul şi sfîrşitul prelucrării unui lot, i — numărul de loturi prelucrate într-un schimb.

5. Au fost arătate elementele consumului de timp pe lot şi pe produs, cunoscute în materie de normare a muncii. Plecînd de la aceste elemente, pentru a urmări influenţa gradului diviziunii muncii asupra nivelului productivităţii muncii şi a face analiza unei operaţii complexe nedivizate comparativ cu aceeaşi operaţie cu grad diferit de divizare a muncii, vom considera de la început, următoarele premise: a) surprinderea numai a unui moment de funcţionare continuă din cuprinsul unui schimb, pentru a nu mai lua în consideraţie timpul de pregătire şi încheiere pe schimb; b) considerarea faptului că loturile au componenţă identică, iar manopera necesară evidenţierii (înregistrării) prelucrării lotului nu cere consum de timp, ceea ce permite să se facă abstracţie de timpul de pregătire şi încheiere a lucrului pe lot; c) timpul de deservire (inclusiv cel de deplasare) este desprins de manopera productivă printr-o diviziune dată a muncii, astfel că el este realizat de către muncitorii auxiliari; acest fapt permite să se facă abstracţie de un asemenea timp; d) timpul de deservire tehnică fiind dependent de modul de lucru al maşinii şi gradul ei de încărcare, se consumă indiferent dacă operaţia complexă se efectuează de către un singur muncitor sau este divizat în n operaţii elementare; de aceea el poate să nu fie considerat în cadrul analizei consumului de timp.

Dacă se consideră toate aceste premise se poate lua în considerare în analiza comparativă a unei operații complexe cu grad diferit de divizare a muncii, numai variația sumei timpului de bază și a timpului ajutător.

6. O deosebită importanță pentru înțelegerea limitei economice a adîncirii diviziunii muncii în cadrul întreprinderii, prezintă analiza a *trei cazuri distincte:*

A. O operație complexă în care *n* operații elementare se efectuează succesiv, pentru fiecare din cele *m* unități de produs din lot, unități care se prelucrează de asemenea succesiv (fig. 1 a); prelucrarea se face de

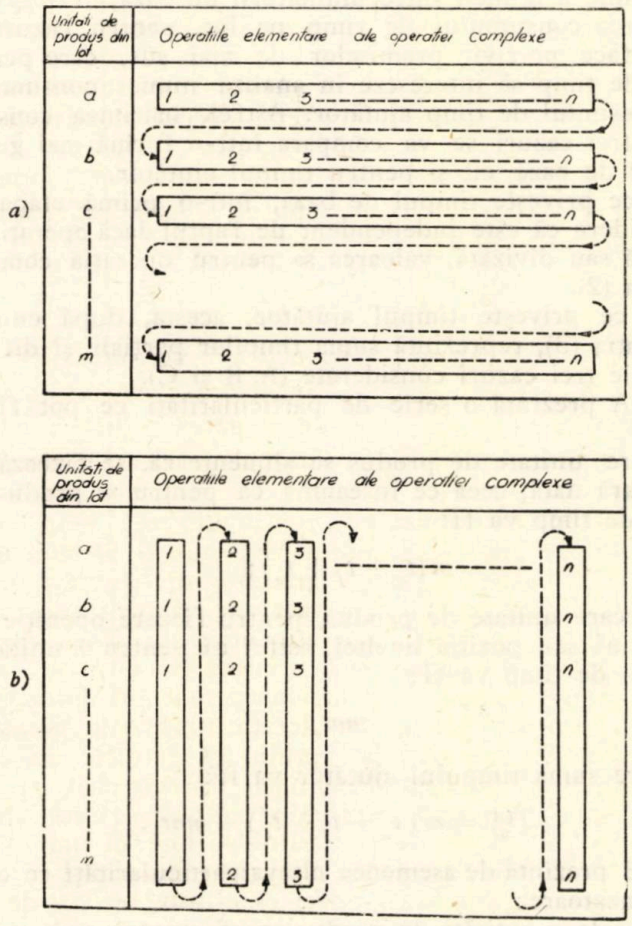


Fig. 1

către același muncitor, la aceeași mașină, cu unelte diferite, aflate în poziții diferite, semifabricatul prelucrîndu-se printr-un număr de treceri pe mai multe poziții.

B. O operaţie complexă, divizată în aceleaşi n operaţii elementare, la care se prelucrează de către acelaşi muncitor un lot care cuprinde de asemenea m unităţi de produs, cu specificul că fiecare operaţie elementară se realizează succesiv la toate cele m unităţi de produs, la operaţia ulterioară trecîndu-se pentru toate produsele numai după ce la operaţia precedentă s-au prelucrat toate cele m unităţi de produs (fig. 1 b). Acest caz reprezintă un început de diviziune a muncii în timp, în activitatea aceluiaşi muncitor.

C. O operaţie complexă, divizată în n operaţii elementare, efectuate succesiv de data aceasta de către n muncitori la n locuri de muncă, pentru fiecare din cele m unităţi de produs cuprinse în lot. Acest caz reprezintă o diviziune a muncii între muncitorii de bază, în timp şi în spaţiu.

Exprimarea consumului de timp pe lot, pentru cazurile considerate, o vom face potrivit premiselor de mai sus, care permit ca din consumurile de timp să intereseze în analiză numai consumul de timp de bază şi consumul de timp ajutător. Astfel, mărimea consumului de timp în cele trei cazuri se va compara într-o formă mai generală, atît pentru timpul de bază cît şi pentru timpul ajutător.

În ceea ce priveşte timpul de bază, într-o primă etapă a analizei se poate considera că este independent de faptul dacă operaţia complexă este nedivizată sau divizată, valoarea sa pentru operaţia complexă fiind dată de relaţia (2).

În ceea ce priveşte timpul ajutător, acesta, după cum se poate vedea din relaţia (3), reprezintă suma timpilor parţiali şi diferă pentru fiecare din cele trei cazuri considerate (A, B şi C).

Cazul A prezintă o serie de particularităţi ce pot fi reflectate în relaţii:

A_1) fiecare unitate de produs se alimentează, se fixează şi se evacuează o singură dată, ceea ce înseamnă că pentru m produse ale unui lot consumul de timp va fi:

$$m(t_a + t_f + t_e); \tag{6}$$

A_2) la fiecare unitate de produs, pentru fiecare operaţie trebuie să se regleze maşina sau poziţia uneltei, astfel că pentru m unităţi la n operaţii, consumul de timp va fi:

$$mnt_r. \tag{7}$$

Ca urmare suma timpului ajutător va fi:

$$T_{aj}^{(A)} = m(t_a + t_f + t_e) + mnt_r. \tag{8}$$

Cazul B prezintă de asemenea cîteva particularităţi ce ocazionează relaţii corespunzatoare:

B_1) toate cele m unităţi de produs se efectuează succesiv pentru o operaţie, din timpul de alimentare, fixare, evacuare, astfel că pentru realizarea unei operaţii este necesar timpul $m(t_a + t_f + t_e)$, iar pentru n operaţii acelaşi timp devine:

$$mn(t_a + t_f + t_e); \tag{9}$$

B_2) reglarea mașinii se face o singură dată la trecerea de la o operație la alta, ceea ce înseamnă că timpul de reglare pe lot este

(10) $$nt_r.$$

Ca urmare, suma timpului ajutător va fi:

(11) $$T_{aj}^{(B)} = mn(t_a + t_f + t_e) + nr_r.$$

Cazul C prezintă următoarele particularități și relații ale consumurilor de timp:

C_1) fiecare din cele m produse ale lotului se prelucrează separat la cele n operații elementare, la n locuri diferite de muncă, ceea ce presupune un consum de timp pentru alimentare, fixare și evacuare

(12) $$mn(t_a + t_f + t_e);$$

C_2) la fiecare loc de muncă efectuîndu-se o singură operație elementară, nu mai este nevoie de reglări, deci

(13) $$t_r = 0.$$

Însumînd timpul de bază cu timpul ajutător în cazurile considerate, se obține:

(14) $$T_{lot\,A} = m\sum_{k=1}^{n} t_k + m(t_a + t_f + t_e) + mnt_r,$$

(15) $$T_{lot\,B} = m\sum_{k=1}^{n} t_k + mn(t_a + t_f + t_e) + nt_r,$$

(16) $$T_{lot\,C} = m\sum_{k=1}^{n} t_k + mn(t_a + t_f + t_e).$$

Dacă se consideră acum nu timpul total al lotului, ci timpul pe unitate de produs, prin împărțirea relațiilor (14), (15), (16) cu m (numărul produselor din lot), se obțin următoarele valori:

(17) $$t_A = \sum_{k=1}^{n} t_k + t_a + t_f + t_e + nt_r,$$

(18) $$t_B = \sum_{k=1}^{n} t_k + n(t_a + t_f + t_e) + nt_r/m,$$

(19) $$t_C = \sum_{k=1}^{n} t_k + n(t_a + t_f + t_e).$$

Pe baza acestor valori analiza poate lua în considerare *anumite ipoteze și constatări.* Mai întîi, comparînd relația (17) cu relația (18) se ocazionează două ipoteze:

1°. Cazul cînd $t_A > t_B$, întîlnit atunci cînd se îndeplinește condiția:

(20) $$t_a + t_f + t_e + nt_r > n(t_a + t_f + t_e) + nt_r/m.$$

Relația este posibilă numai în cazul în care timpul de reglare este mare, iar reducerea acestui timp prin diviziune este mai importantă

decît acea mărire a timpului de alimentare, fixare şi evacuare, care are loc prin creşterea frecvenţei de repetare a acestui timp.

2° Cazul cînd $t_A < t_B$, are loc atunci cînd:

$$t_a + t_f + t_e + nt_r < n(t_a + t_f + t_e) + nt_r/m. \tag{21}$$

Această relaţie este posibilă numai în condiţiile în care timpul de reglare este redus, iar reducerea lui prin diviziune este mai puţin importantă decît mărirea timpului de alimentare, fixare şi evacuare, prin creşterea frecvenţei de repetare a acestui timp, ca urmare a unei diviziuni în timp în desfăşurarea lucrului muncitorilor.

3° Comparînd relaţiile (18) şi (19) totdeauna se poate constata inegalitatea $t_B > t_C$, sau

$$n(t_a + t_f + t_e) + nt_r/m > n(t_a + t_f + t_e), \tag{22}$$

deoarece în cazul relaţiei (19) nu se mai consumă timp de reglare.

4° În sfîrşit, comparînd relaţiile (17) şi (19) se constată că $t_A > t_C$ sau

$$t_a + t_f + t_e + nt_r > n(t_a + t_f + t_e), \tag{23}$$

care se justifică prin faptul că sporul timpului de alimentare, fixare şi evacuare, rezultat din creşterea frecvenţei de repetare, este mai mic decît sporul timpului de reglare.

Din cele de mai sus se desprinde, în mod evident, concluzia că adîncirea diviziunii muncii în timp şi în spaţiu (cazul C) este avantajoasă faţă de situaţia cînd munca nu este de loc divizată (cazul A) sau faţă de situaţia cînd se face numai o divizare în timp (cazul B).

7. Pentru a se putea urmări influenţa gradului de divizare a muncii asupra nivelului consumului unitar de timp şi implicit a nivelului productivităţii, se va folosi relaţia generală (19) şi se va considera divizarea operaţiei complexe într-un număr, din ce în ce mai mare, de operaţii elementare, dîndu-se diverse valori particulare lui n. Fie n egal cu numerele crescătoare începînd de la 1 la n. În acest caz consumul de timp va fi cuprins în tabelul 1.

Tabelul 1

Gradul de divizare a muncii = număr de operaţii în care s-a împărţit operaţia complexă	Timp de bază	Timp ajutător
1	$t'_b = t'_1$	$t_a + t_f + t_e$
2	$t'' = t''_1 + t''_2$	$2(t_a + t_f + t_e)$
3	$t'''_b = t'''_1 + t'''_2 + t'''_3$	$3(t_a + t_f + t_e)$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n	$t^n_b = t^n_1 + t^n_2 + t^n_3 + \ldots + t^n_n$	$n(t_a + t_f + t_e)$

Din tabelul 1 se constată că pe măsură ce se adînceşte gradul de divizare a muncii timpul ajutător ia valori din ce în ce mai mari.

Anterior s-a admis ipoteza că timpul de bază este indiferent faţă de gradul de divizare a muncii, adică rămîne neschimbat. Această ipoteză, care mai înainte a permis o simplificare a analizei, trebuie acum părăsită. Pentru aceasta se consideră posibilităţile de variaţie a timpului de bază, ca în fig. 2, în care se înscriu patru curbe. Dintre acestea curba *1* arată creşterea liniară a timpului de bază prin adîncirea gradului de divizare a muncii, iar curba *2* arată menţinerea constantă a timpului de bază. Urmărind concomitent şi datele din tabelul 1 se constată o creştere uniformă a timpului ajutător, paralel cu adîncirea gradului de divizare a muncii, ca urmare a creşterii frecvenţei de repetare a acestui timp şi în condiţiile cînd se consideră neschimbată durata de efectuare a fiecărei mînuiri cu caracter ajutător [3]).

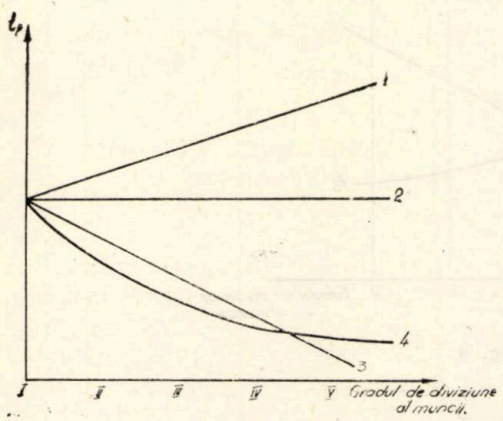


Fig. 2

Din practica organizării proceselor de prelucrare se cunoaşte faptul că, în general, divizarea muncii măreşte productivitatea muncii. Plecînd de la valabilitatea acestei constatări şi ţinînd seama şi de ipoteza de mai sus, în sensul că timpul ajutător creşte liniar odată cu diviziunea muncii, se poate deduce că timpul de bază nu poate creşte nici nu poate rămîne egal prin diviziune. Ca urmare curbele *1* şi *2* sînt imposibil de realizat practic.

În condiţiile în care timpul de bază scade prin adîncirea diviziunii muncii, se pune problema formei pe care o va lua curba care marchează variaţia valorilor timpului de bază. Curba *3* nu este posibilă, deoarece conduce în mod necesar la relaţia imposibilă:

$$t_b = 0. \tag{24}$$

Aceasta înseamnă că singura formă posibilă a curbei de variaţie a valorii timpului de bază este curba *4*, care admite un grad optim de divizare a muncii, după care, continuînd adîncirea se obţine aceeaşi valoare, deci:

$$t^n = \text{const.} \tag{25}$$

8. Reducerea timpului de bază, după cum s-a arătat la începutul studiului, are loc fie pe seama reducerii timpului manual la operaţiile manuale sau manual-mecanice în urma creşterii deprinderilor în muncă,

[3]) Facem abstracţie deocamdată de reducerea duratei de efectuare a mînuirilor cu caracter ajutător, ca urmare a specializării muncitorilor în urma divizării operaţiilor complexe.

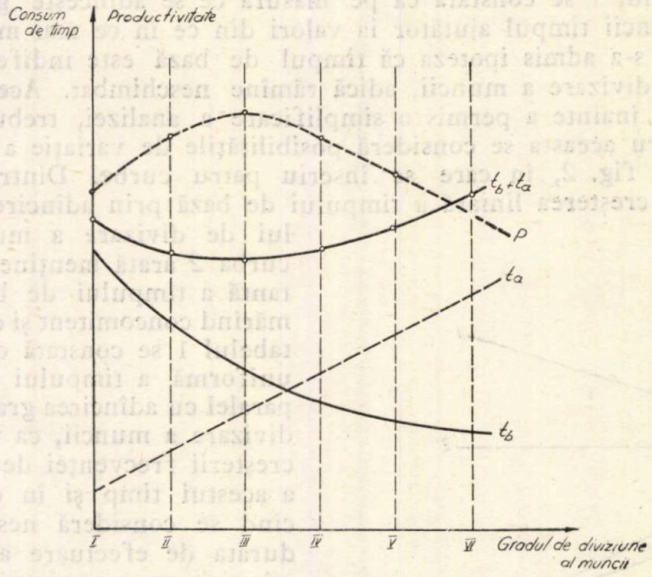

Consum de timp
Productivitate
$t_b + t_a$
p
t_a
t_b
I
II
III
IV
V
VI
Gradul de diviziune al muncii

Fig. 3

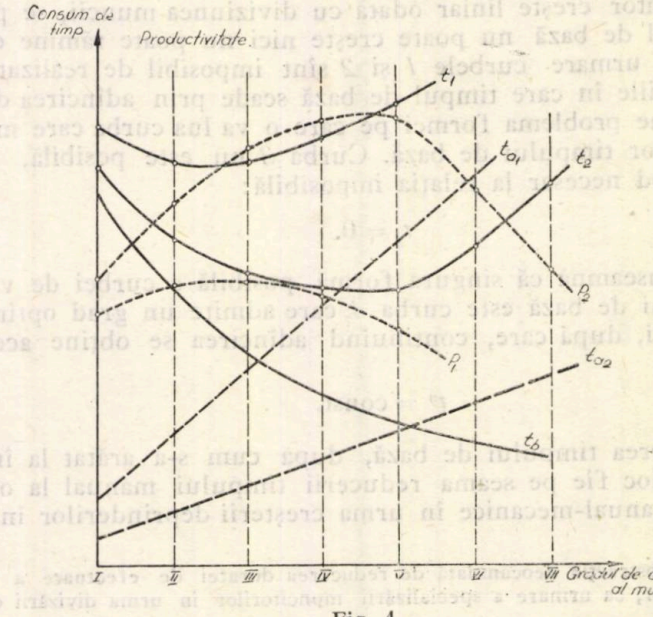

Consum de timp
Productivitate
t_1
t_{a1}
t_2
p_2
p_1
t_{a2}
t_b
I
II
III
IV
V
VI
VII
Gradul de diviziune al muncii

Fig. 4

ca efect al repetării operațiilor, fie pe seama reducerii timpului mașinal la operațiile manual-mecanice sau mecanice, în urma utilizării vitezelor optime de lucru, ca efect al specializării muncitorilor prin diviziunea muncii.

Urmărind însumarea valorii timpului de bază și a timpului ajutător, pe diagrama din fig. 3 se constată că funcție de divizare a muncii, valoarea sumei descrește, apoi admite un minim și în cele din urmă crește. Acest mod de însumare permite să se scoată în evidență faptul că reducerea consumului specific total de timp prin divizarea muncii, prezintă o limită, după care continuînd diviziunea muncii, divizarea nu mai este avantajoasă, așa cum rezultă din diagrama din fig. 3. Aici valoarea productivității admite un maxim în dreptul valorii minime a sumei timp de bază + timp ajutător.

9. În fig. 3 am considerat că timpul ajutător crește direct proporțional cu creșterea numărului operațiilor elementare în care se divizează operația complexă, făcînd abstracție de reducerea duratei de efectuare a mînuirilor, ca urmare a specializării muncitorilor. Dacă se ia în considerare și această reducere, atunci creșterea timpului ajutător este întrucîtva mai redusă. Ea are totuși loc ca urmare a faptului că prin divizarea operației complexe, sporul de timp, ca urmare a creșterii frecvenței de repetare a timpilor ajutători, este mai mare decît minusul de timp rezultat din reducerea duratei de efectuare a mînuirilor.

Pentru a scoate în evidență și influența acestei ultime tendințe de modificare a timpului ajutător asupra productivității muncii, în fig. 4 se arată cazul cînd pentru același timp de bază, descrescător, se consideră două diagrame de variație a timpului ajutător. Optimul divizării muncii se oprește în cazul curbei t_{a_1} la gradul III de divizare a muncii, iar în cazul curbei t_{a_2} la gradul V de divizare a muncii [4]). Concomitent cu aceasta se constată existența unei diferențe mari între productivitățile atinse în cele două cazuri considerate.

Din analiza acestei diagrame reiese importanța destul de apreciabilă pe care o prezintă creșterea, în ultima instanță, a valorii timpului ajutător, asupra valorii productivității. De aici necesitatea de a acționa, pentru a reduce la minimum durata de efectuare a fiecărei mînuiri, care influențează în măsură însemnată mărimea timpului ajutător, cu scopul de a contracara influența pe care o exercită creșterea frecvenței de repetare a timpului ajutător. În acest scop adîncirea diviziunii tehnice a muncii trebuie însoțită și de alte măsuri tehnico-organizatorice, care să aibă drept obiect: aducerea semifabricatelor la timpul potrivit, într-o zonă în apropierea locului de muncă a muncitorului, astfel ca alimentarea și evacuarea să se facă cu un minimum de consum de timp; specializarea organelor de prindere a semifabricatului, astfel ca fixarea și desprinderea semifabricatului în mașină să se facă cu consum minim de timp. Asemenea măsuri duc la folosirea unor utilaje moderne, specializate, instalate pe benzi rulante cu sincronizare perfectă, influențînd creșterea productivității muncii în proporție mult mai mare.

---

[4]) Nu este exclusă posibilitatea ca prin trecerea la grade avansate de divizare a operațiilor, variația timpului ajutător să aibă loc după o exponențială apropiată de o dreaptă.

Concluzii

Consideraţiile făcute mai sus conduc la concluzia că există o limită a gradului de divizare a muncii în procesul tehnologic de bază, căreia îi corespunde nivelul maxim de productivitate. Acest mod de abordare a problemei a permis să se stabilească o formă generală de însumare a timpului de bază şi a celui ajutător în analiza adîncirii diviziunii muncii, formă care, după părerea noastră, poate constitui o bază pentru determinarea limitei optime de adîncire a diviziunii muncii după criteriul productivităţii muncii vii.

Pentru obţinerea unei productivităţi ridicate prin organizarea superioară a muncii şi a producţiei, este important să se efectueze o analiză temeinică asupra modului în care variază timpul de bază şi timpii auxiliari în procesul de adîncire a diviziunii muncii, pentru a fi atins gradul de diviziune, considerat optim, din punct de vedere al influenţei asupra productivităţii.

Se va putea ajunge astfel la un nivel ridicat de productivitate, fără investiţii, sarcină deosebită în acţiunea de mărire a producţiei întreprinderilor industriale şi a reducerii preţului de cost.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de economie de ramură,
Catedra de confecţii din piele

BIBLIOGRAFIE

1. Marx K., *Capitalul.* Vol. I, Ed. PMR, Buc., 1945.
2. * * * *Economia politică.* Ed. Polit., Buc., 1960.
3. Kameniţer S. E., *Economia, organizarea şi planificarea întreprinderilor industriale.* Ed. II, Ed. Şt., Buc., 1962, (trad. din l. rusă).
4. Gounod P., *Rationalisation and Mass Production in Europe.* United-States Intern. Chamber of Comerce, 1931.

SUR LA DIVISION DU TRAVAIL DANS LA PRODUCTION DE SÉRIE

(Résumé)

On analyse les facteurs qui influencent le temps consommé pour l'usinage dans l'industrie de transformation, en étudiant l'influence exercée par la division du travail sur la productivité.

On établit la loi selon la quelle varie le temps de base et le temps auxiliaire consommés. On met en évidence l'existence d'un minimum de la somme des valeurs de ces temps-ci qui correspond à un maximum de la productivité. Cette observation démontre l'existence d'une limite économique pour la division du travail.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 338.062.11

RELAŢII ÎNTRE RITMURILE DE CREŞTERE A INDICATORILOR PLANULUI DE MUNCĂ ŞI SALARII

DE

EUGEN POPA şi VALERIU RĂUŢU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Directivele Congresului al III-lea al P. M. R. prevăd că la sfîrşitul planului de 6 ani valoarea producţiei globale industriale va fi de aproximativ 2,1 ori mai mare decît în 1959; productivitatea muncii va creşte cu 60...65% faţă de 1959; salariul real al muncitorilor, inginerilor, tehnicienilor şi funcţionarilor va creşte cu 40...45% faţă de 1959 etc.

Pentru realizarea tuturor acestor sarcini este necesară o bună corelare între indicatorii planului de muncă şi salarii, atît în cadrul ramurilor industriale cît şi în fiecare întreprindere în parte.

În acest sens trebuie asigurată superioritatea ritmului de creştere a productivităţii muncii faţă de creşterea salariului mediu pentru a se asigura acumularea în industria noastră socialistă.

Această relaţie existentă între creşterea productivităţii muncii şi creşterea salariului mediu trebuie să se păstreze, din aceleaşi motive, şi între creşterea producţiei globale şi creşterea fondului de salarii.

2. Este cunoscută exprimarea grafică a relaţiilor dintre diferitele componente ale planului de muncă şi salarii, din care rezultă condiţiile între creşterea indicatorilor de mai sus. Acest grafic are forma din fig. 1. Graficul este simplu de întocmit şi uşor de înţeles de către oricine, fiind folosit în special la analiza modului cum se respectă corelarea justă între indicatorii planului de muncă şi salarii.

Este însă important şi necesar, după părerea noastră, să se poată calcula procentele de creştere, de la o perioadă de timp la alta, a indicatorilor planului de muncă şi salarii, unii în raport cu ceilalţi, tocmai pentru a putea respecta aceste corelaţii.

3. Vom porni deci de la condiţiile arătate mai sus şi anume că creşterea productivităţii muncii trebuie să fie mai mare decît creşterea salariului mediu şi creşterea producţiei globale trebuie să fie mai mare decît creşterea fondului de salarii, de la o perioadă de timp la alta.

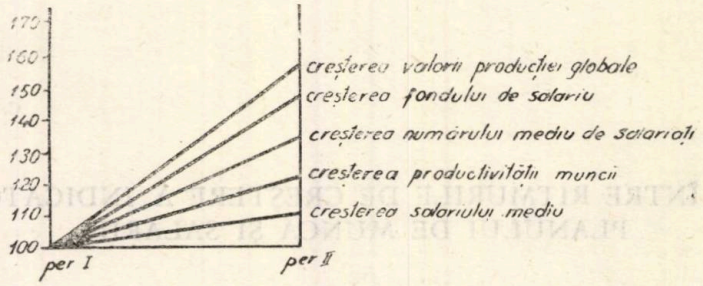


Fig. 1

Să exprimăm creşterea fiecăruia dintre cei cinci indicatori, de la o perioadă de timp la alta, prin următoarele relaţii matematice simple:

$$(1) \qquad P_{g2} = P_{g1}(1 + a/100), \qquad (2) \quad F_{s2} = F_{s1}(1 + b/100),$$

$$(3) \qquad N_{ms2} = N_{ms1}(1 + c/100), \qquad (4) \quad P_{m2} = P_{m1}(1 + d/100),$$

$$(5) \qquad S_{m2} = S_{m1}(1 + e/100),$$

unde: a, b, c, d, e, reprezintă procentele de creştere a celor cinci indicatori.

Conform condiţiilor puse de graficul din fig. 1, aceste valori se află în următoarele raporturi, unele faţă de altele:

$$a > b > c > d > e.$$

Pornind de la definiţia productivităţii muncii, şi anume:

$$P_m = P_g/N_{ms},$$

unde: P_m — productivitatea muncii, P_g — producţia globală, N_{ms} — numărul mediu de salariaţi, şi de la două din relaţiile de mai sus (de ex. relaţiile (1) şi (3)), se poate calcula creşterea productivităţii muncii de la o perioadă de timp la alta, obţinînd expresia:

$$(6) \qquad d = (a - c)/(1 + c/100).$$

Din această relaţie se poate calcula sporul producţiei globale (a) de la o perioadă de timp la alta în funcţie de creşterea productivităţii muncii (d) şi a numărului mediu de salariaţi (c):

$$(6') \qquad a = c + d + cd/100.$$

4. În mod analog se poate calcula valoarea sporului fondului de salarii (b) în funcție de sporul numărului mediu de salariați (c) și sporul salariului mediu (e), plecînd de la definiția salariului mediu:

$$S_m = F_s/N_{ms},$$

unde: S_m — salariul mediu, F_s — fondul de salarii, N_{ms} — numărul mediu de salariați. Se obține:

$$(7) \qquad e = (b - c)/(1 + c/100), \qquad (7') \quad b = c + e + ce/100.$$

Cunoscînd două din valorile sporurilor indicatorilor din aceste relații, se poate calcula a treia (b, c sau e).

5. Cu ajutorul relațiilor (6') și (7') se poate calcula legătura dintre diferențele de creștere a productivității muncii și a salariului mediu, respectiv a valorii producției globale și a fondului de salarii. Această relație este următoarea:

$$(8) \qquad (a - b)/(1 + c/100) = d - e.$$

Este necesar să subliniem faptul că relațiile (6') și (7') se pot rezolva (impunînd condiția:

$$9) \qquad d = ne,$$

unde n — un număr pozitiv și > 1, care arată de cîte ori este mai mare creșterea productivității muncii decît creșterea salariului mediu.

În acest mod vom avea următorul sistem de 3 ecuații cu 3 necunoscute:

$$(10) \qquad a = c + d + cd/100, \quad b = c + e + ce/100, \quad d = ne,$$

ușor de soluționat.

Concluzii

Relațiile deduse permit calcularea creșterii unora dintre indicatorii planului de muncă și salarii în raport cu alții, în funcție de două condiții fundamentale (creșterea productivității muncii, creșterea salariului mediu și creșterea producției globale, creșterea fondului de salarii care asigură acumularea în industria noastră socialistă).

Relațiile de calcul sînt simple și permit să se calculeze creșterile indicatorilor, fie la întocmirea planului de muncă și salarii, fie la analiza îndeplinirii acestuia.

Această metodă analitică de calcul completează metoda grafică care prezintă numai aspectul calitativ al relațiilor dintre componentele planului de muncă și salarii.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de organizare și planificare

ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ РИТМАМИ РОСТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПЛАНА ТРУДА И ЗАРПЛАТЫ

(Резюме)

Устанавливаются соотношения расчета роста некоторых показателей плана труда и зарплаты, в зависимости от других показателей, учитывая, что предварительно необходимо устанавливать рост двух показателей.

Простота выведенных отношений расчета позволяет удобное пользование ими как при составлении плана труда и зарплаты, так и при анализировании этого плана.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 338 T9

UNELE ASPECTE ALE COMERŢULUI EXTERIOR AL REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

DE

P. MÎLCOMETE şi D. RUSU

Extras din comunicarea prezentată în sesiunea ştiinţifică festivă organizată de Academia R.P.R., filiala Iaşi, cu prilejul celei de a XX-a aniversări a eliberării patriei, 22 august 1964

Comerţul exterior al Romîniei şi al celorlalte ţări socialiste este subordonat, ca şi comerţul interior al acestor ţări, cerinţelor legilor economice ale socialismului, în primul rînd legii economice fundamentale.

El izvorăşte din necesitatea folosirii avantajelor create de diviziunea internaţională socialistă a muncii şi serveşte ca sursă suplimentară de dezvoltare a producţiei, de folosire a cuceririlor tehnicii mondiale şi de asigurare a satisfacerii nevoilor crescînde ale oamenilor muncii.

Un loc important în comerţul exterior al R.P.R. îl ocupă relaţiile comerciale cu celelalte ţări socialiste. Comerţul exterior constituie o formă a colaborării economice dintre ţările sistemului mondial socialist, pe baza respectării principiilor marxist-leniniste care s-au statornicit în relaţiile dintre aceste ţări: independenţa şi suveranitatea naţională, egalitatea în drepturi, avantajul reciproc şi într-ajutorarea tovărăşească.

Militînd pentru lărgirea şi întărirea relaţiilor comerciale cu toate ţările socialiste, în cadrul înfăptuirii diviziunii internaţionale socialiste a muncii pe întregul sistem mondial socialist, P.M.R. apreciază ca o necesitate obiectivă existenţa relaţiilor economice mondiale generale. În virtutea acestei necesităţi ţara noastră, ca şi celelalte ţări socialiste, dezvoltă legături economice, inclusiv relaţii comerciale, cu toate ţările, indiferent de orînduirea lor socială. Interesul pe care ţara noastră, ca şi celelalte ţări socialiste, îl manifestă pentru problemele colaborării economice internaţionale, îşi găseşte fundamentarea teoretică în învăţătura marxist-leninistă cu privire la coexistenţa paşnică a ţărilor cu sisteme sociale diferite.

Dezvoltarea relaţiilor economice pe bază de egalitate şi avantaj reciproc între state cu orînduiri sociale diferite, constituie astfel un mijloc deosebit de important pentru promovarea coexistenţei paşnice. Prin desfăşurarea nestingherită a relaţiilor economice dintre ţările socialiste şi lumea capitalistă se realizează un suport trainic pentru consolidarea păcii.

În acest sens, „coexistenţa paşnică şi comerţul internaţional sînt strîns legate şi se condiţionează reciproc", iar „dezvoltarea legăturilor economice este un factor al consolidării păcii" [1].

Între comerţul internaţional liber şi pace a existat din totdeauna o legătură indisolubilă, noţiunea de comerţ liber implicînd relaţii de colaborare, cunoaştere mai temeinică a popoarelor, înţelegere şi bună vecinătate între state, pace între popoare.

Relaţiile comerciale internaţionale joacă un rol deosebit în etapa actuală, pentru crearea unei atmosfere de destindere, de încredere între state. Prin comerţul internaţional se asigură legături de colaborare care pun la adăpost omenirea de pericolul războaielor.

În epoca noastră, conducătorii de state mari sau mici, aparţinînd celor două sisteme sociale mondiale, se pronunţă pentru dezvoltarea comerţului mondial în interesul progresului omenirii. Acest fapt este deplin confirmat şi de Conferinţa O.N.U. pentru comerţ şi dezvoltare care şi-a desfăşurat lucrările la Geneva între 23 martie—15 iunie 1964, cu participarea reprezentanţilor a 120 de state. În preambulul Actului Final al Conferinţei se recunoaşte, între altele, că pacea şi prosperitatea sînt strîns legate între ele, că progresul economic şi social depind în mare măsură de creşterea continuă a comerţului internaţional. În cursul dezbaterilor din plenarele Conferinţei, în lucrările comisiilor sale, cît şi în consacrările din Actul Final, se regăseşte ideia din mesajul tov. Gheorghe Gheorghiu-Dej, adresat conferinţei, în sensul dezvoltării unor „relaţii economice normale între state şi fondarea acestor relaţii pe principiile respectului riguros al suveranităţii naţionale, a egalităţii în drepturi, a neamestecului în treburile interne şi a avantajului reciproc". Viaţa confirmă cîtă dreptate a avut V. I. Lenin cu cîteva decenii în urmă, cînd a formulat principial existenţa unei forţe care obligă statele cu orînduiri sociale diferite să colaboreze pe plan economic. „Există o forţă mai puternică decît dorinţa, voinţa şi hotărîrea oricăruia dintre guvernele sau clasele ostile nouă; această forţă o constituie relaţiile economice mondiale generale, care le silesc să păşească pe această cale a stabilirii de legături cu noi" [2].

În perioada postbelică comerţul mondial în ansamblu s-a dezvoltat într-un ritm relativ rapid. Aceasta se datoreşte faptului că rolul comerţului internaţional ca factor al progresului economic general al omenirii a devenit mai însemnat ca oricînd. Împrejurările care determină acest rol însemnat al comerţului internaţional în etapa actuală sînt rezultatul tendinţei generale de creştere a producţiei industriale mondiale. O asemenea tendinţă îşi găseşte suportul în primul rînd în progresul industrial rapid al ţărilor socialiste, în accelerarea progresului tehnic şi ştiinţific pe plan mondial, care adînceşte diviziunea internaţională a muncii; este susţinută apoi de descoperirea şi folosirea unor resurse

noi și lărgirea folosirii materialelor și resurselor clasice de energie, combustibil, materii prime, de lărgirea și răspîndirea mijloacelor moderne de transport, care în mod practic anulează problema distanțelor mari, precum și de apariția a zeci de state noi, care păşesc pe calea dezvoltării economice independente. Toate acestea nu ne îndreptăţesc să tragem concluzia că relaţiile economice internaţionale ar fi hotărîtoare pentru progresul economic şi social al societăţii contemporane. Din contra, progresul economic şi social al fiecărei ţări depinde, în primul rînd, de eforturile proprii ale popoarelor în dezvoltarea economiilor lor naţionale, de mobilizarea şi valorificarea maximă a posibilităţilor şi resurselor interne. Aceasta constituie o premisă a dezvoltării relaţiilor economice internaţionale, care la rîndul lor, în anumite condiţii, completează şi uşurează eforturile popoarelor în direcţia dezvoltării economiilor lor naţionale şi accelerează progresul lor social-economic.

Exemplul ţării noastre este cît se poate de concludent în acest sens. După douăzeci de ani de la eliberare, ţara noastră se înfăţişează ca o ţară cu o economie complexă şi o cultură înfloritoare. Poporul romîn este astăzi stăpîn cu adevărat pe bogăţiile şi resursele ţării, pe care le foloseşte în conformitate cu interesele sale fundamentale, pe baza programului ştiinţific fundamentat de P.M.R., la temelia căruia stă industrializarea socialistă a ţării, progresul tehnic al tuturor ramurilor economiei naţionale. În înfăptuirea acestui program, partidul şi statul nostru au pus accentul în primul rînd pe mobilizarea şi folosirea posibilităţilor economiei noastre naţionale, pe hărnicia şi talentul poporului.

Concomitent, au fost şi continuă să fie folosite pe scară largă avantajele relaţiilor de colaborare şi întrajutorare economică din cadrul sistemului mondial socialist, precum şi schimburile economice cu toate ţările lumii.

Romînia întreţine în prezent relaţii economice cu peste 80 de state, faţă de numai 29 în anul 1950. Produsele romîneşti sînt cunoscute în cele mai îndepărtate colţuri ale globului, pe toate continentele.

Participarea tot mai activă a ţării noastre la schimburile economice internaţionale se reflectă în ritmul mereu mai ridicat înregistrat în ultimii ani de volumul comerţului nostru exterior (v. tabelul 1). În anul

Tabelul 1

Dinamica comerţului exterior al R. P. R. [3, p. 433]
1950 = 100

Anul	1955	1959	1962	1963
Total comerţ exterior	194	225	386	425
— Export	199	246	385	431
— Import	190	206	387	420

1963 volumul schimburilor comerciale externe ale R.P.R. a crescut de circa 7 ori faţă de anul 1948, fiind superior ritmului de creştere înregistrat de produsul social total, de venitul naţional şi producţia industrială globală. De exemplu, faţă de anul 1959, volumul producţiei industriale a crescut în 1963 cu 53%, iar al comerţului exterior cu 71%.

În urma prefacerilor adînci petrecute în structura economiei naţionale a R.P.R. în anii construcţiei socialiste, pe baza industrializării ţării, paralel cu creşterea volumului schimburilor de mărfuri au avut loc schimbări importante şi în structura comerţului nostru exterior.

În ceea ce priveşte exportul, aspectul cel mai important îl constituie ponderea crescîndă a grupei maşinilor, utilajelor şi instalaţiilor complete. Dacă înainte de război maşinile şi utilajele reprezentau doar 0,8% din valoarea întregului export, în 1958 ponderea lor a atins 13%, iar în anii 1961...1962 peste 18%. Ţara noastră livrează în prezent instalaţii complete pentru rafinării de petrol, pentru fabrici de ciment, utilaj petrolier de explorare şi exploatare, maşini şi mijloace de transport feroviar, rutier şi maritim, maşini-unelte, maşini agricole, maşini electrice, produse elecrotehnice etc. Romînia ocupă al treilea loc în lume, după S.U.A. şi U.R.S.S., în privinţa exportului de utilaj petrolier [4].

S-a mărit greutatea specifică la export a semifabricatelor cu un înalt grad de prelucrare şi a produselor romîneşti „tradiţionale", reflectînd o trăsătură caracteristică a procesului de industrializare socialistă a ţării — valorificarea superioară a resurselor naturale. Au crescut în acest sens exporturile de produse petroliere şi din lemn, realizate la un grad superior de prelucrare industrială, atît în ceea ce priveşte valoarea cît şi calitatea acestor produse.

Cu privire la import, caracteristica principală o constituie de asemenea creşterea importului de maşini şi utilaje.

Deşi puternica dezvoltare a industriei noastre constructoare de maşini şi prelucrarea metalelor permit ca nevoile interne de maşini, utilaje şi instalaţii să fie acoperite în proporţie de peste 70%, gama foarte variată de maşini şi utilaje necesare dezvoltării industriei, a făcut să crească în ultimii ani importul de maşini de un înalt nivel tehnic. În perioada 1960...1962 circa 30% din necesarul de maşini şi utilaje al economiei naţionale a fost importat. O pondere importantă au reprezentat-o utilajele şi materialele pentru întreprinderi complete. În 1962 acest import a crescut cu peste 2,2 ori faţă de 1959, astfel că ponderea echipamentului pentru întreprinderi complete în totalul importurilor ţării a crescut în aceeaşi perioadă de la 12,8% la 15,1%.

Totodată s-a majorat importul de materii prime şi materiale necesare producţiei ca: minereu de fier, cărbune cocsificabil, cocs, laminate, feroaliaje, metale neferoase etc. În acelaşi timp a crescut şi importul de bunuri de consum, mai ales bunuri de folosinţă îndelungată — aparate de radio, televizoare, autoturisme etc., care asigură satisfacerea într-o măsură mai mare a nevoilor mereu crescînde ale populaţiei.

Cele de mai sus demonstrează că schimbările care au avut loc în structura importului ţării noastre, răspund în primul rînd necesităţilor

de mijloace de producție cerute de înfăptuirea sarcinilor construcției socialiste, precum și satisfacerii cît mai complete a nevoilor de consum ale populației.

Tot astfel schimbările care au avut loc în structura comerțului nostru exterior, atestă faptul că dezvoltarea armonioasă a economiei noastre naționale pe baza industrializării socialiste și creșterea nivelului de trai al populației sînt factori care deschid largi posibilități pentru extinderea relațiilor comerciale externe ale Republicii Populare Romîne.

* * *

Statistica comerțului nostru exterior evidențiază că o însemnată parte a schimburilor comerciale actuale ale Republicii Populare Romîne se efectuează cu țările sistemului mondial socialist (v. tabelul 2). Trăsă-

Tabelul 2

Ponderea țărilor din sistemul economic socialist și capitalist în volumul total (export+import) al comerțului exterior al R. P. R. (%) [3, pp. 433 – 436]

Anul	1958	1959	1960	1961	1962	1963
Total comerț exterior din care :	100	100	100	100	100	100
— Ponderea țărilor din sistemul economic socialist	77,8	80,0	73,5	68,2	67,8	69,6
— Ponderea țărilor din sistemul economic capitalist	22,2	20,0	26,5	31,8	32,2	30,4

tura caracteristică a comerțului țării noastre cu celelalte țări socialiste o constituie creșterea continuă a livrărilor reciproce de mașini și utilaje, ca o expresie a dezvoltării industriale, în primul rînd pe baza industriei grele, a fiecărei țări socialiste.

Colaborarea economică cu țările socialiste în conformitate cu principiile marxism-leninismului, nu limitează însă cu nimic extinderea relațiilor comerciale cu țările capitaliste dezvoltate. Putem aprecia că politica noastră economică în acest sens are chiar un rol important în asigurarea înzestrării producției cu noi cuceriri ale științei și tehnicii mondiale și aduce mari economii de muncă socială.

„Așa cum a dovedit experiența — arată tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej — calea cea mai scurtă și cea mai eficientă de dotare a industriei noastre cu tehnica nouă este asimilarea de mașini și utilaje pe baza documentațiilor tehnice și licențelor de producție pentru cele mai perfecționate tipuri existente pe plan mondial" [5]. „Vom cîștiga însutit și vom merge mult mai repede în reutilarea întreprinderilor dacă vom evita irosirea de timp, energie și bani pentru a inventa lucruri care sînt de

acum inventate, pentru a căuta soluţionarea unor probleme care sînt deja rezolvate" [5].

Aceste măsuri de politică economică corespund întrutotul principiilor coexistenţei paşnice.

În fond, tehnica în sine, ca şi cuceririle ştiinţei în sine, nu au caracter de clasă. Folosirea lor îmbracă însă acest caracter. Ceea ce înseamnă că asimilarea de maşini şi utilaje, folosirea celor mai noi descoperiri ale ştiinţei şi tehnicii din ţările capitaliste de către ţara noastră şi celelalte ţări socialiste, constituie un element pe deplin pozitiv al activităţii statelor socialiste, fiind folositor atît fiecărei ţări socialiste, cît şi întregului sistem mondial socialist. În acest sens există indicaţii în lucrările lui Lenin care considera ca fiind întrutotul posibil să se meargă la „o tranzacţie comercială" cu ţările burgheze, adică să se încheie acorduri comerciale, să se dezvolte relaţii pe bază de avantaj reciproc. În 1920, într-un interviu acordat unui corespondent al unui ziar american, Lenin spunea: „Eu nu văd nici un fel de motive ca un stat socialist ca al nostru să nu poată avea relaţii de afaceri nelimitate cu ţările capitaliste. Nu avem nimic împotrivă să folosim locomotivele sau maşinile agricole capitaliste".

În lumina acestei realităţi, aşa cum reiese din tabelul 2, ţara noastră dezvoltă relaţii comerciale cu o serie de ţări capitaliste dezvoltate ca: Anglia, Austria, Franţa, R. F. Germană, Danemarca, Italia, Norvegia, S.U.A., Suedia, Belgia, Elveţia, Japonia şi altele. Cu o parte din aceste ţări schimburile se desfăşoară pe baza acordurilor de lungă durată, fapt care constituie un factor de stabilitate în aceste relaţii.

O atenţie deosebită acordă R.P.R. relaţiilor comerciale cu ţările în curs de dezvoltare. În ultimii ani, volumul schimburilor noastre comerciale cu unele din aceste ţări — India, Indonezia, Birmania, Ceylon, Ghana, Siria, Iordania, Liban etc. — a crescut într-un ritm foarte rapid.

Ceea ce caracterizează relaţiile comerciale ale R.P.R. cu ţările în curs de dezvoltare este sprijinul economic şi tehnic acordat în vederea asigurării progresului economic şi social al acestor ţări.

Astfel, la 1 ianuarie 1963, în India a intrat în funcţiune prima rafinărie de ţiţei din această ţară, aparţinînd sectorului de stat, cu o capacitate anuală de producţie de 750 000 t, furnizată în întregime de uzinele noastre producătoare de utilaj petrolier şi construită cu asistenţa tehnicienilor romîni.

În domeniul industriei chimice putem menţiona livrarea, între altele, a unei fabrici de acid clorosulfuric în R.A.U.

Valoarea livrărilor de echipament industrial ca şi valoarea diferitelor prestări de servicii se rambursează de către ţările în curs de dezvoltare prin livrări de mărfuri care constituie obiectul obişnuit ale exportului acestor ţări şi totodată prezintă interes şi pentru economia noastră naţională.

Prin dezvoltarea relaţiilor comerciale ale ţărilor în curs de dezvoltare cu ţările socialiste, primele îşi asigură în lupta pentru cucerirea independenţei economice o poziţie echitabilă în economia şi comerţul

mondial, iar participarea lor la schimburile comerciale internaționale contribuie la grăbirea progresului economic.

Un mijloc important pentru promovarea comerțului nostru exterior îl constituie participarea R. P. R. la diferite tîrguri internaționale. În cadrul acestora are loc popularizarea realizărilor economice obținute de poporul nostru. Miile de vizitatori din diferite țări ale lumii pot să cunoască și să aprecieze munca pașnică constructivă a poporului romîn, contribuția lui la fondul de bunuri materiale ale lumii, fiind stimulată totodată dezvoltarea schimburilor de mărfuri între popoare.

An de an a crescut participarea țării noastre la asemenea manifestări economice. În anul 1963 R. P. Romînă a participat la 29 tîrguri și expoziții internaționale, față de 22 în 1962 și 5 în 1955.

Pe temeiul celor de mai sus formulăm concluzia că principiile și formele concrete practicate în relațiile comerciale ale țării noastre cu celelalte țări, indiferent de sistemul lor social-economic, se înscriu pe deplin în tendințele actuale ale destinderii internaționale, în interesul păcii și colaborării mondiale.

„Dezvoltarea comerțului, a relațiilor economice pe baza avantajelor reciproce, precum și extinderea legăturilor tehnico-științifice, a schimburilor culturale — se arată în Declarația cu privire la poziția P. M. R. în problemele mișcării comuniste și muncitorești internaționale — reprezintă un mijloc deosebit de important pentru promovarea coexistenței pașnice între state cu orînduiri sociale diferite, pentru îmbunătățirea climatului internațional, realizarea destinderii și întărirea păcii în lume“ [6].

Credincioasă acestei politici pe plan internațional, de promovare și înfăptuire a principiilor coexistenței pașnice, țara noastră a adus o însemnată contribuție la desfășurarea lucrărilor Conferinței O. N. U. pentru comerț și dezvoltare, fiind convinsă că aceasta va contribui la înviorarea relațiilor comerciale mondiale, în interesul întăririi păcii în lumea întreagă.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de economie politică,
Academia R.P.R., filiala Iași
Secția de cercetări economice

BIBLIOGRAFIE

1. Gheorghiu-Dej Gh., *Articole și cuvîntări.* Ed. Polit., Buc., 1964, p. 226.
2. Lenin V. I., *Opere*, vol. **33**, ESPLA, Buc., 1957, p. 142.
3. * * * *Anuarul Statistic al R.P.R.* Ed. Șt., Buc., 1964.
4. * * * *Mărturii despre Romînia.* Lumea, 1964, **10**, p. 16.
5. Gheorghiu-Dej Gh., *Cuvîntare la Conferința organizației de partid a orașului București.* Scînteia, 16.II.1964, *6169.*
6. * * * *Declarația cu privire la poziția P.M.R. în problemele mișcării comuniste și muncitorești internaționale, adoptată la Plenara lărgită a C.C. al P.M.R. din aprilie 1964.* Ed. Polit., Buc., 1964, pp. 23—24.

ASPECTS ACTUELS DU COMMERCE EXTÉRIEUR DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

(Résumé)

On présente le développement des relations commerciales de la R. P. R. avec les autres pays socialistes, en respectant les principes marxistes-leninistes établis dans les relations entre ces pays, ainsi que la politique du P. O. R. d'élargissement des rapports commerciaux avec les autres pays du monde, comme moyen de promouvoir la coexistance pacifique entre pays à regimes sociaux différents.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

NICOLAE BĂDAN

1906—1964

La 13 iunie 1964 a încetat din viaţă, în urma unui accident, profesorul Nicolae Bădan, distins cadru didactic al facultăţii de industrie uşoară a Institutului politehnic din Iaşi, şeful catedrei de filatură.

Prin activitatea sa deosebit de rodnică, pe tărîm didactic, cultural şi ştiinţific, profesorul Nicolae Bădan a adus un aport valoros la dezvoltarea învăţămîntului tehnic superior textil din ţara noastră.

Predînd mai multe discipline în domeniile tehnologiei filării, proiectării şi construcţiei maşinilor din filatură, profesorul N. Bădan a dus şi o activitate de pionerat în elaborarea unor cursuri de specialitate, ca de exemplu, *Calcule în filatură, Bazele filaturii, Proiectarea maşinilor din filatură.*

Funcționînd ca șef de catedră timp de 16 ani, profesorul N. Bădan a format cadre didactice valoroase și a condus cu competență și asiduitate munca de organizare a laboratoarelor facultății de industrie ușoară.

Participînd activ la principalele acțiuni organizate în cadrul facultății, profesorul N. Bădan a pus, în particular, în calitate de președinte de practică pe facultate, bazele organizării științifice a acestei practici.

Paralel cu o susținută activitate publicistică, reprezentată prin cursuri universitare, tratate de nivel superior și mediu, colaborări la *Manualul inginerului textilist*, *Lexiconul tehnic romîn*, *Dicționarul enciclopedic* ș.a. profesorul N. Bădan activînd pe linia unei strînse colaborări cu un important număr de întreprinderi din țară, a desfășurat o vie activitate de îndrumare și asistență tehnică, precum și de popularizare a succeselor științei prin conferințe.

Încadrîndu-se în spiritul promovării asidue a muncii de cercetare științifică, dusă în paralel cu munca didactică, educativă și obștească, profesorul Nicolae Bădan a publicat în paginile „Buletinului Institutului politehnic din Iași" mai multe lucrări de specialitate, elaborate în colaborare, dintre care citățm : *Reglări în filatura de bumbac pe baza lungimii modul a fibrelor*, 1957, **III (VII)**, *3—4*, p. 321, *Calculul corectat al indicilor de lungime a fibrelor, ținînd seama de variația finețiî*, 1960, **VI (X)**, *1—2*, pp. 439—444, *Deformații ale elementelor componente ale firelor răsucite* (I, II), 1960, **VI (X)**, *3—4*, pp. 429—436, *Reglarea automată a umidității urzelilor de bumbac pe mașinile de încleiat*, 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, pp. 439—444,*Unele aspecte ale structurii firelor cablate*, 1963, **IX (XIII)**, *3—4*, pp. 409—414

Din activitatea obștească meritorie a profesorului N. Bădan, spicuim faptul că a lucrat mai mulți ani în comitetul de redacție al revistei A.S.I.T. Textile, în colegiul de redacție al editurii tehnice, în comisiile de analiză și îndrumare a unor întreprinderi din Iași, instituite de către Comitetul regional P.M.R. și Consiliul regional sindical, Iași.

Profesorul Nicolae Bădan, figură proeminentă a învățămîntului superior textil din țara noastră, precum și a sectorului industriei textile, rămîne viu apreciat în memoria tuturor acelora care l-au cunoscut. Pierderea sa prematură este adînc resimțită de facultate, de colegi.

I. Ștefănescu, V. Copilu și Voinea Cociu

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

RECENZII РЕЦЕНЗИИ
BOOK REVIEWS COMPTES RENDUS
BUCHBESPRECHUNGEN RECENSIONI
ANALISIS DE OBRAS

1. * * * *Session de 1963 de l'Association Technique Maritime et Aéronautique.* Ouvrage publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique. Bulletin de l'Association, No. *63.* Paris, Association technique Maritime et Aéronautique, 1963, 837 pp.

În paginile acestui „Buletin" s-au înserat sistematic dări de seamă relative la conţinutul volumelor consacrate materialelor de specialitate expuse în cadrul sesiunilor ştiinţifice ale Asociaţiei tehnice maritime şi aeronautice franceze. Prezentul volum conţine comunicările de specialitate prezentate la cea de 63-a sesiune de acest gen (27—31 mai 1963). Din mulţimea de probleme dezbătute privitoare la materialul electric şi la amplasările periculoase pe bordul navelor mercantile ; la hidrodinamica referitoare la suportul arborilor ; la influenţa frînelor hidrodinamice escamotabile asupra stabilităţii în mers a marilor nave ; la mişcări plane nepermanente ale unui profil deformabil ; la determinarea experimentală a efectului produs de forma carenelor ; la controlul sudurilor ochiurilor lanţurilor de ancorare cu ajutorul ultrasunetelor ; la măsurarea solicitărilor asupra unei palete de elice în funcţiune aparţinînd unui petrolier de 42 000 t ; la documentarea tehnică în exploatarea materialului aerian ş. a. ş. a. ref. se opreşte îndeosebi asupra lucrării prof. dr. J. Delesalle, consacrată calculului vibraţiilor de torsiune ale liniilor de arbori aparţinînd unei maşini cu cuplu periodic (pp. 301—320). Autorul expune în această ordine de idei o metodă de determinare a amplitudinilor şi a cuplurilor oscilatoare. Se remarcă faptul că, datorită generalităţii ipotezelor admise şi a simplităţii formulelor prezentate, se rezolvă cu uşurinţă problema vibraţiilor forţate, rezultatele obţinute concordînd cu experienţa funcţionării diferitelor instalaţii moderne. Volumul recenzat, ca şi de altfel şi cele anterioare, conţine numeroase date practice şi dezvoltări teoretice care contribuie la adîncirea şi dezvoltarea mecanicii tehnice a vibraţiilor, pentru studiul că reia posedăm mai multe volume de valoare şi în literatura publicată în ţara noastră [1]).

*

Le Bulletin No. *63* reflète plainement les travaux présentés lors de la 63-e session scientifique de l'Association Technique Maritime et Aéronautique. Tout en reproduisant le texte complet des mémoires présentés par d'éminents techniciens à la session mentionnée (27—31 Mai 1963), il donne également le texte des intéressantes discussions

[1]) A se vedea, de ex., L. Hamburger şi Gh. Buzdugan, Combaterea vibraţiilor în întreprinderi, Ed. Acad. R.P.R., 1963, 111 pp., D. Mangeron, *Mecanica vibraţiilor* în volumul *Fundamentele Mecanicii* de Z. Gabós, D. Mangeron şi I. Stan, Ed. Acad. R. P.R., 1962, pp. 216—386.

qui ont suivi l'exposé de ces mémoires. Le réf., dans l'impossibilité d'analyser ici les mémoires qu'il contient, se contente ci-dessus de mentionner quelques-uns de sujets de problèmes traités, tout en se fermant pour nombre de détails sur le mémoire du M. J. Delesalle qui s'encadre dans la littérature consacrée à la mécanique des vibrations richement représentée dans nombre de travaux parus récemment dans la République Populaire Roumaine [1]). *C. Enăchescu*

2. BARRÉRE M., JAUMOTTE A., DE VEUBEKE B. F., VANDENKERCKHOVE J., *Rocket propulsion.* Préface by Maurice Roy. Introduction by Theodore von Kármán. Elsevier Publishing Company, Amsterdam-London-New-York-Princeton, 1960.

Ultimul deceniu este caracterizat printr-o dezvoltare vertiginoasă a tehnicii rachetelor, culminată printr-o organizare planică a studiului spaţiului cosmic. Volumul recenzat, tradus recent şi în limbile franceză, germană şi rusă, are marele merit de a pune la dispoziţia studenţilor, aspiranţilor şi inginerilor care se ocupă de diferite probleme legate de tehnica rachetelor, un vast număr de rezultate teoretice şi experimentale, judicios prelucrate, apărute în diferite reviste de specialitate în anii din urmă şi consacrate acestei importante probleme. Volumul conţine şi o serie de lucrări originale ale autorilor relative la probleme de stabilitate, balistică externă ş. a.

Ref. subliniază meritul deosebit al cărţii ce constă, în afara unei sistematizări valoroase a materialului, în expunerea problemelor de proiectare a motoarelor de rachete, funcţionînd cu carburanţi solizi sau lichizi, în strînsă legătură cu caracteristicile şi parametrii rachetei considerată ca un singur tot. În cap. 1 autorii prezintă una din metodele posibile de clasificare a motoarelor de rachetă şi consideră ecuaţia generală de tracţiune, sistemul de randamente şi izvoare de energie posibile (chimice, ionice, pe bază de radicali liberi, ca urmare a sintezei şi a fisiunii nucleelor). Teoria ţevii de eşapament, inclusă în cap. 2, cuprinde ecuaţiile clasice de dinamica gazelor şi consideraţii generale relative la profilarea unor astfel de ţevi. O adîncire a studiului proceselor de transformare a combustibilului în camera de ardere şi în ţeava de eşapament a motorului se găseşte inclusă în cap. 3. Se subliniază interesul pe care-l prezintă metoda (publicată pentru prima oară) relativă la calculul ecuaţiei erorilor cu ajutorul liniarizării. Capitolele următoare, asupra conţinutului detaliat al cărora nu putem să ne oprim aici din lipsă de spaţiu, sînt consacrate respectiv problemelor legate de carburanţi solizi (cap. 4), balisticii externe a motoarelor de rachetă alimentate cu carburanţi solizi (cap. 5), proiectării motoarelor de rachetă alimentate cu carburanţi solizi (cap. 6), motoarelor de rachetă alimentate cu carburanţi lichizi (cap. 7), dispozitivelor pentru încercări de motoare de rachetă (cap. 8), carburanţilor lichizi (cap. 9), instabilităţii arderii în motoarele de rachetă alimentate cu carburanţi lichizi (cap. 10), celor mai simple probleme de zbor ale rachetelor (cap. 11) şi metodelor variaţionale aplicate la determinarea caracteristicilor optimale ale rachetelor.

*

Il rif. indica cui sopra alcuni dettagli concernenti l'eccellente libro edito recentemente dall'Elsevier Publishing Company consacrato alla teoria e alla practica dei motori dei razzi. *A. Grecu*

3. LECOMTE P., *Mécanique du vol. Les qualités de vol des avions et des engins.* Dunod, Paris, 1962, XX + 398 pp.

Volumul recenzat constituie expunerea ceva mai extinsă a cursului profesat la Şcoala naţională superioară de Aeronautică din Paris. Obiectul cărţii constă în descrierea şi explicarea calităţilor de zbor ale avioanelor şi ale motoarelor respective, cu alte cuvinte aici se analizează problemele relative la echilibru, la stabilitate, la solicitări provocate de aparatajul de comandă, la turbulenţă atmosferică ş. a. Volumul cuprinde şi un capitol consacrat bazelor pilotajului. Fundamentarea teoretică, întrucîtva mărginită, se bazează pe metodele mecanicii teoretice şi ale aerodinamicii. Ref. subliniază faptul că autorul a reuşit să îmbină sistematic fiecare fază de calcul cu raţionamente fizice indispensabile înţelegerii fenomenelor. Volumul este subdivizat în 21 capitole, consacrate în principal următoarelor subiecte : 1. Definiţii şi ecuaţii generale ; 2. Echilibrul longi-

tudinal ; 3. Stabilitate dinamică longitudinală ; 4. Mişcarea longitudinală. Comportare fără pilot. Compensarea ; 5. Mişcarea longitudinală. Sinteză şi exigenţă ; 6. Echilibrul transversal. 7. Stabilitatea dinamică transversală ; 8. Mişcarea transversală. Comportare fără pilot. Compensarea ; 9. Mişcarea transversală. Sinteză şi exigenţă ; 10. Micile mişcări. Separarea mişcărilor ; 11. Mişcarea longitudinală. Studiul micilor mişcări în jurul zborului rectiliniu ; 12. Mişcarea transversală. Studiul micilor mişcări în jurul zborului rectiliniu ; 13. Metodele armonice ; 14. Reprezentarea vectorială ; 15. Decroşarea ; 16. Voltij aerian ; 17. Problemele legate de viteză. Compensarea. Aerodistorsiunea ; 18. Influenţa numărului lui Mach asupra calităţilor de zbor ; 19. Influenţa vitezei de ruliu asupra calităţilor de zbor ; 20. Domeniile de zbor ; 21. Observaţii relative la motoare.

Ref. subliniază că volumul recenzat poate constitui o bună documentare pentru numeroşi ingineri şi piloţi care se interesează de mecanica zborului. Numeroase abace, indice alfabetic, indice de notaţii principale, variate anexe, la care se adaugă forma exterioară ireproşabilă, contribuie din plin la valoarea intrinsecă a volumului recenzat.

*

Cet ouvrage est le développement d'un Cours enseigné à l'École Supérieure Nationale d'Aéronautique à Paris. Son objet est de décrire et d'expliquer les qualités de vol des avions et des engins volants, c'est-à-dire les problèmes posés par leur équilibre, leur stabilité, leur réponse aux sollicitations fournies par les gouvernes, la turbulence atmosphérique, etc. Les fondements du pilotage y sont donc analysés. Il s'appui sur la mécanique rationnelle et sur l'aérodynamique. Le réf., tout en soulignant le mérite de l'Auteur d'avoir faire accompagner chaque phase du calcul à des raisonnements physiques adéquats, en est sûr que ce livre constituera pour beaucoup d'ingénieurs et pilotes une documentation de base sur la mécanique du vol. Bibliographie assez vaste, Annexes, Index alphabétique et Index des principales notations combinés avec la forme extérieure traditionnellement impeccable due à Dunod, éditeur, contribuent encore de plus à la valeur intrinsèque du volume analysé. *Al. Bulboacă*

4. ИОРИШ Ю. И., *Виброметрия. Измерение вибраций и ударов. Общая теория, методы и приборы.* Изд. второе, переработанное и дополненное. Гос. научн-техн. изд. машиностр. лит., М., 1963 г., 771 стр.

Ref., subliniind faptul că a fost recenzată la timpul său în paginile acestui „Buletin" prima ediţie a cărţii *Vibrometrie* (mai precis, *Măsurarea vibraţiilor*, 1956), datorită prof. Iu. I. Ioriş, atrag atenţia cititorilor asupra acestui volum important consacrat măsurării oscilaţiilor mecanice, vibraţiilor şi şocurilor ce iau naştere în maşini şi în construcţii. Volumul este subdivizat în 19 capitole, după cum urmează: I. Cinematica proceselor oscilatorii. Vibraţii şi şocuri (pp. 11—47); II. Compunerea oscilaţiilor (pp. 48—82); III. Descompunerea oscilaţiilor. Transformări integrale (pp. 83—137); IV. Oscilaţii libere în sisteme liniare cu un singur grad de libertate (pp. 138—166); V. Oscilaţii forţate în sisteme liniare cu un singur grad de libertate (pp. 167—221); VI. Sisteme cu două şi cu mai multe grade de libertate (pp. 222—242); VII. Sisteme cu parametri distribuiţi (pp. 243—278); VIII. Sisteme neliniare (pp. 279—320); IX. Bazele măsurării vibraţiilor (pp. 321 — 359); X. Teoria aparatelor cu acţiune inerţială (pp. 360—416); XI. Scheme de construcţie şi de calcul a elementelor mecanice ce fac parte din aparatajul cu acţiune inerţială (pp. 417—465); XII. Măsurarea vibraţiilor prin metode neelectrice (pp. 466—487); XIII. Transformatoare electromecanice (pp. 488—524); XIV. Traductoare pentru măsurători de vibraţii prin metode electrice (pp. 525—599); XV. Elemente de aparatură electrică la distanţă (pp. 600—625); XVI. Încercări de laborator şi calibrarea aparaturii de măsurare a vibraţiilor (pp. 626—684); XVII. Metode de efectuare a măsurătorilor, organizarea muncii, documentare (pp. 685—694); XVIII. Prelucrarea datelor şi analiza vibraţiilor (pp. 605—722); XIX. Precizia în măsurarea vibraţiilor (pp. 723—741).

Apariţia ediţiei a doua a volumului prof. Ioriş, marcînd extrema utilitate a conţinutului său, de aplicaţie imediată în practica vibraţiilor, ce se îmbogăţeşte pe zi ce trece cu variate maşini vibratoare, constituie o importantă contribuţie în domeniul mecanicii vibraţiilor, care cunoaşte şi la noi în ţară o dezvoltare de seamă, cristalizată de pe acum în cunoscutele volume datorite prof. Gh. Buzdugan, D. Mangeron ş. a.

*

Ce volume constitue la seconde édition revue et augmentée du livre de M. le prof. Iu. I. Iorich consacré à la vibrométrie. Dans le but d'élaborer une mise au point dans le domaine du mesurement des oscillations mécaniques, des vibrations et des percutions qui se produisent dans les machines et les constructions, l'auteur y expose, en le sousdivisant en 19 chapitres, l'ensemble de données concernant la théorie des vibrations. Le réf. expose ci-dessus en langue roumaine nombre de détails relatifs à cet excellent livre. *Gh. Silaș*

5. BEYER R., *Kinematisch-getriebedynamisches Praktikum. Lehr und Übungsbuch zur graphodynamischen Analyse ebener Getriebe.* Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, VIII + 170 S.

Volumul recenzat, adăugîndu-se la un lung șir de cărți și manuale deosebit de prețioase în domeniul teoriei mecanismelor și mașinilor, traduse în diferite limbi, datorite regretatului mecanician și profesor R. Beyer, este consacrat problemelor practice din domeniul analizei mecanismelor plane, fiind destinat atît constructorilor, cît și pentru lucrări de laborator sau pentru studiul personal. Subdivizat în două părți și anume: probleme de repartiție a vitezelor și de curbură și probleme de repartiție a accelerațiilor în mecanisme, prevăzut cu o bogată literatură, listă de nume și de materii, precum și cu un apendice consacrat regulilor fundamentale de calcul matricial, prezentat într-o formă tradițional impecabilă realizată prin grija editurii Springer, volumul va fi de un real folos tuturor acelora care se interesează de teoria mecanismelor și mașinilor.

*

Il Rif. indica cui sopra, in lingua romena, alcuni dettagli concernenti questo nuovo libro del compianto prof. R. Beyer, che si schiera nell'oramai classica collana (vedasi, ad esempio *Kinematisch-getriebeanalytisch s Praktikum, Hand- und Übungsbuch zur Analyse ebener Getriebe*) dei libri di teoria dei meccanisme e delle macchine, pubblicata in una forma tradizionalmente eccellente dall'Editore Springer [2]). *I. Crudu*

6. JOHNSON C. R., *Optimum Design of Mechanical Elements.* John Wiley and Sons, London and New York, 1961, XIV+535 pp.

Volumul recenzat este consacrat importantei probleme de *proiectare optimă* a elementelor de mașini și mecanisme, în rezolvarea căreia autorul a adus o remarcabilă contribuție originală (a se vedea, de ex., din vasta serie de lucrări de specialitate publicate de autor: *Metoda diferențelor finite în proiectarea camelor*, Machine Design, Nov. 14, 1957, pp. 159—161; *Analiza dinamică a mecanismelor cu came*, Trans. of the Fifth Conference on Mechanisms, Cleveland, Ohio, 1958, pp. 21—35, ș. a.). În imposibilitatea de a intra aici în detalii specifice problemelor tratate în volum, reproducem mai jos unele date referitoare la subdiviziunea materialului expus, pe capitole.

*

The primary objective of this book is to present an explicit method of design, called *method of optimum design.* In Chapter I a fundamental consideration is given to the general problem of mechanical design. In Chapter 2 are presented some topics on mathematical approximations which have been especially useful in the conduct of many optimum design studies. In Chapter 3 a review of the effects of inherently unavoidable manufacturing errors is presented which should serve as a basis for a better understanding of the need for factor of safety as discussed in Chapter 6. In Chapters 4 and 5 some topics from the fields of analytical mechanics, the theory of elasticity, and properties of materials are reviewed. In Chapter 7 the method of optimum design is for-

[2]) Vedasi una serie di resoconti concernenti vari altri volumi nel dominio, pubblicati in questo „Bollettino" e dovuti ai Proff. D. Mangeron, C. Drăgan, O. Munteanu e Gh. Tudor.

mulated. It is suggested in the author's preface that Chapter 7 be reread after Chapters 8 through 12 have been studied carefully. Chapters 8 through 11 present some examples of the general method of optimum design as applied to some relatively simple mechanical elements. In Chapter 13 a number of exercises are presented also reveal the wide range of possible application for the basic method optimum design. Notation (pp. 511—523), Index (pp. 525—535) and the external traditionally careful form of the book constitute a new contribution to the intrinsic usefulnes of this book to aerodynamic, chemical, control, electronic, and industrial engineers. *N. Irimiciuc*

7. *** *Dynamica Strojov. Sborník Prác z Konferencie SAV.* Vydavatelstvo Slovenskej Akadémie Vied, Bratislava, 1963, 451 pp.

Ref., avînd ocazia să ia parte activă la Conferința de Dinamica mașinilor, organizată la Smolenice/Bratislava în octombrie 1961, de către Academia Slovacă de Științe, au publicat în paginile revistei „Studii și cercetări de Mecanică aplicată" o dare de seamă asupra lucrărilor de specialitate expuse cu acest prilej. Prezentul volum, consacrat textelor comunicărilor care nu au fost înserate între timp în alte reviste de specialitate, conține, în urma hotărîrilor luate de către prezidiul de lucru al conferinței constituit din acad. A. F. Filippov, (U.R.S.S.), acad. J. Gonda, (R.S.C.), acad. J. Kožešnik, (R.S.C.), prof. dr. D. Mangeron, (R.P.R.) și prof. dr. Ziemba, (R.P.P.), comunicările datorite lui J. Gonda, A. Jaumotte, F. M. Dimentberg, A. A. Gusarov, V. I. Olimpiev, K. Juliš, V. Boruvka, L. A. Rastrigin, V. Marcelli, M. Balda, V. Petrovski, S. Ziemba, B. Radziewski, A. Tondl, W. Bogusz, L. Pust, L. Spacek, J. Kožešnik, V. Koloušek, J. Skowronski, A. Weigand, V. Kocka, J. Skop, I. Plander, L. Prašek, E. Woschni, J. Gruska, K. Oktaveč, I. Ballo și V. Kanicky.

Renunțînd la a intra aici în detalii relative la comunicările înserate, comentate în recenzia amintită mai sus a referenților și caracterizate pe scurt în raportul de închidere, expus de către acad. Filippov din partea prezidiului conferinței, subliniem tematica hotărîrilor menite a promova mai departe studii și cercetări de dinamica mașinilor (pp. 11 și 12 din volum) : 1. Dezvoltarea metodelor generale de calcul a sistemelor oscilante. Dezvoltarea teoriei stabilității echilibrului sistemelor elastice supuse la sarcini nestaționare ; 2. Dezvoltarea studiilor relative la stabilitatea dinamică și la oscilații în care este antrenat și mediul înconjurător ; 3. Studiul oscilațiilor sistemelor oscilante în rotație (rotori), ținîndu-se seama de mediu, de pelicula de ulei ; 4. Studiul interacțiunii oscilațiilor și punerea în evidență a influenței diferiților factori asupra oscilațiilor simultane ; 5. Studiul oscilațiilor sistemelor ținîndu-se seama de proprietățile reologice ale materialelor. Studiul materialelor de tipul maselor plastice ; 6. Studiul oscilațiilor în cazul problemelor spațiale de teoria elasticității. Studiul oscilațiilor pînzelor subțiri, a plăcilor și a altor elemente, ținîndu-se seama de dimensiunile lor ; 7. Studiul proceselor tranzitorii în sistemele mecanice neliniare, ținîndu-se seama de interacțiunea cu izvorul de energie ; 8. Dezvoltarea studiilor ținîndu-se seama de neliniarități slabe și pronunțate ; 9. Influența amortizării interne și externe asupra fenomenelor oscilatorii ; 10. Studiul oscilațiilor sub acțiunea forțelor perturbatoare nestaționare, funcții aleatorii de timp ; 11. Dezvoltarea metodelor de calcul numeric în domeniul rezolvării problemelor de dinamică, aplicîndu-se mijloace moderne (mașini electronice de calcul). Aplicarea mașinilor analogice pentru rezolvarea problemelor de mecanică neliniară a vibrațiilor ; 12. Dezvoltarea metodelor experimentale de studiu, crearea și introducerea în practică a noilor aparate și dispozitive menite a contribui la lupta împotriva vibrațiilor periculoase.

Volumul recenzat reflectă, prin conținutul său, marea majoritate a lucrărilor de seamă expuse și dezbătute cu folos la conferința menționată. Editat cu grijă deosebită de Academia Slovacă de Științe, volumul recenzat va contribui din plin la adîncirea ulterioară a problemelor de dinamica mașinilor, de fundamentală importanță în automatizarea proceselor de producție, precum și în atîtea alte domenii ale activității omenești.

*

Les référent donnent ci-dessus, en langue roumaine, nombre de détails concernant ce volume, édité par les soins de l'Académie Slovaque des Sciences, et consacré aux travaux de la Conférence sur la Dynamique des Machines, organisée d'une manière exemplaire, sour la présidence de MM. J. Gonda, J. Kožešnik et V. Koloušek et d'autres encore à Smolenice/Bratislava, en octobre 1961. *D. Mangeron, R. Bogdan*

8. * * * *Труды третьего совещания по основным проблемам теории машин и механизмов. Анализ и синтез механизмов*, 235 стр. *Динамика машин*, 280 стр. *Теория передач в машинах*, 215 стр. *Теория машин-автоматов и гидропневмопривода*, 328 стр. Машгиз, M., 1963 г.

În două articole recente înserate în paginile revistei „Studii şi cercetări de Mecanică aplicată" D. Mangeron şi C. Pelecudi au expus respectiv tematica şi desfăşurarea celei de a treia conferinţe unionale consacrată problemelor fundamentale de teoria mecanismelor şi maşinilor şi au analizat conţinutul volumului *Analiza şi sinteza mecanismelor* din seria de patru volume de *Lucrări* ale conferinţei menţionate. În volumul întîi, în care nu este inclusă lucrarea prezentată de D. Mangeron şi D. Tavhelidze relativă la extinderea teoremei lui Grashof la mecanisme plane cu şase elemente, publicată în altă parte, sînt conţinute lucrările expuse la conferinţă relative la aplicarea maşinilor electronice cifrice în diferite probleme de analiză şi sinteză a mecanismelor (N. I. Levitski ş. a.; S. A. Cerkudinov ş. a.), comunicările privitoare la unele probleme de teoria mecanismelor din punctul de vedere al reproducerii unor curbe plane (Ia. L. Geronimus; N. V. Eremeev; L. N. Borisenko). Se dă rezolvarea unor probleme de analiză şi sinteză a mecanismelor spaţiale (F. M. Dimentberg ş. a., P. A. Lebedev, I. I. Langenbach) şi se indică fundamentarea teoretică nouă privitoare la metoda de calcul şi de proiectare a mecanismelor cu came cu tachete cu role. Volumul conţine şi raportul prezentat la şedinţa plenară de deschidere de N. I. Levitski, consacrat stadiului actual al analizei şi sintezei mecanismelor. Subliniem cu satisfacţie atenţia acordată în raport lucrărilor unor autori romîni (D. Mangeron, C. Drăgan, R. Bogdan, C. Pelecudi, L. Calmaciuc). Volumul al doilea, consacrat expunerii unor probleme de calcul dinamic al sistemelor mecanice complexe, începe cu şirul de lucrări importante datorite acad. I. I. Artobolevski şi prof. dr. A. E. Kobrinski (*Stadiul actual al dinamicii maşinilor*), acad. I. I. Artobolevski şi prof. dr. A. P. Bessonov (*Unele particularităţi ale ecuaţiei de mişcare a mecanismelor plane cu masă variabilă*) şi acad. S. N. Kojevnikov (*Ecuaţiile de dinamica mecanismelor, descrise prin lanţuri ramificate de mase concentrate cu legături elastice*) ş. a. Cea mai mare parte a volumului III este consacrată lucrărilor prezentate la conferinţă relative la teoria angrenărilor plane şi spaţiale, la sinteza transmisiilor dinţate precum şi la unele transmisii speciale ce se folosesc în construcţia de maşini de astăzi. Aici este inclusă şi lucrarea prof I. S. Zilberman consacrată studiului curburii centroidelor, bazată pe metoda acceleraţiilor reduse elaborată la Iaşi. Volumul al patrulea şi ultimul al lucrărilor conferinţei începe prin reproducerea raportului regretatului prof. dr. S. I. Artobolevski, consacrat stadiului actual al teoriei maşinilor automate. Volumul mai cuprinde unele metode de calcul al maşinilor automate cu programare, probleme de calcul cinematic şi dinamic al unor astfel de maşini, unele probleme privitoare la dispozitive de acţionare hidro-pneumatică a maşinilor automate ş. a. Apariţia în editura Maşghiz, în condiţii excelente, sub egida Institutului de teoria maşinilor al Comitetului de Stat de Automatizare şi de Construcţie de Maşini de pe lîngă Consiliul de Miniştri al U.R.S.S., a volumelor conferinţei va da un nou imbold studiilor de teoria mecanismelor şi maşinilor, care se dezvoltă cu atîta succes şi în ţara noastră.

*

Les réf. indiquent ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant les quatre volumes des *Travaux de la troisième Conférence Unionale consacrée aux problèmes fondamentaux de la Théorie des Mécanismes et des Machines,* dont la parution constitue un événement scientifique important, qui donnera un essor considérable aux nouvelles études dans ce domaine de base pour l'automation de l'industrie, de l'agriculture et d'autres encore.

O. Munteanu, Gh. Tudor

Fondul Editurii Tehnice Exemplar si revizuit de calitate

1812
dul
D 105

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI

SERIE NOUĂ

Tomul X (XIV)

FASC. 3—4

1964

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC

DIN IAȘI

SERIE NOUĂ

Tomul X (XIV)

FASC. 3—4

1964

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. D. ATANASIU, prof. C. CALISTRU, conf. Gh. CHIRIȚĂ,
prof. TOMA FĂRCAȘ, prof. TIBERIU GOLGOȚIU,
prof. ILIE MATEI, membru corespondent al Academiei R.P.R.,
prof. D. MANGERON, conf. AUREL MARCHIȘ,
prof. D. RUSU, prof. GH. VASILIU

Redactor responsabil: acad. prof. CRISTOFOR SIMIONESCU

Secretar: lector ALFRED BRAIER

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
TOMUL X (XIV), fasc. 3—4 1964

SUMAR

Pag.

REDACŢIONALE XV

MATEMATICI. MECANICĂ TEORETICĂ. FIZICĂ

AL. CLIMESCU, O nouă clasă de inele slabe (rom.; rez. franc.) . . 1

R. BELLMAN (SUA), Un procedeu de aproximare în teoria controlului bazat pe cuaziliniarizare (engl.; rez. rom.) 5

R. de POSSEL (Franţa), Asupra varietăţilor cu două dimensiuni, a ansamblelor cu capacitate maximală şi a prelungirii varietăţilor conforme (franc.; rez. rom.) 11

F. MARCUS, Suprafeţe având directoarele lui Wilczynski cu focare confundate (franc.; rez. rom.) 15

M. PICONE (Italia), Criterii suficiente în probleme generale de calculul variaţiilor relative la integrale multidimensionale de ordin oarecare în vectorul minimizant cu mai multe componente (ital.; rez. rom.) . 21

TH. VOGEL (Franţa), Asupra diferitelor clase de sisteme evolutive (franc.; rez. rom.) 27

L. I. MOZGOVAIA (URSS), Asupra unei clase de funcţii univalente în cercul $|z|<1$ (rusă; rez. rom.) 37

J. W. BLATTNER (SUA), Asupra convergenţei unei anume iteraţii de matrici (engl.; rez. rom.) 43

C. IMAZ (Mexic), Asupra ecuaţiilor diferenţiale funcţionale (span.; rez. rom.) 47

J. LEGRAS (Franţa), O scriere matematică adaptată la programare: Algol (franc.; rez. rom.) 51

D. MANGERON (RPR) şi EM. O. ROXIN (Argentina), Problema de existenţă în control minimal şi unele aplicaţii (engl.; rez. rom.) . . 61

B. SCHWEIZER (SUA), Relaţii de echivalenţă în spaţii metrice probabilistice (engl.; rez. rom.) 67

AIMÉ HUAUX (Belgia), Asupra stabilităţii soluţiilor constante ale ecuaţiei autonome a lui Liénard $\ddot{x}+a(x)\dot{x}+\varphi(x)=0$. Exemple şi generalizări (franc.; rez. rom.) 71

Pag.

K. JAGADEESAN (India), Curgerea hidromagnetică în jurul unui disc în rotaţie (engl.; rez. rom.) 81

C. R. B. LISTER (Anglia), Asupra mişcării verticale a unui echipament coborît prin cablu în mare (engl.; rez. rom.) 95

GH. INDREAŞ (RPR) şi P. I. RÎLŢEV (URSS), Calculul cîmpului magnetic al unei bobine plane inclare parcursă de curent (rusă; rez. rom.) 97

CHIMIE

A. N. KIRGHINŢEV şi P. I. VLASOV, (URSS), Trei probleme din teoria matematică a proceselor din zona de topire şi cromatografie (rusă; rez. rom.) 101

S. SAVENCU şi I. ANTONESCU, O metodă microfotometrică de dozare a unor reducători (rom.; rez. rusă) 107

EL. DIACONESCU şi M. DIMA, Relaţii dintre capacitatea de schimb a schimbătorilor de ioni preparaţi din cărbuni şi vîrsta cărbunilor (II) (rom.; rez. germ.) 111

I. MATEI şi M. GRIGORAŞ, Transformări polimer-analoge ale celulozei (II) (rom.; rez. franc.) 123

EL. COCEA, M. GRIGORAŞ şi M. TUTOVEANU, Polimeri analogi (IV) (rom.; rez. franc.) 129

H. I. AREŞIDZE şi G. O. CIVADZE, (URSS), Obţinerea monomerilor olefinici prin descompunerea termică a amestecului de alcani C_5—C_8 separaţi din benzină prin site moleculare (rusă; rez. rom.) . . 135

GH. BOTEZ şi C. ONISCU, Sulfamidele acizilor fenoxiacetici (V) (rom.; rez. franc.) 139

CR. SIMIONESCU şi S. DUMITRIU, Asupra mecanismului de grefare a celulozei cu monomeri vinilici prin intermediul coloranţilor reactivi (franc.; rez. rom.) 149

GH. ALEXA, L. BORŞ şi EM. MATEI, Contribuţii la cunoaşterea speciilor de arin indigen Alnus Glutinosa şi Alnus Incana ca material tanant (rom.; rez. rusă) 157

GH. BURGHELEA, Asupra formării sedimentului în componenţa buchetului de tăbăcire (rom.; rez. rusă) 165

O. NICHITA şi M. APOSTOLESCU, Utilizarea unei roci din regiunea Iaşi ca amendament agricol local (rom.; rez. franc.) . . . 177

ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ

E. LUCA, Efecte de polarizare în joasă tensiune la ferite (I) (rom.; rez. franc.) 183

N. I. CERNOPIATOV (URSS), Schemă de funcţionare în grup a motoarelor trifazate într-o reţea monofazată (rusă; rez. rom.) . . 187

N. GAVRILAŞ, Modelarea transmisiei tensiunii de impuls în transformatorul cu două înfăşurări (rom.; rez. franc.) 193

Pag.

GH. SAVIN, Considerații asupra măsurării frecvenței prin aducerea a doi curenți în cuadratură (rom.; rez. rusă) 207

M. ANTONIU, Ohmmetru electrostatic de tip logometru (rom.; rez. rusă) 211

I. BEJAN, Contribuțiuni privind erorile de măsură datorită histerezisului în modulatoarele magnetice, la variația frecvenței (rom.; rez. engl.) 225

H. ROSMAN, A. BRAIER și C. SAAL, Rezonanța în sistemele de tip cuadripol (I) (rom.; rez. franc.) 233

MECANICĂ TEHNICĂ

D. MANGERON, C. DRĂGAN și V. HANGANU, Teoria generală a aproximațiilor succesive în studiul mecanismelor și mașinilor prin metoda matricial-tensorială, tradusă în limbi matematice artificiale (I) (ital.; rez. rom.) 243

L. HARRISBERGER (SUA), O schemă generală de identificare a mecanismelor (engl,; rez. rom.) 247

N. IRIMICIUC, Asupra unei noi forme de prezentare a mecanicii analitice pentru sisteme mecanice supuse la legături olonome (rom.; rez. franc.) 255

R. CHALÉAT (Franța) și D. MANGERON (RPR), Aproximații de ordin superior în teoria perturbațiilor (I) (franc.; rez. rom.) . . 261

A. BRAIER, Metodă grafică pentru studiul mișcării unor sisteme neliniare cu mai multe grade de libertate (rom.; rez. franc.) . . . 273

D. HORBANIUC, Abace pentru dimensionarea grinzilor drepte solicitate la încovoiere oblică (rom.; rez. germ.) 285

N. S. MELNIKOVA (URSS), Asupra mișcării nestaționare a gazului evacuat de piston, la gradient zero al temperaturii (rusă; rez. rom.) . . 289

A. JAUMOTTE (Belgia), Calculul aerodinamic simplificat al coeficientului de debit al unei conducte de profil eliptic-cilindric (franc.; rez. rom.) 303

B. R. SETH (India) și D. MANGERON (RPR), Problema fenomenelor de tranziție (II) (engl.; rez. rom.) 311

CR. LINDE, AL. ROR și V. BAUȘIC, Studiul experimental al capacității de tracțiune a transmisiilor prin frecare cu cablu din oțel (I) (rom.; rez. rusă) 323

G. E. CIHLADZE (URSS), Asupra problemei influenței factorului de scară asupra rigidității de contact a prefabricatelor din oțel (rusă; rez. rom.) 329

CONSTRUCȚII. HIDROTEHNICĂ

A. ȘESAN, I. CIONGRADI, D. DIACONU și L. STRAT, Cercetări experimentale privind perioada oscilațiilor și amortizarea clădirilor (engl.; rez. rom.) 337

L. MEJZLÍK (R. S. Cehoslovacă), Influența elasticității fundației asupra eforturilor din barajele în arc (franc.; rez. rom.) . . . 345

D. ATANASIU, V. CIUBOTARU și L. VASILESCU, Cu privire la deformațiile unor sisteme rutiere nerigide (rom.; rez. franc.) . . 361

Pag.

V. P. TARASENKO (URSS), Rigiditatea şi oscilaţiile spaţiale sub sarcină ale podurilor cu grinzi, de cale ferată (rusă; rez. rom.) . . 367

A. MIHUL, M. MARINESCU, A. BOGHIAN, C. LEONTE, C. CAPATU şi A. BRĂDĂŢEANU, Cercetări asupra consolidării construcţiilor şi prefabricatelor din beton armat cu mortaruri şi betoane de ciment cu adaos de acetat de polivinil (rom.; rez. franc.) . . . 377

V. BĂLOIU, Particularităţile amenajării torenţilor pe teritoriul agricol (rom.; rez. rusă) 389

V. V. VAINAUSKAS (URSS), Fototriangulaţia spaţială cu instrumente optico-mecanice ţinînd seama de condiţiile de azimute, baze şi suprafeţe orizontale (rusă; rez. rom.) 393

E. PĂUNEL, AL. CHELĂRESCU, O. NICHITA, L. GROLL, F. VASILESCU şi L. VASILESCU, Materiale de construcţie de la Gorban şi Gura-Bohotin (raionul Huşi) (rom,; rez. rusă) 401

INDUSTRIE UŞOARĂ

M. GRINDEA, R. ZEIDMAN şi C. NISTOR, Influenţa mediului şi a electrolitului neutru asupra vopsirii fibrelor de relon cu coloranţi de dispersie (rom.; rez. rusă) 409

D. MANGERON (RPR), S. GAMREKELI (URSS) şi V. HANGANU (RPR), Teoria şi practica dispozitivelor şi mecanismelor interesînd industria uşoară (I) (rusă; rez. rom.) 415

T. FORST şi M. GRINDEA, Comportarea selectivă a zonelor fibrei de lînă la cromatare şi vopsire (rom.; rez. germ.) 421

V. A. USILOV şi N. V. CERNOV, (URSS), Dependenţa de mărimea alungirii la rupere a limitei de rezistenţă a conţinutului de substanţă dermică din piele în cazul solicitării la întindere (rusă.; rez. rom.) . . 427

ŞTIINŢE ECONOMICE

D. RUSU, R. DAVIDEANU şi T. NEAGU, Actualitatea mecanografiei în economia întreprinderilor (I) (rom.; rez. rusă) . . . 431

E. POPA, Ş. RIMER, E. FLOREA, M. NICOLAE şi R. MANDACHE, Folosirea programării liniare la aprovizionarea fabricilor de ulei din regiunea Iaşi cu seminţe de floarea soarelui (rom.; rez. rusă) . 437

I. HĂLĂLĂU, T. NEAGU şi A. CUCIUREANU, Măsuri de reducere a consumurilor specifice în întreprinderile integrate de bumbac şi eficienţa lor economică (rom.; rez. rusă) 443

RECENZII 451

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ

Том X (XIV), выпуск 3—4 1964 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ОТ РЕДАКЦИИ XV

МАТЕМАТИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ФИЗИКА

АЛ. КЛИМЕСКУ, Новый класс слабых колец (рум.; рез. франц.) . 1

Р. БЕЛЛМАН (США), Приближенный метод в контрольной теории основанной на квазилинеаризации (англ.; рез. рум.) . . . 5

Р. де ПОССЕЛЬ (Франция), О многообразиях двух измерений, множествах максимальной емкости и продолжении конформных многообразий (франц.; рез. рум.) 11

Ф. МАРКУС, Поверхности, у которых директрисы Вильчинского имеют совпадающие фокусы (франц.; рез. рум.) 15

М. ПИКОНЕ (Италия), Достаточные критерии в общих задачах вариационного исчисления относящиеся к интегралам любых измерений любого порядка, содержащих минимизируемый вектор с многими составляющими (итал.; рез. рум.) 21

Т. ВОЖЕЛЬ (Франция), О различных классах эволютивных систем (франц., рез. рум.) 27

Л. И. МОЗГОВАЯ (СССР), Об одном классе функций однолистных в круге $|z|<1$ (русск., рез. рум.) 37

ДЖ. В. БЛАТТНЕР (США), О сходимости некоторой итерации матриц (англ.; рез. рум.) 42

К. ИМАЗ (Мексика), О функциональных дифференциальных уравнениях (исп.; рез. рум.) 47

Ж. ЛЕГРАС (Франция), Алгол — математическая запись принятая в программировании (франц.; рез. рум.) 51

Д. МАНЖЕРОН (РНР) и ЕМ. О. РОКСИН (Аргентина), Проблема существования в оптимальном контроле и некоторые ее применения (англ.; рез. рум.) 61

Б. ШВАЙЦЕР (США), Равносильные соотношения в вероятностных метрических пространствах (англ.; рез. рум.) 67

Стр.

А. ЮО (Бельгия), Об устойчивости постоянных решений автономного уравнения Льенара $\ddot{x} + a(x)\dot{x} + \varphi(x) = 0$. Примеры и обобщения (франц.; рез. рум.) 71

К. ЖАГАДЕЕСАН (Индия), Гидромагнитное течение обтекающее вращающийся диск (англ.; рез. рум.) 81

К. Р. Б. ЛИСТЕР (Англия), О вертикальном движении исследовательского снаряжения опущенного в море на кабеле (англ.; рез. рум.) . 87

Г. ИНДРЕАШ (РНР) и П. И. РЫЛЬЦЕВ (СССР), Расчет магнитного поля плоской кольцевой катушки с током (русск.; рез. рум.) . 97

ХИМИЯ

А. Н. КИРГИНЦЕВ и П. Я. ВЛАСОВ, (СССР), Три задачи математической теории процессов зонной плавки и хроматографии (русск.; рез. рум.) 101

С. САВЕНКУ и И. АНТОНЕСКУ, Микрофотометрический метод дозировки некоторых восстановителей (рум.; рез. русск.) 107

Е. ДИАКОНЕСКУ и М. ДИМА, Соотношения между способностью обмена ионообменников угля и его возрастом (II) (рум.; рез. нем.) . 111

И. МАТЕЙ и М. ГРИГОРАШ, Превращения целлюлозы аналог-полимерами (II) (рум.; рез. франц.) 123

Е. КОЧА, М. ГРИГОРАШ и М. ТУТОВЯНУ, Анолог-полимеры (IV) (рум.; рез. франц.) 129

Х. И. АРЕШИДЗЕ и Г. О. ЧИВАДЗЕ, (СССР), Получение олефиновых мономеров термическим разложением смеси алканов C_5 — C_8 выделенных из бензина с помощью молекулярных сит (русск.; рез. рум.) 135

Г. БОТЕЗ и К. ОНИСКУ, Сульфамиды фенокси-уксусных кислот (V) (рум.; рез. франц.) 139

КР. СИМИОНЕСКУ и С. ДУМИТРИУ, О механизме прививки целлюлозы виниловыми мономерами при посредстве реактивных красителей (франц.; рез. рум.) 149

Г. АЛЕКСА, Л. БОРШ и ЕМ. МАТЕЙ, К познанию местных ольховых рядов Alnus Glutinosa и Alnus Incana как дубильного материала (рум.; рез. русск.) 157

Г. БУРГЕЛЯ, Об образовании осадков в составе таннидного букета (рум.; рез. русск.) 165

О. НИКИТА и М. АПОСТОЛЕСКУ, Использование одной из горных пород Яеской области как почвенная добавка в местном сельском хозяйстве (рум.; рез. франц.) 177

ЭЛЕКТРОТЕНИКА. ЭЛЕКТРОНИКА

Е. ЛУКА, Эффект поляризации в низком напряжении у ферритов (I) (рум.; рез. франц.) 183

Н. И. ЧЕРНОПЯТОВ (СССР), Групповая схема работы трехфазных двигателей в однофазной сети (русск.; рез. рум.) 187

Стр.

Н. ГАВРИЛАШ, Моделирование передачи напряжения в трансформаторе с двумя обмотками (рум.; рез. франц.) 193

Г. САВИН, Об измерении частоты приведением двух токов в квадратуру (рум.; рез. русск.) 207

М. АНТОНИУ, Электростатический ометр логометрического типа (рум.; рез. русск.) 211

И. БЕЖАН, К погрешностям измерений вызванных гистерезисом в магнитных модуляторах при изменениях частоты (рум.; рез. англ.) . 225

Г. РОСМАН, А. БРАЙЕР и К. ЗААЛ, Резонанс в системах четырехполюсного типа (I) (рум.; рез. франц.) 233

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Д. МАНЖЕРОН, С. ДРЭГАН и В. ХАНГАНУ, Общая теория последовательных приближений в изучении механизмов и машин матрично-тензорным методом выраженная на искусственных математических языках (I) (итал.; рез. рум.) 243

Л. ХАРРИСБЕРГЕР (США), Общая схема определения механизмов (англ.; рез. рум.) 247

Н. ИРИМИЧУК, О новой форме представления аналитической механики для механических систем подверженных голономной связи (рум.; рез. франц.) 255

Р. ШАЛЕА (Франция) и Д. МАНЖЕРОН (РНР), Приближение высшего порядка в теории возмущений (I) (франц.; рез. рум.) . . 261

А. БРАЙЕР, Графический метод для изучения некоторых нелинейных систем с несколькими степенями свободы (рум.; рез. франц.) . 273

Д. ХОРБАНЮК, Абака для расчета прямых балок подверженных косому изгибу (рум.; рез. нем.) 285

Н. С. МЕЛЬНИКОВА (СССР), О неустановившемся движении газа, вытесняемого поршнем, при нулевом градиенте температуры (русск.; рез. рум.) 289

А. ЖОМОТТ (Бельгия), Упрощенный аэродинамический расчет коэффициента дебита трубы элиптико-цилиндрического профиля (франц.; рез. рум.) 303

Б. Р. СЕТТ (Индия) и Д. МАНЖЕРОН (РНР), Задача феноменов транзиции (II) (англ.; рез. рум.) 311

КР. ЛИНДЕ, АЛ. РОР и В. БАУШИК, Экспериментальное исследование тяговой способности передачи с канатоведущим шкивом (I) (рум.; рез. русск.) 323

Г. Е. ЧИХЛАДЗЕ (СССР), К вопросу влияния масштабного фактора на контактную жесткость стальных деталей (русск.; рез. рум.) . . 329

СТРОИТЕЛЬСТВО. ГИДРОТЕХНИКА

А. ШЕСАН, И. ЧОНГРАДИ, Д. ДИАКОНУ и Л. СТРАТ, Экспериментальные исследования естественного периода колебаний в зданиях и их затухание (англ.; рез. рум.) 337

Стр.

Л. МЕЗЖЛИК (Чехословацкая СР), Влияние эластичности фундамента на усилия в ярочных плотинах (франц.; рез. рум.) . . . 345

Д. АТАНАСИУ, В. ЧУБОТАРУ и Л. ВАСИЛЕСКУ, К деформации некоторых нежестких дорожных систем (рум.; рез. франц.) . . 361

В. П. ТАРАСЕНКО (СССР), Жесткость и пространственные колебания загруженных железнодорожных балочных мостов (русск.; рез. рум.) 367

А. МИХУЛ, М. МАРИНЕСКУ, А. БОГЯН, К. ЛЕОНТЕ, К. КАПАТУ и А. БРЭДЭЦЯНУ, Исследование укрепления построек и железобетонных блоков растворами и цементо-бетонами с ацетат-поливиниловыми добавками (рум.; рез. франц.) 377

В. БЭЛОЮ, Особенности водного хозяйства на культивируемых территориях (рум.; рез. русск.) 389

В. В. ВАЙНАУСКАС (СССР), Пространственное фототриангулирование на оптико-механических приборах с учетом условий азимутов, базисов и горизонтальных плоскостей (русск.; рез. рум.) . . . 393

Е. РЭУНЕЛ, АЛ. КЭЛЭРЕСКУ, О. НИКИТА, Л. ГРОЛЛ, Ф. ВАСИЛЕСКУ и Л. ВАСИЛЕСКУ, Местные строительные материалы из Горбан и Гура-Бохотин (район Хушь) (рум.; рез. русск.) . . 401

ЛЕГКАЯ ПРОМЫШЛЕННОСТЬ

М. ГРИНДЯ, Р. ЗЕЙДМАН, К. НИСТОР, Влияние среды и нейтрального электролита на крашение релоновых волокон дисперсными красителями (рум.; рез. русск.) 409

Д. МАНЖЕРОН (РНР), К. ГАМРЕКИЛИ (СССР) и Г. ХАНГАНУ (РНР), Теория и практика установок и механизмов интересующих легкую промышленность (I) (русск.; рез. рум.) 415

Т. ФОРСТ, М. ГРИНДЯ, Селективное поведение зон шерстяного волокна при хроматировании и крашение (рум.; рез. нем.) . . . 421

В. А. УСИЛОВ и Н. В. ЧЕРНОВ, (СССР), Зависимость предела прочности гольевого вещества кожи при деформации растяжения от величины удлинения при разрыве (русск.; рез. рум.) 427

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

Д. РУСУ, Р. ДАВИДЯНУ и Т. НЯГУ, Механографическая актуальность в экономике предприятий (I) (рум.; рез. русск.) . . . 431

Е. ПОПА, Ш. РИМЕР, Е. ФЛОРЯ, М. НИКОЛАЕ и Р. МАНДАКЕ, Применение линейного программирования в снабжении маслозаводов Ясской области семенами подсолнуха (рум.; рез. русск.) . . 437

И. ХЭЛЭЛЭУ, Т. НЯГУ и А. КУЧУРЯНУ, Возможности снижений специфических расходов в хлопчатобумажных объединенных предприятиях и их экономическая выгоды (рум.; рез. русск.) . . . 443

РЕЦЕНЗИИ 451

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
VOL. X (XIV), Fasc. 3—4 1964

CONTENTS

Pag.

EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENTS XV

METHEMATICS. THEORETICAL MECHANICS. PHYSICS

AL. CLIMESCU, Une nouvelle classe d'anneaux faibles (roum.; rés. fr.) . 1

R. BELLMAN, (USA), An Approximate Procedure in Control Theory based on Quasilinearization (English; Rumanian summary) . . . 5

R. de POSSEL (France), Sur les variétés à deux dimensions, les ensembles de capacité maximale et le prolongement des variétés conformes (fr.; rés. roum,) 11

F. MARCUS, Surfaces dont les directrices de Wilczynski ont des foyers confondus (fr.; rés. roum.) 15

M. PICONE (Italia), Criteri sufficienti in generali problemi di calcolo delle variazioni riguardanti integrali pluridimensionali d'ordine qualsivoglia nel vettore minimante a più componenti (ital.; sunto rom.) . . 21

TH. VOGEL (France), Sur différentes classes de systèmes évolutifs (fr.; rés. roum.) 27

L. I. MOZGOVAIA (SSSR), On a Class of Univalent Function in the Circle $|z|<1$ (Russian; Rumanian summary) 37

J. W. BLATTNER (USA), On the Convergence of a certain Matrix Iteration (English; Rumanian summary) 43

C. IMAZ (Mexico), Sobre ecuaciones diferenciales funcionales (esp.; res. rom.) 47

J. LEGRAS (France), Une écriture mathématique adaptée à la programmation: l'Algool (fr.; rés. roum.) 51

D. MANGERON (RPR) and EM. ROXIN (Argentina), The Existence of Optimal Controls and some Applications (English; Rumanian summary) 61

B. SCHWEIZER (USA), Equivalence Relations in Probabilistic Metric Spaces (English; Romanian summary) 67

A. HUAUX (Belgique), Sur la stabilité des solutions constantes de l'équation autonome de Liénard $\ddot{x} + a(x)\dot{x} + \varphi(x) = 0$. Exemples et généralisations (fr.; rés. roum.) 71

Pag.

K. JAGADEESAN (India), Hydromagnetic Flow against a Rotating Disc (English; Rumanian summary) 81

C. R. B. LISTER (England), On the Vertical Motion of Equipment lowered by Wire into the Deep Sea (English; Rumanian summary) . 87

GH. INDREAŞ (RPR) et P. I. RILTCHEV (URSS), Calcul du champ magnétique d'une bobine plane annulaire parcourue par un courant électrique (russe; rés. roum.) 97

CHEMISTRY

A. M. KIRGINTSEV and P. I. VLASOB, (USSR), Three Problems of the Mathematical Theory of Zone Melting Procces and Chromatography (Russian; Rumanian summary) 101

S. SAVENCU et I. ANTONESCU, Méthode microphotométrique de dosage de quelques réducteurs (roum.; rés. russe) 107

EL. DIACONESCU und M. DIMA, Die Beziehungen zwischen dem Austauschvermögen von aus Kohlen erzeugten Ionenaustauschen und dem alter der Kohlen (II) (rumän.; deutsch Zuzamm.) . . . 111

I. MATEI et M. GRIGORAŞ, Transformations polymère- analogues de la cellulose (II) (roum.; rés. fr.) 123

E. COCEA, M. GRIGORAŞ et M. TUTOVEANU, Polymères analogues (IV) (roum.; rés. fr.) 129

H. I. ARECHIDZE et G. O. TCHIVADZE, (URRS), Obtention des monomères oléfiniques par décomposition thermique du mélange d'alcans C_5—C_8 séparés de l'essence par des tamis moléculaires (russe; rés. roum). 135

GH. BOTEZ et C. ONISCU, Sulfamides des acides phénoxiacétiques (V) (roum.; rés. fr.) 139

CR. SIMIONESCU et S. DUMITRIU, Sur le mécanisme du greffage de la cellulose avec des monomères vinyliques par l'intermédiaire des colorants réactifs (fr.; rés. roum.) 149

GH. ALEXA, L. BORŞ et EM. MATEI, Contributions à la connaissance des espèces Alnus Glutinosa et Alnus Incana comme matériel tannant (roum.; rés. russe). 167

GH. BURGHELEA, Sur la formation du sédiment dans la composition du mélange de tannage (roum.; rés. russe) 165

O. NICHITA et M. APOSTOLESCU, L'utilisation comme amendament agricole d'une roque de la région de Jassy (roum.; rés. fr.) . . 177

ELECTRICAL ENGINEERING. ELECTRONICS

E. LUCA, Effets de polarisation à basse tension aux férites (I) (roum.; rés. fr.) 183

N. I. CHERNOPIATOW (USSR), A Group Scheme of Three-Phase Motors Action in a Single-Phase Net (Russian; Rumanian summary) 187

N. GAVRILAŞ, Simulation de la transmission des phénomènes de choc dans le transfomateur à deux enroulements (roum.; rés. fr.) . . 193

Pag.

GH. SAVIN, Considérations sur la mesure de la fréquence à l'aide de deux courants en quadrature (roum.; rés. russe) 207

M. ANTONIU, Ohmmètre électrostatique du type logomètre (roum.; rés. russe) 211

I. BEJAN, Contributions concerning the Errors of Measure introduced at Variable Frequency by the Hysteresis in Magnetic Modulators (Rumanian; English summary) 225

H. ROSMAN, A. BRAIER et C. SAAL, Résonance dans les systèmes du type quadripôle (I) (roum.; rés. fr.) 233

MECHANICAL ENGINEERING

D. MANGERON, C. DRAGAN i V. HANGANU, Teoria generale delle approssimazioni succesive nello studio dei meccanismi e delle macchine tramite il nouvo metodo matriciale-tensoriale tradotto nei linguaggi matematici artificiali (I) (ital.; sunto rom.) 243

L. HARRISBERGER (USA), A General Scheme for Mechanism Identification (English; Rumanian summary) 247

N. IRIMICIUC, Une nouvelle manière de présenter la mécanique analytique pour les systèmes mécaniques holonomes (roum.; rés. fr.) . 255

R. CHALÉAT (France) et D. MANGERON (RPR), Approximations d'ordre supérieur dans la théorie des perturbations (I) (fr.; rés. roum.) . 263

A. BRAIER, Méthode graphique pour l'étude du mouvement de certains systèmes non-linéaires à plusieurs degrés de liberté (roum.; rés. fr.) 271

D. HORBANIUC, Abakus zur Abmessung der Geraden auf schräge Biegung beanspruchten Balken (rumän.; deutsch Zusamm.) 285

N. S. MELNIKOVA (USSR), On the Unsteady Motion of a Gas roced out by a Piston at a zero Temperature Gradient (Russian; Roumanian summary 289

A. JAUMOTTE (Belgique), Calcul aérodynamique simplifié du coefficient de débit d'un tuyère de profil elliptique-cylindrique (fr.; rés. roum.) 303

B. R. SETH (India) and D. MANGERON (RPR), On the Problem of Transition Phenomenon (II) (English; Rumanian summary) . . 311

C. LINDE, AL. ROR et V. BAUŞIC, Étude experimentale de la capacité de traction des transmissions à frottement avec du câble d'acier (I) (roum.; rés. russe) 323

G. E. CIHLADZE (USSR), The Influence of Rate Factors on the Contact Rigidity of Steel Parts (Russian; Rumanian summary) . . 329

CONSTRUCTIONS. HYDROTECHNICS

A. ŞESAN, I. CIONGRADI, D. DIACONU and L. STRAT, Experimental Determinations of Natural Periods and Damping in Buildings (Rumanian; English summary) 337

L. MEJZLÍK (RS Tchécoslovaque), L'influence de l'élasticité de la fondation sur les contraintes des barrages-voûtes (fr.; rés. roum.) . . 345

Pag.

D. ATANASIU, V. CIUBOTARU et L. VASILESCU, Sur les déformations des systèmes routiers nonrigides (roum.; rés. fr.) . . 361

V. P. TARASENKO (USSR), Rigidity and the Angle Vibrations of loaded Girder Bridges (Russian; Rumanian summary) 367

A. MIHUL, M. MARINESCU, A. BOGHIAN, C. LEONTE, C. CAPATU et A. BRĂDĂŢEANU, Recherches sur le renforcement des constructions et des éléments préfabriqués en béton armé à l'aide des mortiers et des bétons contenant de l'acétat de polyvinyle (roum.; rés. fr.) 377

V. BĂLOIU, Les particularités de l'aménagement des torrents sur le territoire agricole (roum.; rés. russe) 389

V. V. VAINAUSKAS (URSS), La triangulation aérienne dans l'espace à l'aide des instruments optiques-mécaniques en considérant les conditions des azimutes, des bases et des surfaces horizontales (russe; res. roum.) 393

E. PĂUNEL, AL. CHELĂRESCU, O. NICHITA, L. GROLL, F. VASILESCU and L. VASILESCU, Local Materials of Construction from Gorban and Gura-Bohotin (Huşi) (Rumanian; French summary) . 401

LIGHT INDUSTRY ENGINEERING

M. GRINDEA, R. ZEIDMAN et C. NISTOR, L'influence du milieu et de l'électrolyte neutre sur la teinture des fibres de relon avec des colorants de dispersion (roum; rés. russe) 409

D. MANGERON (RPR), C. GAMREKELI (USSR), V. HANGANU (RPR), Theory and Practice of Devices and Mechanisms of Interest in Light Industry Engineering (I) (Russian; Rumanian summary) . . 415

T. FORST und M. GRINDEA, Das selektive Verhalten der Zonen der Wollfasern beim Färben (rumän.; deutsch Zusamm.) . . . 421

V. A. USILOV, N. V. TCERNOV, (URSS), Dépendence de l'allongement à la rupture de la limite de résistance de la substance dermique contenue dans la peau soumise à la tension (russe; rés. roum.) . 427

ECONOMICS

D. RUSU, R. DAVIDEANU, T. NEAGU, L'actualité de la mécanographie dans l'économie des entreprises (roum.; rés. russe) . . . 431

E. POPA, S. RIMER, E. FLOREA, M. NICOLAE, R. MANDACHE, Utilisation de la programmation linéaire à l'approvisionnement des fabriques d'huile de la région de Jassy avec des graines de héliotrope (roum.; rés. russe) 437

I. HĂLĂLĂU, T. NEAGU, A. CUCIUREANU, Mesures concernant la réduction de la consommation spécifique dans les entreprises de cotton et leur efficacité économique (roum.; rés. russe) . . 443

BOOK REVIEWS 451

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

REDACŢIONALE

ОТ РЕДАКЦИИ

EDITORSCHIP'S ANNOUNCEMENTS

Articole ale colaboratorilor străini primite la redacţia revistei *Buletinul Institutului politehnic din Iaşi*

Статьи иностранных сотрудников полученные редакцией журнала *Известия Ясского политехнического института*

Papers received from abroad by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy*

GODEAUX L., (Présidence du Groupement des Mathématiciens d'Expression latine, Liège, Belgique), *Le diviseur de Severi d'une surface algébrique.*

CHATTERJEE R. N., (Department of Mathematics, Visva-Bharati, Santiniketan, India), *Flexure of Nonhomogeneous Cylindrical Beam.*

FRANK H., (Humboldt-Universität, Berlin, D.D.R.), *Invarianten isometrischer Flächen in Räumen konstanter Krümmung.*

v. KRZYWOBLOCKI M. Z., (Michigan State University, Ann Arbor, Michigan, U.S.A.), *Present and possible future Analytical Status of the most general Supersonic Three-Dimensional Flow Pattern around thick blunt Finite Bodies. I. Angles of Attack and Yaw not limited to Zero.*

DAVIS WILLIAM J., (The Ohio State University, Columbus, U. S. A.), *Solutions Representations for Linear Initial Value Problems.*

GREUB W., STAMN E., (University of Toronto, Canada), *On the Multiplication of Tensor Fields.*

DENJOY A., (Académie des Sciences, Paris, France), *Métrique sans topologie. Le théorème de Vitali dans un espace dénombrablement mesurable, et où tous les voisinages sont de mesure infinie.*

LOWAN A. N., (Yeshiva University, New York, U.S.A.), and MANGERON D., (Polytechnic Institute of Jassy, Rumanian People's Republic), *On the Picone's Method by solving some new Partial Differential Systems.*

GRÖBNER W., (Universität Innsbruck, Österreich), *Lösung allgemeiner partieller Differentialgleichungen mittels Lie-Reihen.*

GRIOLI G., (Università di Padova, Italia), *Su alcuni problemi concernenti moti giroscopici.*

PICONE M., (Accademia Nazionale dei Lincei, Roma, Italia), *Criteri sufficienti nel calcolo delle variazioni e loro applicazioni.*

NOEL PH., (Université de Nancy, France), *Application à la méthode de collocation du problème de la réduction des erreurs de chute par la représentation lagrangienne des polynomes.*

WILLIAMS J. G., FORD H., (City and Guilds College, Sout Kensington, London, England), *Stress-Strain Relationships for some unreinforced Plastics.*

МЕЛЬНИКОВА, Н. С., (Математический институт им. В. А. Стеклова АН СССР, Москва), *О неустановившемся движении газа, вытесняемого поршнем, при нулевом градиенте температуры.*

ЖИВОЙИНОВ Й. М. и МАНДИЧ С. М., (Физический институт, Белград, Югославия), *Давление насыщенного пара некоторых одноатомных элементов.*

СЕМАК Б. Д., (Львовский торгово-экономический институт, СССР), *Исследование динамики износа летних платьевых тканей.*

МАРИНОВ Ю. П., БАЙНОВ Д. Д., СТАНЕВ Х. И., (Машинно-электротехнический институт, София, Н. Р. Болгария), *Метод теоретического анализа процессов в автогенераторе с частотноопределяющими колебательными контурами под действием внешних синусоидальных напряжений.*

SANDOR GEORGE N., (Yale University, New Haven, Conn, U.S.A.), *On Computer-Aided Graphical Kinematic Synthesis.*

ROXIN E., (University of Buenos Aires, Argentina) and Mangeron D., (Polytechnic Institute of Jassy, Rumanien People's Republic), *On generalized Dynamical Systems.*

STANIŠIĆ M. M., (Purdue University, West Lafayette, U.S.A.), *The Velocity Distribution in Transition of a Moving viscous turbulent Flow.*

FAVARD J., (Université de Paris, France), *Quelques théorèmes concernant les équations polyvibrantes, dites „équations de Mangeron".*

LOWAN A. N., (Yeshiva University, New York, U.S.A.), *On a direct Method in the Calculus of Variations.*

СТАРЖИНСКИЙ В. М., (Всесоюзный заочный институт текстильной и легкой промышленности, Москва, СССР), *Об одном методе в теории нелинейных колебаний.*

АРАБАДЖИ В. И., (Тульский педагогический институт, СССР), *Об эффективном режиме торможения.*

СУШКОВ К. В., (Казахский политехнический институт, Алма-Ата, СССР), *Некоторые физико-химические закономерности выделения металлов из сульфидов висмута, свинца, меди и железа при взаимодействии последних с карбонатами натрия и калия.*

УСИЛОВ В. А. ЧЕРНОВ Н. В., (Московский технологический институт легкой промышленности, СССР), *Зависимость предела прочности гольевого вещества кожи при деформации растяжения от величины удлинения при разрыве.*

SETH B. R., (Indian Institute of Technology, Kharagpur, India), MANGERON D. (Polytechnic Institute of Jassy, Romanian People's Republic), *On the Problem of Transition Phenomenon (II).*

KIM ZONG WAN, (Université Kim Ir Sen, Phénian, R.D.P.C.), *Sur la forme Sakai — un des patrimoines de la culture nationale.*

RI WON GUIONG, (Université Kim Ir Sen, Phénian, R.D.P.C.), *Le système Daian et le développement créateur de la théorie marxiste-léniniste dans la gestion de l'économie.*

MATZKE H., (Hochschule für Architektur und Bauwesen, Weimar, D.D.R.), *Anwendungen elektronischer Rechenautomaten im Bauwesen.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Matematici, Mecanică teoretică, Fizică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 3—4, 1964

Математика, Теоретическая механика, Физика

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Mathematics, Theoretical Mechanics, Physics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 512.8

O NOUĂ CLASĂ DE INELE SLABE

DE

AL. CLIMESCU

1. Operaţia

$$xoy = x + y - xy$$

este de mai multă vreme întrebuinţată ca operaţie auxiliară într-un inel [2, Ch. I], fiind utilă atît pentru unele chestiuni din teoria generală a inelelor, cît şi pentru studiul algebrelor Lie.

În lucrarea [1] s-a observat că, dacă se renunţă la vechea înmulţire, se obţine o structură algebrică analogă inelului, în care însă distributivitatea este înlocuită cu o lege mai generală. În felul acesta s-a definit noţiunea de inel slab, iar T. Luchian [3] a observat că, reciproc, de la un inel slab ne putem întoarce la un inel obişnuit. În felul acesta inelele slabe se găsesc faţă de inelele obişnuite într-o situaţie analogă cu aceea a algebrelor Boole în raport cu inelele Boole.

2. În Nota de faţă ne propunem să extindem noţiunea de inel slab şi să arătăm relaţia în care inelele slabe se găsesc în raport cu inelele obişnuite.

Definiţie. *Se numeşte inel slab o structură algebrică cu două operaţii, peste tot definite şi anume:*

a) *adunarea, notată* $+$, *care este o lege de grup abelian;*

b) *înmulţirea, notată printr-un punct* . , *supusă sau nu la proprietăţi suplimentare, cele două operaţii fiind legate prin relaţiile*

$$(1) \qquad x.(y+z)+x.0=x.y+x.z, \quad (x+y).z+0.z=x.z+y.z.$$

Pentru $x.0=0$, $0.z=0$, obţinem inelele obişnuite, iar pentru $x.0=x$, $0.z=z$ se obţine clasa mai particulară de inele slabe definite în [1].

3. Fie $\mathfrak{Z}$ un inel obişnuit. Punem

$$(2) \qquad x.y = xy + \varphi(x) + \psi(y)$$

şi ne propunem să determinăm funcţiile $\varphi(x)$, $\psi(y)$ aşa fel încît în raport cu $+, .,$ $\mathfrak{I}$ să devină un inel slab

$$x.(y+z) = x(y+z) + \varphi(x) + \psi(y+z), \quad x.y = xy + \varphi(x) + \psi(y),$$

$$x.z = xz + \varphi(x) + \psi(z), \quad (x+y).z = (x+y)z + \varphi(x+y) + \psi(z),$$

$$x.z = xz + \varphi(x) + \psi(z), \quad y.z = yz + \varphi(y) + \psi(z),$$

$$x.0 = x0 + \varphi(x) + \psi(0) = \varphi(x) + \psi(0), \quad 0.z = 0z + \varphi(0) + \psi(z) = \varphi(0) + \varphi(z),$$

de unde:

$$(x.y + x.z) - [x.(y+z) + x.0] = xy + \varphi(x) + \psi(y) + xz + \varphi(x) +$$
$$+ \psi(z) - x(y+z) - \varphi(x) - \psi(y+z) - \varphi(x) - \psi(0) =$$
$$= \psi(y) + \psi(z) - \psi(y+z) - \psi(0),$$
$$(x.z + y.x) - [(x+y).z + 0.z] = xz + \varphi(x) + \psi(z) + yz + \varphi(y) +$$
$$+ \psi(z) - (x+y)z - \varphi(x+y) - \psi(z) - \varphi(0) - \psi(z) =$$
$$= \varphi(x) + \varphi(y) - \varphi(x+y) - \varphi(0).$$

Prin urmare, pentru ca $\mathfrak{I}$ să fie un inel slab cu operaţiile $+, .,$ este necesar şi suficient ca:

(3) $\psi(y+z) + \psi(0) = \psi(y) + \psi(z)$, (4) $\varphi(x+y) + \varphi(0) = \varphi(x) + \varphi(y)$.

Pentru a rezolva cele două ecuaţii funcţionale (3), (4) se poate proceda în felul următor:

Punem $\varphi(x) = \varphi_1(x) + k$, deci

$$\varphi_1(x+y) + k + \varphi(0) = \varphi_1(x) + k + \varphi_1(y) + k.$$

Dacă luăm $k = \varphi(0)$, avem imediat $\varphi_1(x+y) = \varphi_1(x) + \varphi_1(y)$, adică $\varphi_1(x)$ este un endomorfism al grupului aditiv al inelului.

Procedînd la fel pentru ecuaţia (3), ajungem la

Propoziţia I. *Condiţia necesară şi suficientă ca* $\mathfrak{I}$ *să fie inel slab în raport cu adunarea şi înmulţirea* (2), *este ca*

$$\varphi(x) = \varphi_1(x) + k, \quad \psi(y) = \psi_1(y) + l,$$

unde $\varphi_1(x)$, $\psi_1(y)$ *sînt endomorfisme ale grupului aditiv, iar* k, l *— constante din inel.*

Reciproc, fie $\mathfrak{I}$ un inel slab cu operaţiile $+$ şi $. .$ Punem

(5) $$xy = x.y - x.0 - 0.y + 0.0.$$

Avem imediat:

$$x(y+z) - (xy + xz) = x.(y+z) - x.0 - 0.(y+z) + 0.0 -$$
$$- (x.y - x.0 - 0.y + 0.0) - (x.z - x.0 - 0.z + 0.0) =$$
$$= [x.(y+z) - x.y - x.z] + x.0 - [0.(y+z) - 0.y - 0.z] - 0.0 =$$
$$= -x.0 + x.0 - (-0.0) - 0.0 = 0,$$

$$(x+y)z-(xz+yz)=(x+y).z-(x+y).0-0.z+0.0-$$
$$-(x.z-x.0-0.z+0.0)-(y.z-y.0-0.z+0.0)=$$
$$=[(x+y).z-x.z-y.z]+0.z-[(x+y).0-y.0-0.z]-0.0=$$
$$=-0.z+0.z.(-0.0)+0.0=0.$$

Rezultă deci

Propoziţia II. *Dacă* $\mathfrak{Z}$, *cu operaţiile* $+,.$, *este un inel slab, atunci* $\mathfrak{Z}$ *cu operaţiile* $+$ *şi înmulţirea definită prin* (5) *este un inel obişnuit.*

4. Pe lîngă interesul lor propriu, ca structuri algebrice nedistributive care se prezintă în mod natural, inelele slabe pot servi şi la studiul inelelor. Să presupunem, de ex. că $\mathfrak{Z}$ este un inel obişnuit asociativ, comutativ, însă fără element neutru pentru înmulţire. Să punem

$$x.y=xy+x+y-xa-ay+aa-a, \tag{6}$$

$x-xa$, $y-ay$ fiind endomorfisme, $x.y$ este o înmulţire de inel slab. Avem apoi

$$x.a=xa+x+a-xa-aa+aa-a=x,$$
$$a.y=ay+a+y-aa-ay+aa-a=y;$$

prin urmare inelul slab are pe a ca element neutru pentru înmulţire.

Dacă $\mathfrak{Z}$ era comutativ, inelul slab rămîne de asemenea comutativ. În ceea ce priveşte asociativitatea, avem:

$$x.(y.z)=x(y.z)+x+(y.z)-xa-a(y.z)+aa-a=$$
$$=x(yz+y+z-ya-az+aa-a)+x+(yz+y+z-ya-az+$$
$$+aa-a)-xa-a(yz+y+z-ya-az+aa-a)+aa-a.$$

Utilizînd comutativitatea, avem în continuare:

$$x.(y.z)=x(yz)+(x+y+z)+(xy+yz+zx)+x(aa-2a)+$$
$$+[-2ay+a(ya)]+[-2az+a(az)]-[x(ya)+x(az)+a(yz)]+$$
$$+2(aa-a)-a(aa-a).$$

Dacă presupunem $\mathfrak{Z}$ şi asociativ, avem $x(yz)=y(zx)$ etc, deci

$$y.(z.x)=y(zx)+(y+z+x)+(yz+zx+xy)+a(aa-2a)+$$
$$+[-2az+a(za)]+[-2ax+a(ax)]-[y(za)+y(ax)+a(zx)]+$$
$$+2(aa-a)-a(aa-a)=x.(y.z)$$

şi, prin urmare, inelul slab va fi asociativ. În rezumat avem

Propoziţia III. *Dacă* $\mathfrak{Z}$ *este un inel comutativ, asociativ dar fără unitate, atunci inelul slab cu aceeaşi adunare şi cu înmulţirea* (6) *are elementul* a *ca unitate şi este comutativ şi asociativ.*

5. Observaţii.

a) Pentru ca inelele slabe să servească cu adevărat în studiul unor clase speciale de inele, este necesar ca ele să poată fi obţinute şi direct.

b) Inelele slabe pot fi utilizate şi în algebra geometrică.

Ca prim pas este de dorit să se determine aproape-corpurile care sînt în acelaşi timp inele slabe.

Primit la 20 X 1964

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de matematici I

BIBLIOGRAFIE

1. Climescu Al., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **VII (XI)**, *1—2*, pp. 1—4.
2. Jacobson N., *Structure of rings*. Am. Math. Soc. Coll. Publ., vol. **XXXVII**, 1956.
3. Luchian T., *Observaţii asupra inelelor slabe*. An. şt. Univ. „Al. I. Cuza", s. I, 1965, **XI** (sub tipar).

UNE NOUVELLE CLASSE D'ANNEAUX FAIBLES

(Résumé)

Après avoir défini un anneau faible comme une structure algébrique analogue aux anneaux, sauf que la distributivité est remplacée par les relations (1), on démontre les trois propositions suivantes ($\mathfrak{Z}$ est un anneau quelconque) :

I. *La condition nécessaire et suffisante pour que* $\mathfrak{Z}$ *soit anneau faible par rapport à l'addition et à la multiplication* (2) *est qu'on ait*

$$\varphi(x) = \varphi_1(x) + k, \quad \psi(y) = \psi_1(y) + l,$$

où $\varphi_1(x)$, $\psi_1(y)$ *sont des endomorphismes du groupe additif et* k, l, *sont des constantes de l'anneau.*

II. *Si* $\mathfrak{Z}$, *avec les opérations* $+$, $.$, *est un anneau faible, alors* $\mathfrak{Z}$ *avec les opérations* $+$ *et multiplication définie par* (5) *est un anneau ordinaire.*

III. *Si* $\mathfrak{Z}$ *est un anneau commutatif, associatif et sans unité, alors l'anneau faible avec la même addition et multiplication* (6) *possède a comme unité et est commutatif et associatif.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

D. C. 519.3

AN APPROXIMATE PROCEDURE IN CONTROL THEORY BASED ON QUASILINEARIZATION

BY

RICHARD BELLMAN

1. Introduction

In a previous paper [1] we considered a class of variational problems in which quasilinearization [1]) could be used to convert a minimization problem into a min-max problem, and thus, by means of the fundamental theorem of the theory of games, into a maximization problem. The advantage of doing this, of course, is to obtain upper and lower bounds in a convenient fashion. Further examples of this technique may be found in [2] and [3] and in the monograph [4], as well as in papers by Aoki [5] and Hanson [6].

As is well known, the method is a particular use of the general concept of duality, which reflects itself in the Friedrichs transformation in the calculus of variations [7].

Here we wish to indicate its possible applicability to developing an effective system of successive approximations for an interesting class of variational problems in control theory. These include questions that arise naturally in connection with pulse amplitude and pulse-width modulation.

2. A particular bang-bang control process

Consider the problem of determining the forcing functions $f_1(t)$ and $f_2(t)$ subject to the constraints

[1]) Our quasilinearization method could be used in studies of t-minimization Control problems developped in this *Bulletin* [10], [11] by E. Roxin and D. Mangeron too.

$$|f_1(t)|, \ |f_2(t)| \leqslant 1, \ 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{2.1}$$

so as to minimize the quantity

$$x_1^2(T) + x_2^2(T), \tag{2.2}$$

where

$$\begin{cases} x_1' = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + f_1, & x_1(0) = c_1, \\ x_2' = a_{21}x_1 + a_2 x_2 + f_2, & x_2(0) = c_2. \end{cases} \tag{2.3}$$

These are called bang-bang control problems and have been extensively investigated (La Salle [8]). They are an example of pulse-amplitude modulation (PAM). Pulse-width modulation (PWM) would impose a restriction of the form

$$f_i(t) = \pm 1 \text{ or } 0, \ 0 \leqslant t \leqslant T. \tag{2.4}$$

In some cases, it can be shown that optimal PAM is indeed PWM.

3. Quasilinearization

We begin with the observation that minimization of the expression $x_1^2(T) + x_2^2(T)$ is equivalent to minimization of $[x_1^2(T) + x_2^2(T)]^{1/2}$ and that

$$\mathcal{J}(f_1, f_2) \quad [x_1^2(T) + x_2^2(T)]^{1/2} = \max [b_1 x_1(T) + b_2 x_2(T)] \tag{3.1}$$

over the convex region $(b_1^2 + b_2^2)^{1/2} \leqslant 1$. Hence,

$$\min_{f_1, f_2} \mathcal{J}(f_1, f_2) = \min_{f_1, f_2} \max_{b_1, b_2} [b_1 x_1(T) + b_2 x_2(T)]. \tag{3.2}$$

Turning to (2.3), we obtain in the usual fashion

$$\begin{cases} x_1(T) = a_1 + \int_0^T [k_{11}(T, s) f_1(s) + k_{12}(T, s) f_2(s)] \, ds, \\ x_2(T) = a_2 + \int_0^T [k_{21}(T, s) f_1(s) + k_{22}(T, s) f_2(s)] \, ds. \end{cases} \tag{3.3}$$

Thus, Eq. (3.2) leads to the min-max problem

$$\min_{f_1,f_2}\max_{b_1,b_2}\int_0^T \{[b_1 k_{11}(T,s)+b_2 k_{21}(T,s)]f_1(s)+ \tag{3.4}$$
$$+[b_1 k_{12}(T,s)+b_2 k_{22}(T,s)]f_2(s)\}\,ds =$$
$$=\min_{f_1,f_2}\max_{b_1,b_2} F(b_1, b_2, f_1, f_2).$$

The basic theorem of game theory [4] permits the interchange of min and max. Thus,

$$\min_{f_1,f_2}\max_{b_1,b_2} F(b_1,b_2,f_1,f_2)=\max_{b_1,b_2}\min_{f_1,f_2} F(b_1,b_2,f_1,f_2). \tag{3.5}$$

From this, much of the analytic structure of the process can be gleaned. We are, however, more interested in developing approximation procedures which can be applied in more general situations.

4. Upper and lower bounds

In much of control theory, upper and lower bounds based upon simple and convenient control policies are more important than an exact solution. In particular, if the upper and lower bounds are quite close, the need for an exact solution is circumvented. This is one of the basic ideas of mathematical physics.

The advantage of a min-max — max-min formulation lies in the fact that we obtain immediate upper and lower bounds to the value of the „game", which in this case is the minimum value of the functional $J(f_1,f_2)$ appearing in (3.1).

An *upper* bound is immediate. Choose a set $\{f_1^{(0)}, f_2^{(0)}\}$, satisfying the constraints of (2.1). Then,

$$V=\min_{f_1,f_2} J(f_1,f_2)\leqq J(f_1^{(0)},f_2^{(0)}). \tag{41}$$

To obtain a *lower* bound, we argue as follows. Using the right-hand side of (3.5), let $\{b_1^{(0)}, b_2^{(0)}\}$ be a point in the region $b_1^2+b_2^2\leqslant 1$. Then,

$$V\geqslant \min_{f_1,f_2} F(b_1^{(0)}, b_2^{(0)}, f_1, f_2). \tag{4.2}$$

It is clear that we obtain the maximum in (3.1) and increase the minimum in (4.2) by using only points in the circumference $b_2^1+b_2^2=1$.

The probleme is, of course, what sets $\{f_1^{(0)}, f_2^{(0)}\}$ and $\{b_1^{(0)}, b_2^{(0)}\}$ to use, and then how to improve upon initial choices. An improvement routine furnishes a method of successive approximations.

5. Preliminaries on minimization and maximization

Let us first of all point out that the minimization problem in (4.2) is readily solved. We have, using the representation in (3.4),

$$\min_{f_1, f_2} F(b_1^{(0)}, b_2^{(0)}, f_1, f_2) =$$

$$= \int_0^T \{[b_1^{(0)} k_{11} + b_2^{(0)} k_{21}] f_1^* + [b_1^{(0)} k_{12} + b_2^{(0)} k_{22}] f_2^*\} \, ds, \tag{5.1}$$

where

$$f_1^* = +1, \quad b_1^{(0)} k_{11} + b_2^{(0)} k_{21} > 0, \tag{5.2}$$

$$f_1^* = -1, \quad b_1^{(0)} k_{11} + b_2^{(0)} k_{21} < 0, \tag{5.3}$$

$$f_2^* = +1, \quad b_1^{(0)} k_{12} + b_2^{(0)} k_{22} > 0, \tag{5.4}$$

$$f_2^* = -1, \quad b_1^{(0)} k_{12} = b_2^{(0)} k_{22} < 0. \tag{5.5}$$

The values of f_1^* and f_2^* at the points where the coefficient functions vanish are of no importance since these points are finite in number.

Conversely, if $f_1^{(0)}, f_2^{(0)}$ are chosen, then the b_1 that maximize are given by

$$b_1 = [x_1(T) \operatorname{sgn} x_1(T)]/(x_1^2 + x_2^2)^{1/2}, \quad b_2 = [x_2(T) \operatorname{sgn} x_2(T)]/(x_1^2 + x_2^2)^{1/2}, \tag{5.6}$$

where $x_1(T)$ and $x_2(T)$ are calculated using (3.3) with $f_1^{(0)}$ and $f_2^{(0)}$.

6. An iterative approximation technique

Suppose we start with an approximation in policy space $\{f_1^{(0)}, f_2^{(0)}\}$. This leads to values of $x_1(T)$ and $x_2(T)$ and thus to values $\{b_1^{(0)}, b_2^{(0)}\}$ as given by (5.6). Let us then use these values to determine a new set of functions $\{f_1^{(1)}, f_2^{(1)}\}$ as determined by (5.5). These in turn lead to a new pair $\{x_1^{(1)}(T), x_2^{(1)}(T)\}$, and thus $\{b_1^{(1)}, b_2^{(1)}\}$, and so on.

The question is: does this procedure converge? This seems to be a difficult problem to resolve, and it is conceivable, keeping in mind various simple examples from the theory of games, that it might not. Consequently, let us suggest the following variant, based upon the „mixing" concept of the Brown-von Neumann-Robinson algorithm in the theory of games [9].

A choice of b_1 and b_2, according to (5.6), is a choice of an angle θ, since we can set

$$b_1 = \cos\theta, \quad b_2 = \sin\theta. \tag{6.1}$$

Let θ_0 correspond to the angle determined by $\{b_1^{(0)}, b_2^{(0)}\}$. To determine θ_1, let φ_1 be the angle determined by the pair $\{b_1^{(1)}, b_2^{(1)}\}$ obtained from $\{f_1^{(1)}, f_2^{(1)}\}$ and write

$$\theta_1 = (\theta_0 + \varphi_1)/2. \tag{6.2}$$

This is the mixing operation. This determines the values $\{\bar{b}_1^{(1)}, \bar{b}_2^{(1)}\}$, that we use to obtain $\{f_1^{(2)}, f_2^{(2)}\}$.

Let $\{b_1^{(2)}, b_2^{(2)}\}$ be obtained from $\{f_1^{(2)}, f_2^{(2)}\}$ via (5.6). Let φ_2 be the angle determined in this way and write

$$\theta_2 = (2\theta_1 + \varphi_2)/3 = (\theta_0 + \varphi_1 + \varphi_2)/3. \tag{6.3}$$

We conjecture that this mixing of strategies will prevent divergence due to oscillation between extreme strategies. The problem of resolving this conjecture seems difficult.

Received the 15 XI 1964

The RAND Corporation,
Santa Monica, California,
U. S. A.

REFERENCES

1. Bellman R., Q. Appl. Math., 1962, **40**, pp. 349—350.
2. Bellman R., Glicksberg I., Gross O., Proc. Am. Math. Soc., 1958, **7**, pp. 87—94.
3. Bellman R., Naval Res. Lab. Q., 1960, **7**, pp. 63—83.
4. Bellman R., Glicksberg I., Gross O., *Some Aspects of the Mathematical Theory of Control Processes*. The RAND Corporation R—313, 1958, (Russian edition, Moscow, 1963).
5. Aoki M, Automatica, 1962, **1**, pp. 69—80.
6. Hanson M. A., J. Math. Anal. a. Appl., 1964, **8**, pp. 84—89.
7. Ikebe T., Kato T., J. Phys. Soc. Japan, 1957, **12**, pp. 201—204.
8. La Salle, J. P., *The Time Optimal Control Problem*, in *Contributions to the Theory of Nonlinear Oscillations*. Princeton Univ. Press, Princeton, N. J., 1960.
9. Robinson J., Ann. Math., 1951, **54**, pp. 296—301.
10. Roxin E., Mangeron D., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1964, **X (XIV)**, *1—2*, pp. 29-35.
11. Mangeron D, Roxin E., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1964, **X (XIV)**, *3—4*, pp. 61-66.

UN PROCEDEU DE APROXIMARE ÎN TEORIA CONTROLULUI BAZAT PE CUAZILINIARIZARE

(Rezumat)

Metoda de cuaziliniarizare este utilizată în teoria controlului pentru a transforma problema de minimizare într-o problemă de minim-maxim şi apoi, cu ajutorul unei teoreme din teoria jocurilor, într-o problemă de maximizare. Se obţin astfel anumite avantaje analitice, realizîndu-se totodată şi determinarea marginilor superioară şi inferioară. Metoda este aplicabilă la o vastă clasă de probleme de minimizare din teoria controlului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. D. 517.54

SUR LES VARIÉTÉS À DEUX DIMENSIONS, LES ENSEMBLES DE CAPACITÉ MAXIMALE ET LE PROLONGEMENT DES VARIÉTÉS CONFORMES [1])

PAR

RENÉ DE POSSEL

1. En 1932, dans trois Notes [2] et dans ma thèse [3], j'ai défini et étudié les ensembles d'un cercle que j'ai nommé du „type maximum", identique à la notion d'ensemble de capacité maximale. Dans le cas d'un ensemble réunion d'arcs ouverts d'un cercle c, dire que Δ est du type maximum revient à dire que le domaine D réunion de Δ, de l'intérieur et de l'extérieur de c, a un „empan" ou „span" nul, ou encore est „rigide" vis-à-vis d'une représentation conforme. J'ai donné des conditions *métriques* nécessaires, d'autres suffisantes pour qu'un ensemble soit de ce type [3, pp. 74 et 96]; en outre, j'ai montré [3, p. 15] que cette notion conduit à une condition nécessaire et suffisante pour qu'une variété conforme soit prolongeable [4] [2]).

Rappelons la définition de l'ensemble du type maximum. Soit Δ un ensemble réunion d'arcs ouverts δ_i, en nombre fini ou non, n'empiétant pas l'un sur l'autre, situés sur le cercle c défini par $|z| = 1$, et $w = f(z)$ une fonction qui représente conformément le disque C intérieur à c sur un domaine F intérieur à un cercle e, et qui fait correspondre à chaque δ_i

[1]) Les résultats qui suivent, tout en permettant de préciser la nature du polygone fondamental d'une variété conforme prolongeable, ont été l'objet d'une Note parue dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* [1] et d'un Mémoire à paraître dans le *Journal de Mathématiques pures et appliquées*.

[2]) Cette condition se trouve contredite par celle qui a été donnée par Maurice Heins [4]. Ce travail me paraît contenir une erreur presque identique à celle que j'avais commise dans une Note aux *Comptes rendus* antérieure aux travaux cités ci-dessus (1928, *186*, p. 1092), bien que M. Heins cite et utilise certains résultats de ma thèse, dont un des buts était de rectifier cette erreur.

un arc de e. Si F coïncide nécessairement avec l'intérieur de e, l'ensemble Δ est dit du *type maximum.*

2. La définition s'étend immédiatement au cas où Δ est une réunion d'arcs ouverts sur une courbe de Jordan $\mathcal{J}$. Il suffit de représenter conformément l'intérieur de $\mathcal{J}$ sur l'intérieur d'un cercle.

3. Revenant au cas où $\mathcal{J}$ est un cercle, joignons les extrémités de chaque δ_i par un arc de Jordan γ_i contenu dans l'intérieur C de $\mathcal{J}$, de sorte que ces arcs ne se rencontrent pas et ne s'accumulent en aucun point de C; les arcs γ_i et l'ensemble $\mathcal{J} - \Delta$ constituent une courbe de Jordan L. Désignons par Γ la réunion de γ_i. On démontre les résultats suivants:

Théorème I. *Si Δ n'est pas du type maximum sur $\mathcal{J}$, il en est de même de Γ sur L.*

Théorème I bis. *Si les arcs γ_i sont analytiques, et si l'ensemble Γ n'est pas du type maximum sur L, il en est de même de Δ sur $\mathcal{J}$.*

4. Soit V une 2-variété avec *bord* non compacte, de type dénombrable. Nommons *transversale* de V l'image topologique dans l'intérieur de V d'un intervalle numérique ouvert I vérifiant la condition suivante: pour toute partie compacte K de V, il existe un intervalle fermé I' contenu dans I tel que l'image de $I - I'$ soit extérieure à K. Des transversales de V sont dites *isolées* si tout point de V a un voisinage qui est rencontré par une transversale au plus.

Nommons *T—domaine* d'une 2-variété V un domaine D simplement connexe dont la frontière est formée de transversales isolées et de composantes du bord de V, en nombre fini ou non. Ces transversales découpent alors l'intérieur de V en D et un ensemble ouvert E. Nous qualifions ces transversales de *simples* ou *doubles* selon qu'il existe ou non dans leur voisinage des points de E. Si E est vide, il n'y a que des transversales simples, et D est dit *fondamental.*

On démontre les lemmes suivants:

Lemme I. *Dans une 2-variété non compacte dont le bord ne contient pas de courbe close, il existe un T-domaine fondamental.*

Lemme II. *Dans une 2-variété dont le bord ne contient pas de courbe close, un T-domaine est toujours contenu dans un T-domaine fondamental.*

5. Supposons V sans bord et munie d'une structure conforme. Un T-domaine de V peut être représenté conformément sur un disque, les transversales simples et doubles correspondant respectivement à un et à deux arcs δ_l de la frontière du disque. Désignons par $\Delta(D)$ la réunion des δ_l. J'ai démontré dans [3, pp. 15-18] le résultat suivant:

Théorème II. *Pour qu'une variété conforme V soit prolongeable, il faut et il suffit que l'une des deux conditions suivantes soit vérifiée*:

a) *Il existe sur V un élément de frontière de première espèce* (ce qui équivaut à l'existence d'une courbe fermée non homotope à zéro qui partage

V en deux domaines dont l'un au moins est „planaire", c'est-à-dire en correspondance topologique avec un domaine plan).

b) *Il existe sur V un T-domaine D dont la frontière est formée de transversales* analytiques *tel que $\Delta(D)$ ne soit pas du type maximum.*

L'énoncé reste valable en supprimant le mot „analytique". C'est ainsi qu'il était donné dans [3], mais la démonstration s'appliquait à l'énoncé ci-dessus.

6. La variété V n'étant toujours pas compacte, supposons que son recouvrement universel $\bar{V}$ soit du type „disque", et représentons-le conformément sur un disque E. La variété V admet alors un *polygone fondamental canonique*. C'est un domaine Π de E qui est l'image d'un T-domaine D de V ayant les propriétés suivantes: la frontière de D relative à V est formée de transversales doubles t_k de sorte que chaque t_k ait pour image dans E deux arcs de cercles γ_l, $\gamma_{l'}$ orthogonaux à la frontière e de E, joignant chacun deux points de e (droites non euclidiennes indéfinies), arcs associés par une transformation s_k du groupe d'automorphismes de V, ces s_k engendrant le groupe.

Désignons par δ_l l'arc ouvert de e qui a mêmes extrémités que γ_l et qui ne contient pas de point-frontière de Π, et par $\Delta[\Pi]$ la réunion des δ_l. Des théorèmes I et II résulte le

Théorème III. *Pour qu'une variété conforme V soit prolongeable, il faut et il suffit que l'une des deux conditions suivantes soit vérifiée:*

a) *Il existe sur V un élément de frontière de première espèce;*

b) *V admet un polygone fondamental canonique* Π tel que l'ensemble $\Delta[\Pi]$ ne soit pas du type maximum.

Dans ce dernier cas, j'ignore si tout polygone fondamental canonique juit de la même propriété.

Reçue le 15 VIII 1964

Faculté des Sciences,
Paris, France

BIBLIOGRAPHIE

1. de Possel R., C. r. Acad. Sci., Paris, 1959, **249**, pp. 985—987.
2. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1962, **194**, pp. 42—44, 159—161 et 585—587.
3. — J. éc. polytechn., 1933, cahier **30**, pp. 1—98.
4. Heins M., Ann. Math., 1942, **2**, *43*, pp. 289.

ASUPRA VARIETĂȚILOR CU DOUĂ DIMENSIUNI, A ANSAMBLELOR CU CAPACITATE MAXIMALĂ ȘI A PRELUNGIRII VARIETĂȚILOR CONFORME

(Rezumat)

Autorul, luînd ca punct de plecare o Notă recentă proprie, inserată în *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, Paris [1], precum și o serie de rezultate stabilite anterior începînd cu teza sa de doctorat [2], [3], reușește să precizeze natura poligonului fundamental al unei varietăți conforme prelungibile. Precizările obținute se bazează pe două leme topologice relative la varietățile cu două dimensiuni precum și pe o nouă proprietate a mulțimilor de arce de cerc de tip maxim.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 513.8

SURFACES DONT LES DIRECTRICES DE WILCZYNSKI ONT DES FOYERS CONFONDUS

PAR

FROIM MARCUS

1. Dans une Note récente ayant le même titre L. Godeaux [2] parvient au théorème suivant:

Si les premières directrices de Wilczynski d'une surface ont des foyers confondus, ces foyers coïncident en un point fixe et les quadriques de Lie de la surface n'ont que deux points caractéristiques. Les secondes directrices de Wilczynski varient dans un plan fixe, ou la surface est une quadrique.

Ce théorème semble être en discordance avec les résultats obtenus par nous [3]. En effet, dans [3] nous avons déterminé les surfaces de Godeaux, c'est-à-dire les surfaces dont les sommets du quadrilatère de Demoulin se réduisent à deux points, dont les premières (les secondes) directrices de Wilczynski engendrent des congruences paraboliques. Et pourtant il ne résulte pas que ces congruences forment des gerbes.

C'est pour cette raison que nous reprenons ici, et par toute autre voie, le problème à savoir s'il existe des surfaces dont les premières directrices de Wilczynski engendrent une congruence parabolique sans être une gerbe. Comme l'on verra, à l'exception des surfaces dont les surfaces de Tzitzéica-Wilczynski et une classe de surfaces de coïncidence minimales projectives, il existe des surfaces qui satisfont au problème. Nous avons obtenu ces surfaces en supposant que la congruence des premières (secondes) directrices de Wilczynski est conjuguée (harmonique) à ces surfaces.

2. L'équation des développables d'une congruence engendrée par une droite non située dans le plan tangent d'une surface est donné par [1]:

$$\begin{aligned}(\pi_{11} - l_{1u} + l_1\theta_u - l_2\beta - l_1^2)\,du^2 + (l_{2u} - l_{1v})\,du\,dv + \\ + (-\pi_{11} + l_{2v} - l_2\theta_v + l_1\gamma + l_2^2)\,dv^2 = 0,\end{aligned} \tag{1.1}$$

où $\pi_{11} = p_{11} + \beta_v + \beta\theta_v$, $\pi_{22} = p_{22} + \gamma_u + \gamma\theta_u$, u, v étant les paramètres asymptotiques de la surface (x). Les coordonnées x satisfont au système complètement intégrable

$$(1.2)\qquad \begin{cases} x_{uu} = \theta_u x_u + \beta x_v + p_{11} x, \\ x_{vv} = \gamma x_u + \theta_v x_v + p_{22} x, \end{cases} \qquad (\beta\gamma \neq 0),$$

et la congruence est engendrée par la droite xy, où $y = x_{uv} - l_1 x_v - l_2 x_u$.

De (1.1) il résulte que les développables coïncident si

$$(a)\qquad (l_{2u} - l_{1v})^2 + 4\pi_{11}\pi_{22} + \alpha = 0,$$

où α est une expression qui s'annulle avec l_1 et l_2.

xy étant première direction de Wilczynski, nous avons [1]:

$$(1.3)\qquad 2l_1 = (\log\gamma)_u + \theta_u, \quad 2l_2 = (\log\beta)_v + \theta_v.$$

Par conséquent $l_{2u} - l_{1v} = \frac{1}{2}[\log(\beta/\gamma)]_{uv}$.

Supposons que la congruence (xy) est conjuguée à la surface (x). Donc $l_{2u} - l_{1v} = 0$. On peut alors, par une normalisation convenable des coordonnées x, rendre $l_1 = l_2 = 0$. De $[\log(\beta/\gamma)]_{uv} = 0$ il résulte que (x) est une surface F de Fubini, c'est-à-dire une surface isothermo-asymptotique.

De (1.3) il résultera

$$1.4)\qquad \pi_{11} = p_{11}, \quad \pi_{22} = p_{22}$$

et l'équation des développables sera dans ce cas

$$(1.1')\qquad \pi_{11}\,du^2 - \pi_{22}\,dv^2 = 0.$$

Il n'est pas difficile à voir que les conditions (1.4) sont invariantes pour un changement des paramètres u, v qui ne change pas les lignes asymptotiques. Par conséquent nous choisirons les paramètres u, v, tels que $\beta = \gamma s$

3. Supposons maintenant que la congruence $(x, y) \equiv (x, x_{uv})$ est une congruence parabolique. Les développables de la congruence coïncident alor et de (a) on a

$$(2.1)\qquad \pi_{11}\pi_{22} = 0.$$

Nous montrerons qu'en général l'annulation d'un des facteurs de (2.1) n'attire pas l'annulation du second facteur. Ce qui motrera que la congruence des premières (secondes) directrices de Wilczynski est une congruence parabolique qui n'est pas une gerbe.

En effet, supposons par exemple $\pi_{22} = 0$. Donc $p_{22} = 0$. Les conditions d'intégrabilité du système (1.2) sont

$$(2.2)\qquad \begin{cases} \theta_v\theta_{uv} - 3\beta\beta_v = \theta_{uvv}, \\ \theta_u\theta_{uv} + 2p_{11v} - 3\beta\beta_u = \theta_{uuv}, \\ \partial^2 p_{11}/\partial v^2 = \theta_v(\partial p_{11}/\partial v) + \beta(\partial p_{11}/\partial u) + 2p_{11}\beta_u. \end{cases}$$

Si, en même temps, $\pi_{11} = p_{11} = 0$, alors ces conditions deviennent:

$$(2.2') \qquad \begin{cases} \theta_v\,\theta_{uv} - 3\beta\beta_v = \theta_{uvv}, \\ \theta_u\,\theta_{uv} - 3\beta\beta_u = \theta_{uuv}. \end{cases}$$

Le système (2.2′) est, dans ce cas, identiquement satisfait pour $\beta = \gamma = \text{const.}$ et comme $p_{11} = p_{22} = 0$, il résulte [4] que les surfaces (x) correspondantes sont des *surfaces de coïncidence minimales projectives*. La congruence xy est alors une gerbe.

Soit maintenant $\beta \neq \text{const.}$ En observant que

$$(2.2'') \qquad \beta = \gamma = [\exp(-\theta)]/c, \quad (c = \text{con t.}),$$

il résulte de (2.2′)

$$(2.3) \qquad \theta_u\,\theta_{uvv} - \theta_v\,\theta_{uuv} = 0.$$

Par conséquent

$$(2.4) \qquad \theta_{uv} = f(\theta),$$

où $f(\theta)$ est une solution de l'équation différentielle:

$$(2.5) \qquad f' - f = 3\beta^2.$$

Si l'on tient compte de (2.2″), il résulte alors de (2.5)

$$(2.6) \qquad f = -c_1 \exp\theta - [\exp(-2\theta)]/c_1^2$$

et l'on obtient ainsi *l'équation bien connue* [3]

$$(\delta) \qquad (\log\beta)_{uv} = \beta^2 + k/\beta, \quad (k = c_1/c),$$

qui détermine les surfaces dont la première directrice passe par un point fixe.

Pour ces deux classes de surfaces, le théorème de L. Godeaux est vérifié.

Soit maintenant $\pi_{11} = p_{11} \neq 0$. En appliquant l'opérateur $\partial/\partial u$ sur (2.2_1) et $\partial/\partial v$ sur (2.2_2) et en tenant compte de (2.2), il résulte $p_{11vv} + p_{11v}(\log\beta)_v = 0$. De (2.2_3) on a alors $\beta p_{11u} + 2p_{11}\beta_u = 0$. Donc

$$(2.7) \qquad p_{11v} = U(u), \quad p_{11}\beta^2 = V(v),$$

et l'on voit tout de suite qu'il faut exclure le cas $V(v) \equiv 0$, car on suppose $\beta \neq 0$. Nous avons donc à analyser les cas suivants:

1°. $U \equiv 0$.

Dans ce cas $p_{11} = p_{11}(u)$, V pouvant être une constante ou une fonction de v.

Soit d'abord $V \equiv C_1^2$. En posant $p_{11} = 1/\varphi^2(u)$ il résulte de (2.7) $\beta = \pm C_1\varphi(u)$. De (2.2″) et (2.2_2) on a $\beta_u = 0$. Donc $p_{11} = k_1$ ($k_1 = \text{const.}$) et les conditions d'intégrabilitée (2.2) sont satisfaites. *Les surfaces correspondantes* (x) *sont des surfaces de coïncidence minimales projectives* [4] *avec* $p_{11} = k_1$ *et* $p_{22} = 0$ et les développables de la congruence parabolique engendrée par les premières directrices sont $du^2 = 0$.

BUDAPEST KÖZPONTI EGYETEMI KÖNYVTÁR 1848

Soit maintenant $V = V(v)$. En posant $p_{11} = f(u)$, il résulte $\beta^2 = V/f$, d'où $\theta_{uv} = 0$. Des premières deux conditions (2.2) il résulte $\beta_u = \beta_v = 0$ et l'on obtient de nouveau des surfaces de coïncidence minimales projectives.

2°. $U = 2C \neq 0$.

Dans ce cas nous considérons aussi d'abord le cas $V = C_1 \neq 0$. De (2.7) on déduit

$$\beta = 1/[F(u) + av], \quad p_{11} = C_1 [F(u) + av]^2, \quad (a, C_1 = \text{const.}). \tag{2.8}$$

De (2.2_1), (2.8) et $(2.2'')$ il résulte

$$F'a = 1. \tag{2.9}$$

Mais alors de (2.2_2) nous avons $F + av = 0$, c'est-à-dire $F(u) \equiv a \equiv 0$, ce que l'on doit exclure.

Soit alors $V = V(v) = 1/\varphi'^2(v)$ $(\varphi'(v) \neq 0)$. De (2.7) on a $2C/\beta = 1/[\beta^2 \varphi'^2(v)]'_v$. Donc $\beta_v + \varphi'' \beta/\varphi' + C\beta^4 \varphi'^4/2 = 0$ et en intégrant on trouve

$$\beta = 1/\{\varphi'(u)[\psi(u) + C\varphi]\}. \tag{2.10}$$

De (2.7) il résulte $(\sqrt{p_{11}})_v = C\varphi'$. Par conséquent $p_{11} = (C\varphi + F(u))^2$ et de (2.7_2) $F(u) = \psi(u)$. Donc

$$\beta = 1/[\varphi'(F + C\varphi)], \quad p_{11} = (C\varphi + F)^2. \tag{2.11}$$

En calculant à l'aide de $(2.2'')$ θ_u, θ_v, il résulte de (2.2_1) et (2.2_2):

$$\begin{cases} C/\varphi'^3 + \varphi''(C\varphi + F)/\varphi'^5 - C^2 F' = 0, \\ 4C\varphi'^3 (C\varphi + F)^4 + 3F' + C\varphi'^3 F''(C\varphi + F) - 3C\varphi F'^2 = 0. \end{cases} \tag{2.12}$$

En appliquant l'opérateur $\partial/\partial v$ sur (2.12_1) on obtient

$$(C/\varphi'^3) + (\varphi''/\varphi'^5)'_v (C\varphi + F) + C\varphi''/\varphi'^4 = 0. \tag{2.12'}$$

En appliquant maintenant sur (2.12') l'opérateur $\partial/\partial v$ il résulte, en tenant compte de (2.12'),

$$F'(\varphi''/\varphi'^5)'_v = 0. \tag{2.12''}$$

Si $F' = 0$, alors de (2.12_2) il résulte $C = 0$, ce qu'on doit exclure. Donc $\varphi''/\varphi'^5 = C_1$ avec $C_1 \neq 0$, car $\varphi' \neq \text{const}$. De (2.12_1) on a alors

$$C/\varphi'^3 + C_1 (C\varphi + F) - C^2 F' = 0. \tag{2.12'''}$$

En dérivant par rapport à v nous obtenons $C_1 - 3\varphi''/\varphi'^5 = 0$. Donc $C_1 = 0$. Par conséquent le cas $U = 2C \neq 0$ et $V = V(v)$ doit être exclus.

3°. $U = C_1 \varphi(u)$; $V = C_1/2$, $(C_1 \neq 0)$.

Par intégration on obtient de (2.7)

$$\beta = 1/[v\varphi + F(u)], \quad p_{11} = C_1 (F + v\varphi)^2/2. \tag{2.13}$$

En tenant compte de $(2.2'')$ il résulte de (2.2_1):

(2.13′) $$\varphi\varphi'(F+v\varphi)+(1-\varphi^2)(F'+v\varphi')=0$$

et en appliquant l'opérateur $\partial/\partial v$ on a $\varphi\equiv$const. Ce cas a été déjà considéré.

4°. $U=U(u)$ et $V=V(v)$.

Pour simplifier posons $\beta p_{11v}=2U$, $p_{11}\beta^2=V(v)$. Donc $2\beta U+2V\beta_v/\beta=$ $=V'$, et en posant $\sqrt{V}=1/\varphi'(v)$ on obtient par intégration

(2.14) $$\beta=1/\{\varphi'[F(u)+\varphi U]\},\quad p_{11}=[F(u)+\varphi U]^2.$$

En tenant compte aussi de (2.2″) il résulte que la troisième condition (2.2) est satisfaite identiquement. Les deux premières conditions (2.2) deviennent

(2.15) $$\begin{cases} U'(F+\varphi U)-U(F'+\varphi U')+F\varphi''/(U\varphi'^5)+\varphi''/\varphi'^5+1/\varphi'^3=0, \\ 2U(F+\varphi U)^4+3(F'+\varphi U')/3+3U'(F'+\varphi U')(F+\varphi U)- \\ \quad -3U(F'+\varphi U')^2+U(F''+\varphi U'')(F+\varphi U)-U''(F+\varphi U)^2=0. \end{cases}$$

En dérivant la première par rapport à u et le résultat par rapport à v on a

(2.15′) $$(F/U)'_u(\varphi''/\varphi'^5)'_v=0.$$

Supposons d'abord $(\varphi''/\varphi'^5)'_v=0$. Donc $\varphi'=(bv+b_1)^{-1/4}$, (b, $b_1=$const.). En introduisant cette valeur dans (2.15_1) il résulte

(2.15″) $$U''(F+\varphi U)-U(F'+\varphi U')-bF/(4U)+(bv+b_1)^{3/4}-b\varphi'/4=0.$$

En opérant maintenant avec $\partial/\partial v$ on obtient

$$(bv+b_1)^{-1/4}=\varphi'=0,$$

ce que l'on doit exclure.

Il ne reste pas que de considérer le cas $F/U=a$ ($a=$const.). Dans ce cas les (2.15) donnent

(2.15‴) $$\varphi''(a+\varphi)+\varphi'^2=0;\quad 2(a+\varphi)^3\varphi'^3+3U'/U^5=0.$$

De la deuxième relation il résulte $2\varphi'^3(a+\varphi)^3=-3U'/U^5=2b^3$ ($b=$const.).

Par conséquent

(2.15⁗) $$a\varphi'+\varphi\varphi'=b.$$

On observe que ($2.15'''_1$) est une conséquence de (2.15⁗), et en intégrant nous avons

(2.16) $$\varphi+a=\pm[2(bv+b_1)+a^2]^{1/2}.$$

Enfin de $-3U'/U^5=2b^3$ on a

(2.16′) $$U=(3b^3u+b_2)^{-1/4},\ (b_2=\text{const.}).$$

Donc nous trouvons des surfaces qui satisfont au problème. Elles sont déterminées par

(I) $$\begin{cases} \beta=\gamma=\pm 2(3b^3u+b_2)/b,\quad \exp(-\theta)=C\beta, \\ p_{11}=[2(bv+b_1)+a^2](3b^3u+b_2)^{-1/2},\quad p_{22}=0. \end{cases}$$

Si l'on suppose $\pi_{11} = p_{11} = 0$ et $\pi_{22} = p_{22} \neq 0$, on trouve des *surfaces de coïncidence minimales projectives* avec $p_{11} = 0$, $p_{22} = k_2$ et les surfaces que l'on détermine avec

$$(II) \qquad \begin{cases} \beta = \gamma = \pm 2(3b^3 v + b_2), \quad \exp(-\theta) = C\beta, \\ p_{22} = [2(bu + b_1) + a](3b^3 v + b_2)^{-1/2}, \quad p_{11} = 0. \end{cases}$$

En conclusion, il existe des surfaces dont les premières directrices de Wilczynski engendrent des congruences paraboliques sans être des gerbes. Naturellement les secondes directrices de ces surfaces engendrent aussi, des congruences paraboliques sans appartenir à des plans fixes.

Reçue le 6 X 1964

Institut Polytechnique, Jassy
Chaire de Mathématiques I

BIBLIOGRAPHIE

1. Fubini G., Čech E., *Geometria proiettiva differenziale.* N. Zanichelli, Bologna, 1926.
2. Godeaux L., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1963, **IX (XIII)**, *1—2*, pp. 25—30.
3. Marcus F., An. şt. Univ. „Al. I. Cuza" Iaşi, s. I, 1961, **VII**, pp. 299—306.
4. Marcus F., Comun. Acad. R. P. R., 1955, V, *2*, pp. 307—310.

SUPRAFEŢE AVÎND DIRECTOARELE LUI WILCZYNSKI CU FOCARE CONFUNDATE

(Rezumat)

Se demonstrează că în opoziţie cu o teoremă dată în [1] există suprafeţe ale căror directoare au punctele focale confundate fără să coincidă cu un punct fix. Numai suprafeţele lui Ţiţeica-Wilczynski şi o clasă particulară de suprafeţe de coincidenţă minime proiective satisfac teorema lui Godeaux din [1].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. D. 519.311 ; 517.37

CRITERI SUFFICIENTI IN GENERALI PROBLEMI DI CALCOLO DELLE VARIAZIONI RIGUARDANTI INTEGRALI PLURIDIMENSIONALI D'ORDINE QUALSIVOGLIA NEL VETTORE MINIMANTE A PIÙ COMPONENTI

DI

MAURO PICONE

1. Introduzione

In una serie di Note e Memorie del tutto recenti, inserite dall'autore nei *Rendiconti* oppure negli *Atti della Accademia Nazionale dei Lincei* [1]...[3], sin d'ora sfruttate dagli altri studiosi, tra cui ci piace ricordare il nostro discepolo D. Mangeron con i suoi studi concernenti la programmazione dinamica e l'applicazione di una nuova tecnica variazionale alle nuove classi di equazioni alle derivate totali d'ordine qualunque [4], [5], si sono considerati noti criteri necessari e nuovi criteri sufficienti per il minimo assoluto di integrali pluridimensionali che dipendono da un arbitrario numero di funzioni reali di variabili reali, queste pure in numero arbitrario (eguale alla dimensione dell'integrale), e dalle derivate parziali di quelle, di cui è, del pari, lasciato arbitrario il massimo ordine.

Se ne sono ricavati teoremi di unicità per le soluzioni di taluni tipi di equazioni funzionali, le quali comprendono, come casi particolari, le equazioni di Eulero-Lagrange delle esstremali competenti agli integrali considerati, con le condizioni del classico problema di Dirichlet ed anche con condizioni più generali, consistenti nel prescrivere alla soluzione i risultati di arbitrarie operazioni distributive fatte su di esse.

In una nuova accezione degli autovalori per un parametro da cui dipendono le dette equazioni, se ne deducono, infine, teoremi sui quali può fondarsi la loro separazione, teoremi che hanno, come caso particolare, il ben noto utilizzato da Ritz per lo stesso scopo.

In questa Nota ed in una successiva saranno esposti, seguendo [1], alcuni teoremi nell'ordine di idee di cui sopra.

2. Il problema generale di calcolo delle variazioni

Per una funzione reale $u(x_1, x_2,..., x_r)$ delle r variabili reali $x_1, x_2,..., x_r$, di classe μ, le sue derivate parziali, da quelle del primo a quelle d'ordine μ, sono in numero di $[(\mu + r)!/\mu!\,r!] - 1$. Denoterò con (μ, r) tale numero e, numerate con una certa regola prestabilita, tutte quelle derivate, denoterò col simbolo

$$\mathcal{D}_h u, \quad (h = 1, 2,..., (\mu, r)),$$

la derivata parziale della u alla quale compete il numero h e con $\mu_h (\leqslant \mu)$ l'ordine di tale derivata. Designerò, inoltre, con A un dominio regolare dello spazio reale euclideo X, a r dimensioni, il cui punto generico sia indicato con x, e con $x_i, x_j,..., x_r$, lo siano le sue coordinate; $\mathcal{F}A$ la frontiera di A; $\overset{*}{y}(x)$ un assegnato vettore a n componenti reali $\overset{*}{y}_i(x)$, $(i = 1, 2,..., n)$, funzioni del punto x, continue nel dominio A; $\varrho'(x)$ e $\varrho''(x)$ due vettori a n componenti reali $\varrho'_i(x)$, $\varrho''_i(x)$, $(i = 1, 2,..., n)$, funzioni del punto x, definite nel dominio A, potendo queste divenire o essere sempre infinite, verificanti le condizioni:

$$\left.\begin{aligned} \varrho'_i(x) \geqslant 0,\ \varrho''_i(x) \geqslant 0, \text{ per } x \in A \\ \varrho'_i(x) + \varrho''_i(x) > 0, \text{ per } x \text{ nell'interno di } A \end{aligned}\right\} (i = 1, 2,..., n);$$

Y lo spazio reale euclideo ad n dimensioni il cui punto generico sia indicato con y e con $y_1, y_2,..., y_n$ lo siano le sue coordinate; $R(x)$ un dominio rettangolare dello spazio Y, funzione del punto x, definita in A, dal verificarsi delle condizioni:

$$x \in A, \quad \overset{*}{y}_i(x) - \varrho'_i(x) \leqslant y_i \leqslant \overset{*}{y}_i(x) + \varrho''_i(x), \quad (i = 1, 2,..., r);$$

$B[\overset{*}{y}(x), \varrho'(x), \varrho''(x)]$ l'insieme, supposto un dominio, dello spazio $X \times Y$, del punto $(x, y) \equiv (x_1, x_2,..., x_r, y_1, y_2,..., y_n)$ a $r + n$ dimensioni, luogo dei punti per i quali si ha $x \in A$, $y \in R(x)$; C un campo convesso (cioè un insieme aperto convesso) dello spazio reale euclideo P a $n \cdot (\mu, r)$ dimensioni, il cui punto generico sia indicato con p e con p_{ih} $(i = 1, 2,..., n;\ h = 1, 2,..., (\mu, r))$ lo siano le sue coordinate; $E^{(\nu)}$, essendo ν un fissato numero naturale non inferiore a μ, un assegnato insieme di vettori $y(x)$, a n componenti reali $y_1(x), y_2(x),..., y_n(x)$, funzioni del punto x, di classe ν in A, per ciascuno dei quali, per x in A, il punto

$$[x, y(x)] \equiv [x_1, x_2,..., x_r; y_1(x), y_2(x),..., y_n(x)]$$

è in B e, posto

$$p_{ih} = \mathcal{D}_h y_i(x), \quad (i = 1, 2,..., n;\ h = 1, 2,..., (\mu, r)),$$

il punto

$$\mathcal{D}_h y_i(x), \quad (i = 1, 2,..., n;\ h = 1, 2,..., (\mu, r))$$

è in C;

$$f(x, y, p) \equiv f((x_1, x_2, \ldots, x_r, y_1, y_2, \ldots, y_n; p_{11}, p_{12}, \ldots, p_n, (\mu, r))$$

un'assegnata funzione reale del punto (x, y, p) continua nell'insieme $B \times C$ dello spazio $X \times Y \times P$.

Designando, per ogni vettore $y(x)$ di $E^{(\nu)}$, con $\mathcal{D}y(x)$ la matrice iperjacobiana

$$\left\{ \begin{array}{llll} \mathcal{D}_1 y_1(x) & \mathcal{D}_2 y_1(x) & \ldots & \mathcal{D}_{(\mu,r)} y_1(x) \\ \mathcal{D}_1 y_2(x) & \mathcal{D}_2 y_2(x) & \ldots & \mathcal{D}_{(\mu,r)} y_2(x) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \mathcal{D}_1 y_n(x) & \mathcal{D}_2 y_n(x) & \ldots & \mathcal{D}_{(\mu,r)} y_n(x) \end{array} \right\},$$

come con p designerò la matrice

$$\left\{ \begin{array}{llll} p_{11} & p_{12} & \ldots & p_{1,(\mu,r)} \\ p_{21} & p_{22} & \ldots & p_{2,(\mu,r)} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ p_{n1} & p_{n2} & \ldots & p_{n,(\mu,r)} \end{array} \right\},$$

dall'identità

$$I_f(y) \equiv \int_A f[x, y(x), \mathcal{D}y(x)]\, dx$$

riesce definito, nell'insieme $E^{(\nu)}$, un funzionale $I_f(y)$ del vettore $y(x)$, che sarà detto *un integrale r-dimensionale, di* μ^{mo} *ordine, dipendente da un vettore a più componenti,* e il problema generale di Calcolo delle variazioni, che, in primo luogo, mi propongo di considerare, seguendo la prima parte della mia Memoria [1], ha il seguente enunciato:

Dare criteri sufficienti affinchè un fissato vettore $\overset{\circ}{y}(x)$ *dell'insieme* $E^{(\nu)}$ *conferisca al funzionale* $I_f(y)$ *il minimo (il massimo) valore fra tutti quelli che esso assume nell'insieme* $E^{(\nu)}$.

I primi criteri sufficienti furono dati da Weierstrass, nel caso in cui l'integrale $I_f(y)$ sia unidimensionale, $r = 1$, o bidimensionale, $r = 2$, sia del primo ordine, $\mu = 1$, e il vettore $y(x)$ si riduca ad uno scalare, $n = 1$.

Nel 1922, nel mio corso di Analisi superiore all'Università di Catania e al Congresso della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, colà tenutosi nello stesso anno, considerai alcuni criteri sufficienti negli casi trattati da Weierstrass, criteri che risultano meno restrittivi di quelli datti dal grande autore.

Se si approfondiscono le analisi che conducono a questi criteri si vede-alla fine-che tutto consiste nella costruzione e nell'impiego di quelle funzioni che, in una mia Memoria Lincea del 1961 [2], dedicata al caso in cui l'integrale $I_f(y)$ è del primo ordine e ad un particolare insieme $E^{(\nu)}$, ho chiamato *funzioni d'invarianza relative a quell'insieme.*

Nella presente e nelle successive Note, considererò, in condizioni di grande generalità e per la funzione $f(x, y, p)$ e per l'insieme $E^{(\nu)}$, il metodo della funzione d'invarianza, per l'ottenimento di criteri sufficienti di

minimo (di massimo) assoluto per l'integrale $I_f(y)$ in quell'insieme ed indicherò, in secondo luogo, l'applicazione dei criteri ottenuti alla separazione degli autovalori-concepiti in una generalità che reputo nuova-per un parametro da cui dipendono certe equazioni funzionali, che, in casi particolari importanti, possono ridursi al sistema di equazioni a derivate parziali di Eulero-Lagrange, con condizioni sul dominio o alla frontiera, anche di tipo integrale.

3. Alcuni criteri necessari

Conviene considerare, dapprima, come vado a fare in questo numero, alcune condizioni, da reputarsi note, necessarie per il minimo (per il massimo) allo scopo di ottenere che, apparendo esse fra le sufficienti, possano conferire a queste un'accettabile restrittività.

Dirò brevemente, che il vettore $\overset{\circ}{y}(x)$ di $E^{(\nu)}$ *rende minimo* (*massimo*) *o minimizza* (*massimizza*) $I_f(y)$ *in* $E^{(\nu)}$ se $I_f(\overset{\circ}{y})$ è il minimo assoluto (il massimo assoluto) di $I_f(y)$ in $E^{(\nu)}$, che $\overset{\circ}{y}(x)$ fornisce *il minimo proprio* (*il massimo proprio*) di $I_f(y)$ in $E^{(\nu)}$, o che $\overset{\circ}{y}(x)$ *minimizza propriamente* (*massimizza propriamente*) $I_f(y)$ in $E^{(\nu)}$, oppure che $I_f(\overset{\circ}{y})$ è *il minimo proprio* (*il massimo proprio*) di $I_f(y)$ in $E^{(\nu)}$, se si ha, in $E^{(\nu)}$,

$$I_f(y) - I_f(\overset{\circ}{y}) > 0 \,(<0), \quad \text{per } y(x) \not\equiv \overset{\circ}{y}(x).$$

Adotterò la seguente notazione semplificatrice. Se $\overset{\circ}{y}(x)$ indica un fissato vettore di $E^{(\nu)}$ e $\varphi(x, y, p)$ una funzione definita in $B \times C$, col simbolo $\overset{\circ}{\varphi}(x)$, indicherò la funzione del punto x, definita, in A, dall'identità:

$$\overset{\circ}{\varphi}(x) \equiv \varphi(x, \overset{\circ}{y}(x), \mathcal{D}\overset{\circ}{y}(x)).$$

Le derivate parziali del primo ordine, eventualmente esistenti, della funzione f, rispetto alle variabilli x_l, y_i, p_{ih}, saranno indicate coi simboli

$$f_{x_l}, f_{y_i}, f_{p_{ih}}, \quad (l = 1, 2, \ldots, r;\ i = 1, 2, \ldots, n;\ h = 1, 2, \ldots, (\mu, r)),$$

quelle del secondo ordine, coi simboli

$$f_{x_l x_{l'}}, \ldots, f_{y_i y_j}, f_{y_i p_{jh}}, f_{p_{ih} p_{jk}}$$
$$(l, l' = 1, 2, \ldots, r;\ i, j = 1, 2, \ldots, n \quad h, k = 1, 2, \ldots, (\mu, r)),$$

ecc.

Se la funzione f possiede, continue in $B \times C$, tutte le derivate parziali $f_{p_{ih}}$, dirò che una funzione $\overset{\circ}{y}(x)$ di $E^{(\nu)}$ è *regolare, rispetto alla funzione* f, se, supposto che sia $\mathcal{D}_h \equiv \partial^{k_1+k_2+\cdots+k_r}/\partial x_1^{k_1} \partial x_2^{k_2} \ldots \partial x_r^{k_r}$, la funzione

$$\overset{\circ}{f}_{p_{ih}}(x) \equiv f_{p_{ih}}(x, \overset{\circ}{y}(x), \mathcal{D}\overset{\circ}{y}(x)) \quad (i = 1, 2, \ldots, n;\ h = 1, 2, \ldots, (\mu, r)),$$

possiede, continue in A, tutte le derivate parziali

$$(\partial^{l_1+l_2+\cdots+l_r}/\partial x_1^{l_1}\partial x_2^{l_2}\ldots\partial x_r^{l_r})\overset{\circ}{f}_{p_{ik}}(x),$$

essendo $l_1 \leqslant k_1$, $l_2 \leqslant k_2, \ldots, l_r \leqslant k_r$.

Si il punto x è interno ad A, dirò che l'insieme $E^{(\nu)}$, o il problema di Calcolo delle variazioni che si considera, è *libero di condizioni nel punto* $\bar{x}$ se, essendo $\overset{\circ}{y}(x)$ un qualsivoglia vettore di $E^{(\nu)}$, per il quale il punto $[\bar{x}, \overset{\circ}{y}(\bar{x})]$ risulta interno a B, e $S(\bar{x})$ un arbitrario dominio circolare, interno ad A, con centro nel punto $\bar{x}$, esiste sempre un dominio circolare $T(\bar{x})$, in quello contenuto e a quello concentrico, tale che, comunque si definisca un vettore $\eta(x)$, di classe ν in A, per cui si abbia $\eta(x) \equiv 0$, per $x \in A - T(\bar{x})$, si possa sempre fissare un numero positivo $\sigma[\mu(x)]$ tale che, mantenendo la variabile reale t nell'intervallo $(-\sigma, \sigma)$, il vettore $y(x) \equiv \equiv \overset{\circ}{y}(x) + t\eta(x)$ appartenga sempre a $E^{(\nu)}$.

Dirò l'insieme $E^{(\nu)}$, o il problema, *libero di condizioni nell'interno di A*, se è tale in ogni punto x interno ad A.

É classico il teorema di Eulero-Lagrange:

1°. *Supposta la funzione f di classe uno in* $B \times C$, *rispetto alle variabili* y_i *e* p_{ih}, *se il problema è libero di condizioni nel punto* $\bar{x}$ *interno ad A, ogni funzione* $\overset{\circ}{y}(x)$ *che sia regolare* (è sottinteso „rispetto alla funzione $f(x, y, p)$) *e minimizzi* (*o massimizzi*) $I_f(y)$ *in* $E^{(\nu)}$, *per la quale il punto* $[\bar{x}, \overset{\circ}{y}(\bar{x})]$ *è interno a B, soddisfa nel punto* $\bar{x}$ *il sistema di equazioni di Eulero-Lagrange, a derivate parziali d'ordine* 2μ:

$$f_{y_i}[x, \overset{\circ}{y}(x), \mathcal{D}\overset{\circ}{y}(x)] + \sum_{h=1}^{(\mu,r)}(-1)^{\mu_h}\mathcal{D}_h f_{p_{ih}}(x, \overset{\circ}{y}(x), \mathcal{D}\overset{\circ}{y}(x)) = 0,$$

$$(i = 1, 2, \ldots, n).$$

Pertanto, nelle ipotesi ora dette, se il problema è libero di condizioni nell'interno di A, ogni funzione $\overset{\circ}{y}(x)$ *che sia regolare, per la quale il punto* $[x, \overset{\circ}{y}(x)]$ *sia sempre interno a B, per x interno ad A, che minimizzi* (*massimizzi*) $I_f(y)$ *in* $E^{(\nu)}$, *soddisfa il detto sistema, in ogni punto di A.*

Sussistono, ove si tenga conto delle definizioni, introdotti nella mia Memoria [1], che ne precisano le qualità dell'insieme $E^{(\nu)}$ di essere *convesso, di Dirichlet, totalmente libero di condizioni*, i teoremi seguenti.

2°. *Supposti l'insieme* $E^{(\nu)}$ *convesso e la funzione* $f(x, y, p)$ *di classe uno, in* $B \times C$, *rispetto alle variabili* y_i *e* p_{ih}, *se la funzione* $\overset{\circ}{y}(x)$ *minimizza* (*massimizza*) $I_f(x)$ *in* $E^{(\nu)}$, *per ogni funzione* $y(x)$ *di* $E^{(\nu)}$, *deve risultare*:

$$\int_A \sum_{i=1}^{n}\left[\overset{\circ}{f}_{y_i}(y_i - \overset{\circ}{y}_i) + \sum_{h=1}^{(\mu,r)}\overset{\circ}{f}_{p_{ih}}\mathcal{D}_h(y_i - \overset{\circ}{y}_i)\right]dx \geqslant 0\ (\leqslant 0).$$

3°. *Se la funzione* $f(x, y, p)$ *è di classe uno, in* $B \times C$, *rispetto alle variabili* y_i *e* p_{ih}, *ogni funzione* $\overset{\circ}{y}(x)$ *di* $E^{(\nu)}$, *che sia regolare, quasi minimante (quasi massimante)* $I_f(y)$ *in* $E^{(\nu)}$ *e per la quale il punto* $[\bar{x}, \overset{\circ}{y}(\bar{x})]$ *risulti interno al dominio* B, *essendo l'insieme* $E^{(\nu)}$ *libero di condizioni nel punto* $\bar{x}$, *è estremale in questo punto. Pertanto: se, per* x *interno ad* A, *il punto* $[x, \overset{\circ}{y}, (x)]$ *è sempre interno a* B *e il problema è libero di condizioni nell'interno di* A, *la funzione* $\overset{\circ}{y}(x)$ *è un estremale.*

4°. *Se l'insieme* $E^{(\nu)}$ *è convesso e libero di condizioni nell'interno di* A, *ogni funzione* $\overset{\circ}{y}(x)$ *che minimizzi (massimizzi)* $I_f(y)$ *in* $E^{(\nu)}$, *sia regolare (si* sottindente che la funzione $f(x, y, p)$ sia di classe una in $B \times C$, rispetto alle variabili y_i e p_{ih}) *e per la quale il punto* $[x, \overset{\circ}{y}, (x)]$ *è interno a* B *per ogni punto* x *interno ad* A, *è soluzione, in* A, *del sistema di equazioni di Eulero-Lagrange* $\mathcal{E}_f(y) = 0$, *mentre, sulla frontiera di* A, *deve essere tale che, per ogni funzione* $y(x)$ *di* $E^{(\nu)}$, *debba risultare*

$$\sum_{l=1}^{r} \sum_{i=1}^{n} \sum_{h=1}^{(\mu,r)} \sum_{\mu_{h'}+\mu_{h''}=\mu_h-1}^{(l)} (-1)^{\mu_{h'}} \int_{\mathcal{F}A} \mathcal{D}_{h'} \overset{\circ}{f}_{p_{ih}} \mathcal{D}_{h''} (y_i - \overset{\circ}{y}_i) \cos(x_l, N)\, d\sigma \geqslant 0 \ (\leqslant 0).$$

Pervenuta il 2 VII 1964

Accademia Nazionale dei Lincei, Roma, Italia

BIBLIOGRAFIA

1. Picone M., Atti Accad. Naz. dei Lincei, Anno **CCCLX**-1963, Memorie, Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. 8, 1963, **VII**, I, *3*, pp. 33-58.
2. — Atti Accad. Naz. dei Lincei, Anno **CCCLVIII**-1961, Memorie, Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. 8, 1961, **VI**, *6*, pp. 281-340.
3. — Rend. Accad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. 8, 1962, **32**, *1*, pp. 3-12.
4. Mangeron D., J. Math. Anal. a. Appl., 1964, **9**, *1*, pp. 141-146.
5. Mangeron D., Krivošein L. E., Rend. Accad. Naz. dei Lincei, Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. 8, 1964, **36**, *4*, pp. 451-456.

CRITERII SUFICIENTE ÎN PROBLEME GENERALE DE CALCULUL VARIAŢIILOR RELATIVE LA INTEGRALE MULTIDIMENSIONALE DE ORDIN OARECARE ÎN VECTORUL MINIMIZANT CU MAI MULTE COMPONENTE

(Rezumat)

Într-o serie de lucrări recente, inserate în publicaţiile *Academiei Naţionale dei Lincei* [1]...[3] şi folosite în particular de D. Mangeron în studiile sale privitoare la programarea dinamică şi la o nouă tehnică variaţională aplicată la o nouă clasă de ecuaţii de ordin superior cu derivate totale [4], [5], s-a expus un număr de noi criterii suficiente pentru minimul absolut al integralelor multidimensionale, dependente de un număr arbitrar de funcţii reale de variabile reale, în număr oarecare (egale cu dimensiunea integralei), precum şi de derivate parţiale ale acestor funcţii, avînd de asemenea arbitrar ordinul maxim.

În această Notă se expun o serie de teoreme relative la unele criterii necesare, urmînd ca într-un număr de Note ulterioare, care au, toate, fundamentarea necesară expusă în [1], să se prezinte, pe baza metodei funcţiilor de invarianţă, elaborată de autor, criterii suficiente pentru mulţimi funcţionale convexe.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. D. 502

SUR DIFFÉRENTES CLASSES DE SYSTÈMES ÉVOLUTIFS

PAR

TH. VOGEL

1. Nous nous proposons, dans cet exposé, de classer, suivant leurs propriétés les plus générales, les systèmes évolutifs objets de science, et de donner un aperçu des principaux résultats concernant les différentes catégories que nous aurons définies. A ce niveau d'exploration, la nature concrète des systèmes n'intervient pas, et si nous employons parfois un langage emprunté à la physique, c'est uniquement par habitude; dans la mesure où ces disciplines sont prêtes à subir l'épreuve d'un raisonnement strict, il pourrait aussi bien s'agir de biologie ou d'économie politique. La langue du raisonnement strict est la mathématique: nous aurons donc constamment recours à des notions mathématiques, mais non à des détails de calcul.

2. La science est une mise en ordre des résultats de nos observations concernant le monde sensible. Mais ces observations ne sont pas le contenu intellectuel (théoriquement inépuisable) du témoignage de nos sens, mais bien des extraits délibérément opérés de ce contenu, conformément à des idées *a priori* qui constituent déjà une pré-science. Au stade de notre réflexion actuelle, ces idées apparaissent comme des conventions arbitraires, peut-être pas plus mauvaises que d'autres, et dont la modification entraînerait, pour la mise en place de nouvelles disciplines, un travail disproportionné au bénéfice prévisible; nous conservons donc ce *substratum* tant que nous ne sommes pas convaincus de la nécessité d'une révolution dans telle discipline. L'objet de chaque discipline est une construction explicative, dont la matière est un ensemble (arbitraire et toujours révisable) d'éléments de témoignage sensible. De manière concrète, l'observateur porte son attention sur une réunion d'objets ou de parties d'objets ; il n'en retient que certaines qualités, celles qui l'intéressent pour l'étude qu'il se propose; il la délimite par rapport aux objets qui l'entourent, et précise par des hypothèses ses rapports avec ceux-ci. Il définit ainsi ce qu'on peut nommer un „système", notion qui est au centre de la réflexion scientifique aussi bien que de l'organisation des expériences. Donnons au physicien un morceau de verre, de la forme d'un parallélipipède rectangle: il en retiendra pour les besoins de son étude

les propriétés optiques, et l'objet deviendra le système „lame à faces parallèles", dépourvu de module d'Young, de constante diélectrique, etc.; ou les propriétés élastiques, et on aura le système „plaque élastique", dépourvu d'indice de réfraction et de couleur; ou les propriétés diélectriques, etc. Que s'il désire tenir compte à la fois des propriétés élastiques et des propriétés électriques, ou de telles autres, ce seront autant de nouveaux systèmes distincts évoqués, régis par des lois d'évolution différentes. On voit bien que la réflexion du théoricien, qu'il soit physicien ou démographe, prend pour objets *les relations entre des êtres qui ne sont plus* (volontairement) *connus et décrits que par quelques-unes de leurs propriétés*; mais cet énoncé est celui qui définit, pour Bourbaki, la réflexion mathématique: tout système objet de la réflexion théorique du physicien, du chimiste, de l'économiste, est *un être mathématique*. L'introduction de nombres dans l'expression des résultats d'observation n'est qu'un détail contingent: il y a longtemps (et au moins depuis Boole) qu'on sait que la mathématique n'est pas la science des nombres; et l'on peut raisonner correctement, nous y reviendrons, sur des observations qui ne seraient pas chiffrables.

3. Pour extraire ces êtres mathématiques de la richesse du témoignage sensible, portant sur les objets réels qui en sont le „support", il faut arrêter la liste des qualités retenues pour l'étude, et pour cela les définir; il faut, de plus, définir ce qu'on entend par „l'observation de l'état d'un système" muni de plusieurs qualités, et pour cela préciser la notion de simultanéité; on en profitera pour préciser la notion de temps, moins liée à celle de simultanéité qu'il ne pourrait le paraître.

Il s'agit de notions premières: il ist donc naturel que l'arbitraire des définitions, et leur lien avec la pré-science „naïve", soit visible. La seule façon „opérationnelle" de définir une qualité est d'en postuler l'existence directement sensible dans un certain nombre d'objets-témoins, qui la posséderaient à des degrés divers (et d'ailleurs non mesurables pour commencer). Pour toutes les qualités qui sont utilisées dans la physique déjà élaborée (et nous prenons ici exemple, non seulement sur la science qui nous est la plus familière, mais encore sur celle qui est sans doute la plus avancée dans la mise en ordre théorique), il s'est trouvé possible de ranger les états des témoins en des suites bien ordonnées; nous postulons donc que tel sera le cas pour toute qualité dont l'introduction est heureuse. Prenons, pour fixer les idées, la température, qualité qui semble ne pas admettre de métrique, et dont les manuels élémentaires disent qu'„elle n'est pas une grandeur": nous adopterons pour témoins une suite d'objets susceptibles de changer d'état (solide, liquide, gazeux) ou d'aspect (couleur) lorsqu'on les chauffe; lorsque le temoin A change d'aspect, nous dirons qu'il est à la température θ_A. D'autre part, nous savons construire (même si nous ne pouvons expliquer son fonctionnement) un appareil à deux bornes, susceptibles d'être reliées à deux témoins quelconques, et qui à la suite de cette opération prenne l'un de trois aspects possibles (par exemple: aiguille à gauche; aiguille au repos; aiguille à droite): nous dénotons ces trois aspects $<, \equiv, >$. Si la connexion AOB produit l'aspect $<$, nous écrivons $\theta_A < \theta_B$, et l'expérience montre alors que la connexion BOA donne $\theta_B > \theta_A$. La suite des états θ est totalement ordonnée, et elle est finie ou dénombrable, à condition de

ne pas distinguer entre eux des états A et B tels que la connexion AOB donne l'aspect $\equiv$. Enfin, pour un appareil O donné, cette suite pourra être saturée, c'est à dire qu'on pourra en général interpoler entre A et B un témoin C_1 tel que

$$\theta_A < \theta_{C_1} < \theta_B ,$$

mais qu'en continuant ce processus d'interpolation de C_2 entre C_1 et B, de C_3 entre C_2 et B, etc., on arrivera à un C_n tel que tout C_{n+1} pour lequel $\theta_{C_{n+1}} > \theta_{C_n}$ satisfasse à $\theta_{C_{n+1}} \equiv \theta_B$ ou à $\theta_{C_{n+1}} > \theta_B$. Nous supposerons dans la suite que, pour toute qualité étudiée, on a une suite saturée totalement ordonnée d'états-témoins.

Il pourra évidemment arriver que, cherchant à définir une qualité nouvelle, on ne puisse trouver une telle suite: c'est qu'alors cette étude n'est pas prête pour la réflexion mathématique; et il ne serait pas impossible qu'elle n'y parvînt jamais, l'intuition de l'observateur l'ayant mal guidé dans sa conception de la qualité dont il s'agit. On peut penser que tel était le cas pour certaines qualités envisagées par les alchimistes, la „noblesse" des métaux, par exemple.

4. Si le système étudié n'est défini que par une seule qualité, on appellera observation de son état la photographie par étincelle de ce qu'affiche l'appareil, ou toute opération équivalente. Si plusieurs qualités entrent en ligne de compte, l'observation consistera à photographier par une même étincelle, sur une même plaque, ce qu'affichent les différents appareils, ou à effectuer une opération équivalente à celle-ci. Il est évident que ces énoncés sont sommaires, et prêtent à diverses objections, mais si l'on veut bien se placer au point de vue indiqué, on n'aura pas de peine à raffiner ces définitions, si on le juge utile. Il reste que nous sommes capables de définir avec toute la précision opératoire désirable une observation simultanée de plusieurs appareils, sans faire intervenir la notion de temps. Cette observation de n qualités donne un n-uple d'éléments pris dans les suites saturées correspondantes d'états-témoins, lesquelles, indépendantes du système, peuvent être considérées comme des données. Il est clair que lorsque ces suites sont finies ou dénombrables, chaque élément d'observation peut être appliqué dans N (ou, si l'on désire avoir un „état zéro", dans Z), de sorte que toute observation pourra être représentée par un point d'un espace numérique. Il pourra aussi se faire que la saturation de la suite des états-témoins apparaisse comme provisoire, les perfectionnements des appareils permettant d'intercaler de temps à autre de nouveaux états intermédiaires: on se permettra alors, par une hypothèse qui ne semble pas présenter grand danger, d'appliquer la suite dans R, et l'état du système lors d'une observation sera alors représenté par un point de R^n. Quelles que soient d'ailleurs les propriétés topologiques de l'espace de représentation, il sera bien défini; on l'appellera l'*espace de phase* du système, ses points seront des *affixes* possibles du système. Toute observation donnera un affixe bien déterminé.

5. Nous pensons que l'immense majorité des systèmes susceptibles d'étude peuvent être représentés dans un espace numérique, pas nécessairement continu, mais certainement métrique, c'est à dire tel qu'on peut y définir une

fonction de deux points satisfaisant aux conditions classiques qui en feraient une „distance". On entend souvent des physiciens affirmer que tel plan ou espace de phase „n'est pas métrique", alors qu'ils tracent les courbes d'évolution sur du papier millimétré : il y a là un malentendu que nous voudrions essayer de dissiper. Le physicien veut dire, par exemple, que le carré d'une température ajouté au carré d'un volume n'est pas une grandeur qu'il puisse interpréter ; mais une fois que l'on a établi la légitimité d'une application d'un ensemble dans un autre, nous pouvons travailler sur l'ensemble des images suivant les règles qui lui sont propres, sans tourner continuellement nos regards vers les originaux : c'est là à la fois un principe essentiel et un avantage énorme des mathématiques. De même, une approximation mathématiquement justifiée n'a pas à être interprétée comme consistant à négliger tel effet ou tel phénomène. On a écrit beaucoup de sottises au sujet de l'intégrale de Fourier parce que, au lieu d'y voir une transformation abstraite, on cherchait à lui donner une signification physique : d'où, par exemple, ces „signaux avantcoureurs" qui annonçaient un phénomène qui ne s'était pas encore produit, etc.

6. Parmi les systèmes observables, certains possèdent une propriété remarquable : c'est que le même état ne peut être observé deux fois. Il en existe dans la nature, au moins dans la limite des observations susceptibles d'être faites par le même observateur : la croissance d'un arbre ou d'un stalagmite, par exemple, ou mieux encore la radioactivité naturelle d'un corps soustrait aux influences extérieures ; on peut aisément en construire d'artificiels, tel un compteur entraîné par un poids qui aurait suffisamment de jeu pour descendre. Les systèmes de cette classe peuvent être nommés garde-temps, et l'état observable de chacun d'eux est un *temps*. Ce qui caractérise un temps, ce n'est pas l'uniformité de son déroulement (uniformité par rapport à quoi ?), mais son irréversibilité ; tout phénomène irréversible peut servir à définir un temps. Tout temps permet un repérage non ambigu des états d'un système quelconque, de la même façon que la pagination permet de répérer tel passage d'un livre. Comme les qualités dont il a été question tout à l'heure, tout temps peut être appliqué dans N, ou dans Z, ou dans R, espaces à une dimension que nous noterons T lorsqu'ils sont ainsi utilisés. Si une observation du garde-temps donne un résultat repéré par t_0 T, on nommera $T_< \{t : t < t_0\}$ le „passé" et $T_> \{t : t > t_0\}$ l'„avenir" par rapport à l'instant considéré t_0, qui est l'„instant présent".

On appellera *évolution* d'un système la suite des états observés rangée dans un ordre tel que chaque élément de cette suite a été observé à un instant situé dans l'avenir par rapport à l'instant d'observation de l'élément précédent ; il est bien évident que l'évolution du même système par rapport à des temps différents peut être différente, mais que le graphe de deux telles représentations est toujours monotone dans l'une et dans l'autre échelle des temps.

Pour observer un système évolutif, il faut donc disposer à la fois des appareils sensibles à ses différentes qualités et d'un garde-temps, et photographier par la même étincelle, sur une même plaque, les indication affichées par ceux-là et par celui-ci. L'ensemble photographié est un point de l'espace produit cartésien de l'espace de phase E par T (univers de phase) ; l'ensemble des points d'univers observés forme la ligne d'univers du système,

la projection de celle-ci sur l'espace de phase est la trajectoire. Cette trajectoire débute par un affixe initial, celui qui représente le système au début de l'observation. Mais celle-ci peut-elle débuter sans ambiguïté à n'importe quel instant ? cette question est très importante, et nous y reviendrons ; pour l'instant, il suffit de dire que l'état „initial" est obtenu par l'expérimentateur en usant de moyens qui ne font pas partie du système, et sans s'assujettir à aucune loi ; par exemple, telle partie du système sera portée à une certaine température par des moyens quelconques (source chaude extérieure, par exemple) ; une fois le système amené à l'affixe désiré, l'expérimentateur cesse d'agir sur lui, et observe son évolution ultérieure. Bien entendu, le système peut être continuellement soumis à l'action de forces extérieures prescrites dans sa définition, mais ces forces sont indépendantes de l'action de l'observateur.

Pour connaître un système, il faut avoir observé son évolution à partir de tous les affixes initiaux possibles ; ceux-ci forment un sous-espace de l'espace de phase, généralement fini. La réunion des trajectoires issues des points de ce sous-espace est le faisceau des trajectoires possibles.

7. L'hypothèse fondamentale de la théorie des systèmes évolutifs est celle du déterminisme : nous admettons que toute évolution est l'effet nécessaire d'un certain nombre, fini ou non, de facteurs, dont la connaissance suffirait à permettre de prédire la ligne d'univers du système. Cet ensemble de facteurs peut être nommé la cause de l'évolution, et considéré à son tour comme un élément d'un ensemble, celui des causes possibles pour un système de la nature considérée. Mais la définition du système comme être mathématique entraîne la conséquence que chaque cause ne saurait contenir d'autres facteurs que ceux qui définissent en principe le système, et en dehors de quoi il n'a pas d'existence : car s'il y avait un autre facteur causal, il influencerait le système, et serait donc une „qualité" de ce dernier, oubliée dans le recensement qui a permis de construire l'espace de phase. Chaque cause possible ne saurait donc être qu'un ensemble de points de l'univers de phase, rien d'autre n'existant pour nous au cours de notre étude. L'ensemble des causes est donc un espace F, qu'on peut munir de la topologie induite par $E \times E \times \cdots \times E \times T \times \cdots \times T$. La ligne d'univers et la trajectoire du système seront définies par les applications u et f :

$$F \xrightarrow{u} E \times T \xrightarrow{f} E.$$

Ces lois d'évolution se prêteront d'autant mieux à une étude *in abstracto* que l'espace des causes F sera plus simple.

A cet égard, le cas le plus élémentaire est celui où F se réduit à un poins de E : le point d'univers initial détermine toute l'évolution ultérieure,

$$(P, t_0) \Longrightarrow (P', t) ; \quad P'(t) = f(P, t_0 \mid t).$$

Pour que la loi f soit acceptable, il faut que t_0 soit élément neutre de la correspondance :

$$\forall P \in E : \exists t_0 \in T \{ f(P, t_0 \mid t_0) = P \}.$$

Les systèmes qui admettent pour cause leur état initial, et qui satisfont aux relations précédentes, peuvent être nommés *fatals*. On pourra distinguer

parmi eux deux classes importantes : celle des systèmes qui ne dépendent que d'un „temps intérieur", et celle dont l'évolution est, en quelque sorte, plongée dans une histoire indépendante d'eux. Pour les systèmes de la première classe, qu'on pourra nommer *introvertis*, t et t_0 n'interviennent que par leur différence, $f = f(P, t - t_0)$. Les autres, où t intervient indépendamment de t_0, seront les systèmes *extravertis ;* tels seront, par exemple, les systèmes sur qui s'exerce une force extérieure fonction du temps.

A leur tour, les systèmes introvertis peuvent être distingués en systèmes transitifs et en non transitifs : les premiers sont ceux dont l'affixe peut être considéré comme l'évolué de *l'un quelconque* de ses antécédents pris comme point de départ ; autrement dit, si $P' = f(P, t')$ et $P'' = f(P, t'')$, on pourra considérer P'' comme l'évolué de P' pour un mouvement qui débuterait à l'instant t', c'est à dire dont le nouveau „temps intérieur" serait $t - t'$. On aurait alors

$$P'' = f(P, t'') = f(P', t'' - t') = f(f(P, t'), t'' - t'),$$

c'est à dire que l'application f serait transitive ; pour tous P, a, b, on devrait avoir la relation

$$f(f(P, a), b) = f(P, a + b).$$

Remarquons qu'on aurait alors en particulier, pour $b = -a$,

$$f(P', -a) = f(P, 0) = P,$$

en d'autres termes, l'évolution pourra aussi bien être étudiée en remontant le cours du temps qu'en le descendant, passé et avenir jouant le même rôle. On pourra nommer les systèmes qui jouissent de cette propriété *systèmes amphidromes :* on y reconnaîtra le prototype des systèmes de la mécanique classique.

Enfin, les systèmes amphidromes seront dits *dynamiques* si l'application f est continue et univoque.

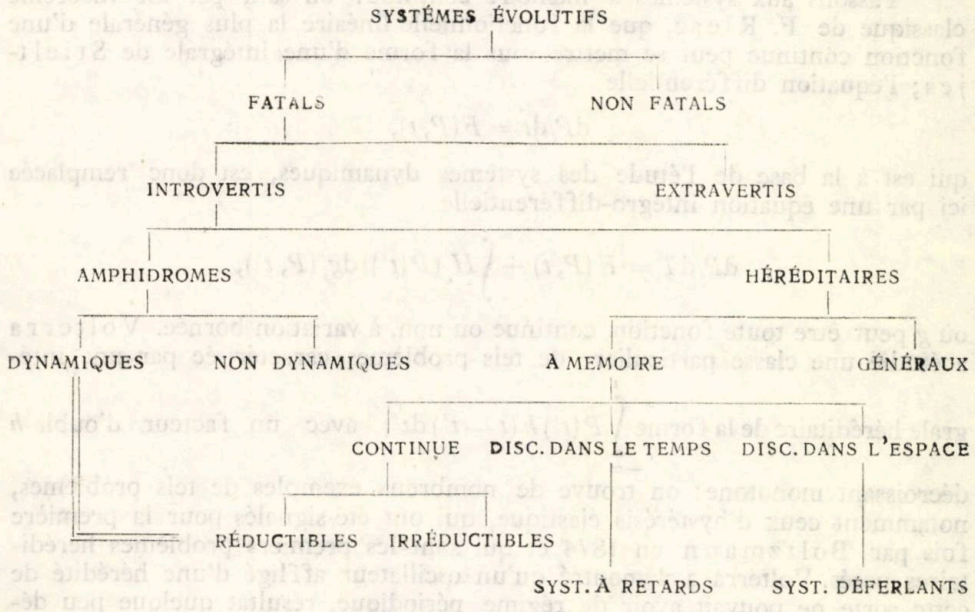
Résumons : si le système est fatal extraverti, il existe pour lui un temps absolu et un point d'univers initial privilégié, à partir de quoi on peut déterminer toute l'évolution ultérieure. Si le système est fatal et introverti, il n'y a pas de temps absolu, mais il existe un affixe initial privilégié ; toutes les évolutions débutant en cet affixe se déduisent l'une de l'autre par changement de l'origine des temps. Si le système introverti est amphidrome, il n'y a pas d'affixe initial privilégié, tout affixe observé peut être pris pour point de départ de l'évolution antérieure et ultérieure.

8. Hors le cas amphidrome, l'observation d'un point d'univers ne permet aucune déduction, à moins qu'il ne s'agisse précisément du point initial d'un système fatal. Mais il est clair que pour tout système fatal la connaissance du passé contient celle du point initial, et suffit par conséquent à la prédiction de l'avenir. Encore faut-il, pour connaître le passé, savoir repérer les temps de façon absolue, en général. Pour un système amphidrome, la variation du point d'univers dans le temps est une fonction du point observé ; pour le système fatal général, elle est une fonctionnelle de tous les points d'univers passé, fonctionnelle qui pourra dépendre explicitement de l'instant initial, des instants passés et de l'instant présent. Si, sans être amphidrome,

le système fatal est cependant introverti, la fonctionnelle ne dépendra que des instants décomptés à partir de l'instant présent. On peut dire, dans le langage d'Emile Picard et de Vito Volterra, que tout système fatal non amphidrome est *héréditaire*; et il apparaît immédiatement que, réciproquement, tout système héréditaire est fatal. Il faut d'ailleurs remarquer que l'action héréditaire peut être à support compact sans que le système fasse exception à cette règle: si l'avenir n'est influencé que par un passé relativement récent, tout se passe comme si l'instant initial était situé à la borne antérieure de ce passé, et se déplaçait avec lui; on pourra prédire l'évolution future si l'on ne connaît que cet instant initial fictif, mais pour reconstituer toute l'histoire du système, il sera indispensable de connaître le véritable début de l'évolution, de sorte que le système est bien fatal.

Parmi les systèmes héréditaires, on peut distinguer comme particulièrement simples ceux où la fonctionnelle est linéaire, c'est à dire ceux où les effets des états passés s'accumulent sans interaction: nous dirons que de tels systèmes sont doués de *mémoire*. D'ailleurs, la mémoire pourra être une fonction continue du point d'univers, ou bien être discontinue dans le temps, ou enfin être discontinue dans l'espace de phase; autrement dit, le système pourra conserver la mémoire de tous ses états passés, ou bien celle des seuls événements qui ont eu lieu à des instants privilégiés (repérés dans l'absolu ou par rapport à l'instant présent), ou enfin celle des seuls événements particuliers „traumatisants", quelle que soit l'époque à laquelle ils ont eu lieu. Enfin, la mémoire pourra être inaltérable, ou affectée d'un *facteur d'oubli*, qui donnera plus de poids au passé récent qu'aux événements lointains.

Nous pouvons dresser l'arbre généalogique suivant des systèmes évolutifs:



Nous nous expliquerons plus bas sur les dernières indications portées sur cet arbre.

9. Que savons-nous sur ces différentes familles de systèmes? Rien de général sur les systèmes non fatals, encore qu'il puisse y avoir des problèmes particuliers ressortissants à cette catégorie que l'on sache traiter; rien, sous la même réserve, sur les systèmes extravertis; rien, enfin, sur les systèmes héréditaires qui ne sont pas du type à mémoire. Ce qu'on connaît le mieux, ce sont les systèmes amphidromes dynamiques, en vertu d'un théorème fondamental qui sera énoncé plus bas. Mais il faut d'abord remarquer que la représentation d'un système dans son espace de phase ne va pas sans quelque arbitraire (qu'on songe simplement aux anamorphoses usuelles dans les représentations graphiques): il est donc clair que des systèmes écrits dans des espaces différents peuvent présenter des parentés profondes, voire même une identité pour tout ce qui intéresse l'investigateur: il est donc nécessaire de définir, en ce qui concerne l'évolution, une relation d'équivalence analogue à l'homéomorphisme. Cette relation, qu'on pourra nommer *l'homéotropie*, peut s'exprimer ainsi: deux systèmes sont homéotropes s'il existe une application de l'un des univers dans l'autre, telle que l'image de l'évolué d'un affixe soit l'évolué de son image. Ceci posé, voici la *proposition fondamentale concernant les systèmes dynamiques: tout système* de cette nature, *dont l'espace de phase est compact et ne contient qu'un point singulier, est homéotrope au système des solutions d'une équation vectorielle différentielle du premier ordre dans* R^n. Entrevu par différents auteurs, ce théorème a été démontré par Grabar, au moyen de lemmes dus à Beboutoff. Ainsi, s'agissant de systèmes dynamiques, on se trouve en pays bien connu, et les travaux de Poincaré, de George Birkhoff et de leurs continuateurs nous fournissent une théorie très élaborée.

Passons aux systèmes à mémoire continue: on sait, par un théorème classique de F. Riesz, que la fonctionnelle linéaire la plus générale d'une fonction continue peut se mettre sous la forme d'une intégrale de Stieltjes; l'équation différentielle

$$\mathrm{d}P/\mathrm{d}t = F(P,t),$$

qui est à la base de l'étude des systèmes dynamiques, est donc remplacée ici par une équation intégro-différentielle

$$\mathrm{d}P/\mathrm{d}T = F(P,t) + \int H_t(P(t'))\,\mathrm{d}g_t(P,t'),$$

où g peut être toute fonction, continue ou non, à variation bornée. Volterra a étudié une classe particulière de tels problèmes, caractérisée par une intégrale héréditaire de la forme $\int_{-\infty}^{t} P(t')\,h(t-t')\,\mathrm{d}t'$, avec un facteur d'oubli h décroissant monotone: on trouve de nombreux exemples de tels problèmes, notamment ceux d'hystérésis élastique, qui ont été signalés pour la première fois par Boltzmann en 1874 et qui sont les premiers problèmes héréditaires posés. Volterra a démontré qu'un oscillateur affligé d'une hérédité de cette sorte ne pouvait avoir de régime périodique, résultat quelque peu décourageant, car les phénomènes périodiques sont l'objet favori de l'attention des observateurs dans toutes les disciplines. Heureusement, ce résultat a une

portée plus limitée qu'on ne l'a cru : nous avons montré en effet que si l'on remplaçait $P(t')$ par une fonction non linéaire de $P(t')$ sous le signe d'intégration *(ce qui ne change pas le caractère linéaire de la fonctionnelle)*, les solutions périodiques deviennent possibles. Il est peut-être amusant de mentionner que si $E = R^2$ et que la fonction non linéaire mémorisée soit un polynome, il faut qu'elle soit au moins du cinquième degré pour qu'il y ait une solution périodique, et alors celle-ci donne dans le plan de phase les trajectoires de l'oscillateur de relaxation de van der Pol. Nous avons démontré également que tout système à mémoire continue était homéotrope à un système dynamique décrit dans un espace de phase à nombre de dimensions plus grand ; ce nombre dépend du degré du polynome de Dirichlet qui représente le facteur d'oubli (en particulier, un oscillateur décrit dans R^2, muni d'une mémoire à facteur d'oubli exponentiel, peut être étudié comme un oscillateur dans R^3 dénué de mémoire : la troisième dimension introduite représente, en quelque sorte, le vieillissement du système à partir du moment où il est mis en marche).

Lorsque la fonction par rapport à quoi est prise l'intégrale de Stieltjes est discontinue en t, l'intégrale se réduit à une somme de termes à arguments retardés, $H_i[P(t-t_i)]$, où les t_i sont les époques des sauts de la fonction g. La théorie des équations différentielles aux différences finies est ainsi intégrée dans celle des systèmes héréditaires, et, du point de vue des applications, toute la théorie des servomécanismes en relève. N'est-il pas curieux de retrouver ici encore Poincaré, dont la thèse portait sur ces équations ?

Enfin, la fonction g peut être discontinue par rapport à P; autrement dit, la loi d'évolution reçoit un incrément chaque fois que l'affixe atteint certaines positions, dont l'ensemble forme ce qu'on peut nomer une *frontière*. Nous avons nommés *déferlants* les systèmes de cette famille, qui a été l'objet de nos recherches depuis une quinzaine d'années. Les systèmes déferlants sont intéressants à plusieurs égards : d'une part, ils peuvent admettre des solutions périodiques d'un type très particulier, lorsque la suite des lois d'évolution qui se succèdent à chaque passage à la frontière est récurrente ; de l'autre, leur cadre peut accueillir certains systèmes dont le comportement serait difficile à expliquer par les catégories classiques : par exemple ceux qui contreviennent à la condition usuelle selon laquelle deux systèmes voisins évoluant de concerne, et ceux qui périssent au bout d'une évolution de durée finie. Sans vouloir nous y attarder, disons quelques mots de ces trois cas.

1. Il est bien entendu (comme pour tout système héréditaire) que par tout point de l'espace de phase il pourra passer un nombre quelconque de trajectoires correspondant à des passés différents, et dont nous dirons pour abréger que les affixes n'ont pas le même âge, celui-ci étant compté en nombre de passages antérieurs par la frontière (ou „déferlements"). Supposons, pour fixer les idées, qu'on ait affaire à un mouvement dans le plan, régi par la loi $dP/dt = F_k(P,t)$ entre les $k^{\text{ème}}$ et $(k+1)^{\text{ème}}$ déferlements, la suite des F étant cyclique à partir d'un certain rang ; par exemple, soit la suite $F_0 F_1 F_2 F_1 F_2 \ldots$ Il pourra arriver que deux points A, B de la frontière soient les sommets d'une boucle formée d'un arc F_1 et d'un arc F_2 convenablement orienté : alors tout affixe arrivant en A avec un âge pair,

ou tout affixe arrivant en B avec un âge pair, empruntera la boucle et ne la quittera plus: on aura un régime périodique constitué par deux phases différentes, et ce régime pourra éventuellement être atteint au bout d'un temps non seulement fini, mais encore très bref (si le système part d'un point voisin de A, sur l'arc F_0 qui passe par A). En revanche, un affixe arrivant en A ou en B avec une autre parité d'âge sera éjecté le long du prolongement de l'arc F_2 ou F_1.

2. D'autre part, ce mécanisme d'éjection assure qu'un affixe dont le mouvement antérieur était très voisin de celui qui est destiné à un avenir de régime périodique cessera d'en être voisin. Il se pourra même que cet affixe très voisin ne rencontre pas la frontière (en particulier si celle-ci est un ensemble discret de points), et suivra sans perturbation une trajectoire F_0 jusqu'à la fin.

3. Enfin, comment faire entrer dans le cadre de la théorie des systèmes évolutifs ceux qui non seulement „vieillissent" comme tous les systèmes héréditaires, mais encore subissent, à une époque finie, une destruction brusque? On pourra y arriver très simplement si l'on convient que la destruction d'un système est traduite dans l'espace de phase par le fait que son affixe se trouve brusquement rejeté à l'infini. Un système périssable sera alors un système déferlant, dont les lois seront F_0 puis $F_1 = \infty$; les conditions mortelles seront réprésentées par les points de la frontière. Nous avons appliqué cette axiomatique à l'étude de la cassure des métaux par fatigue, considérée du point de vue macroscopique.

Ces tres brèves indications sont loin d'épuiser le contenu multiforme des systèmes déferlants, même dans ses grandes lignes. Nous espérons cependant qu'elles auront donné une idée des comportements nouveaux qui peuvent se rencontrer dans ce domaine encore très peu exploré.

Reçue le 23 VIII 1964

Centre de Recherches Physiques, CNRS, Marseille, France

ASUPRA DIFERITELOR CLASE DE SISTEME EVOLUTIVE

(Rezumat)

În lucrare se expune clasificarea sistemelor evolutive care constituie obiectul ştiinţei, ţinînd seama de proprietăţile cele mai generale ale unor astfel de sisteme. Se prezintă totodată rezultatele principale relative la diferite categorii definite în text. Ţinînd seama de faptul că limbajul raţionamentelor riguroase este cel matematic, se recurge la noţiuni matematice, omiţînd însă detaliile de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

Д. К. 517.537

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ФУНКЦИЙ, ОДНОЛИСТНЫХ В КРУГЕ $|z|<1$

Л. И. МОЗГОВАЯ

1. В настоящей заметке рассматривается класс Q регулярных в круге $|z|<1$ функций $f(z)=z+a_2z^2+a_3z^3+\ldots$, удовлетворяющих условию

$$\mathcal{R}e\,[(zf')']>0 \quad \text{в} \quad |z|<1. \tag{1}$$

Доказывается, что из (1) следует

$$\mathcal{R}e\,f'(z)>2\ln 2-1 \quad \text{в} \quad |z|<1, \tag{2}$$

причем оценка (2) точная.

Из (2) вытекает, что класс Q является подклассом класса функций с ограниченным вращением в $|z|<1$, так что все функции класса Q однолистны в $|z|<1$.

Затем, кроме (2), устанавливаются некоторые точные оценки, характеризующие функции класса Q.

2. По теореме Рисса-Герглотца

$$(zf')'=\int_0^{2\pi}\frac{1+ze^{-i\theta}}{1-ze^{-i\theta}}\,d\mu(\theta);\qquad \int_0^{2\pi}d\mu(\theta)=1.$$

Интегрируя по z, получим

$$zf'=\int_0^{2\pi}[-z-2e^{i\theta}\ln(1-ze^{-i\theta})]\,d\mu(\theta),$$

$$f'(z)=\int_0^{2\pi}\left[\frac{2e^{i\theta}}{z}\ln\frac{1}{1-ze^{-i\theta}}-1\right]d\mu(\theta)=\int_0^{2\pi}F(ze^{-i\theta})\,d\mu(\theta),$$

если обозначить:

$$F(z)=(2/z)\ln[1/(1-z)]-1.$$

Для получения оценки (2) достаточно показать, что $\mathcal{R}e\{F[\exp(i\theta)]\}\geqslant 2\ln 2-1$, а затем воспользоваться теоремой о наибольшем и наименьшем значениях гармонической функции в замкнутой области.

Итак,

$$F[\exp(i\theta)]=[2/\exp(i\theta)]\ln\{1/[1-\exp(i\theta)]\}-1;$$

$$\mathcal{R}e\{F[\exp(i\theta)]\}=(\pi-\theta)\sin\theta-2\cos\theta\ln[2\sin(\theta/2)]-1.$$

Докажем, что функция $\mathcal{R}e\{F[\exp(i\theta)]\}$ убывает на $[0,\pi]$.

$$(\mathcal{R}e\{F[\exp(i\theta)]\})'=\eta(\theta)=(\pi-\theta)\cos\theta-\sin\theta+2\sin\theta\ln[2\sin(\theta/2)]-$$
$$-\cos\theta\cos(\theta/2)/\sin(\theta/2);$$

после преобразований получим:

$$\eta(\theta)=\{2\cos\theta[(\pi-\theta)/2]/\sin[(\pi-\theta)/2]+4\sin(\theta/2)\ln[2\sin(\theta/2)]-$$
$$-1/\sin(\theta/2)\}\cos(\theta/2),$$

причем

$$1\leqslant[(\pi-\theta)/2]/\sin[(\pi-\theta)/2]\leqslant\pi/2,\quad\text{т. к.}\quad\theta\in[0,\pi].$$

Ввиду того, что $\cos(\theta/2)\geqslant 0$ при $\theta\in[0,\pi]$, знак $\eta(\theta)$ совпадает со знаком множителя

$$y(\theta)=2\cos\theta[(\pi-\theta)/2]/\sin[(\pi-\theta)/2]+$$
$$+4\sin(\theta/2)\ln[2\sin(\theta/2)]-1/\sin(\theta/2).$$

Покажем, что $y(\theta)<0$ на $[0,\pi]$. Для этого разобьем интервал $[0,\pi]$ на два: $[0,\pi/2]$ и $[\pi/2,\pi]$.

1°. Пусть $\theta\in[0,\pi/2]$; ввиду $\cos\theta\geqslant 0$, имеем:

$$y(\theta)\leqslant\pi\cos\theta+4\sin(\theta/2)\ln[2\sin(\theta/2)]-1/\sin(\theta/2)=$$
$$=\pi(1-x^2/2)+2x\ln x-2/x,$$

если $x=2\sin(\theta/2)$. Обозначим $\xi(x)=\pi(1-x^2/2)+2x\ln x-2/x$, тогда $y(\theta)\leqslant\xi(x)$. Знак $\xi(x)$ совпадает со знаком $\xi(x)/x=\tau(x)$, так как $x>0$. Имеем

$$\tau(x)=\pi/x-\pi x/2+2\ln x-2/x^2,\quad\tau'(x)=-\pi(x^2+2)(x-4/\pi)/2x^3.$$

Нетрудно убедиться в том, что при $x = 4/\pi$ функция $\tau(x)$ достигает максимума.

Но $\tau(4/\pi) = \pi^2/8 - 2 + 2\ln(4/\pi) < 3{,}15^2/8 - 2 + 2\ln(4/3{,}14) < 0$, следовательно, $\tau(x)$, $\xi(x)$, а вместе с ними $y(\theta)$ и $\eta(\theta)$, отрицательны на рассмотренном интервале.

2°. Аналогично определяется знак $\eta(\theta)$ в интервале $[\pi/2, \pi]$. Именно:

$$y(\theta) = 2\cos\theta\,[(\pi-\theta)/2]/\sin[(\pi-\theta)/2] + 4\sin(\theta/2)\ln[2\sin(\theta/2)] -$$
$$-1/\sin(\theta/2) \leqslant 2\cos\theta + 4\sin(\theta/2)\ln[2\sin(\theta/2)] - 1/\sin(\theta/2),$$

поскольку $\cos\theta \leqslant 0$; следовательно, $y(\theta) \leqslant 2 - x^2 + 2x\ln x - 2/x$, где $x = 2\sin(\theta/2)$.

Обозначим $\xi(x) = 2 - x^2 + 2x\ln x - 2/x$, тогда $y(\theta) \leqslant \xi(x)$. Знак $\xi(x)$ совпадает со знаком $\xi(x)/x = \tau(x)$, так как $x > 0$. Имеем:

$$\tau(x) = (2/x) - x + 2\ln x - 2/x^2, \quad \tau'(x) = -(x^2+2)(x-2)/x^3.$$

Нетрудно убедиться в том, что при $x = 2$ функция $\tau(x)$ достигает максимума.

Но $\tau(2) = 3/2 + 2\ln 2 < 0$, следовательно $\tau(x)$, $\xi(x)$, а вместе с ними $y(\theta)$ и $\eta(\theta)$, отрицательны на рассмотренном интервале. Итак, $(\mathcal{R}e\{F[\exp(i\theta)]\})' < 0$ на $[0, \pi]$, следовательно, функция $\mathcal{R}e\{F[\exp(i\theta)]\}$ убывает на $[0, \pi]$.

Функция $F(z)$ имеет в разложении действительные коэффициенты. В самом деле,

$$F(z) = -(2/z)\ln[1/(1-z)] - 1 = -(2/z)[-z - z^2/2 - z^3/3 - \ldots - z^n/n - \ldots] -$$
$$-1 = 1 + (2z)/2 + (2z^2)/3 + \ldots + (2z^{n-1})/n + \ldots,$$

поэтому $F(\bar{z}) = \overline{F(z)}$, т.е. $\mathcal{R}e[F(z)] = \mathcal{R}e[F(\bar{z})]$, но тогда и $\mathcal{R}e\{F[\exp(i\theta)]\} = \mathcal{R}e\{F[\exp(-i\theta)]\}$. Это означает, что функция $\mathcal{R}e\{F[\exp(i\theta)]\}$, убывая на $[0, \pi]$, возрастает на $[\pi, 2\pi]$. Отсюда следует, что

$$\min \mathcal{R}e\{F[\exp(i\theta)]\} = \mathcal{R}e\{F[\exp(i\pi)]\} =$$
$$= \mathcal{R}e\,([2/\exp(i\pi)]\ln\{1/[1-\exp(i\pi)]\}) - 1 = 2\ln 2 - 1,$$

т. е. $\mathcal{R}e\{F[\exp(i\theta)]\} \geqslant 2\ln 2 - 1$, $[0, 2\pi]$.

Можно показать, что $\mathcal{R}e[F(z)]$ так же изменяется на любой окружности $|z| = \varrho < 1$, т. е. $\mathcal{R}e[F(z)]$ убывает на $[0, \pi]$ и возрастает на $[\pi, 2\pi]$. Для этого убедимся, прежде всего, в том, что

$$d\{\mathcal{R}e[F(z)]\}/d\theta = -\mathcal{I}m[zF'(z)], \quad |z| = \varrho < 1.$$

Имеем $\mathcal{R}e[F(z)] = [F(z) + \overline{F(z)}]/2$. Тогда

$$d\{\mathcal{R}e[F(z)]\}/d\theta = d\{[F(z) + \overline{F(z)}]/2\}/d\theta =$$
$$= [F'(z)\,i\varrho\exp(i\theta) + F'(\bar{z})(-i\varrho)\exp(-i\theta)]/2 = -\mathcal{I}m[zF'(z)].$$

Но тогда и $d(\mathcal{R}e\{F[\exp(i\theta)]\})/d\theta = -\mathcal{I}m\{\exp(i\theta)F'[\exp(i\theta)]\}$.

Если рассмотреть теперь полукруг радиуса $\tau = 1$, то гармоническая функция $\mathcal{I}m[zF'(z)]$, по теореме о наибольшем и наименьшем значениях гармонической функции в замкнутой области, достигает своих наибольшего и наименьшего значений на границе полукруга, но на полуокружности $|z| = 1$, $\mathcal{I}m\, z > 0$ выполняется неравенство

$$\mathcal{I}m\{\exp(i\theta)F'[\exp(i\theta)]\} > 0, \text{ т. к. } d\{\mathcal{R}e\,F[\exp(i\theta)]\}/d\theta < 0.$$

На отрезке оси Ox $[-1, 1]$ $\mathcal{I}m[xF'(x)] = 0$, следовательно, внутри полукруга $\mathcal{I}m[zF'(z)] > 0$; но это равносильно неравенству

$$d\{\mathcal{R}e\,[F(z)]\}/d\theta < 0,$$

следовательно, вдоль любой окружности радиуса $\varrho < 1$ функция $\mathcal{R}e[F(z)]$ убывает на $[0, \pi]$.

Аналогично можно показать, что $\mathcal{R}e[F(z)]$ возрастает вдоль любой окружности радиуса $\varrho < 1$ на $[\pi, 2\pi]$.

Из сказанного ясно, что при $|z| = \varrho < 1$,

$$\min\{\mathcal{R}e[F(z)]\} = \min(\mathcal{R}e\{(2/z)\ln[1/(1-z)] - 1\}) = (2/\varrho)\ln(1+\varrho) - 1,$$

$$\max\{\mathcal{R}e[F(z)]\} = \max(\mathcal{R}e\{(2/z)\ln[1/(1-z)] - 1\}) = (2/\varrho)\ln[1/(1-\varrho)] - 1.$$

Далее, вследствие монотонности функции $\mathcal{R}e\{F[\exp(i\theta)]\}$ на интервалах $[0, \pi]$ и $[\pi, 2\pi]$, $F[\exp(i\theta)]$ отображает окружность $|z| = 1$ на простую замкнутую линию. По теореме, обратной теореме о соответствии границ, следует, что функция $F(z) = (2/z)\ln[1/(1-z)] - 1$ однолистна в круге $|z| < 1$.

3. Установим оценки для $|f'(z)|$ и $|f(z)|$.

В **2** получено:

$$f'(z) = \int_0^{2\pi} \left[\frac{2}{z e^{-i\theta}} \ln \frac{1}{1 - z e^{-i\theta}} - 1\right] d\mu(\theta),$$

где $\{2/[z\exp(-i\theta)]\}\ln\{1/[1 - z\exp(-i\theta)]\} - 1 = F[z\exp(-i\theta)]$, если $(2/z)\ln[1/(1-z)] - 1 = F(z)$.

Подставляя в ряд

$$F(z) = 1 + (2/2)z + (2/3)z^2 + \ldots + (2/n)z^{n-1} + \ldots$$

вместо z величину $z\exp(-i\theta)$, получим

$$F[z\exp(-i\theta)] = 1 + (2/2)z\exp(-i\theta) + (2/3)z^2\exp(-2i\theta) + \ldots + [2/(n+1)]z^n\exp(-in\theta) + \ldots$$

Тогда

$$f'(z)=\int_0^{2\pi}\left(1+\frac{2}{2}e^{-i\theta}z+\frac{2}{3}e^{-2i\theta}z^2+\ldots+\frac{2}{n+1}e^{-in\theta}z^n+\ldots\right)d\mu(\theta)=$$

$$=1+(2/2)\gamma_1 z+(2/3)\gamma_2 z^2+\ldots+[2/(n+1)]\gamma_n z^n+\ldots,$$

где

$$\gamma_n=\int_0^{2\pi}e^{-in\theta}d\mu(\theta),$$

причем $|\gamma_n|\leqslant\int_0^{2\pi}|e^{-in\theta}|d\mu(\theta)=1$.Поэтому

$$|f'(z)|\leqslant 1+(2/2)|z|+(2/3)|z|^2+\ldots+[2/(n+1)]|z|^n+\ldots.$$

Фиксируя окружность $|z|=\varrho$, получим

$$|f'(z)|\leqslant 1+(2/2)\varrho+(2/3)\varrho^2+\ldots+[2/(n+1)]\varrho^n+\ldots=(2/\varrho)\ln[1/(1-\varrho)]-1,$$

или $|f'(z)|\leqslant(2/\varrho)\ln[1/(1-\varrho)]-1$. Так как

$$f(z)=\int_0^z f'(z)dz=\int_0^z\left(1+\frac{2}{2}\gamma_1 z+\frac{2}{3}\gamma_2 z^2+\ldots+\frac{2}{n+1}\gamma_n z^n+\ldots\right)dz=$$

$$=z+(2/2^2)\gamma_1 z^2+(2/3^2)\gamma_2 z^2+\ldots+[2/(n+1)^2]\gamma_n z^{n+1}+\ldots,$$

то при $|z|=\varrho$ имеем

$$|f(z)|\leqslant\varrho+(2/2^2)\varrho^2+(2/3^2)\varrho^3+\ldots+[2/(n+1)^2]\varrho^{n+1}+\ldots.$$

Для оценки $|f(z)|$ снизу можно воспользоваться теоремой: если известно, что для функции $f(z)=z+a_2z^2+a_3z^3+\ldots\in P$, где P — некоторый класс регулярных и однолистных функций в круге $|z|<1$, справедлива оценка $|f'(z)|\geqslant F(\varrho)$, $|z|=\varrho$, $0<\varrho<1$, то

$$|f(z)|\geqslant\int_0^\varrho F(t)dt.$$

Если $F(\varrho)=(2/\varrho)\ln(1+\varrho)-1$, то

$$|f(z)|\geqslant\int_0^\varrho\left[\frac{2}{t}\ln(1+t)-1\right]dt,\quad|z|=\varrho,$$

причем оценка точная, как показывает пример функции, рассмотренной в данной задаче.

Поступила 30 VII 1962 г.

Киевский политехнический институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Шилов Г. Е., *Математический анализ.* Физматгиз, М., 1960.

ASUPRA UNEI CLASE DE FUNCŢII UNIVALENTE ÎN CERCUL $|z|>1$

(Rezumat)

Se consideră unele proprietăţi extremale ale funcţiilor univalente în cercul $|z|<1$, de forma $f(z)=z+a_2z^2+a_3z^3+\ldots$, ce satisfac în acest cerc condiţia $\mathcal{R}e[(zf')']>0$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

D. C. 512.831

ON THE CONVERGENCE OF A CERTAIN MATRIX ITERATION

BY

J. W. BLATTNER

1. Statement of the Problem

The purpose of this paper is to prove a theorem, implied in a remark in an earlier paper [1, Remark following Theorem 2.2], which gives rise to an iterative technique for computing bases of the invariant subspaces associated with the several absolutely smallest eigenvalues of a square complex matrix. These bases may then be used to compute the corresponding eigenvalues, as explained in [1]. The basic technique may be looked upon as an extension of the inverse power method.

Let A be an $n \times n$ complex matrix, and suppose that A is embedded in an $(n+r) \times (n+r)$ matrix $\begin{bmatrix} A & R_k \\ L_k & 0 \end{bmatrix}$, where R_k is $n \times r$, L_k is $r \times n$, and 0 is the $r \times r$ zero matrix. Suppose that this bordered matrix is inverted to obtain $\begin{bmatrix} B_{k+1} & R_{k+1} \\ L_{k+1} & C_{k+1} \end{bmatrix}$, and that the process is continued with R_{k+1} and L_{k+1} replacing R_k and L_k, respectively. Then, under very general circumstances, the sequences $\{R_k\}$, $\{L_k\}$ will converge, in an appropriate sense, to columns (respectively, rows) that span the right (respectively, left) invariant subspace (under A) corresponding to the absolutely smallest eigenvalues, $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_m$, of A, the sum of whose multiplicities is r. The value of r can be chosen in advance to accommodate a clump of small eigenvalues of A.

2. Introduction of Canonical Coordinates

To prove the effectiveness of the method outlined above, we assume that P is a non-singular $n \times n$ matrix such that $P^{-1}AP$ has Jordan canonical form, with the further assumption that this form is $\begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}$, where A_1 is $r \times r$ and has the μ's (the absolutely smallest eigenvalues), with their correct multiplicities, on its main diagonal, while A_2 has the remaining eigenvalues of A for its diagonal elements. Then A_2 is non-singular.

Now, set $P^{-1}R_k = \begin{bmatrix} S_k \\ T_k \end{bmatrix}$, $L_k P = (M_k, N_k)$, where S_k and M_k are $r \times r$ matrices, and R_k, L_k are the $n \times r$ and $r \times n$ matrices generated at the k-th step of the iteration. Calculation shows that $\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A & R_k \\ L_k & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & S_k \\ 0 & A_2 & T_k \\ M_k & N_k & 0 \end{bmatrix}$, where I_r is the $r \times r$ identity matrix.

Since we expect the columns of the final R to be (nearly) a basis for the r-dimensional right invariant subspace of the μ's, we assume in all that follows that S_0 (and M_0, for a similar reason) is non-singular. It is clear that S_k and M_k carry the components of interest to us (i. e., the coordinates of the columns of R_k and the rows of L_k, respectively, relative to the canonical bases for the right and left invariant subspaces corresponding to the μ's), while we would like T_k and N_k to become negligible. The convenient formulation of this is the following: we hope that, as $k \to \infty$, $T_k S_k^{-1}$ and $M_k^{-1} N_k$ will approach 0.

3. The Principal Theorem

Theorem 1. *Assume that S_k and M_k are non-singular, and that $\begin{bmatrix} A & R_k \\ L_k & 0 \end{bmatrix}$ is invertible, with inverse $\begin{bmatrix} B_{k+1} & R_{k+1} \\ L_{k+1} & C_{k+1} \end{bmatrix}$. Then S_{k+1} and M_{k+1} are non-singular, and further:*

(1) $T_{k+1} S_{k+1}^{-1} = A_2^{-1} T_k S_k^{-1} A_1$, (2) $M_{k+1}^{-1} N_{k+1} = A_1 M_k^{-1} N_k A_2^{-1}$.

Proof:

$\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix}\begin{bmatrix} B_{k+1} & R_{k+1} \\ L_{k+1} & C_{k+1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} P^{-1}B_{k+1}P \\ M_{k+1} \end{bmatrix} & \begin{matrix} S_{k+1} \\ T_{k+1} \end{matrix} \\ N_{k+1} & C_{k+1} \end{bmatrix}$, which is the inverse of $\begin{bmatrix} A_1 & 0 & S_k \\ 0 & A_2 & T_k \\ M_k & N_k & 0 \end{bmatrix}$. Multiplying the rows of the latter matrix by the third column of its inverse, we obtain the three relations:

(i) $A_1 S_{k+1} + S_k C_{k+1} = 0$; (ii) $A_2 T_{k+1} + T_k C_{k+1} = 0$;

(iii) $M_k S_{k+1} + N_k T_{k+1} = I_r$.

Equation (i) implies that $C_{k+1} = -S_k^{-1} A_1 S_{k+1}$.

Equation (ii) implies that $T_{k+1} = A_2^{-1} T_k C_{k+1} = A_2^{-1} T_k S_k^{-1} A_1 S_{k+1}$.

Equation (iii) implies that $M_k S_{k+1} + N_k A_2^{-1} T_k S_k^{-1} A_1 S_{k+1} = I_r$ by substitution from the preceding. This last equation may be rewritten $(M_k + N_k A_2^{-1} T_k S_k^{-1} A_1) S_{k+1} = I_r$, and, since S_{k+1} is $r \times r$, it must be

non-singular. But then the equation $T_{k+1} = A_2^{-1} T_k S_k^{-1} A_1 S_{k+1}$ is equivalent to conclusion (1) of the theorem. Thus, half of the theorem is established, and the rest follows similarly.

Corollary 1. *Assuming that* $\begin{bmatrix} A & R_0 \\ L_0 & 0 \end{bmatrix}$ *is non-singular, then* $A_1 = 0$ *implies that* $T_1 = N_1 = 0$.

Corollary 2. *If the eigenvalues of* A_1 *are all zero, and if* $\begin{bmatrix} A & R_k \\ L_k & 0 \end{bmatrix}$ *is invertible for each* $k \leqslant j$, *then* $t_j = N_j = 0$, *where* j *is a certain integer not exceeding* r.

Proof: Theorem 1 implies that $T_j = A_2^{-j} T_0 S_0^{-1} A_1^j S_j$, and, with the hypothesis of this corollary, $A_1^j = 0$ for some $j \leqslant r$; similarly for N_j.

For the next corollary, set $\varepsilon =$ | absolutely largest eigenvalue of A_1 |, $\varphi =$ | absolutely smallest eigenvalue of A_2 |, and $\lambda = (\varepsilon + \varphi)/2$. According to previous assumption, $0 \leqslant \varepsilon < \lambda < \varphi$.

Corollary 3. *Assuming that* $\begin{bmatrix} A & R_k \\ L_k & 0 \end{bmatrix}$ *is non-singular for each* k, *we have:*

(1) $T_k S_k^{-1} \to 0$ as $k \to \infty$, (2) $M_k^{-1} N_k \to 0$ as $k \to \infty$.

Proof: $T_k S_k^{-1} = A_2^{-k} T_0 S_0^{-1} A_1^k = (\lambda A_2^{-1})^k T_0 S_0^{-1} (\lambda^{-1} A_0)^k$. Now, since $\lim_{k\to\infty} \| A_1^k \|^{1/k} = \varepsilon$, where $\| .. \|$ is the operator norm, it follows that $\lim_{k\to\infty} \| (\lambda^{-1} A_1)^k \|^{1/k} = \varepsilon/\lambda < 1$, whence $(\lambda^{-1} A_1)^k \to 0$. Similarly, since $\lim_{k\to\infty} \| A_2^{-k} \|^{1/k} = 1/\varphi$, we have $\lim_{k\to\infty} \| (\lambda A_2^{-1})^k \|^{1/k} = \lambda/\varphi < 1$, whence $(\lambda A_2^{-1})^k \to 0$. (1) is therefore established, and (2) follows in like manner.

4. The Question of Singularity

In the preceding section we assumed where necessary that $\begin{bmatrix} A & R_k \\ L_k & 0 \end{bmatrix}$ was invertible at each stage of the iteration. That this does not follow from the non-singularity of S_k and M_k is shown by simple examples. In this section we prove that, after a sufficient number of successful iterations, it will be impossible for $\begin{bmatrix} A & R_k \\ L_k & 0 \end{bmatrix}$ to become singular.

Theorem 2. *If* S_k *and* M_k *are non-singular, a necessary and sufficient condition that the matrix* $\begin{bmatrix} A & R_k \\ L_k & 0 \end{bmatrix}$ *be non-singular is that the matrix* $I_r + H_k$ *be invertible, where* $H_k = M_k^{-1} N_k A_2^{-1} T_k S_k^{-1} A_1$.

Proof: It is clear that $\begin{bmatrix} A & R_k \\ L_k & 0 \end{bmatrix}$ is invertible if and only if the matrix $\begin{bmatrix} A_1 & 0 & S_k \\ 0 & A_2 & T_k \\ M_k & N_k & 0 \end{bmatrix}$ is. Let x, y, z be (column) vectors with r, $n-r$, and r components, respectively. Consider $\begin{bmatrix} A_1 & 0 & S_k \\ 0 & A_2 & T_k \\ M_k & N_k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 0$, or, equivalently,

(i) $A_1 x + S_k z = 0$, (ii) $A_2 y + T_k z = 0$, (iii) $M_k x + N_k y = 0$.

Then $z = -S_k^{-1} A_1 x$ from (i), $y = -A_2^{-1} T_k z = A_2^{-1} T_k S_k^{-1} A_1 x$ from (ii), and $x = -M_k^{-1} N_k x = -H_k x$ from (iii) and the definition of H_k. The last equation is equivalent to $(I_r + H_k) x = 0$. If $I_r + H_k$ is invertible, we must have $x = y = z = 0$, proving that $\begin{bmatrix} A & R_k \\ L_k & 0 \end{bmatrix}$ is non-singular. Conversely, if $I_r + H_k$ is singular, let x be a non-zero vector in its right null-space, and define $x = -S_k^{-1} A_1 x$, $y = -A_2^{-1} T_k z$. Then $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ is a non-zero vector annihilated by $\begin{bmatrix} A_1 & 0 & S_k \\ 0 & A_2 & T_k \\ M_k & N_k & 0 \end{bmatrix}$, so that the last matrix is singular.

Corollary. *If* $|H_k| < 1$, $\begin{bmatrix} A & R_k \\ L_k & 0 \end{bmatrix}$ *is non-singular.*

Proof: In this case, $I_r + H_k$ is surely invertible.

Since $M_k^{-1} N_k$ and $T_k S_k^{-1}$ both approach 0 as $k \to \infty$, we see that, supposing the first several iterations to proceed without difficulty, a point will necessarily be reached where the possibility of $\begin{bmatrix} A & R^k \\ L_k & 0 \end{bmatrix}$ becoming singular at any succeeding step will be eliminated [1]).

Received the 26 XI 1963

San Fernando Valley State College, Northridge, California, U.S.A.

REFERENCES

1. Blattner J. W., J. of the Soc. for Ind. and Appl. Math., 1962, **10**, pp. 528—536.
2. Mangeron D., Drăgan C., Rev. de Méc. Appl., 1962, **VII**, 3, pp. 539—552.

ASUPRA CONVERGENȚEI UNEI ANUME ITERAȚII DE MATRICI

(Rezumat)

Tehnica iterativă elaborată de autor, cristalizată în două teoreme urmate de corolarii, putînd fi considerată ca o extensiune a metodei puterilor inverse, conduce la calculul numeric al bazelor spațiilor invariante asociate la mai multe valori caracteristice cele mai mici ale unei matrici pătrate complexe (a se vedea [1], observațiile relative la teorema 2.2).

[1]) Another very recent convergence problem concerning a certain matrix iteration is to be find in [2] related to the 4×4 matrix method, developed in connection with mechanisms design.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. D. 517.948.1.

SOBRE ECUACIONES DIFERENCIALES FUNCIONALES

POR

CARLOS IMAZ

1. El objeto de esta breve Nota es presentar un teorema de existencia de soluciones para ecuaciones diferenciales funcionales. Teoremas de este tipo son perfectamente conocidos, vease por ejemplo [1], pero el que vamos a presentar es de tipo tal que para el caso particular en que el máximo retardo es cero se reduce a un teorema clásico de ecuaciones diferenciales ordinarias. Esperamos que ello sirva para seguir aclarando el camino correcto para tratar este tipo de ecuaciones así como sus relaciones con ecuaciones ordinarias.

2. Si $x(t)$ es una función de la variable real $t \in [a, b]$ con valores en el espacio real R^n, entonces definimos su norma de la manera que sigue:

$$\| x(t) \|_f = \max_{i=1,\ldots,n} \{ \sup_{a \leq t \leq b} | x_i(t) | \}. \tag{1}$$

Si x es un vector de R^n, entonces definimos su norma por:

$$\| x \| = \max_{i=1,\ldots,n} | x_i |. \tag{2}$$

De hecho la norma (2) es un caso especial de la norma (1).

Sean h, a, b y K números tales que $0 \leqslant h < +\infty$, $0 \leqslant a \leqslant b < +\infty$ y $0 \leqslant K \leqslant +\infty$. Denotemos con $C(h, a, b, K)$ el conjunto de funciones $x(t) \in R^n$ definidas y continuas en el intervalo $a - h \leqslant t \leqslant b$ y tales que satisfacen $\| x(t) \|_f \leqslant K$. Si $K = +\infty$, tomamos desigualdad en la relación última. Con la norma (1) el conjunto $C(h, a, b, +\infty)$ se convierte en la forma usual en un espacio métrico completo y para cada K finita $C(h, a, b, K)$

es un subconjunto cerrado de ese espacio. Si $a = b = 0$ escribiremos por simplicidad $C(h, K)$ y nótese que si tambien $h = 0$ entonces este espacio se reduce a un subconjunto acotado de R^n. De hecho $C(h, K)$ jugará el papel de espacio fase en el sentido de las ecuaciones ordinarias. Para cada $t \in [a, b]$ definimos una transformación, que llamaremos la t-restricción, del subespacio $C(h, a, b, K)$ al subespacio $C(h, K)$ de la manera siguiente: si $x(s) \in C(h, a, b, K)$ entonces su t-restricción que denotaremos x_t es la función $x(t + u)$ con $-h \leqslant u \leqslant 0$. Claramente x_t es un elemento de $C(h, K)$. Con $F(\varphi, t)$ designamos una función con valores en R^n cuyo dominio es $C(h, K) \times [0, T]$ para alguna $T \in (0, +\infty]$.

Definición 1. Una ecuación diferencial funcional normal es una relación del tipo:

$$x'(t) = F(x_t, t), \tag{3}$$

donde $x'(t)$ denota la derivada derecha de la función $x(t)$ en el punto t.

Definición 2. Dados un número $a \in (0, T)$ y una función $\varphi \in C(h, K)$, decimos que (3) tiene solución con condición inicial (a, φ) si existen un número $b \in (a, T)$ y una función $x(t) \in C(h, a, b, K)$ tales que:

(i) $x_a = \varphi$,

(ii) $x'(t) = F(x_t, t)$ para $a \leqslant t \leqslant b$.

Teorema de existencia. *Sean dados $a \in (0, T)$ y $\varphi_0 \in C(h, K^*)$ con $K^* < K$. Si existen constantes M y L tales que: $\| F(\varphi, t) \| \leqslant M$, $\| F(\varphi_1, t) - F(\varphi_2, t) \| \leqslant L \| \varphi_1 - \varphi_2 \|$, para todas φ, φ_1, φ_2 de $C(h, K)$ y $t \in [0, T]$. Y existe $b^* \in (a, T)$ tal que para toda función $x(t) \in C(h, a, b^*, K)$ la función $F(x_t, t)$ es integrable respecto a t en el sentido de Riemann en cualquier intervalo $[a, t^*]$ con $t^* \leqslant b^*$. Entonces (2) tiene una solución con condición inicial (a, φ_0) y la solución es única si F es continua.*

Demostración: Sea $b > a$ elegido de manera que: $b \leqslant b^*$, $(b - a)L < 1$, $(b - a)M + K^* \leqslant K$.

Para cada función $x(t) \in C(h, a, b, K)$ escribimos:

$$W[x(t)] = x^0(t) + \int_{a-h}^{t} \tilde{F}(x_s, s)\, ds, \quad a - h \leqslant t \leqslant b, \tag{4}$$

donde $x^0(t)$ coincide con φ_0 para $a - h \leqslant t \leqslant a$ y es constante igual a $\varphi_0(0)$ para $t > a$, $\tilde{F}(x_t, t)$ coincide con $F(x_t, t)$ para $t > a$ y es cero para $t < a$. Claramente $W[x(t)] \in C(h, a, b, +\infty)$. Ahora bien:

$$\| W[x(t)] \|_f \leqslant \| x^0(t) \|_f + \| \int_{a-h}^{t} \tilde{F}(x_s, s)\, ds \|_f \leqslant K^* + (b-a) M \leqslant K,$$

esto es, $W[x(t)] \in C(h, a, b, K)$. Por otro lado, sean $x(t)$, $y(t)$ dos funciones en $C(h, a, b, K)$ entonces:

$$\| W[x(t)] - W[y(t)] \|_f = \| \int_{a-h}^{t} \{\tilde{F}(x_s, s) - \tilde{F}(y_s, s)\}\, ds \|_f \leqslant$$

$$\leqslant L \int_{a}^{b} \| x_s - y_s \|_f \, ds \leqslant L(b-a) \| x(t) - y(t) \|_f .$$

En consecuencia W es una contracción y tiene un sólo punto fijo, $W[x(t)] = x(t) \in C(h, a, b, K)$ que claramente satisface las condiciones de solución pedidas. Si F es continua se sigue que $x(t)$ debe ser derivable en $a \leqslant t \leqslant b$ y en la forma usual se sigue que la solución proporcionada por (4) debe ser única. Q. E. D.

Utilizando el teorema que hemos probado es inmediato demostrar, en la forma usual, propiedades como el Lema 27.1 de [2], así como otras propiedades de las ecuaciones diferenciales funcionales. También es posible, con la técnica delineada aquí, demostrar teoremas de existencia para condiciones más generales utilizando primordialmente espacios de funciones más débiles que las de $C(h, a, b, K)$. Estas cosas serán tratadas en otra ocasión.

Recibidas 25 VIII 1964

Instituto Politecnico Nacional,
Mexico, D. F., Mexico

REFERENCIAS

1. Franklin J., Proc. Amer. Math. Soc., 1954, **5**, pp.363–369.
2. Krasovskii N. N., *Stability of motion: applications of Lyapunov's second method to differential systems and equations with delay*. Stanford Univ. Press, 1963.

ASUPRA ECUAŢIILOR DIFERENŢIALE FUNCŢIONALE

(Rezumat)

Se expune o teoremă de existenţă a soluţiilor ecuaţiilor diferenţiale funcţionale. Teorema stabilită contribuie la elucidarea căii corecte de tratare a ecuaţiilor de tipul

considerat în text şi pune în evidenţă relaţiile ce interced între aceste ecuaţii şi ecuaţiile diferenţiale ordinare.

Utilizînd teorema din textul original se pot demonstra, în formă uzuală, mai multe proprietăţi relative la ecuaţiile diferenţiale funcţionale şi în particular, lema 27.1 din lucrarea [2]. De asemenea aparatul de investigaţie expus în lucrare permite demonstrarea teoremei de existenţă în diverse cazuri generale, utilizînd spaţii funcţionale mai slabe decît $C(h, a, b, K)$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. D. 512.8 ; 40

UNE ÉCRITURE MATHEMATIQUE ADAPTÉE À LA PROGRAMMATION : L'ALGOL

PAR

J. LEGRAS

1. Introduction

L'extension de l'emploi des calculatrices électroniques, aussi bien dans les problèmes scientifiques ou techniques que dans les autres domaines (gestion, tenue de fichier, contrôle d'ensembles industriels), se heurte au barrage assez sérieux de la programmation. C'est une technique délicate qui consiste à traduire un problème exposé en langage normal (souvent en langage mathématique), en une suite d'ordres ou instructions, directement exécutables par la calculatrice. Cette opération est longue, délicate, et n'est valable que pour un matériel donné. Un programme écrit en langage machine ne peut être „lu" que par son auteur, et ne peut être interprété sur une calculatrice autre que celle pour laquelle il a été écrit.

Une autre difficulté vient du fait que l'exécution d'un problème sur calculatrice nécessite des méthodes assez particulières ; il ne suffit pas, par exemple, de connaître la formulation mathématique d'une solution, il faut, en plus, prévoir toute une organisation du travail, que connaissent bien les programmateurs : une bonne description d'une méthode de calcul doit donc faire état de toutes ces difficultés ; nous disposons pour cette description soit du langage courant, soit du langage machine, ni l'un ni l'autre bien adaptés à ce travail. Pour communiquer, pour enseigner des méthodes de calcul numérique, avec une description de ces dernières assez complète pour en définir la programmation ultérieure, il était nécessaire de disposer d'une „notation de la programmation".

En fait, les deux points de vue précédents se rejoignent et une notation précise des techniques de la programmation devient automatiquement un langage de programmation : dès que la suite des opérations, soit mathématiques, soit logiques, est parfaitement définie, leur traduction en langage machine est un acte „machinal", susceptible d'être traduit par des règles précises et strictes, sans faire intervenir l'intelligence du programmeur ; la

calculatrice elle-même peut faire ce travail, un programme particulier „le compilateur" permettra, à partir d'un langage de programmation, d'engendrer la suite des instructions „machine" équivalentes.

En 1956, le Cie I. B. M. a mis au point le FORTRAN, premier langage de programmation méritant ce nom. En 1960, un groupe international d'universitaires, reprenant et complétant les notions de base de FORTRAN, mettait au point l'ALGOL, que nous pouvons considérer à la fois comme une notation mathématique permettant la description parfaite des procédés de calcul, et comme un langage de programmation.

Dans une Note antérieure, insérée dans ce même *Bulletin* [1], nous avons exposé le problème concernant une extension de l'ALGOL: l'ALGOL LINGUISTIQUE. Dans la présente Note nous discuterons nombre de problèmes concernant l'ALGOL. Dans la première partie, nous verrons, sur quelques exemples, les principales caractéristiques de l'ALGOL et nous montrerons esuite, dans la seconde partie, comment cette notation peut s'étendre à des traitements de l'information plus généraux, en particulier aux problèmes linguistiques.

2. Notions sur l'ALGOL

1. Ordre d'affectation

L'ALGOL accepte des ordres tels que les suivants :

$$A := 1.17; \quad BETA := 9.7_{10} - 11.$$

A, BETA sont des *variables*, auxquelles on *affecte* respectivement les valeurs 1,17 et $9{,}7 \times 10^{-11}$. Au moment de la compilation, A deviendra le *symbole* (adresse symbolique) d'une mémoire dans laquelle nous placerons le nombre 1,17.

L'ALGOL accepte également des ordres tels que :

$$XO := 2 \times (A - BETA).$$

Lors de l'exécution de cet ordre, le contenu de la mémoire associée à *BETA* est soustrait du contenu de la mémoire associée à *A* ; le résultat est multiplié par 2 et placé dans la mémoire d'adresse symbolique XO.

2. Expression arithmétique simple

L'ALGOL, comme d'ailleurs le FORTRAN, accepte les expressions arithmétiques simples, c'est-à-dire des suites variables liées par des opérations arithmétiques, telles que :

$$\text{RAC}\,(B \uparrow 2 - 4 \times A \times C) \quad \text{qui correspond à} \quad \sqrt{B^2 - 4AC},$$

$$(1 + \text{SIN}\,(3 \times X))/(2 + \text{COS}\,(2 \times X)) \quad \text{qui correspond à} \quad (1 + \sin 3x)/(2 + \cos 2x).$$

La commodité d'écriture de telles expressions au cours d'un programme est évidente. La différence avec l'écriture classique est due à des nécessités technologiques.

3. Extension de la notion d'expression arithmétique

Nous nous proposons de donner à y la valeur :

$$y = -1 \quad \text{si } x \leqslant 0, \quad y = -1 + x^2 \quad \text{si } x > 0.$$

Nous écrirons en ALGOL :

$$Y := \textbf{Si } X \leqslant 0 \textbf{ alors } -1 \textbf{ sinon } -1 + X \uparrow 2.$$

Si, alors, sinon sont des symboles de base de l'ALGOL dont le rôle est de déclencher à la compilation un certain mécanisme de programmation, et auxquels on a donné un nom évocateur (en anglais ces symboles sont respectivement **if, then, else**).

La relation $X \leqslant 0$ est une *expression booléenne*, variable logique qui ne peut prendre que deux valeurs *vrai* ou *faux*. Tout ce qui suit le signe d'affectation : = est une expression arithmétique, c'est-à-dire un proccessus qui définit une valeur numérique.

L'expression numérique est susceptible d'extension, comme le montre l'exemple suivant :

$$x \leqslant 0, \quad y = -1; \quad x > 0 \begin{cases} x < 1, & y = -2 + \sin x, \\ x \geqslant 1, & y = 2 - \sin x, \end{cases}$$

qui s'écrit en ALGOL :

Y: = **Si** $X \leqslant 0$ **alors** -1 **sinon si** $X < 1$ **alors** $-2 +$ SIN (X) **sinon** $2 -$ SIN (X).

4. L'instruction „si"

L'instruction **si** permet de choisir entre deux modes de traitement suivant la valeur logique (vrai ou faux) d'une variable booléenne. Comme toute instruction, elle peut être précédée d'une indication de réfférence dite *étiquette*.

Son allure sera donc :

ETIQ : **Si** B **alors** I_1 **sinon** I_2

B est une variable booléenne ; I_1 et I_2 sont des instructions.

Nous pourrons reprendre l'exemple précédent et le traduire par l'instruction :

Si $X \leqslant 0$ **alors** Y: = $-$ **sinon si** $X < 1$ **alors** Y: = $-2 +$ SIN (X)
sinon Y: $= 2 -$ SIN (X).

Autre exemple :

Si $b^2 - 4ac \geqslant 0$ $\begin{cases} x_1 = (-b + \sqrt{b^2 - 4ac})/(2a), \quad x_2 = (-b - \sqrt{b^2 - 4ac})/(2a) \\ \text{mettre en } RESULT \text{ le nombre } 2, \end{cases}$

si $b^2 - 4ac < 0$ mettre en $RESULT$ le nombre 0,

se traduira par l'instruction ALGOL :

Si $B \uparrow 2 - 4 \times A \times C \geqslant 0$ **alors début**

$X\,1$: = $(-B +$ RAC $(B \uparrow 2 - 4 \times A \times C))/(2 \times A)$

$X\,2$: = $(-B -$ RAC $(B \uparrow 2 - 4 \times A \times C))/(2 \times A)$

$RESULT$: = 2 **fin**

sinon $RESULT$: = 0.

Le rôle des symboles **début** et **fin** est de transformer l'ensemble des trois instructions comprises entre ces symboles en une seule instruction dite *instruction composée*, opération nécessaire car le symbole **alors**, comme le symbole **sinon** ne peuvent être suivis que d'une seule instruction.

5. Variable indicée et instruction „pour"

Une variable indicée, expression de la forme **A** [I], **BETA** [J, K], représente en programmation les notations classiques a_i, β_j^k ...

L'instruction **pour** permet un maniement commode de ces indices.

Exemple: **pour** $\mathcal{J} := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** 4 **faire** $\mathbf{A}[\mathcal{J}] := 1 + \mathcal{J} \uparrow 2$ est une instruction synthétique qui remplace les quatre instructions qui correspondent aux calculs :

$$a_1 = 1 + 1^2, \quad a_2 = 1 + 2^2, \quad a_3 = 1 + 3^2, \quad a_4 = 1 + 4^2.$$

Pour, pas, jusqu'à, faire sont des symboles de base de l'ALGOL, dont les équivalents anglais sont : **for, step, until, do.**

Autre exemple : produit de 2 matrices $[A] \times [B] = [C]$; A matrice de m lignes et p colonnes ; B, matrice de p lignes et q colonnes ; C, matrice de m lignes et q colonnes.

L'instruction :

pour $I := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** m **faire**

pour $\mathcal{J} := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** q **faire** $\mathbf{C}[I, \mathcal{J}] := 0$;

permet la mise à zéro des mq éléments de la matrice de C par deux bouclages, que nous pouvons schématiser par :

$$i = 1 \quad \mathbf{C}[1, 1] = 0, \quad \mathbf{C}[1, 2] = 0, \quad \mathbf{C}[1, 3] = 0, \ldots,$$
$$i = 2 \quad \mathbf{C}[2, 1] = 0, \quad \mathbf{C}[2, 2] = 0, \quad \mathbf{C}[2, 3] = 0 ;$$

ensuite l'instruction :

pour $I := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** m **faire** **pour** $\mathcal{J} := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** q **faire**

pour $K := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** p **faire** $\mathbf{C}[I, \mathcal{J}] = \mathbf{C}[I, \mathcal{J}] + \mathbf{A}[I, K] \times \mathbf{B}[K, \mathcal{J}]$

permet la sommation dans chaque $C_{i,j}$ de la somme $0 + \sum_{k=1}^{k=p} a_{ik} b_{kj}$. Le programme complet sera alors le suivant :

début *entier* $I, \mathcal{J}, K$, *tableau* $\mathbf{A}[1 : m ; 1 : p]$, $\mathbf{B}[1 : p ; 1 : q]$, $\mathbf{C}[1 : m ; 1 : q]$

pour $I := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** m **faire pour** $\mathcal{J} := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** q **faire** $\mathbf{C}[I, \mathcal{J}] := 0$

pour $I := 1$ **pas jusqu'à** m **faire pour** $\mathcal{J} := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** q **faire**

pour $K := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** p **faire** $\mathbf{C}[I, \mathcal{J}] := \mathbf{C}[I, \mathcal{J}] + \mathbf{A}[I, K] \times \mathbf{B}[K, \mathcal{J}]$ **fin.**

Les premières lignes sont des *déclarations* destinées à préciser les notations et à permettre la compilation ; la déclaration de tableau et les indications des *paires de bornes* indiquent ici que le tableau A est un tableau à deux indices dont le premier varie de 1 à m, le second de 1 à p. Ces indications sont nécessaires pour réserver les mémoires nécessaires, ainsi que pour permettre le calcul d'adresse de l'élément $\mathbf{A}[I, K]$.

Le même programme pourrait s'écrire sous une forme plus condensée :
début *entier* $I, \mathcal{J}, K$, *tableau* $\mathrm{A}[1 : m ; 1 : p]$, $\mathbf{B}[1 : p ; 1 : q]$, $\mathrm{C}[1 : m ; 1 : q]$;
pour $I := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** m **faire pour** $\mathcal{J} := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** q **faire début** $\mathbf{C}[I, \mathcal{J}] := 0$;
pour $K := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** p **faire** $\mathbf{C}[I, \mathcal{J}] := \mathbf{C}[I, \mathcal{J}] + \mathbf{A}[I, K] \times \mathbf{B}[K, \mathcal{J}]$; **fin.**

Le déroulement de ce second programme sera différent, chaque élément C_{ij} sera mis à zero immédiatement avant le calcul $\sum a_{ik} b_{kj}$.

Autre forme de l'instruction **pour**. Elle permet, par exemple, le calcul de :

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n + \ldots,$$

la fin du calcul étant déterminée par la condition $|u_n| < \varepsilon$.

Les instructions ALGOL seront :

$S := 0$, $\mathcal{J} := 0$, **pour** $\mathcal{J} := \mathcal{J} + 1$ **tant que** ABS (U [$\mathcal{J}$]) < EPS **faire** $S := S +$ U [$\mathcal{J}$]

(ABS (F) réprésente la valeur absolue de F).

6. Variables et expressions booléennes

Les cas simples d'expressions booléennes (ou primaires booléens) sont: a) les valeur logiques *vrai* et *faux*; b) *la variable booléenne*, définie, comme les variables numériques par identificateur; c) les relations (de la forme) $A_1 r A_2$ où A_1 et A_2 sont des expressions arithmétiques, r un opérateur de relation ($>$, $\geqslant$, $<$, $\leqslant$, $=$, $\neq$).

On pourra écrire par exemple: **booléen** E, F; $E :=$ vrai; $F := X > 0$.

Lors de la seconde instruction, le programme cherchera la valeur du nombre placé en X; si cette valeur est strictement positive, il placera le code correspondant à *vrai* dans la mémoire d'adresse symbolique F.

On peut concevoir des *fonctions booléennes*, comme la fonction *pair* (N) (parité de N), qui prend la valeur *vrai* si l'entier N est pair.

Les *opérateurs logiques* permettent de créer de nouvelles valeurs logiques, à partir de *primaires* booléens. Les 5 opérateurs logiques sont: $\neg$ (contraire), $\wedge$ ou **et** (intersection logique), $\vee$ ou **ou** (union logique), $\supset$ (implification); $\equiv$ (identité); ils sont définis par les tableaux suivants: V représente la valeur *vrai*, F la valeur *faux*.

S	$\neg S$
V	F
F	V

S_1	S_2	S_1 **et** S_2	S_1 **ou** S_2
F	F	F	F
F	V	F	V
V	F	F	V
V	V	V	V

S_1	S_2	$S_1 \supset S_2$	$S_1 \equiv S_2$
F	F	V	V
F	V	V	F
V	F	F	F
V	V	V	V

Exemples: a) La double inégalité $0 < a < 2$ s'écrira, en notation ALGOL:

$0 < a$ **et** $a < 2$.

b) La fonction $F(x, y)$ égale à $x^2 + y^2$ dans le domaine hachuré (fig. 1) et à $x/2$ dans le domaine restant, sera définie par l'expression arithmétique:

si $X < A \equiv Y < B$ **alors** $X \uparrow 2 + Y \uparrow 2$ **sinon** $X/2$

qui fait intervenir l'expression booléenne: $X < A \equiv Y < B$.

Nous pourrons étendre la notion d'expression booléenne qui sera alors de la forme:

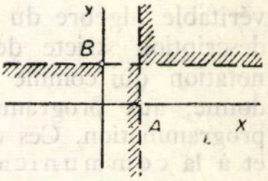


Fig. 1

si B 1 **alors** B 2 **sinon** B 3

où B 1 et B 3 sont des expressions booléennes (du type précédent) et où B 2 est une expression booléenne *simple* (sans terme en **si**).

c) On se propose de donner à une variable booléenne la valeur *vrai* ou *faux*, le choix résulte de toute une série de décisions logiques faisant intervenir les valeurs des

variables booléennes, selon l'organigramme (v. fig. 2). Une seule expression booléenne traduit cet organigramme :

si si $p \vee q$ **alors** r **sinon si** $v \wedge w$ **alors** s **sinon** u **alors faux sinon vrai.**

Cet exemple montre la commodité et la sûreté qu'apporte la notion d'expression booléenne pour programmer et décrire des architectures logiques, même compliquées.

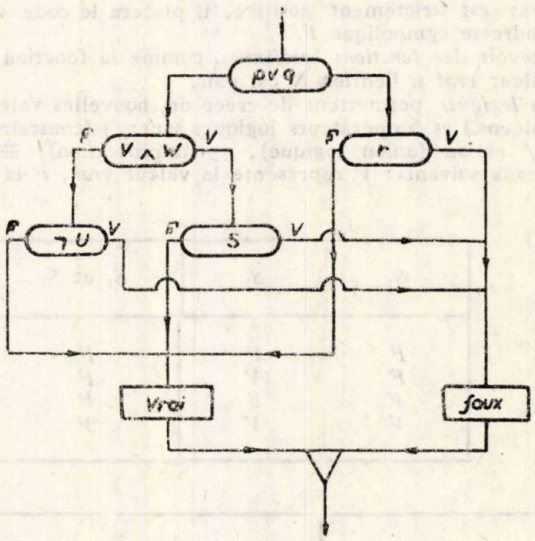


Fig. 2

Le but de cette Note est de montrer quelques traits originaux, expliquant l'intérêt qu'il faut accorder à l'ALGOL. Il est cependant indispensable de dire quelques mots sur la dualité FORTRAN-ALGOL.

L'ALGOL 60 a été en nette avance sur les premières éditions FORTRAN I et FORTRAN II, mais les nouvelles éditions FORTRAN, influencées par l'ALGOL, rejoignent pratiquement ce dernier. Il n'y a pas de différence essentielle entre le FORTRAN IV et l'ALGOL 60 complet, ou entre le FORTRAN II et un ALGOL simplifié.

L'ALGOL, comme le FORTRAN apparaissent tous deux comme une véritable algèbre du traitement de l'information scientifique, permettant la description stricte des traitements sous une notation concise et commode, notation qui comme l'algèbre, demande un certain apprentissage, mais qui donne, aux programmeurs qui la possèdent à fond, une grande sûreté de programmation. Ces deux écritures se prêtent également à la publication et à la communication des programmes.

3. Les extensions de l'ALGOL

Devant le progrès apporté en programmation scientifique par l'ALGOL ou FORTRAN, il est tentant d'étendre cette technique aux traitements de l'information non scientifique. Une programmation spécifique a été mise au

point pour les problèmes commerciaux (le COBOL), mais indépendamment des langages précédents. Un essai est en cours au groupe de la traduction automatique de Nancy pour étendre l'ALGOL aux problèmes de la linguistique.

1. La notion de chaîne

Le linguiste travaille sur des mots, c'est-à-dire sur des suites de lettres, éventuellement de signes de ponctuation; l'élément de base sera le caractère (chiffre, lettre, signe de ponctuation, séparateur, symbole de base...). Une suite de ces caractères forme une *chaîne,* qui peut être une *chaîne explicite* de caractères explicités dans le programme, et dont nous verrons l'emploi ultérieurement, soit une *chaîne implicite,* déjà chargée dans les mémoires.

Une chaîne implicite est caractérisée par un *identificateur,* qui est le nom de la chaîne; un *séparateur de fin de chaîne* (que nous représentons par *F*) suit le dernier caractère. A chaque chaîne, nous réserverons une suite de mémoires, dont la dimension sera indiquée au début du programme, lors de la *déclaration de chaîne.* La fin de l'intervalle réservé à chaque chaîne sera marquée par le symbole que nous noterons *D* (dimension) et qui permettra de vérifier au cours du traitement que la chaîne ne dépasse à aucun moment l'espace qui lui est réservé.

Du plus, tout caractère d'une chaîne peut être appelé isolément; par convention, tout identificateur de chaîne suivi d'un nombre entier *N* entre crochets représente le *N*-ième caractère de la chaîne.

Le sous-programme (ou procédure) standard appelé *longueur* (chaîne) définit le nombre de caractères de la chaîne dont l'identificateur se trouve dans la parenthèse. La notation:

alpha [*longueur* (alpha)],

où *alpha* est une chaîne, réprésente donc le caractère de la chaîne *alpha* dont le rang *N* est égal à la longueur de cette chaîne: c'est donc le dernier caractère.

2. La concatenation

Cette opération réprésentée par le symbole **suivi de** crée une nouvelle chaîne dont la formation est précisée par les exemples suivants:

Soient les chaînes: alpha: MANGER *F* beta: ONT *F* (rappelons que *F* est le symbole de fin de chaîne, mais qu'il n'est pas considéré comme appartenant à la chaîne); la chaîne: alpha **suivi de** beta sera: MANGERONT *F.*

Cas d'une chaîne explicite. Une chaîne explicite, formée de caractères arbitraires, doit être distinguée d'un identificateur: nous ferons la convention de représenter toute chaîne explicite entre deux crochets, mais, pour éviter toute ambiguité, une chaîne explicite de plus d'un caractère ne devra contenir aucun crochet fermé (]).

Les notations suivantes sont autorisées:

alpha **suivi de** [ONT] définit la chaîne MANGERONT *F*;

alpha **suivi de** [ONT] **suivi de** [ ] définit la chaîne MANGER[ONT] *F.*

Expression catenaire simple. Une chaîne implicite, une chaîne explicite sont des expressions catenaires simples. Une expression caténaire

simple, suivie du symbole **suivi de**, suivi lui-même d'une autre expression caténaire simple est encore une expression caténaire simple.

Exemple: [ILS □] **suivi de** alpha **suivi de** beta (où □ est le symbole d'espacement) définite la chaîne: ILS □ MANGERONT *F*.

3. Instruction d'affectation (: =)

L'instruction **C** 1 : = **C** 2 où **C** 1 doit être nécessairement une chaîne implicite, et C 2 une expression caténaire simple, place en C 1 une chaîne identique à **C** 2, à condition que les mémoires affectées à **C** 1 soient en nombre suffisant.

4. Opérateur de relation

La possibilité de classement alphabétique permet de donner un sens aux symboles $\equiv, >, <$. Deux chaînes sont identiques (symbole $\equiv$), si leurs caractères sont en même nombre et deux à deux identiques. Si alpha et beta sont des chaînes *littérales* (c'est-à-dire dont les caractères représentent des lettres), la notation alpha $<$ beta exprime que le mot représenté par la chaîne alpha est classé alphabétiquement avant le mot défini par la chaîne beta.

On peut alors définir de nouvelles expressions booléennes par des relations telles que: alpha $<$ beta, expression booléenne qui prend la valeur *vrai* si le mot défini par alpha est classé avant le mot défini par beta; ou que: alpha [*longueur* (alpha)] $\equiv$ [*S*], expression qui prend la valeur *vrai* si le dernier caractère de alpha est la lettre *S*.

Ces quelques notions, ajoutées aux instructions et notions de l'ALGOL, permettent de traiter des problèmes tels que les suivants:

Premier exemple. On se propose de mettre à la 3-ème personne du pluriel du présent de l'indicatif, un verbe de la première conjugaison dont l'infinitif est rangé en *A*. Le résultat doit être placé en *B*.

chaîne A[20], B[20], C[20], C: = A,

C[*longueur* (C): = [*F*] B: = C **suivi de** [NT];

la première ligne déclare A, B, C, comme chaînes de dimension 20, il y aurait arrêt avec signal d'erreur si ces dimensions devenaient insuffisantes en cours de calcul; la première instruction recopie l'infinitif. La seconde instruction remplace la dernière lettre de cet infinitif par *F*, ce qui revient à supprimer la dernière lettre; la troisième instruction place le mot C suivi de la terminaison NT en B. Si nous avions CHANTER *F* dans la chaîne A, nous trouverons CHANTER *F* puis CHANTE *F* en chaîne C, et CHANTENT *F* en chaîne B.

5. Emploi de l'instruction „pour"

Deuxième exemple. On se propose d'isoler la désinence d'un mot' désinence formée de *p* lettres, afin de comparer ultérieurement la désinence et le radical restant avec des désinences et radicaux placés dans des tables.

MOT, RAD, DES, sont les identificateurs des trois chaînes. Le mot à étudier est en MOT; nous placerons la désinence en DES et le radical en RAD. Le programme sera le suivant:

entier $\mathcal{J}$, *p*, *chaîne* MOT [15], DES [10], RAD [10];
pour $\mathcal{J} := 1$ **pas** 1 **jusqu'à** *p* **faire**
DES [$\mathcal{J}$] := MOT [*longueur* (MOT) $- p + \mathcal{J}$];
RAD := MOT; RAD [*longueur* (RAD) $- p + 1$] := *F*.

L'instruction **pour** reporte, caractère par caractère, les derniers caractères du mot étudié en DES; nous placerons en premier caractère de DES, le caractère de MOT qui se trouve au rang *longueur* (MOT) $- p + 1$ si $p = 1$ c'est le dernier, si $p = 2$ c'est l'avant-dernier, etc... La seconde instruction place en RAD une chaîne identique à celle de MOT; la troisième instruction place le symbole de fin de chaîne après le radical, ce qui revient à supprimer les *p* dernières lettres. Si nous avons choisi $p = 3$, et placé I R O N T *F* en MOT, l'instruction **pour** placera successivement en DES: O, puis N, puis T et *F*; la seconde instruction placera I R O N T *F* en RAD, la troisième instruction placera *F* au caractère de rang $5 - 3 + 1 = 3$, donc remplacera la 3-ème caractère O par *F*, opération qui revient à effacer O N T.

Nous trouverons donc: O N T *F* en DES et IR *F* en RAD.

T r o i s i è m e e x e m p l e. Nous appellerons *liste* une chaîne ayant la structure suivante: la liste est formée de groupe de caractères ne comportant pas le séparateur *S* et séparès par ce symbole. Chacun de ces groupes est un é l é m e n t de la liste, déterminé par son rang. Nous nous proposons d'écrire, en „ALGOL linguistique", un sous-programme ou procédure définissant le *N*-ième élément d'une chaîne *L ayant la structure d'une liste*:

Chaîne procédure *élément* (*N*, *L*)
entier N; *chaîne L*; **début** *entier* $\mathcal{J}$, *K*, *M*, *F*;
$\mathcal{J} := 0$; **si** $N = 1$ **alors début**
pour $\mathcal{J} := \mathcal{J} + 1$ **tant que** L [$\mathcal{J}$] $\not\equiv$ [*S*] *et* L [$\mathcal{J}$] $\not\equiv$ [*F*] *et* L [$\mathcal{J}$] $\not\equiv$ [*D*]
faire début *élément* [$\mathcal{J}$] := L [$\mathcal{J}$]; P := $\mathcal{J}$ **fin; aller à** fin **fin**;
$K := 2$; iter: $\mathcal{J} := \mathcal{J} + 1$; **si** L [$\mathcal{J}$] $\equiv$ [*F*] **alors aller à** *erreur*; **si** L [$\mathcal{J}$] $\equiv$
$\equiv$ [*S*] **alors début si** $K = N$ **alors aller à** suite **sinon début**
$K := K + 1$; **aller à** iter **fin**;
fin; **sinon aller à** iter;
suite: M := $\mathcal{J}$; **pour** $M := M + 1$ **tant que** L [*M*] $\not\equiv$ [*S*] *et* L [*M*] $\not\equiv$
$\not\equiv$ [*F*] *et* L [*M*] $\not\equiv$ [*D*] **faire début** *élément* [$M - \mathcal{J}$] := L [$\mathcal{J}$];
P := J; **aller à** *fin* **fin**;
fin: *élément* [$P + 1$] := *F* **fin.**

Si *N* est supérieur au nombre d'éléments de la liste, il y a arrêt avec signalement de l'erreur.

Nous ne donnerons pas plus de détails sur cette extension de L'ALGOL; signalons seulement que cet ALGOL linguistique est en cours de mise au point et que le compilateur correspondant sera bientôt écrit afin de donner au groupe de traduction automatique de l'Université de Nancy une notation, ainsi qu'une méthode de programmation, permettant la description stricte des procédés et méthodes utilisés en traduction automatique.

4. Conclusion

a) L'ALGOL simplifie considérablement la programmation, mais, malgré son apparente simplicité, demande cependant un assez long apprentissage:

à lui seul l'exposé des règles de l'ALGOL demande près de 10 heures. Il faut ensuite en faire l'apprentissage.

D'autre part, l'ALGOL apparaît (avec FORTRAN) comme la *seule notation permettant de décrire correctement les procédés de calculs*: il est donc naturel d'inclure l'enseignement de l'ALGOL dans un cours d'Analyse Numérique et on peut concevoir que, d'ici quelques années, de nombreux scientifiques connaîtront l'ALGOL (comme ils connaissent déjà la notation intégrale, la notation matricielle et d'autres notations mathématiques). Ils seront alors capables d'utiliser les calculatrices électroniques dans leurs travaux, aussi naturellement qu'ils utilisent leurs connaissances mathématiques.

b) Les résultats déjà obtenus en „ALGOL linguistique" montrent que, avec quelques notions complémentaires, l'ALGOL permet la description et par suite la programmation de traitements de l'information non scientifique. On peut espérer la naissance prochaine d'un „ALGOL général", permettant une description correcte et une programmation commode de tout traitement de l'information. Cette notation de l'informatique donnera certainement un élan à cette science encore neuve.

Il semble qu'actuellement l'évolution de la programmation soit en retard sur l'évolution des calculatrices et freine leur développement. Le progrès de l'informatique, permettra de rattrapper ce retard et rendra plus efficace dans tous les domaines, l'utilisation des grands ensembles électroniques.

Reçue le 11 XI 1963

Université de Nancy, France

BIBLIOGRAFIE

1. Legras J., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1963, **IX (XIII)**, *3—4*, pp. 85—90.

O SCRIERE MATEMATICĂ ADAPTATĂ LA PROGRAMARE: ALGOL

(Rezumat)

Autorul expune principiile fundamentale care caracterizează noul limbaj matematic ALGOL, pledînd pentru includerea învăţămîntului acestuia în cursurile de Analiză numerică.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

D. C. 519.3

THE EXISTENCE OF OPTIMAL CONTROLS AND SOME APPLICATIONS

BY

D. MANGERON and EMILIO O. ROXIN

1. Following R. Bellman's and M. Picone's important recent results concerning dynamic programming [1] and establishment of very general sufficient criteria variational [2], the first of the authors has developed in a set of his previous papers new variational techniques related to the spectral theory of a new class of partial differential equations with total derivatives [3], [4] of the form:

$$\frac{\partial^{mn}}{\partial x_1^m \partial x_2^m \dots \partial x_n^m}\left(\Theta(x_1, x_2, \dots, x_n) \frac{\partial^{mn} u}{\partial x_1^m \partial x_2^m \dots \partial x_n^m} \right) =$$

$$(1) \qquad = \sum_{i=1}^{m-1} A_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \frac{\partial^{ni}}{\partial x_1^i \partial x_2^i \dots \partial x_n^i}\left(\Theta_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \frac{\partial^{ni} u}{\partial x_1^i \partial x_2^i \dots \partial x_n^i} \right) +$$

$$+ \lambda A(x_1, x_2, \dots, x_n) u + f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

The functional equations of dynamic programming corresponding to boundary value problems for the equations of the form:

$$\frac{\partial^{2n} u}{\partial x_1^2 \partial x_2^2 \dots \partial x_n^2} - \lambda A(x_1, x_2, \dots, x_n) u = 0,$$

$$(2) \qquad u|_{FR} = 0, \quad R = \{x_i^* \leqslant x_i \leqslant x_i^{**}\}, \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

reduce respectively for $n = 1$ and $n = 2$ to

$$(3) \qquad f(a, k) = \min \int_a^1 u'^2 \, dx, \quad u(a) = k, \quad u(1) = 0, \quad \int_a^1 A(t) u^2 dt = 1 \Longrightarrow$$

$$(4) \qquad \Rightarrow 0 = \min_{v} [v^2 + v f_k] + f_a + A(a) k^3 f_k/2 - A(a) k^2 f,$$

or

$$(5) \qquad f_a = f_k^2/4 - A(a) k^3 f_k/2 + A(a) k^2 f;$$

$$(6) \quad \begin{cases} f[a_1, a_2, k_1(y), k_2(x)] = \min \int_{a_1}^{1} \int_{a_2}^{1} \left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \, \partial y} \right)^2 dx \, dy, \\ u(a_1, y) = k_1(y), \; u(x, a_2) = k_2(x), \; k_1(a_2) = k_2(a_1) = k, \\ u(x, 1) = u(1, y) = 0, \; \int_{a_1}^{1} \int_{a_2}^{1} A(x, y) u^2 \, dx \, dy = 1, \\ 0 \leqslant a_1 < 1, 0 \leqslant a_2 < 1, \; 0 < b_1 \leqslant A(x, y) \leqslant b_2, \quad R = [0, 1] \times [0, 1] \end{cases}$$

where

$$u(a + s) = k + sv, \; u(a_1 + s_1, \; a_2 + s_2) = k + s_1 v_1 + s_2 v_2,$$

$$v_1 = \partial u/\partial x \big|_{x = a_1}, v_2 = \partial u/\partial y \big|_{y = a_2}, \quad (a_1 + s_1 \leqslant x \leqslant 1, \; a_2 + s_2 \leqslant y \leqslant 1).$$

The second of the authors has developed various studies concerning stability in general control systems [5], [6] and generalized dynamic systems defined by contingent equations, related to the control systems defined, for example, by a differential equation $x' = f(x, t, u)$, where u is a control parameter which can be chosen more or less arbitrarily.

In their last commun paper devoted to studies of the closure of the attainable set for problems in optimal control, published in the last issue of this *Bulletin* [7], the authors mentioned the importance of this closedness.

Conserving all algorithmic developments, definitions and notations introduced in [7], the authors give in the present paper some remarks and applications concerning the time-optimization problem [8].

2. Let us begin to observe that the convexity condition [7]:

$\hat{f}(t, \hat{x}, U) = \{\hat{f}(t, \hat{x}, u) \mid u \in U\}$ is a convex set for each $(t, \hat{x}) \in I \times \hat{X}$

on $f(x, U)$ is essential in [7, theorem 2]. The following example shows that without this condition the result is no longer true, even in very simple cases.

Consider the system

$$\dot{x}^0 = 1, \; \dot{x}^1 = |u| / [1 + (x^2)^2], \; \dot{x}^2 = u / [1 + (x^2)^2],$$

with the admissibility condition $|u(t)| \leqslant 1$ for the scalar u.

The set $f(x, U)$ consists of two segments (as shown in Fig. 1),

$$\dot{x}^1 = \pm \dot{x}^2, \; |\dot{x}^1| = |\dot{x}^2| \leqslant 1/[1 + (x^2)^2].$$

Fig. 2 shows several trajectories in the (x^1, x^2)-plane, for reaching the point $x^1 = 1$, $x^2 = 0$ from the origin, the path making constantly an angle of 45° with the x^1-axis.

The corresponding time, that is, the value of x^0 at the end point, will be smaller for trajectories where $(x^2)^2$ is smaller, in other words, for trajectories nearer to the x^1-axis. The lower limit is not attained because the limit trajectory, which is the x^1-axis, is not admissible.

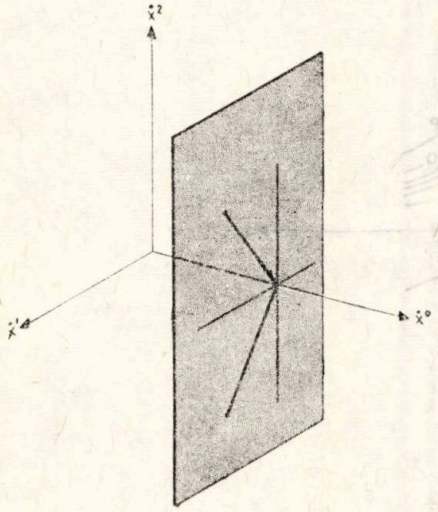


Fig. 1

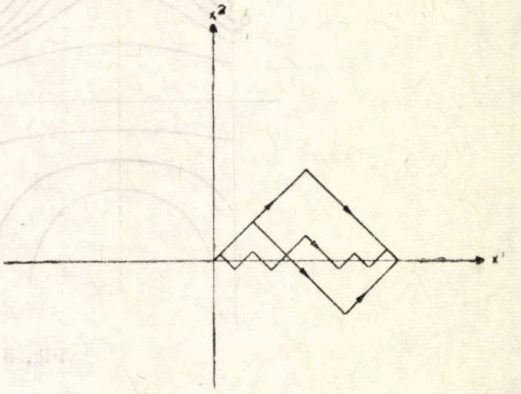


Fig. 2

3. We now give an example of an attainable set which is not closed; here there exist trajectories going to infinity in finite time [7, condition (IV)]. For all $u \in U$ (uniformly)

$$\| \hat{f}(t, \hat{x}_1, u) \| \leqslant \mu(t)\, g(\| \hat{x} \|),$$

where the function $\mu(t)$ is integrable in every finite interval $g(\| \hat{x} \|)$ is bounded in each region of the space, and $g(\| \hat{x} \|) = O(\| \hat{x} \|)$ for $\| x \| \to \infty$, is violated.

If in the equation

$$\dot{x} = 2x^2(1 - t) - 1 + u, \quad (|u| \leqslant 1),$$

we put $u = 1$, we obtain $\dot{x} = 2x^2(1 - t)$. The trajectories of this equation, given by $x = 1/[t - 1)^2 + c]$ are shown in Fig. 3.

If we start at P_0 $(t = 0, x = 1)$, the attainable set is limited on its upper side by the curve for which $c = 0$, because we can always proceed along the curves shown in Fig. 3, for $c > 0$. The first branch of the curve $c = 0$, between P_0 and infinity, is attainable, but the branch from infinity to the right is not (without passing through infinity) because once

we are on a curve $c = \varepsilon > 0$, we can no longer reach the curve $c = 0$. A point like P is thus not attainable from P_0, in spite of the fact that it is on the boundary of the attainable set.

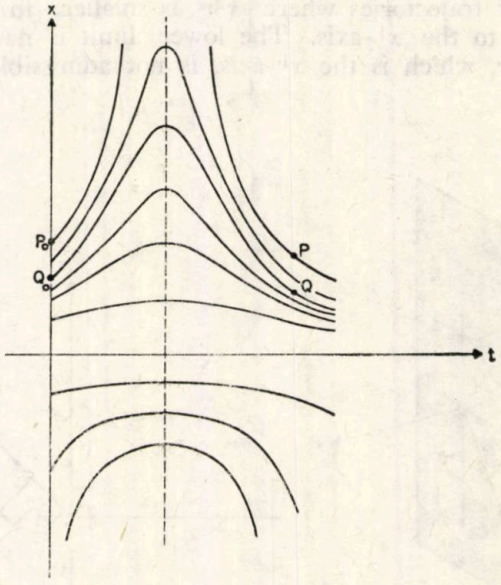


Fig. 3

4. Sometimes equation

$$\dot{x} = f(x, u),\ x = (x^0, x^1, \ldots, x^n) = (x^0, \hat{x}),\ f = (f^0, f^1, \ldots, f^n) = (f^0, \hat{f}), \tag{7}$$
$$u = (u^1, u^2, \ldots, u^m)$$

is given in the form

$$\dot{x} = f_1(x) + B(x)\, v,\ (v \in V), \tag{8}$$

where x and f_1 are n-vectors, v is an m-vector, and B is an $n \times m$ matrix.

In general, equation (7) can be written

$$\dot{x} = f(x,\ u_0) + [f(x, u) - f(x, u_0)] = f_1(x) + v, \tag{9}$$

with

$$v \in V(x) = \{f(x, U) - f(x, u_0)\}.$$

The main difference between (8) and (9) is that in equation (9) the set V depends on x. Under the assumption that $V(x)$ is convex for each value of x, it is contained in a linear subspace of some dimension m, so that (9) can be written exactly like (8). The set V can then be taken independently of x if and only if for each x, the set $f(x, U)$ in (9) is the linear image of some fixed set W, more precisely, if in (9) we can write:

$$v = v(x, w) = B(x)\, w,\ (w \in W). \tag{10}$$

On the other hand, if we start with the most general statement

$$\dot{x} = f(x, u) \qquad (u(x, t) \in V(x)), \tag{11}$$

and suppose that the set $V(x)$ is continuous in x, in the sense that there exists a continuous function $\varphi = \varphi(x, w)$ such that $V(x)$ is the image of the fixed set W: $V(x) = \varphi(x, W)$, then (11) can be written also as:

$$\dot{x} = f(x, \varphi(x, w)) = g(x, w) \quad (w \in W), \tag{12}$$

which is of the form (7).

5. *Application to problems of optimization.* A typical formulation of the optimal control problem is the following.

Given equation (7) subject to the conditions stated there, given the initial condition

$$x(0) = x_0 \tag{13}$$

and the final condition

$$x(t_1) \in E, \tag{14}$$

where E is a given closed set in x-space, we are required to find an admissible control function $u(t)$ and a value $t_1 > 0$ such that (7), (13) and (14) are satisfied and some given function $\psi(x)$, evaluated at the final point $x(t_1)$, has the least possible value.

Sometimes we are interested in minimizing a functional of the form

$$\int_0^{t_1} \varphi(x, u)\, dt,$$

but we can easily reduce this case to the preceding one by introducing a new coordinate x^{n+1} related to equation (7) by

$$\dot{x}^{n+1} = \varphi(x, u),$$

and minimizing $\psi(x) = x^{n+1}$.

If $E \cap R_{x_0}$ [7] is a compact non empty set and $\psi(x)$ is continuous, we can assert that there exists a point $x_1 \in E \cap R_{x_0}$ where $\psi(x)$ attains its minimum. This gives us the solution to our problem. In general, if all the previously mentioned conditions hold, one can only assert that $E \cap R_{x_0}$ is closed, and this is not sufficient for insuring the existence of the minimum of $\psi(x)$. Nevertheless, in many cases one may restrict the attention to some bounded domain, and then the desired result follows.

An important example is the time-optimization problem, where $\psi(x) = x^0 = t$. In this case, if $E \cap R_{x_0}$ is not empty, for example, if $x_2 \in E \cap R_{x_0}$, we may look for the minimum of t in the interval $0 \leqslant t \leqslant t_2 = x_2^0$. We call this interval T, and we see easily that $E \cap R_{x_0} \cap T$ is bounded and therefore compact, so that the existence of the minimum follows.

Special problems of this last case are, for example:

a) Starting at $\hat{x}(0) = \hat{x}_0$, to reach $\hat{x}(t_1) = \hat{x}_1$ in minimum t_1. Here E is the line parallel to the t-axis $(\hat{x}_1, t)$.

b) Starting at $x(0) = x_0$, to hit a target moving according to $x = \varphi(t)$. Here E is the trajectory $x = \varphi(t)$.

c) Given two controllable points at the initial conditions x_0, x_1, to steer both in such a way that they meet in minimum time. Here E is the attainable set from x_1.

d) Given $\hat{x}_0$ at a distance $\|\hat{x}_0\| < d$ from the origin, to steer $\hat{x}(t)$ away from the origin reaching $\|\hat{x}(t)\| = d$ in minimum time. Here E is the set given by $\|\hat{x}\| \geqslant d$.

Received the 30 V 1964

University of Buenos Aires, Argentina
and
Polytechnic Institute of Jassy, Rumania

REFERENCES

1. Bellman R., Dreyfus E., *Applied Dynamic Programming.* A RAND Corporation Research Study, Princeton Univ. Press, Princeton, N. J., 1961.
2. Picone M., Atti Accad. Naz. dei Lincei, Memorie, Cl. Sci. fis., mat. e nat. s. 8., **CCCLX**, 1963, **VII**, I, *3*, pp. 33—58.
3. Mangeron D., J. Math. Anal. a. Appl., 1964, **9**, *1*, pp. 141—146.
4. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1962, **255**, pp. 2894—2896.
5. Roxin E., *Stability in General Control Systems.* RIAS, Baltimore, Md. NASA Contract Nr. NASw-845.
6. — *On Generalized Dynamical Systems defined by Contingent Equations.* NASA Contract Nr. NASw-845.
7. Roxin E., Mangeron D., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1964, **XXIV**, *1—2*, pp. 29—36.
8. Conti R., *Controlli t-minimanti.* Corso Matematico Estivo, Varenna, 1963.

PROBLEMA DE EXISTENŢĂ ÎN CONTROL MINIMAL ŞI UNELE APLICAŢII

(Rezumat)

Autorii, folosind rezultatele obţinute în lucrarea precedentă proprie, publicată în acest *Buletin* [7], relativă la închiderea şirurilor ajungibile, prezintă o serie de observaţii menite a pune în evidenţă importanţa rezultatelor obţinute în problemele de existenţă a soluţiilor, şi în cele privind teoria controlului optimal. Lucrarea se încheie cu expunerea unor aplicaţii interesînd probleme de control de minimizare a timpului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

D. C. 513.88

EQUIVALENCE RELATIONS IN PROBABILISTIC METRIC SPACES

BY

B. SCHWEIZER

In a paper written in 1951 [1], Menger introduced three types of distinguishability for pairs of points of a probabilistic metric space. Since that time, notably since 1958, there has been considerable progress in the theory of probabilistic metric spaces and it is therefore of interest to reconsider Menger's ideas in the light of these more recent developments.

In this paper we shall show how some of Menger's distinguishability criteria serve to determine equivalence relations in probabilistic metric spaces and then indicate how these equivalence relations in turn lead naturally to the study of quotient spaces and quotient topologies. Before turning to these matters, we list several definitions which will be required in the sequel.

A *probabilistic metric space* (briefly, a *PM space*) is an ordered pair $(S, \mathcal{F})$, where S is a set and $\mathcal{F}$ is a mapping from $S \times S$ into the set of one - dimensional distribution functions. For any pair of points p, q of S, the distribution function $\mathcal{F}(p, q)$ is denoted by F_{pq}; for any real number x, the number $F_{pq}(x)$ may be interpreted as the probability that the „distance" between p and q is less than x. The functions F_{pq} are assumed to satisfy the following conditions:

(I) $F_{pq}(x) = 1$ for all $x > 0$ if and only if $p = q$;
(II) $F_{pq}(0) = 0$; (III) $F_{pq} = F_{qp}$;
(IV) If $F_{pq}(x) = 1$ and $F_{qr}(y) = 1$, then $F_{pr}(x + y) = 1$.

A *triangular norm* (briefly, a *t-norm*) is a function T from the closed unit square to the closed unit interval satisfying the conditions:

(a) $T(0, 0) = 0$, $T(a, 1) = a$;
(b) $T(c, d) \geqq T(a, b)$ whenever $c \geqq a, d \geqq b$;
(c) $T(a, b) = T(b, a)$; (d) $T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$.

A *Menger space* is a triple $(S, \mathcal{F}, T)$, where $(S, \mathcal{F})$ is a probabilistic metric space, T is a t-norm, and the generalized triangle inequality

$$F_{pr}(x+y) \geqq T(F_{pq}(x), F_{qr}(y)) \tag{1}$$

holds for all triples of points p, q, r in S and for all x, $y \geqq 0$.

The various types of distinguishability introduced by Menger are the following:

Definition. Let $(S, \mathcal{F})$ be a *PM* space; let p, q be a pair of points belonging to S; and let

$$t_{pq} = \sup\{x \mid F_{pq}(x) = 0\}.$$

Then p and q are

(A) *certainly-distinguishable* if $t_{pq} > 0$;

(B) *barely-distinguishable* if $t_{pq} = 0$ and $F_{pq}(0+) = 0$;

(C) *perhaps-indistinguishable* if $t_{pq} = 0$ and $F_{pq}(0+) > 0$.

Since $F_{pp}(0+) = 1$ and $F_{pq} = F_{qp}$, the relation C of being perhaps - indistinguishable is reflexive and symmetric in any *PM* space. As regards transitivity, we have

Theorem 1. *If $(S, \mathcal{F}, T)$ is a Menger space and T a t-norm such that $T(x, y) > 0$ whenever $x > 0$ and $y > 0$, then the relation C is an equivalence relation.*

Proof: We have only to show that C is transitive. Suppose, therefore, that $p\,C\,q$ and $q\,C\,r$. Then $F_{pq}(0+) > 0$ and $F_{qr}(0+) > 0$. Using the triangle inequality (1), for $0 < y < x$, we have

$$F_{pr}(x) \geqq T(F_{pq}(y), F_{qr}(x-y)) \geqq T(F_{pq}(0+), F_{qr}(0+)).$$

Thus

$$F_{pr}(0+) \geqq T(F_{pq}(0+), F_{qr}(0+)) > 0,$$

from which it follows that $p\,C\,r$.

In his paper [1], Menger showed that C is an equivalence relation in any Wald space [2]. Since a Wald space is a Menger space under the t-norm $T = \text{Product}$ [2; Theorem 3.1] and since $xy > 0$ whenever $x > 0$ and $y > 0$, Menger's result follows at once from Theorem 1.

Lemma. *Under the hypotheses of Theorem 1, $t_{pr} \leqq t_{pq} + t_{qr}$.*

Proof: $\varepsilon > 0$ be given. Then

$$F_{pr}(t_{pq} + t_{qr} + \varepsilon) \geqq T(F_{pq}(t_{pq} + \varepsilon/2), F_{qr}(t_{qr} + \varepsilon/2)) > 0,$$

since from the definition of t_{pq} and t_{qr}, both $F_{pq}(t_{pq} + \varepsilon/2) > 0$ and $F_{qr}(t_{qr} + \varepsilon/2) > 0$. Thus for every $\varepsilon > 0$, $t_{pr} \leqq t_{pq} + t_{qr} + \varepsilon$, from which the conclusion follows.

Theorem 2. *Under the hypotheses of Theorem 1, (S, t) is always a pseudo-metric space. Moreover, (S, t) is a metric space if and only if every pair of distinct points of S are certainly-distinguishable.*

Proof: Clearly $t_{pp} = 0$ and $t_{pq} = t_{qp}$. By the preceding Lemma, t satisfies the triangle inequality. This proves the first statement. To prove the second we have only to note that if every pair of distinct points of S is certainly-distinguishable, then $t_{pq} > 0$ whenever $p \neq q$, and conversely.

From Theorem 2 and the well-known fact that any pseudo-metric d on a set X defines an equivalence relation R on X via $p\,R\,q$ if and only if $d(p,q)=0$, we have at once:

Theorem 3. *If the hypotheses of Theorem 1 are satisfied then the relation D on S defined by $p\,D\,q$ if and only if $t_{pq}=0$, i. e., if and only if p and q are not certainly-distinguishable, is an equivalence relation.*

Each of the equivalence relations C, D partitions S into equivalence classes. By means of this partitioning one is naturally led to the study of quotient spaces, quotient topologies and probabilistic distances between subsets of S. These questions will be considered in some detail in a forthcoming paper by R. Egbert. Consequently, we here confine ourselves to presenting only one elementary but important result along these lines.

Theorem 4. *If $(S,\mathcal{F},T)$ is a Menger space such that $\sup_{x<1}T(x,x)=1$ and $T(x,y)>0$ whenever $x>0$ and $y>0$, then the system of neighborhoods defined by*

$$N_p(\varepsilon,\lambda)=\{q\mid F_{pq}(\varepsilon)>1-\lambda,\ \varepsilon>0,\ \lambda>0\} \tag{2}$$

is a neighborhood system for a topology on S (the so-called ε, λ-topology [2]) *and the equivalence classes in S determined by the equivalence relation D are closed subsets of S in this topology.*

Proof: That the system of neighborhoods (2) is a neighborhood system for a (Hausdorff, T_2) topology for S was shown in [3].

Let p be a point in S and let W be the equivalence class determined by p, i. e.,

$$W=\{q\mid p\,D\,q\}=\{q\mid t_{pq}=0\}.$$

We shall show that $S-W$, the complement of W, is open. To this end, suppose r does not belong to W. Then $t_{pr}>0$ whence, since F_{pr} is left-continuous, $F_{pr}(t_{pr})=0$. Now choose z such that $0<z<t_{pr}$; choose ε and λ such that $0<\varepsilon<t_{pr}-z$ and $0<\lambda<1$; and let s be any point belonging to $N_r(\varepsilon,\lambda)$, so that $F_{sr}(\varepsilon)>1-\lambda>0$. Then

$$\begin{aligned}0=F_{pr}(t_{pr}) &\geqq T(F_{ps}(z),F_{sr}(t_{pr}-z))\\ &\geqq T(F_{ps}(z),F_{sr}(\varepsilon))\\ &\geqq T(F_{ps}(z),1-\lambda)\geqq 0.\end{aligned}$$

Hence $T(F_{ps}(z),1-\lambda)=0$. Consequently, since by hypothesis $T(x,y)>0$ whenever $x>0$ and $y>0$, and since $1-\lambda>0$, we must have $F_{ps}(z)=0$. Thus, $t_{ps}\geqq z>0$, the neighborhood $N_r(\varepsilon,\lambda)$ of r belongs to $S-W$ which is therefore open, and W is closed.

Corollary. *The quotient space S/D, endowed with the usual quotient topology, is a T_1 space.*

Received the 24 VIII 1964

The University of Arizona,
Tucson, Arizona, U.S.A.

REFERENCES

1. Menger K., Proc. Nat. Acad. of Sci., U. S. A., 1951, **37**, pp. 226—229.
2. Schweizer B., Sklar A., Pacific J. of Math., 1960, **10**, pp. 313—334.
3. Schweizer B., Sklar A., Thorp E., Pacific J. of Math., 1960, **10**, pp. 673—675.

RELAŢII DE ECHIVALENŢĂ ÎN SPAŢII METRICE PROBABILISTICE

(Rezumat)

Autorul, ţinînd seama de progresele considerabile realizate în ultima vreme în domeniul studiului spaţiilor metrice probabilistice, reia studiul criteriului de distingere introdus de M e n g e r [1]. Se arată cum criteriul menţionat permite să se determine relaţii de echivalenţă în spaţii metrice probabilistice. Se indică apoi cum relaţiile de echivalenţă stabilite conduc la rîndul lor în mod natural la studiul spaţiilor fracţionare şi a topologiilor fracţionare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. D. 517.934

SUR LA STABILITÉ DES SOLUTIONS CONSTANTES DE L'ÉQUATION AUTONOME DE LIÉNARD $\ddot{x} + a(x)\dot{x} + \varphi(x) = 0$.

EXEMPLES ET GÉNÉRALISATIONS

PAR

AIMÉ HUAUX

1. Introduction [1])

Soit l'équation autonome de Liénard

$$\ddot{x} + a(x)\dot{x} + \varphi(x) = 0; \tag{1.1}$$

soient

$$x = x_i, \quad (i = 1, 2, ..., n), \tag{1.2}$$

les zéros réels de $\varphi(x)$; ce sont des solutions de (1.1). Nous allons étudier la stabilité des solutions (1.2) de (1.1) par la deuxième méthode de Ljapounov.

Dans un certain intervalle de variation de x comprenant le zéro considéré x_i, nous supposons que sont vérifiées des conditions suffisantes garantissant l'existence et l'unicité de la solution générale de (1.1) ainsi que sa continuité par rapport aux conditions initiales; de plus, nous admettons que $a(x)$ et $\varphi(x)$ sont des fonctions continues de x dans ce même intervalle.

Enfin, nous nous ramènerons à l'étude de la stabilité de la solution triviale de (1.1) à l'aide d'une translation convenable, s'il y a lieu; nous supposerons cette réduction effectuée, d'où

$$\varphi(0) = 0, \tag{1.3}$$

et nous désignerons l'intervalle de variation de x, dont il vient d'être question, par la notation (α_1, α_2), $\alpha_1 < 0$, $\alpha_2 > 0$.

---

[1]) Lors des séances de la III-e Conférence consacrée aux oscillations non linéaires (Académie Allemande des Sciences, Berlin, RDA, 25—30 Mai 1964) l'auteur a eu le plaisir de faire connaissance avec des travaux des MM. I. Barbălat [8], A. Braier [9] et D. Mangeron [10], dont les deux derniers sont consacrés à l'élaboration de nouvelles méthodes graphiques et analytiques touchant la Mécanique non linéaire, tandis que le premier aborde d'un autre point de vue l'équation de Liénard.

2. Stabilité asymptotique d'un zéro réel, simple ou multiple d'ordre impair, de $\varphi(x)$

Supposons que $x = 0$ soit zéro simple ou multiple d'ordre impair de $\varphi(x)$; remplaçons (1.1) par le système équivalent suivant de deux équations différentielles du premier ordre

$$\dot{x} = y, \qquad (2.1)$$

$$\dot{y} = -\varphi(x) - a(x)\,y; \qquad (2.2)$$

nous supposons donc que $a(x)$ et $\varphi(x) \in C$, $\forall x \in (\alpha_1, \alpha_2)$. Posons

$$A(x) = \int_0^x a(x)\,dx, \quad \alpha_1 < x < \alpha_2, \qquad (2.3)$$

$$\Phi(x) = \int_0^x \varphi(x)\,dx, \quad \alpha_1 < x < \alpha_2. \qquad (2.4)$$

Soit la fonction v donnée par

$$v = [y + A(x)]^2/2 + y/2 + 2\Phi(x), \qquad (2.5)$$

dont la dérivée totale par rapport à t, $\dot{v} = dv/dt$, calculée en tenant compte de (2.1) et (2.2), vaut ([3], v. les deux références)

$$\dot{v} = -a(x)\,y^2 - A(x)\,\varphi(x). \qquad (2.6)$$

On voit aisément que v est définie positive et $\dot{v}$ définie négative si $a(x) > 0$, $\forall x \in (\beta_1, \beta_2)$ et $x\varphi(x) > 0$, $x \neq 0$ et $x \in (\beta_1, \beta_2)$, $\alpha_1 \leqslant \beta_1 < 0 < \beta_2 \leqslant \alpha_2$. Dès lors, en vertu du deuxième théorème de Ljapounov sur la stabilité [5, p. 261, remarque 2], la solution triviale de (1.1) est asymptotiquement stable, d'où le

Théorème 1. *La solution triviale de l'équation différentielle* (1.1) *est asymptotiquement stable si les conditions suffisantes suivantes sont remplies*:

a) *l'existence et l'unicité de la solution générale de* (1.1) *sont garanties* $\forall x \in (\alpha_1, \alpha_2)$, $\alpha_1 < 0$, $\alpha_2 > 0$, *ainsi que sa continuité par rapport aux conditions initiales* [2]:

b) $a(x)$ et $\varphi(x) \in C$, $\forall x \in (\alpha_1, \alpha_2)$;

c) $a(x) > 0$, $x\varphi(x) > 0$, $x \neq 0$ $\Big\}$ $\forall x \in (\beta_1, \beta_2)$, $\alpha_1 \leqslant \beta_1 < 0 < \beta_2 \leqslant \alpha_2$.

3. Stabilité faible d'un zéro simple ou multiple d'ordre impair de $\varphi(x)$

Si au **2** nous remplaçons l'hypothèse $a(x) > 0$ par la suivante:

$$a(x) \equiv 0, \quad x \in (\beta_1, \beta_2), \qquad (3.1)$$

la relation (2.5) devient

[2] Nous résumerons cette condition par l'abréviation suivante: l'équation (1.1) $\in E$, $\forall x \in (\alpha_1, \alpha_2)$, $\alpha_1 < 0$, $\alpha_2 > 0$, d'après [2, p. 3].

(3.2) $v \equiv y^2 + 2\Phi(x)$, d'où (3.3) $\dot{v} \equiv 0$;

dès lors, dans l'énoncé du théorème l'on remplacera l'expression „asymptotiquement stable" par l'expression „faiblement stable" [5, p. 259].

4. Instabilité d'un zéro simple ou multiple d'ordre impair de $\varphi(x)$

a) Premier cas. Supposons

$$\left.\begin{aligned} &x\varphi(x) > 0,\ x \neq 0, \quad (4.1)\\ &a(x) < 0, \quad (4.2)\end{aligned}\right\} \quad \forall x \in (\beta_1, \beta_2).$$

Si nous reprenons la fonction v donnée par (2.5), sa dérivée $\dot{v} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ donnée par (2.6), compte tenu des hypothèses (4.1) et (4.2), est aussi définie positive. En vertu du premier théorème de Ljapounov sur l'instabilité [5, p. 262], la solution triviale de (1.1) est instable.

b) Deuxième cas. Supposons

$$x\varphi(x) < 0,\ x \neq 0,\ x \in (\beta_1, \beta_2);\ a(x) \text{ et } \varphi(x) \in C,\ x \in (\beta_1, \beta_2); \quad (4.3)$$

dans ce deuxième cas, on n'a besoin d'aucune hypothèse sur le signe de $a(x)$ dans l'intervalle (β_1, β_2).

Soit la fonction indéfinie

$$v = xy + \int_0^x a(x)\,\mathrm{d}x, \quad \alpha_1 < x < \alpha_2. \quad (4.4)$$

Calculons $\dot{v} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ compte tenu de (2.1) et (2.2). Il vient

$$\dot{v} = y^2 - x\varphi(x). \quad (4.5)$$

Par suite de l'hypothèse (4.3), $\dot{v}$ donné par (4.5) est définie positive. En vertu d'un théorème de Četaev, [1], la solution triviale de (1.1) est instable.

Corollaire. Si $\varphi(x)$ vérifie l'hypothèse (4.3), on ne peut rendre stable à l'aide d'une force dissipative un système mécanique dont l'équation de mouvement est

$$\ddot{x} + \varphi(x) = 0.$$

5. Généralisation

Soient x_1 et x_2 deux zéros réels consécutifs simples ou multiples d'ordre impair de $\varphi(x)$; ce sont des solutions de (1.1). Comme l'on suppose $\varphi(x)$ continue, on aura

$$\text{soit} \begin{cases} (x - x_1)\varphi(x) > 0, \\ (x - x_2)\varphi(x) < 0, \end{cases} \qquad \text{soit} \begin{cases} (x - x_1)\varphi(x) < 0, \\ (x - x_2)\varphi(x) > 0, \end{cases}$$

dans un intervalle de variation de x, comprenant x_1 et x_2. Pour examiner de près la stabilité de x_1 (ou x_2), on y amène l'origine du plan euclidien (x, y) rapporté à des axes coordonnés rectangulaires, moyennant une translation convenable; on est ramené aux calculs des **2, 3** et **4,** d'où le

Théorème 2. *Etant donné l'équation différentielle* (1.1), *on considère les zéros réels simples ou d'ordre impair de* $\varphi(x)$; *on suppose que* $(1.1) \in E$ *et que* $a(x)$ *et* $\varphi(x) \in C$ *pour tout* x *appartenant à un certain intervalle comprenant les zéros envisagés. Alors:*

a) *si* $a(x) \geqslant 0$, *de deux zéros réels consécutifs d'ordre impair de* $\varphi(x)$, *l'un est asymptotiquement stable et l'autre instable;*

b) *si* $a(x) \equiv 0$, *de deux zéros réels consécutifs d'ordre impair de* $\varphi(x)$, *l'un est faiblement stable et l'autre instable.*

c) *si* $a(x) < 0$, *tous les zéros réels d'ordre impair de* $\varphi(x)$ *sont instables.*

Exemple 1. Soit l'équation autonome de Duffing

$$\ddot{x} + 2D\varkappa\dot{x} + \varkappa^2 x(1 - \mu^2 x^2) = 0, \tag{5.1}$$

où D et $\mu > 0$ sont des nombres sans dimension, $\varkappa > 0$ un paramètre ayant comme dimension l'inverse de t; x n'a pas de dimension. L'équation différentielle (5.1) admet les trois solutions constantes

$$x = 0, \tag{5.2}$$

$$x = 1/\mu, \tag{5.3}$$

$$x = -1/\mu; \tag{5.4}$$

on peut vérifier que la solution (5.2) est asymptotiquement stable si $D \geqslant 0$ et faiblement stable si $D = 0$; dans ces deux cas, on doit prendre des conditions initiales telles que l'on ait à l'instant initial t_0

$$|x(t_0)| = |x_0| < 1/\mu. \tag{5.5}$$

Si $D < 0$, la solution (5.2) est instable. Enfin, les solutions (5.3) et (5.4) sont instables, que D soit positif, nul ou négatif.

Exemple 2. Soit l'équation autonome

$$\ddot{x} + 2D\varkappa\dot{x} + \varkappa^2 \sin x = 0, \tag{5.6}$$

où D et $\varkappa$ ont les mêmes significations qu'à l'exemple 1.

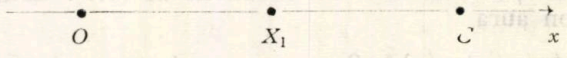
Les solutions constantes de (5.6) sont données par

$$x = k\pi, \tag{5.7}$$

où k est un entier positif, nul ou négatif. Pour $D > 0$, les solutions (5.7) à k pair ou nul sont asymptotiquement stables, pour $D = 0$ ces mêmes solutions sont faiblement stables et enfin les solutions (5.7) à k impair sont toujours instables. De plus, si $D \leqslant 0$, toutes les solutions constantes (5.7) de (5.6) sont instables. A l'aide d'une intégrale première, Stoker [7] a traité le cas $D = 0$ de l'équation différentielle (5.6), ce qui n'est pratiquement pas possible dès que $D \neq 0$.

Exemple 3. Dans le mouvement rectiligne d'un point matériel entre deux centres attractifs supposés fixes et attirant le point matériel en raison inverse du carré de la distance, on peut montrer l'instabilité de la position d'équilibre comme une application des résultats du **4.**

D'ordinaire, on établit cette proposition par des considérations physiques; nous allons le faire par un raisonnement algébrique.



Soient O et C les deux centres attractifs, de masses respectives M et m. Prenons O comme origine, OC comme axe Ox; posons $OC = c$; soient a et b les distances respectives auxquelles les attractions de O et C sont égales à g. Soit μ la masse du

point matériel qui peut se mouvoir sur OC. On a, si f désigne la constante de Gauss [6, p. 194–196],

$$\mu\ddot{x} = \mu\,(\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2) = -f\mu M/x^2 + f\mu m/(c-x)^2, \tag{5.8}$$

et comme par définition

$$f\,M/a^2 = fm/b^2 = g, \tag{5.9}$$

(5.8) peut s'écrire

$$\ddot{x} = -\,g\,[a^2/x^2 - b^2/(c-x)^2]. \tag{5.10}$$

$\ddot{x}$ s'annule entre O et C pour une seule valeur de x égale à

$$x_1 = ac/(a+b), \tag{5.11}$$

seule position d'équilibre du point matériel, de point représentatif X_1. Or, si l'on pose

$$\varphi\,(x) = +\,g[a^2/x^2 - b^2/(c-x)^2], \tag{5.12}$$

on trouve

$$(x-x_1)\,\varphi\,(x) = [x - ac/(a+b)]\,g\,[a^2/x^2 - b^2/(c-x)^2] < 0,\quad x \neq ac/(a+b),\quad 0 < x < c. \tag{5.13}$$

En vertu du raisonnement du **5** cette position d'équilibre est bien instable.

6. Instabilité d'un zéro multiple d'ordre pair de $\varphi\,(x)$

a) Premier cas. Supposons $\varphi\,(x) > 0$, $x \neq 0$, $x \in (\beta_1,\ \beta_2)$, $\varphi\,(0) = 0$. Soit la fonction indéfinie

$$v = xy + \int_0^x x\,a\,(x)\,\mathrm{d}x + \lambda\,[y + A\,(x)], \tag{6.1}$$

où $x \in (\alpha_1,\ \alpha_2)$ et λ est une constante sans dimension.

Calculons $\dot{v} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ compte tenu de (2.1) et (2.2) :

$$\dot{v} = y^2 - (\lambda + x)\,\varphi\,(x). \tag{6.2}$$

En prenant $\lambda < 0$ et $|\lambda|$ supérieur au plus grand des deux nombres $|\beta_1|$ et β_2, on peut rendre $\dot{v}$ définie positive, $x \in (\beta_1,\ \beta_2)$. Dès lors, en vertu du théorème de Četaev [1], la solution triviale de (1.1) est instable.

b) Deuxième cas. Supposons $\varphi\,(x) < 0$, $x \neq 0$, $x \in (\beta_1,\ \beta_2)$, $\varphi\,(0) = 0$. Il suffit de reprendre les calculs du premier cas, à partir de la fonction de Ljapounov donnée par (6.1). Toutefois, on prendra λ positif et supérieur au plus grand des deux nombres $|\beta_1|$ et β_2; alors, $\dot{v}$ sera de signe défini, ici positif. A nouveau, d'après le théorème de Četaev, la solution triviale de (1.1) est instable.

7. Conclusion [3]

On peut résumer tous les résultats qui précèdent dans le

Théorème 3. *Soit l'équation différentielle* (1.1); *on suppose que* (1.1) $\in E$, $x \in (\alpha_1,\ \alpha_2)$, $\alpha_1 < 0, \alpha_2 > 0$ *et que* $a\,(x)$ *et* $\varphi\,(x) \in C$, $x \in (\alpha_1,\ \alpha_2)$. *La solution triviale de* (1.1) *est*

a) *asymptotiquement stable si* $x\varphi(x) > 0, x \neq 0$ *et* $x \in (\beta_1, \beta_2)$, $a(x) > 0$, $x \in (\beta_1, \beta_2)$, $\alpha_1 \leqslant \beta_1 < 0 < \beta_2 \leqslant \alpha_2$;

b) *faiblement stable si* $x\varphi(x) > 0$, $x \neq 0$, $x \in (\beta_1, \beta_2)$ *et* $a(x) = 0$;

c) *instable dans les autres cas.*

8. Remarque

Dans tous les cas de stabilité asymptotique ou de stabilité faible traités ci-avant, nous n'avons envisagé que la stabilité locale.

a) On aura la stabilité globale si les conditions suivantes supplémentaires sont remplies:

$$\beta_1 = \alpha_1, \lim_{x \to \alpha_1 \to +0} \Phi(x) = +\infty, \quad \beta_2 = \alpha_2, \lim_{x \to \alpha_2 \to -0} \Phi(x) = +\infty;$$

b) On aura la stabilité complète si les conditions suivantes supplémentaires sont remplies:

$$\beta_1 = \alpha_1 = -\infty, \quad \beta_2 = \alpha_2 + = \infty, \lim_{x \to \pm\infty} \Phi(x) = +\infty.$$

9. Quelques généralisations

Exemple 1. Soit le système différentiel de classe E

$$\dot{x}_i + \varphi_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0, \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{9}$$

où l'on suppose que

a) $\varphi_i(x_1, \ldots, x_n) \in C$, $x_i \in (\alpha_{1i}, \alpha_{2i})$, $\alpha_{1i} < 0$, $\alpha_{2i} > 0$, $i = (1, 2, \ldots, n)$;

b) $x_i \varphi_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) > 0$, $x_i \neq 0$, $x_i \in (\beta_{1i}, \beta_{2i})$, $\alpha_{1i} \leqslant \beta_{1i} < 0 < \beta_{2i} \leqslant \alpha_{2i}$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$;

c) $\varphi_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \partial\Phi/\partial x_i$, $\Phi = \Phi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$;

d) $\varphi_i(0, 0, \ldots, 0) = 0$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

Par suite de ces hypothèses, la fonction $\Phi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ n'est déterminée qu'à une constante additive près, constante qu'on peut choisir de telle sorte que

$$\Phi(0, 0, \ldots, 0) = 0. \tag{9.2}$$

De plus, l'hypothèse b) entraîne

$$\Phi(x_1, x_2, \ldots, x_n) > 0, \quad x_i \neq 0, \quad x_i \in (\beta_{1i}, \beta_{2i}), \quad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Remplaçons (9.1) par le système équivalent suivant de deux équation différentielles du premier ordre s

$$\dot{x}_i = y_i, \tag{9.3}$$

$$\dot{y}_i = -\varphi_i(x_1, x_2, \ldots, x_n). \tag{9.4}$$

Soit la fonction définie positive

$$v = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 + 2\Phi(x_1, x_2, ..., x_n). \tag{9.5}$$

Compte tenu de (9.3) et (9.4), en trouve

$$\dot{v} = dv/dt = 0, \tag{9.6}$$

d'où la solution triviale de (9.1) est faiblement stable [5, p. 259].

Si nous soumettons le système matériel, dont le mouvement est primitivement régi par (9.1), à des forces gyroscopiques, il faut remplacer (9.1) par

$$\ddot{x}_i + \sum_{j=1}^{n} b_{ij}\dot{x}_j + \varphi_i(x_1, x_2, ..., x_n) = 0, \quad (i = 1, ..., n), \tag{9.7}$$

où $b_{ij} = -b_{ji}$ $(i, j = 1, 2, ..., n)$, les b_{ij} étant des constantes ou des fonctions de $x_1, x_2, ..., n_n$ ne s'annulant pas, mais continues et telles que (9.7) $\in E$. Il faut alors remplacer (9.3) et (9.4) par le système équivalent suivant

$$\dot{x}_i = y_i, \quad (i = 1, 2 ..., n), \tag{9.8}$$

$$\dot{y}_i = -\sum_{j=1}^{n} b_{ij} y_j - \varphi_i(x_1, x_2, ..., x_n). \tag{9.9}$$

Reprenons la fonction définie positive v donnée par (9.5) et calculons $\dot{v} = dv/dt$ compte tenu de (9.8) et (9.9). Il vient à nouveau

$$\dot{v} = 0. \tag{9.10}$$

Par conséquent, *si un système matériel est régi par l'équation différentielle* (9.1), *avec les hypothèses* a) *à* d), *il a la stabilité faible et l'adjonction de forces gyroscopiques conserve simplement la stabilité faible.*

Exemple 2. Reprenons le système différentiel (9.1), avec les mêmes hypothèses a) à d), mais cette fois examinons l'effet de forces d'amortissement proprement dites. Il faut remplacer (9.1) par

$$\ddot{x}_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\dot{x}_j + \varphi_i(x_1, x_2, ..., x_n) = 0, \quad (i = 1, ..., n), \tag{9.11}$$

où $a_{ij} = a_{ji}$ et où la matrice $\| a_{ij} \|$ est définie positive. On remplace (9.3) et (9.4) par

$$\dot{x}_i = y_i, \quad (i = 1, 2, ..., n), \tag{9.12}$$

$$\dot{y}_i = -\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j - \varphi_i(x_1, x_2, ..., x_n). \tag{9.13}$$

Reprenons la fonction définie positive v donnée par (9.5) et calculons $\dot{v} = dv/dt$ compte tenu de (9.12) et (9.13) :

$$\dot{v} = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, y_i\, y_j \,. \tag{9.14}$$

Par suite des hypothèses, $\dot{v}$ donnée par (9.14) est semi-définie négative et non identiquement nulle; en vertu d'un théorème dû à Lasalle [4], la solution triviale de (9.11) est asymptotiquement stable.

Exemple 3. Reprenons le système différentiel (9.1), l'hypothèse b) étant remplacée par la suivante:

b bis) $$x_i\,\varphi_i(x_1,\ x_2,...,x_n) < 0, \quad x_i \neq 0, \quad x_i \in (\beta_{1i},\ \beta_{2i}),$$
$$\alpha_{1i} \leqslant \beta_{1i} < 0 < \beta_{2i} \leqslant \alpha_{2i}, \quad (i = 1,\ 2,...,n),$$

l'hypothèse c) pouvant être supprimée car elle n'a aucun rôle dans la démonstration suivante. Soit en effet la fonction indéfinie

$$v = \sum_{n=1}^{n} x_i\, y_i \,. \tag{9.15}$$

Calculons $\dot{v} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ compte tenu des équations (9.3) et (9.4):

$$\dot{v} = \sum_{i=1}^{n} (y_i^2 - x_i\,\varphi_i(x_1,\ x_2,...,x_n)). \tag{9.16}$$

Par suite de l'hypothèse b bis), $\dot{v}$ donnée par (9.16) est définie positive, d'où, en vertu du théorème de Četaev [1], la solution triviale de (9.1) est, cette fois, instable.

Si nous introduisons des forces d'amortissement proprement dites, *avec des a_{ij} constants,* il faut remplacer (9.1) par (9.11) et considérer (9.12) et (9.13).

Soit la fonction indéfinie

$$v = \sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_i\, x_j \,. \tag{9.17}$$

Calculons $\dot{v} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$ compte tenu des relations (9.12) et (9.13) et du fait que les a_{ij} sont constants. Il vient

$$\dot{v} = \sum_{i=1}^{n} (y_i^2 - x_i\,\varphi_i(x_i,\ x_2,...,x_n)). \tag{9.18}$$

Par suite de l'hypothèse b bis), $\dot{v}$ donnée par (9.18) est définie positive; en vertu du théorème de Četaev, la solution triviale de (9.1) est à nouveau instable.

Nous pouvons conclure que *si un système mécanique est régi par les équations de mouvement* (9.1), *avec les hypothèses* a), b bis) *et* d), *sa position d'équilibre donnée par la solution triviale est instable et ne peut être rendue stable à l'aide de forces d'amortissement.*

On peut généraliser cette proposition au cas où $a_{ij} = a_{ij}(x_1, x_2,..., x_n)$, $(i, j = 1, 2,..., n)$.

Enfin, on peut étendre les résultats relatifs à l'instabilité de **9.** aux cas où les fonctions φ_i dépendent de t et où l'on a

$$\varphi_i = \varphi_i(x_1, x_2,..., x_n, t), \quad (i = 1, 2,..., n). \tag{9.19}$$

Toutefois, le système (9.1) doit être encore de la classe E, les φ_i doivent être continues $\forall (x_1, x_2,..., x_n, t)$, $x_i \in (\alpha_{1i}, \alpha_{2i})$, $(i = 1, 2,..., n)$ et $t \in (0, \infty)$. De plus, les φ_i ne peuvent s'annuler pour aucune valeur de t et leur signe ne peut dépendre de t. S'il n'en était pas ainsi, aucun des raisonnements précédents ne serait encore valable.

10. Conclusion finale

Les exemples précédents montrent que l'on peut, à l'aide de la deuxième méthode de Ljapounov, retrouver des résultats classiques sans recourir à des développements en série ou à des hypothèses telles que „petits mouvements autour d'une position d'équilibre". Dans le cas de la stabilité faible, les résultats obtenus par la deuxième méthode de Ljapounov sont rigoureux; et dans certains cas d'instabilité, on pourrait même envisager des équations différentielles non autonomes sans augmenter les calculs.

Reçue le 15 VIII 1964

Faculté Polytechnique, Mons, Belgique

BIBLIOGRAPHIE

1. Четаев Н. Г. ДАН СССР, 1934, **1**, стр. 529—531.
2. Hahn W., *Theorie und Anwendung der direkten Methode von Ljapunov*. Springer Verlag, Berlin, 1959.
3. Huaux A. C. r. Acad. Sci. Paris, 1964, séance du 17 février, pp. 2003—2006; ZAMM, Sonderheft 1963, T_{74}—T_{79}.
4. La Salle J., Technical Report nr. *60—5*, RIAS, Baltimore.
5. Ljapounov M. A., *Problème général de la stabilité du mouvement*. Ann. Fac. Sci. Toulouse, 2-me série, 1907, **9**, p. p. 203 — 474. (Trad. par E. Davaux, Gauthier-Villars, Paris).
6. de Saint-Germain A., *Recueil d'exercices sur la Mécanique Rationnelle*. Gauthier Villars, Paris, 1877.
7. Stoker J. J., *Non-linear vibrations of systems with several degrees of freedom*. Proceedings of the 2d U. S. National Congress of Applied Mechanics, 14—18 june 1954, pp. 33—43.
8. Barbălat I., *Systèmes d'équations différentielles de type Liénard*. Dritte Konferenz über nichtlineare Schwingungen, DAW, Berlin, 25—30 Mai 1963, Vortragsauszüge, S. 1.
9. Braier A., Rev. de Méc. Appl., 1962, **VI**, *1*, pp. 83—98.
10. Mangeron D., *Neue analytische Methoden zum Studium der nichtlinearen Schwingungen*. Dritte Konferenz über nichtlineare Schwingungen, Berlin, 25—30 Mai 1964, Vortragsauszüge, S. 34.

ASUPRA STABILITĂȚII SOLUȚIILOR CONSTANTE ALE ECUAȚIEI AUTONOME A LUI LIÉNARD $\ddot{x} + a(x)\dot{x} + \varphi(x) = 0$. EXEMPLE ȘI GENERALIZĂRI

(Rezumat)

Utilizînd a doua metodă a lui Liapunov se discută stabilitatea soluțiilor constante ale ecuației diferențiale de mai sus. Ele sînt zero-urile reale ale lui $\varphi(x)$, presupuse izolate și care corespund pozițiilor de echilibru ale sistemului descris de ecuația diferențială cercetată. Se extind rezultatele obținute la discuția stabilității soluției banale a unor sisteme de ecuații diferențiale neliniare de ordinul doi.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

D. C. 538 ; 532.5

HYDROMAGNETIC FLOW AGAINST A ROTATINC DISC

BY

K. JAGADEESAN

1. Introduction

In recent years, the external flow problems in which the magnetic forces vanish in the free stream have been subjected to investigations by a number of workers. Kakutani [1] has investigated the axially symmetric stagnation point flow of an electrically conducting liquid under transverse magnetic field and has shown that the shear stress at the wall is considerably reduced by hydromagnetic interactions. Sparrow and Cess [2] and Kakutani [3] have studied the hydromagnetic flow about a rotating disc and have found that the presence of the magnetic field significantly decreases the flow velocities while the torque increases. In the case of non conducting liquid the flow about a stagnation point and a flow about a rotating disc have been discussed by Homan'n [4] and von Kárman [5] respectively. Schlichting and Truckenbroadt [6] and Hannah [7] have discussed the flow of non conducting liquid against a rotating disc.

The purpose of this investigation is to study the hydromagnetic flow against a rotating disc. It is found out that the torque increases and the boundary layer thickness and the velocity profiles are considerably affected with the increase of the magnetic field.

2. The Equation of Motion

Cylindrical polar coordinates r, θ, z are used with the disc in the plane $z = 0$ and the flow occupies the region $z > 0$. Taking into account the rotational symmetry of the problem assuming the magnetic Prandtl's numbers to be sufficiently small and replacing B by the externally applied magnetic field $I_z\, B_0$ the modified Navier-Stokes equations for hydromagnetic flow (see Sparrow and Cess [2] and Kakutani [3]) become:

$$u(\partial u/\partial r) - v^2/r + w(\partial u/\partial z) = -(1/\varrho)(\partial p/\partial r) + \nu[\partial^2 u/\partial r^2 + \partial(u/r)/\partial r + \partial^2 u/\partial z^2] - (B\sigma_0^2/\varrho)u, \tag{1}$$

$$u(\partial v/\partial r) + uv/r + w(\partial v/\partial z) = \nu[\partial^2 v/\partial r^2 + \partial(v/r)/\partial r + \partial^2 v/\partial z^2] - (\sigma B_0^2/\varrho)v, \tag{2}$$

$$u(\partial w/\partial r) + w(\partial w/\partial z) = -(1/\varrho)(\partial p/\partial z) + \nu[\partial^2 w/\partial r^2 + (1/r)(\partial w/\partial r) + \partial^2 w/\partial z^2], \tag{3}$$

$$\partial u/\partial r + u/r + \partial w/\partial z = 0, \tag{4}$$

where ϱ, p and σ are density, pressure and electrical conductivity respectively.

The boundary conditions are:

$$z = 0, \quad u = 0, \quad v = v_0 = r\omega, \quad w = 0; \quad z = \infty, \quad u = 0, \quad v = 0, \tag{5}$$

where ω is the angular velocity of the disc.

From the potential blow theory the velocity components (axis symmetric stagnation point flow) are:

$$u = ar, \quad v = 0, \quad w = -2az, \tag{6}$$

where a is a constant.

Let the velocity components in the cylindrical coordinates be given by the relation

$$u = rf(z), \quad v = rg(z), \quad w = h(z). \tag{7}$$

Substituting (7) into the equations (1)...(4), we get:

$$r(f^2 - g^2 + hf') = -(1/\varrho)(\partial p/\partial r) + \nu rf'' - \sigma B_0^2 rf/\varrho, \tag{8}$$

$$2fg + hg' = \nu g'' - (\sigma B_0^2/\varrho) g, \tag{9}$$

$$hh' = -(1/\varrho)(\partial p/\partial z) + \nu h'', \tag{10}$$

$$2f + h' = 0. \tag{11}$$

The boundary conditions (5) become:

$$z = 0, \quad f = 0, \quad g = \omega, \quad h = 0; \quad z = \infty, \quad f = a, \quad g = 0. \tag{12}$$

Using (8) and (10) the condition of integrability becomes:

$$\partial[f^2 - g^2 + hf' - \nu f'' + (\sigma B_0^2/\varrho) f]/\partial z = 0. \tag{13}$$

On integrating, we have

$$f^2 - g^2 + hf' - \nu f'' + (\sigma B_0^2/\varrho) f = c, \tag{14}$$

where c is a constant of integration to be determined from the conditions

$$f(\infty) = a, \quad f'(\infty) = 0, \quad g(\infty) = 0, \quad f''(\infty) = 0;$$

we obtain $a^2 + (\sigma B_0^2/\varrho) a = c$ and (14) becomes:

$$f^2 - g^2 + hf' = \nu f'' + (\sigma B_0^2/\varrho)(a - f) + a^2. \tag{15}$$

To determine p we substitute (15) into (8) and obtain

$$-(1/\varrho)(\partial p/\partial r) = a^2 r + (\sigma B_0^2/\varrho) ar. \tag{16}$$

Integrating (16) we get:

$$-p/\varrho = a^2 r^2/2 + (\sigma B_0^2/\varrho)(ar^2/2) + P(z),$$

where $P(z)$ is a function of z to be determined from (10). On substituting we have

$$hh' = \partial P/\partial z + \nu h''. \tag{17}$$

The velocity profiles f, g and h will be determined by the equations (15), (9) and (11) subject to the boundary conditions (12).

3. Method of Solution

We shall use the well known Kárman's integral method to study the above boundary value problem.

Integrating the equations (15) and (9) across the boundary layer $0 \leqslant z \leqslant \delta$ we have:

$$\frac{\nu}{\delta^2}\left[\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}\right]_{t=0} = \int_0^1 \left[a^2 + 2af - 3f^2 + g^2 + \frac{\sigma B_0^2}{\varrho}(a - f)\right] \mathrm{d}t, \tag{18}$$

$$-\frac{\nu}{\delta^2}\left[\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}t}\right]_{t=0} = \int_0^1 \left(4fg + \frac{\sigma B_0^2}{\varrho} g\right) \mathrm{d}t. \tag{19}$$

The appropriate boundary conditions are:

$$\begin{cases} t = 0, \quad f = 0, \quad g = \omega, \quad h = 0, \\ \mathrm{d}^2 f/\mathrm{d}t^2 = -(\delta^2/\nu)\left[a^2 + \omega^2 + (\sigma B_0^2/\varrho)\, a\right], \\ \mathrm{d}^2 g/\mathrm{d}t^2 = (\delta^2/\nu)(\sigma B_0^2/\varrho)\,\omega; \end{cases} \tag{20}$$

$$\begin{cases} t = 1, \quad f = a, \quad g = 0, \\ \mathrm{d}f/\mathrm{d}t = 0, \quad \mathrm{d}g/\mathrm{d}t = 0, \quad \mathrm{d}^2 f/\mathrm{d}t^2 = 0, \quad \mathrm{d}^2 g/\mathrm{d}t^2 = 0. \end{cases} \tag{21}$$

We assume the approximate form of f and g as

$$f = at^3(10 - 15t + 6t^2) + c_1 t(1 - 6t^2 + 8t^3 - 3t^4) + c_2 t^2(1 - 3t + 3t^2 - t^3), \tag{22}$$

$$g = \omega(1 - 2t + 2t^3 - t^4) + c_3\,\omega(t - 3t^2 + 3t^3 - t^4), \tag{23}$$

where c_1, c_2 and c_3 are parameters given by:

$$\begin{cases} c_1 = (\mathrm{d}f/\mathrm{d}t)_0, \quad c_2 = -(\delta^2/2\nu)\left[a^2 + \omega^2 + (\sigma B_0^2/\varrho)\, a\right], \\ c_3 = -\varrho^2\sigma B_0^2/(6\nu\varrho) \quad \text{and} \quad (\mathrm{d}g/\mathrm{d}t)_0 = -2\omega + c_3\,\omega. \end{cases} \tag{24}$$

Substituting (22)...(24) into equations (18) and (19) we obtain

$$\begin{aligned} &(52/1155)\,c_1^2 + c_1\left[\nu/\delta^2 - 3a/770 + (23/1540)\,c_2 + \sigma B_0^2/(10\varrho)\right] - \\ &- 127a^2/154 + (1/770)\,c_2^2 + (9a/1540)\,c_2 - a\,\sigma B_0^2/(2\varrho) + \\ &+ \left[\sigma B_0^2/(60\varrho)\right] c_2 - 23\,\omega^2/126 - (11\,\omega^2/252)\,c_3 - (\omega^2/252)\,c_3^2 = 0, \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} c_1 = \{1/[1 + (19/94)\,c_2]\}\{&630\,\nu/(47\,\delta^2) - 54a/47 - (13/94)\,c_2 - 42\,\sigma B_0^2/(47\,\varrho) - \\ &- (33a/94)\,c_3 - (3/94)\,c_2 c_3 - [63\,\sigma B_0^2/(188\,\varrho)\,c_3]\}. \end{aligned} \tag{26}$$

Eliminating c_1, c_2 and c_3 we get:

$$\begin{aligned} &\{A_1[a^2 + \omega^2 + (\sigma B_0^2 a/\varrho)^2](\sigma B_0^2/\varrho)^2 + A_2\,\omega^2(\sigma B_0^2/\varrho)^4\}[\delta^2/(10\,\nu)]^6 + \\ &+ \{A_3[a^2 + \omega^2](\sigma B_0^2 a/\varrho)^2(\sigma B_0^2/\varrho) + [a^2 + \omega^2 + (\sigma B_0^2 a/\varrho)][A_4\,a(\sigma B_0^2/\varrho)^2 + A_5(\sigma B_0^2/\varrho)^3] + \\ &+ A_6\,\omega^2(\sigma B_0^2/\varrho)^3\}[\delta^2/(10\,\nu)]^5 + \{A_7[(a^2 + \omega^2 + (\sigma B_0^2 a/\varrho)^2] + A_8\,a(\sigma B_0^2/\varrho)[a^2 + \omega^2 + \\ &+ \sigma B_0^2 a/\varrho] + A_9 a^2(\sigma B_0^2/\varrho)^2 + A_{10}\,\omega^2(\sigma B_0^2/\varrho)^2 + A_{11}\,a(\sigma B_0^2/\varrho)^3 + A_{12}(\sigma B_0^2/\varrho)^4\}[\delta^2/(10\,\nu)]^4 + \\ &+ \{A_{13}\,a[a^2 + \omega^2 + \sigma B_0^2 a/\varrho] + A_{14}\,a^2(\sigma B_0^2/\varrho) + A_{15}\,\omega^2(\sigma B_0^2/\varrho) + \\ &+ A_{16}\,a(\sigma B_0^2/\varrho)^2 + A_{17}(\sigma B_0^2/\varrho)^3]\}[\delta^2/(10\,\nu)]^3 + \\ &+ [A_{18}\,a^2 + A_{19}\,\omega^2 + A_{20}\,a(\sigma B_0^2/\varrho) + A_{21}(\sigma B_0^2/\varrho)^2][\delta^2/(10\,\nu)]^2 + \\ &+ [A_{22}\,a + A_{23}(\sigma B_0^2/\varrho)][\delta^2/(10\,\nu)] = 1, \end{aligned} \tag{27}$$

where the constants $A_1 \ldots A_{23}$ are given below:

$A_1 = -.000831$, $A_2 = .005820$, $A_3 = .005485$, $A_4 = .013762$, $A_5 = -.000826$,
$A_6 = -.072967$, $A_7 = -.010907$, $A_8 = -.060394$, $A_9 = 326639$, $A_{10} = .342208$,
$A_{11} = .181885$, $A_{12} = .022199$, $A_{13} = .082141$, $A_{14} = -2.046898$, $A_{15} = -.665033$,
$A_{16} = -1.185530$, $A_{17} = -.103287$, $A_{18} = 3.295211$, $A_{19} = .604961$, $A_{20} = 1.381144$,
$A_{21} = -.254959$, $A_{22} = 1.204032$, $A_{23} = .504021$.

Depending upon the magnitude of ω and a the following cases arise, $\omega \geqslant a$ and $\omega \leqslant a$.

Case 1. $\omega \geqslant a$; we set: $p = a/\omega$, $\alpha = \omega\delta^2/(10\,\nu)$ and $m = \sigma B_0^2/(\varrho\omega)$.
The equation (27) becomes :

$$
\begin{aligned}
&[A_1(p^2+1+pm)^2 m^2 + A_2 m^4]\,\alpha^6 + \\
&+[A_3(p^2+1+pm)^2 m + (p^2+1+pm)(A_4 pm^2 + A_5 m^3) + A_6 m^3]\,\alpha^5 + \\
&+[A_7(p^2+1+pm)^2 + A_8 pm(p^2+1+pm) + A_9 p^2 m^2 + \\
&+A_{10} m^2 + A_{11} pm^3 + A_{12} m^4]\,\alpha^4 + \\
&+[A_{13} p(p^2+1+mp) + A_{14} p^2 m + A_{15} m + A_{16} pm^2 + A_{17} m^3]\,\alpha^3 + \\
&+[A_{18} p^2 + A_{19} + A_{20} pm + A_{21} m^2]\,\alpha^2 + [A_{22} p + A_{23} m]\,\alpha = 1 .
\end{aligned}
\tag{28}
$$

Case 2. $\omega \leqslant a$; we set: $q = \omega/a$, $\beta = a\delta^2/(10\,\nu)$ and $m' = \sigma B_0^2/(\varrho a)$.
We obtain:

$$
\begin{aligned}
&[A_1(1+q^2+m')^2 m'^2 + A_2 q^2 m'^4]\,\beta^6 + \\
&+[A_3(1+q^2+m')^2 m' + (1+q^2+m')(A_4 m'^2 + A_5 m'^3) + A_6 q^2 m'^3]\,\beta^5 + \\
&+[A_7(1+q^2+m')^2 + A_8 m'(1+q^2+m') + A_9 m'^2 + \\
&+A_{10} q^2 m'^2 + A_{11} m'^3 + A_{12} m'^4]\,\beta^4 + \\
&+[A_{13}(1+q^2+m') + A_{14} m' + A_{15} q^2 m' + A_{16} m'^2 + A_{17} m'^3]\,\beta^3 + \\
&+[A_{18} + A_{19} q^2 + A_{20} m' + A_{21} m'^2]\,\beta^2 + [A_{22} + A_{23} m']\,\beta = 1 .
\end{aligned}
\tag{29}
$$

For $p = q = 1$ both the cases become identical. We have found out the roots of the equation (28) for $m = 0$, 1/2, 1 and for $p = 1/4$, 1/2, 3/4, 1. Similarly the roots of the equation (29) for $m' = 0$, 1/2, 1 and for $q = 3/4$, 1/2, 1/4, 0 have also been obtained. The roots have been used to determine the boundary layer thickness, the radial shear stress and transverse shear stress in the corresponding cases. The results are given in Tables 1 and 2.

The velocity profile for $p = q = 1$ and for values $m = 0$, 1/2 and 1 have been determined and are shown in Fig. 1 and 2 respectively.

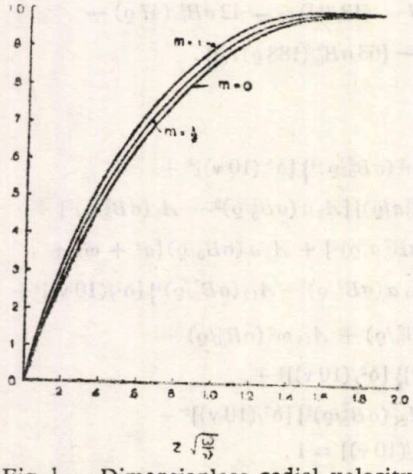


Fig. 1. — Dimensionless radial velocity distributions.

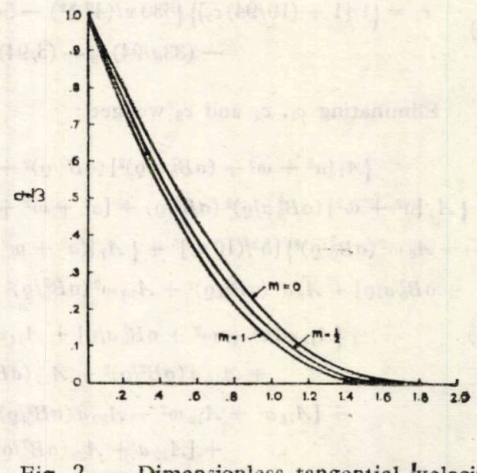


Fig. 2. — Dimensionless tangential velocity distributions.

Table 1

$$rl_\omega = \frac{\omega r^2}{\nu}$$

	m	p			
		1/4	1/2	3/4	1
α	0	.9357	.6476	.4772	.3731
	1/2	.9359	.6050	.4440	.3494
	1	1.2638	.5995	.4264	.3343
$\sqrt{\frac{\omega}{\nu}}\,\delta$	0	3.0589	2.5448	2.1845	1.9316
	1/2	3.0592	2.4597	2.1713	1.8692
	1	3.5550	2.4485	2.0649	1.8284
$\sqrt{rl_\omega}\,\frac{t_r}{\varrho v_0^2}$	0	.5992	.8076	1.1274	1.5323
	1/2	.5928	.8700	1.2016	1.6798
	1	.6662	.9397	1.3479	1.8205
$-\sqrt{rl_\omega}\,\frac{\tau_\varphi}{\varrho v_0^2}$	0	.6538	.7859	.9155	1.0354
	1/2	.9087	1.0181	1.0915	1.2257
	1	1.1551	1.2249	1.3127	1.3986

Table 2

$$rl_a = \frac{ar^2}{\gamma}$$

	m'	q			
		3/4	1/2	1/4	0
β	0	.3827	.3902	.3948	.3964
	1/2	.3564	.3617	.3649	.3661
	1	.3399	.3441	.3466	.3475
$\sqrt{\frac{a}{\nu}}\,\delta$	0	1.9563	1.9753	1.9870	1.9910
	1/2	1.8879	1.9018	1.9102	1.9134
	1	1.8436	1.8547	1.8617	1.8641
$\sqrt{\gamma l_a}\,\frac{\tau_r}{\varrho u^2}$	0	1.4145	1.3282	1.2765	1.2590
	1/2	1.5738	1.4974	1.4513	1.4353
	1	1.7233	1.6533	1.6113	1.5970
$-\sqrt{\gamma l_a}\,\frac{\tau_\varphi}{\varrho u^2}$	0	.7668	.5062	.2516	0
	1/2	.9125	.6051	.3015	0
	1	1.0441	.6938	.3461	0

4. Conclusion

The moment coefficient $C_M = 2M/(\varrho\omega^2 R^5)$, where $M = -2\pi \int_0^R r^2 \tau_\Phi \, dr$, R being the radius of the disc, has been tabulated for p, for different values of m and m' and are given in Table 3 and Table 4.

Table 3

	m	p			
		1/4	1/2	3/4	1
C_M	0	2.0548	2.4700	2.8773	3.2541
	1/2	2.8559	3.1997	3.4304	3.8522
	1	3.6303	3.8497	4.1256	4.3956

Table 4

	m'	p			
		3/4	2	4	∞
C_M	0	2.4099	1.5909	.7907	0
	1/2	2.8679	1.9017	.9476	0
	1	3.2815	2.1805	1.0877	0

We observe that the torque increasses by the hydromagnetic interactions.

From Tables 1 and 2 and Fig. 1 and 2 we find that for $p=1/4$ the boundary layer thickness increases with the increase in the magnetic field. For other values of p and different values of q boundary layer thickness decreases when m increases from 0 to 1. Velocity profile for f increases and the profile for g decreases for increase in the magnetic field.

Acknowledgements. I am much obliged to Dr. M. K. Jain, Indian Institute of Technology, Kharagpur, for his guidance and assistance in preparing this paper. My thanks are also due to Prof. B. R. Seth for his encouragement and guidance.

Received the 24 I 1963

Indian Institute of Technology, Kharagpur, India

REFERENCES

1. Kakutani T., J. Phys. Soc. Japan, 1960, **15**, pp. 688—695.
2. Sparrow, Cess, J. Appl. Mech., Trans. ASME, 1962, **E**, *29*, pp. 181—187.
3. Kakutani T., J. Phys. Soc. Japan, 1962, **17**, pp. 1496—1506.
4. Homann F, ZAMM, 1936, **16**, p. 153.
5. v. Kárman Th., ZAMM, 1921, **1**, p. 235.
6. Schlichting H., Truckenbroadt E., ZAMM, 1952, **32**, s. 97—111.
7. Hannah D. M., Brit. ARC Paper, 1947, **10**, p. 482.

CURGEREA HIDROMAGNETICĂ ÎN JURUL UNUI DISC ÎN ROTAȚIE

(Rezumat)

Utilizînd metoda integrală Kárman-Polhausen se studiază mișcarea unui fluid conductibil, incompresibil și vîscos, în jurul unui disc în rotație, în prezența unui cîmp magnetic. Se presupune că numărul magnetic al lui Prandtl este suficient de mic pentru ca curenții electrici ce circulă prin fluid să nu influențeze cîmpul magnetic. Se constată că prezența cîmpului magnetic afectează considerabil grosimea stratului limită și profilul vitezei.

Explicația figurilor

Fig. 1. — Distribuția vitezelor radiale adimensionale.
Fig. 2. — Distribuția vitezelor tangențiale adimensionale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

D. C. 531.391 ; 531.76

ON THE VERTICAL MOTION OF EQUIPMENT LOWERED BY WIRE INTO THE DEEP SEA

BY

C. R. B. LISTER

1. Introduction

Many types of oceanographic an marine-geophysical equipment are lowered into the ocean at the end of a wire cable. The ship which lowers them is moving up and down on the ocean swell, and applies disturbances with a wide range of frequencies to the wire. Resonances in the mechanical system of wire and load can magnify these disturbances into violent motions at the lower end. Yet, although few kinds of equipment will operate satisfactorily while oscillating up and down, very little attention has been paid to the theory of the motion or to practical measurements. Evidence that vigorous motion does occur in the wire is provided by frequent pre-triggering of deep-ocean covering devices (c. f. Kullenberg [1941]) and wild fluctuations in the tension at the surface.

Recent advances in sonar techniques make it possible to determine the position of the end of 4 km of wire to within 1/2 m, relative to the bottom. The movement of the ship can be followed with similar accuracy, so that the amplitude and approximate frequency spectrum of the two motions can be compared. Data have been obtained for two periods, each about 80 secs long, during a deep-sea corer lowering from RRS Discovery II in 1961. This paper presents these results and attempts a simple analysis of the wire-and-load system.

2. Experimental Results

The position of the corer on the end of the wire was determined by clamping a precision pinger some 180 m up the wire. The pinger emits a short 10 kcs sound pulse precisely once every second, and is listened to with the ship's echo sounding receiver. Sound from the pinger can travel to the ship either directly or after reflection at the bottom, as is shown in Fig. 1. The two received signals are displayed on a facsimile-type sound-

ing recorder that sweeps independently once every second. If there were no relative motion between ship, pinger and ocean floor, the record would consist of two parallel straight lines, slightly inclined to the long axis of the paper. The distance between the lines represents the return sound travel time between the pinger and the bottom, while the inclination of the

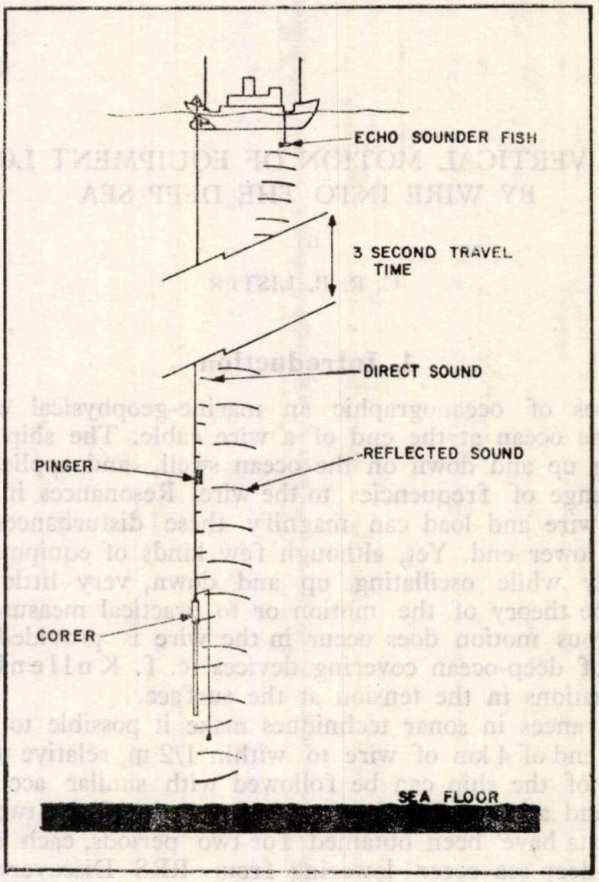


Fig. 1. — Diagram of the sonar positioning method.

lines is caused by the inevitable slight difference in rate between the pinger and recorder. As the pinger used for this experiment was controlled by a quartz crystal oscillator, and the recorder by a precision tuning fork, the rate difference was both small and constant.

During the experiment, both the ship and the pinger are oscillating up and down. The time difference between the direct and reflected pulses is always a measure of the pinger's distance above bottom at the instant of sound emission. The mid-point in time between the two pulses is, however,

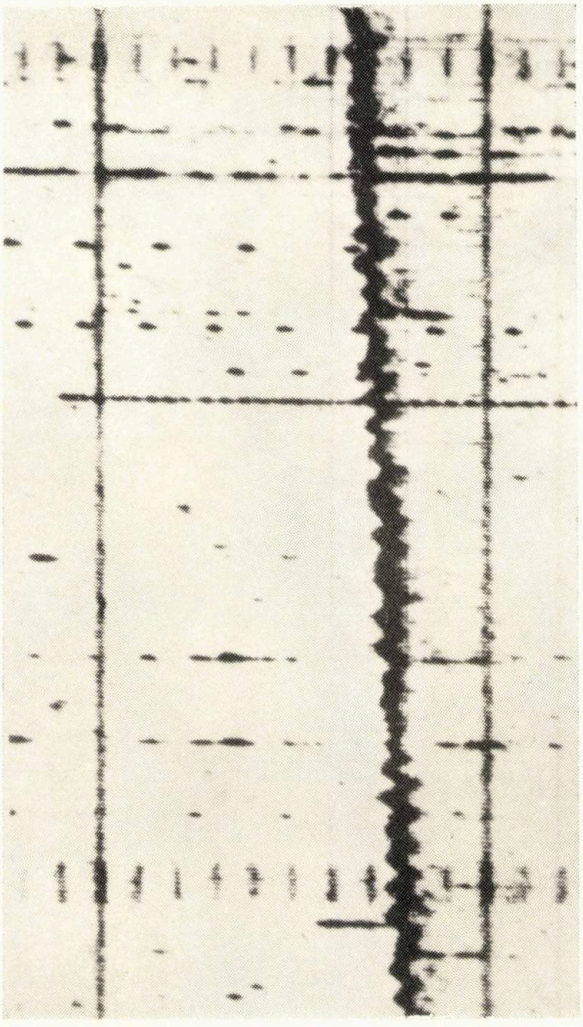


Fig. 2. — Reproduction of part of the facsimile record. The line of bottom reflected sound pulses is shown; the marks made by the direct sound are very similar, but slightly sharper. The small scale divisions are 2 fms (3.66 m) apart.

independent of the pinger's position, and therefore gives the relative position of the ship at the time of arrival of the sound at the ship. The time interval between the marks on the record is not quite the same as the time interval between the pulses in the water, as the ship moves a little between receiving them. But as the time interval between the pulses in this experiment was about 1/4 secs, and the ship's velocity was always less than 1 m/s, no correction for this effect has been attempted.

The record for Discovery station 4813 consists of two slightly inclined wavy lines which run between the electronically printed scale marks. To determine the sum and difference times corresponding to the wavy lines, it is necessary for each to be digitised. The lines consist of a series of marks made on separate sweeps of the recorder helix (Fig. 2), and the edge of each discrete mark can be measured on an enlarged photoprint and referred along the line to some event that correlates the two series. The difference in the measured positions on one helix sweep gives the variation in pinger position directly, but the sum incorporates the drift between the independent time-bases. The latter is therefore corrected by subtracting an average linear drift for the whole sequence.

The final corrected numbers were plotted directly in the arbitary units used to measure the photographs, and then a scale was calculated on the basis of a sound velocity of 1500 m/s. Each dot in Fig. 3 and 4 represents the information provided by a single ping, and the plots for pinger and ship are shifted relative to one another to take into account the sound travel time from a depth of 4500 m. A measured pair of marks on the recorder gives the position of the ship at the time of sound arival, but the position of the pinger 3 secs earlier.

Fig. 3 shows the positions of pinger and ship while the corer was hanging on 4588 m of wire, with the pinger 183 m above the cover. The depths quoted are obtained from sound travel times and an assumed sound velocity of 1464 m/s (800 fms/sec), which is usually within 2% of the real value in the ocean. The ship moves quite smoothly with a dominant period of 10 secs, but the corer oscillates much more strongly and has a much shorter dominant period of about six seconds. There is little apparent correlation between the traces, which suggests that the corer and wire form a resonant system which selects and magnifies the six-second component of the ship motion. The magnification seems to be at least times 3 from inspection of the record; whether a better estimate could be obtained by numerical analysis is doubtful because of the shortness of the available trace. The result is however adequate for comparison with the equally approximate theoretical treatment of the system that follows below.

Fig. 4 is a similar plot to Fig. 3 except that here the corer is bottomed in 4703 m of water and the pinger is hanging on the slack wire at 4550 m. The resonance looks very much like that when the corer was hanging on the wire, which confirms that even a 1/2-ton corer has little effect on the motion of 4 tons of wire. It is worth noting that a few sharp oscillations in the pinger traces seem to correspond to the third harmonic of the motion, period about 2 secs, which can just be resolved by the 1 sec data interval.

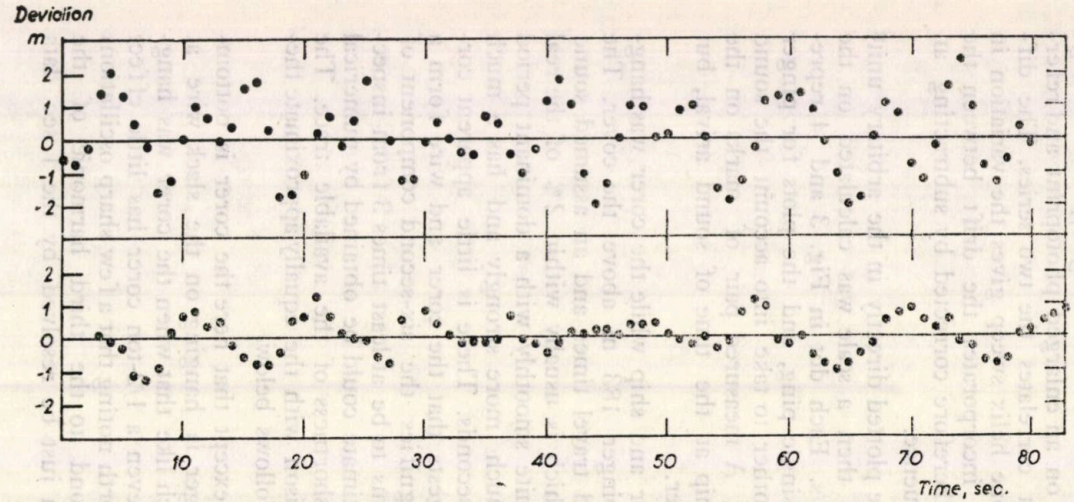


Fig. 3. — Deviation from the average height above bottom for the pinger (upper line) and for the supporting ship (lower line). Pinger 183 m above 1/2-ton corer on 4 406 m of tapered 1/2" wire. The presentation is synchronous in real time. RRS Discovery II station Nr 4813.

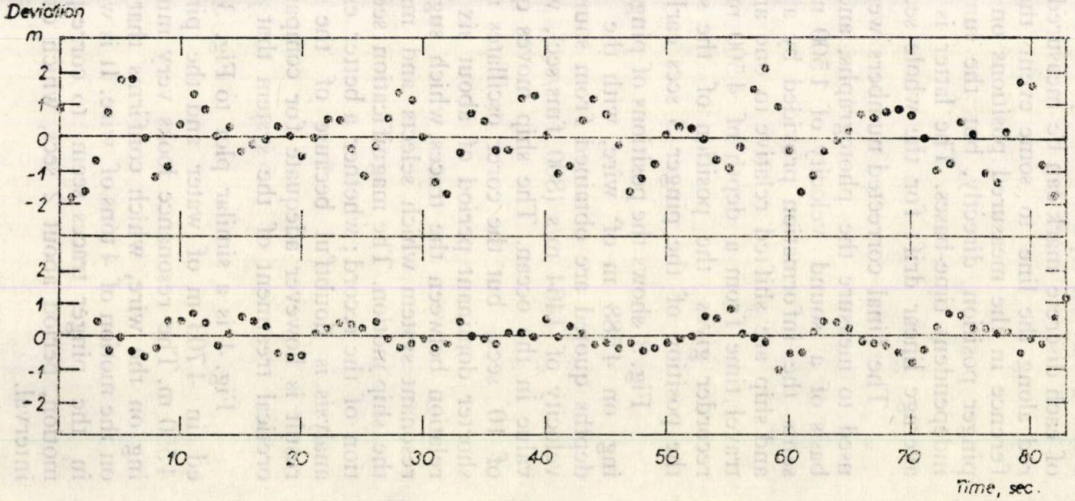


Fig. 4 — Similar to Fig. 3, but the pinger is now 4 547 m below the ship, with slack wire resting on the bottom at 4 702 m.

3. A theoretical Model

The wire which lowers the corer is extensible, but has a total mass that is considerably greater than the load on the end. It must therefore be treated as a waveguide for elastic waves which is terminated with the appropriate boundary conditions. At the top, the point of suspension is effectively rigid due to the great mass of the ship, while the lower end is either loaded with the mass of the corer or is effectively free when the corer is in the bottom and the wire is slack. The longitudinal motion of the wire is damped by the water, and, at speeds of the order of 1 m/s, the Reynolds number of 1/2-inch cable is about 10^4. This is well into the region of pressure, or square-law, drag and linear wave theory is not strictly applicable to the system. An accurate solution for the motion could only be obtained by numerical methods, but, since the general size of the oscillations is known, the r.m.s. value of the drag can be calculated. If this is divided by the r.m.s. velocity, a linear drag coefficient is obtained that is qualitatively representative of the motion. Although such linear theory cannot predict the waveshapes that result from a particular exitation of the wire system, it should give reasonably accurate estimates of the resonant frequency, the width of the resonant band and the magnification of the motion.

The calculation requires difinition of the following symbols, numerical values being given in brackets where applicable.

Properties of 1/2-inch steel cable: mass per unit length $m = 9$ g/cm, extension modules $u = 1.0\,10^{12}$ dynes, skin drag $C_D = 0.01$ (Reid and Wilson 1963), scaled to 1.5 m/s $f = 3$ dyne-sec/cm, velocity of undamped propagation $c = u^{1/2}/m = 3.3\,10^5$ cm/sec, length of wire $d = 4.5\,10^5$ cm, wire time constant $\gamma = d/c = 1.34$ secs, damping constant $\theta = f/m = 0.3$ per sec, mass of corer $M = 0.45\,10^6$ g.

Notations: time t, depth z, displacement y, angular frequency ω, amplitude A, $\mathrm{d}y/\mathrm{d}t = \dot{y}$, $\mathrm{d}y/\mathrm{d}z = y'$.

Then the wave equations are:

$$y = A \exp \mathrm{i}\omega\,(t - bz) \quad \text{downward travelling,}$$

$$y = A' \exp \mathrm{i}\omega\,(t + bz - 2bd) \quad \text{upward travelling,}$$

where the damping is incorporated as a complex wave velocity[1] $b = (1/c)\,(1 - \mathrm{i}\theta/\omega)^{1/2}$.

Choice of an arbitrary angular velocity ω for the wave equation implies frequency analysis. Therefore the upper boundary condition is $y = y_0 \exp(\mathrm{i}\omega t)$. At the lower end, the acceleration of the corer is brought about by force in the wire: $-uy' = M\ddot{y}$, assuming that damping on the corer is negligible compared to its inertia.

Then

$$(A - A')/(A + A') = -M\omega/(\mathrm{i}bu),$$

at the top

$$y_0 \exp(\mathrm{i}\omega t) = [A + A' \exp(-2\mathrm{i}\omega bd)] \exp(\mathrm{i}\omega t),$$

at the bottom

$$y_d \exp(i\omega t) = (A + A') \exp(-i\omega bd) \exp(i\omega t),$$

whence

$$y_0/y_d = \cos(\omega bd) - (M\omega/bu) \sin(\omega bd).$$

Puting $b = (1/c)(1 - i\theta/\omega)^{1/2} = (1/c)(p - iq)$ and $d/c = \gamma$,

$$y_0/y_d = \cosh(\omega\tau q) \cos(\omega\tau p) + i \sinh(\omega\tau q) \sin(\omega\tau p) -$$

$$- \{M\omega c/[u(p - iq)]\} [\cosh(\omega\tau q) \sin(\omega\tau p) - i \sinh(\omega\tau q) \cos(\omega\tau p)].$$

As the behaviour of this formula cannot be determined by inspection, is has been hand-calculated for particular values of the variables ω and θ. The results are presented in Fig. 5...8, where the reciprocal of the formula, y_d/y_0 is plotted against ω for various values of the damping. The solid dots on the diagrams refer to the case where the corer is hanging on the wire, while the empty circles refer to the wire with a free end. The accuracy of the computation, about 10%, and the spacing of the points on the diagrams, are sufficient to give a general idea of the size of the mechanical resonance. The simplified theory cannot be relied upon for more than this.

4. Discussion

Because of the assumption of linear damping, the diagrams show standard resonant-system amplitude curves. Nevertheless, the results are startling in that, for an estimated damping factor of 0.3 (using the results of Reid and Wilson [1963]), a peak magnification of 5 is expected for a period of six seconds, and the magnification is greater than two over the entire range of swell periods (3 to 12 secs). The latter result is little affected even by doubling the damping factor, and the strong frequency-selectivity observed for the corer oscillations suggests that the lower value for the damping is more nearly correct. An accurate comparison between ship motion and corer motion is unfortunately not possible because the sound receiver is mounted in the forward part of the ship while the wire is suspended over the quarter (on the same side). The general amplitude of the motions at these two places on RRS Discovery II was usually about the same, but the relative phase depended on the direction of the swell, and whether the ship was mainly rolling or pitching.

When the bottom end of the wire is free, the expected results depend on the maximum downward acceleration the wire can achieve and the drag presented by the pinger. If the acceleration and velocity predicted by linear theory do not cause the wire above the pinger to go slack, then the motion of the wire alone should be very similar to that when the corer is hanging on it. By inspection of Fig. 4, the motion was about as violent as a simple-harmonic oscillation of amplitude 2 m and period 6 secs. The maximum acceleration was therefore about 200 cm/sec^2 and the peak velocity was about 200 cm/sec. The former is about 1/5 g and can easily be followed by the free end of the wire. The maximum drag force on the wire itself was 900 dynes/cm (using the correct square law term) or only about 1/10 th of its weight. The pinger itself consisted of a steel rod structure containing a

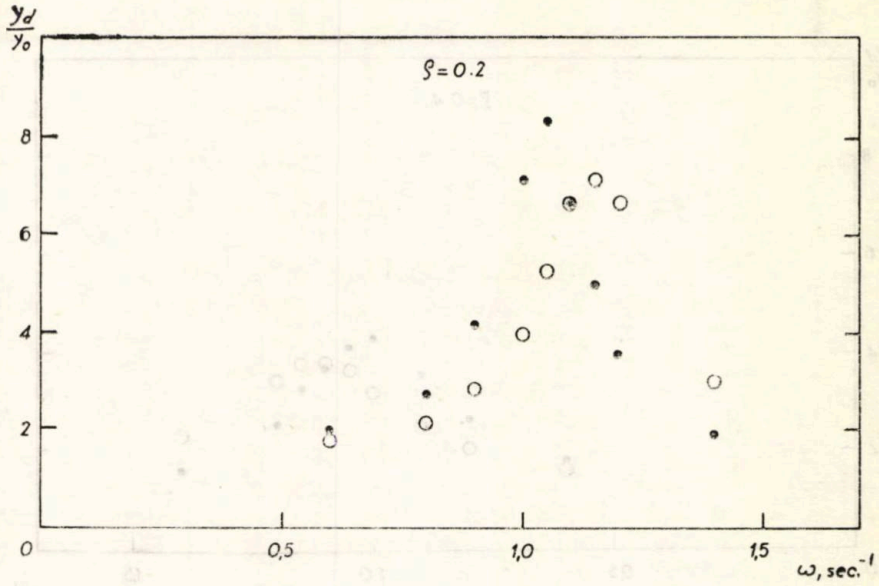


Fig. 5. — Plot of the resonant amplification of the idealised linearly-damped wire system against angular frequency for a damping constant of 0.2 sec^{-1}. The solid dots correspond to the case when the wire is terminated with a 1/2-ton corer, while the open circles to the wire with a free end. The wire is assumed to be 4 500 m long in both cases.

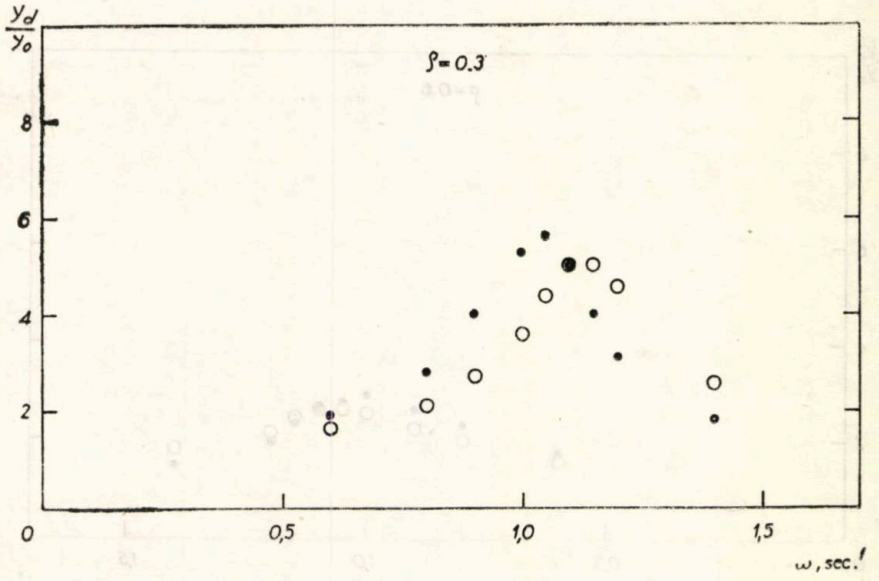


Fig. 6. — Similar to Fig. 5 but for a damping constant of 0.3 sec^{-1}. This is the damping which coresponds to an r. m. s. velocity of 1.5 m/s and the drag coefficient obtained by Reid and Wilson (1963).

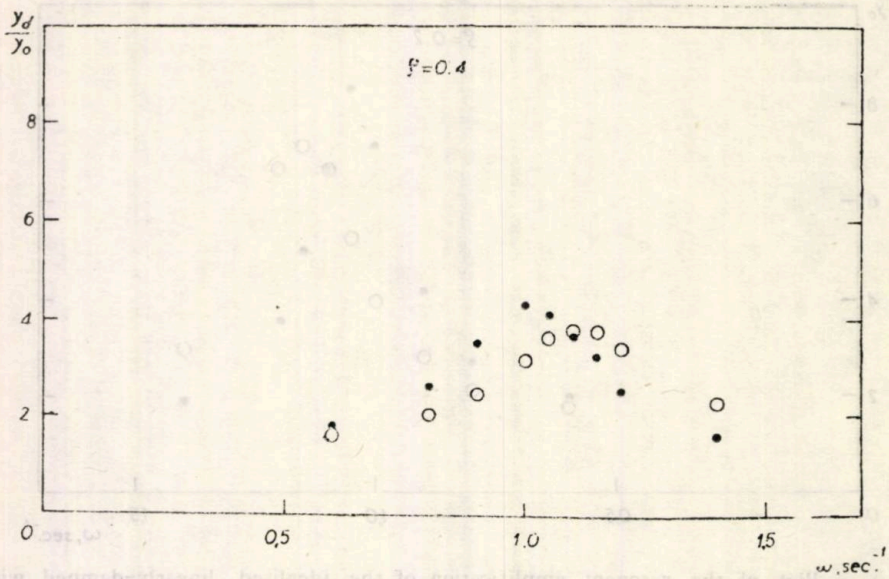


Fig. 7. — Similar to Fig. 5 but for a damping constant of 0.4 sec^{-1}.

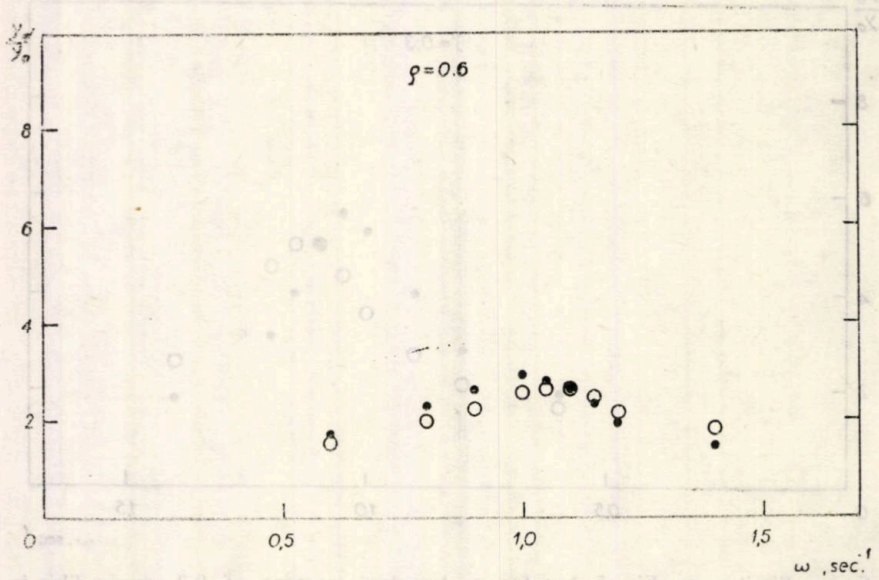


Fig. 8. — Similar to Fig. 5 but for a damping constant of 0.6 sec^{-1}.

horizontal steel reflector plate about 30 cm in diameter, and weighed about 25 kg. Assuming a generous equivalent drag area of 1 000 cm^2, the maximum drag on it was 2.10^7 dynes, still less than its weight, and at least 45 kg of wire was hanging below it. Therefore the wire above the pinger should never have become slack and the amplitude-frequency relation should be very similar to that described by the circles on Fig. 6.

According to Fig. 6, the resonant frequency of the wire without the corer should be some 10% higher than when the corer is hanging on the wire. Fig. 3 and 4 do not span sufficient time for the mean periods of the motion to be determined with 10% accuracy, but what evidence there is (mainly inspection) does suggest that the motion on Fig. 4 is the faster of the two.

5. Conclusion

The experimental results and the theory both show clearly that the suspended wire system acts as a lightly damped mechanical oscillator for moderate amplitudes. This means that there is considerable motion at the end of the wire even in calm weather, and that equipment which depends on the wire for a position reference should only be used when the possible effects have been examined. Particularly affected are piston corers of the Kullenberg type, which require 2 secs or more to penetrate to the usual 7 m, and where piston movement of one or two meters can seriously distort the core. Very large damping plates fitted to the wire near the end would reduce the motion but are awkward to handle; the oscillations could be effectively eliminated if the wire were supported by a true constant-tension winch on the ship, which would remove the heave-exitation from the system.

Acknowledgements. My thanks are due to the Department of Geodesy & Geophysics, of the University of Cambridge, England, under whose auspices the experimental work was conducted; to the Saclant ASW Research Centre, La Spezia, Italy, who made the original enlargements of the sonar record, and to Ocean Science & Engineering Inc., of Washington, D. C., U. S. A., who provided time for measurements and computation.

Received the 15 VII 1964 *University of Cambridge, England*

REFERENCES

1. Kullenberg B., Svenska Hydro. Biol. Komm. Skrift, 1947, **1**, *2*.
2. Reid R. O., Wilson B. W., J. Hydraulics, Proc. Am. Soc. Civ. Eng., 1963, **81**, pp. 21—40.

ASUPRA MIŞCĂRII VERTICALE A UNUI ECHIPAMENT COBORÎT PRIN CABLU ÎN MARE

(Rezumat)

Utilizînd procedee sonice se cercetează mişcarea capătului inferior al unui cablu lung, suspendat în mare la adîncime, constatînd existenţa unor amplitudini şi viteze mult mai mari decît ale ruliului vasului de care este ancorat. O teorie liniară simplă confirmă că la rezonanţă mişcarea cablului metalic este foarte puţin amortizată şi că pot apărea amplitudini de două pînă la şase ori mai mari decît cele ale valurilor. Perioada proprie la un cablu standart de 1/2 inch şi 4,5 km lungime s-a găsit de aproximativ şase secunde, în concordanţă cu valoarea teoretică.

Explicația figurilor

Fig. 1. — Diagrama metodei poziționale sonore.

Fig. 2. — Reproducerea parțială a facsimilului înregistrării. Se arată linia pulsațiilor sunetului reflectat de către fundul mării. Semnalele produse de sunetul direct sînt foarte asemănătoare însă întrucîtva mai pronunțate. Subdiviziunile scării mici sînt de 2 fms (3,66 m).

Fig. 3. — Deviația de la înălțimea medie deasupra fundului mării a plonjorului (linia superioară) și a navei suport (linia inferioară). Plonjor la 183 m deasupra sarcinii de 1/2 t suspendată de cablu de 1/2″ și lungime 4 406 m Reprezentarea este sincronă și corespunde timpului real. RRS Discovery II, stația nr. 4 813.

Fig. 4. — Similar cu fig. 3. Plonjorul se află aici la distanța de 4 547 m de navă, restul cablului sprijinindu-se de fundul mării la adîncimea de 4 702 m.

Fig. 5. — Dependența de frecvență a factorului de amplificare la rezonanță pentru sistemul constituit din cablul presupus dotat cu amortizare liniară avînd coeficientul de amortizare egal cu 0,2 sec^{-1}. Punctele negre corespund cazului în care cablul este terminat cu o sarcină de 1/2 t, pe cînd cerculețele se referă la cablul fără sarcină la capăt. În ambele cazuri cablul are lungimea de 4 500 m.

Fig. 6. — Similar cu fig. 5, însă cu constanta de amortizare 0,3 sec^{-1}. Această amortizare corespunde vitezei de 1,5 m/s și coeficientului de tracțiune obținut de Reid și Wilson în 1963.

Fig. 7. — Similar cu fig. 5 pentru coeficient de amortizare 0,4 sec^{-1}.

Fig. 8. — Similar cu fig. 5 pentru coeficient de amortizare 0,6 sec^{-1}.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

Д. К. 538.122

РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПЛОСКОЙ КОЛЬЦЕВОЙ КАТУШКИ С ТОКОМ

Г. ИНДРЕАШ и П. И. РЫЛЬЦЕВ

1. *Введение*

В ускорительной технике и физической аппаратуре для формирования и коррекции магнитного поля, обладающего аксиальной симметрией, часто используются круговые токи. Формирование поля с помощью токов оправдывается удобством регулирования величины и формы распределения магнитного поля в рабочей области, а также тем, что оно поддается точному аналитическому расчету.

Как правило, „токовое шиммирование" осуществляется с помощью пар соосных плоских кольцевых катушек с током, симметрично расположенных по отношению к некоторой „медианной" плоскости.

Для случая, когда высота катушек много меньше их радиуса, можно предложить простой и удобный метод определения магнитного поля, создаваемого катушками.

2. *Поле плоского кругового витка с током*

Расчет напряженности магнитного поля, создаваемого токами — задача классическая и ему посвящено много работ. Однако, получаемые при интегрировании уравнения Био-Савара выражения для конкретных случаев (прямоугольная и цилиндрическая катушки с током) чрезмерно громоздки [1], [2].

Для практических расчетов более приемлемы выражения для распределения поля отдельного витка, в частности, кругового витка с током. Особенно удобными для этой цели являются таблицы, в которых дается непосредственно значение вертикальной H_z и радиальной H_r составляющих поля.

Для табулирования значений H_z составляющей поля кругового тока в работе [3] были использованы выражения, полученные в цилиндрических координатах с помощью полных эллиптических интегралов:

$$B_z = \frac{2\mu I}{\sqrt{(r+R_0)^2+z^2}}\left[K + \frac{R_0^2 - r^2 - z^2}{(R_0-r)^2+z^2}E\right], \tag{1}$$

$$(2)\qquad B_r = \frac{2\mu Iz}{r\sqrt{(r+R_0)^2+z^2}}\left[-K+\frac{R_0^2+r^2+z^2}{(R_0-r)^2+z^2}E\right],$$

где: B_z, B_r — вертикальная и радиальная составляющие магнитной индукции; I — ток в витке; R_0 — радиус витка; r, z — текущие координаты (рис. 1); K, E — полные эллиптические интегралы первого и второго рода от модуля K_0; $K_0 = 4rR_0/[(r+R_0)^2+z^2]$.

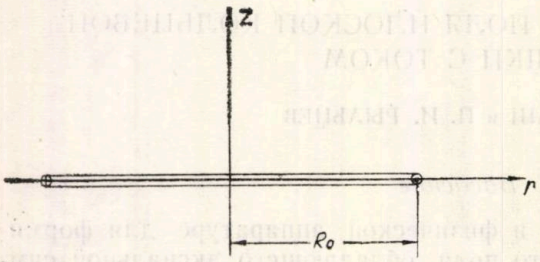


Рис. 1

Однако ограниченный диапазон табулирования ($0 < z/R_0 < 0{,}36$) не позволяет использовать эти таблицы в реальных случаях, когда параметр отдельных витков $z/R_0 > 0{,}36$. Численных расчетов для H_r составляющей в [3] не производилось. Поэтому в первой части настоящей работы продолжено табулирование H_z составляющей поля кругового витка с током для $z/R_0 > 0{,}36$ и аналогичные расчеты проведены для H_r компоненты.

На электронно-счетной машине были рассчитаны значения функции:

$$(3)\qquad F_1\left(\frac{z}{R_0},\frac{r}{R_0}\right)\equiv\frac{H_z R_0}{I}=$$
$$=\frac{0{,}2}{\sqrt{(1+r/R_0)^2+(z/R_0)^2}}\left[K+\frac{1-(r/R_0)^2-(z/R_0)^2}{(1-r/R_0)^2+(z/R_0)^2}E\right],$$

которая описывает распределение вертикальной составляющей поля витка с единичным током при $\mu = 1$. Значения K и E соответствующего модуля $K_0 = 4(r/R_0)/[(1+r/R_0)^2+(z/R_0)^2]$ брались из таблицы [4]. Промежуточные значения K_0 находились путем линейного интерполирования.

В процессе табулирования, обращение к таблицам [4] оказалось не совсем удобным и, потому, для расчета H_r составляющей воспользовались выражением (2) в несколько измененном виде (4). Подставляя:

$$K=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\theta}{\sqrt{1-K_0^2\sin^2\theta}}\quad\text{и}\quad E=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-K_0^2\sin^2\theta}\,d\theta$$

и переходя к безразмерным координатам r/R_0, z/R_0 после ряда преобразований получим:

$$(4)\qquad F_2\left(\frac{z}{R_0},\frac{r}{R_0}\right)\equiv\frac{H_r R_0}{I}=\frac{0{,}05\,K_0^3(z/R_0)}{(1-K_0)(r/R_0)^{3/2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1-(2-K_0^2)\sin^2\theta}{\sqrt{1-K_0^2\sin^2\theta}}d\theta.$$

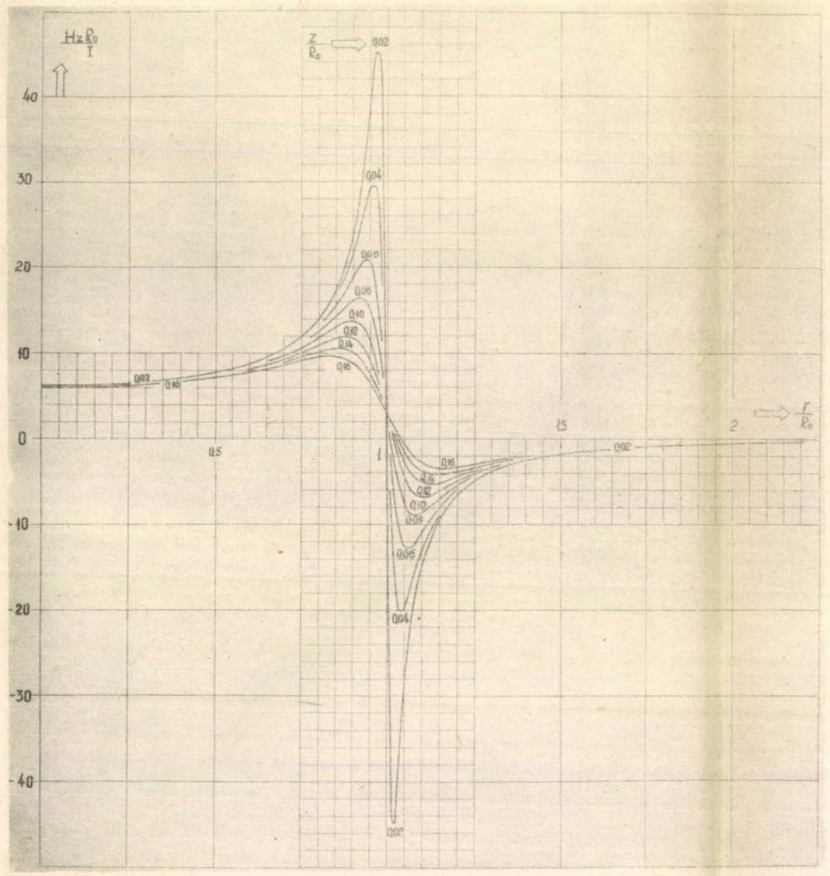


Рис. 2. — $H_z = f(z/R_0, r/R_0)$.

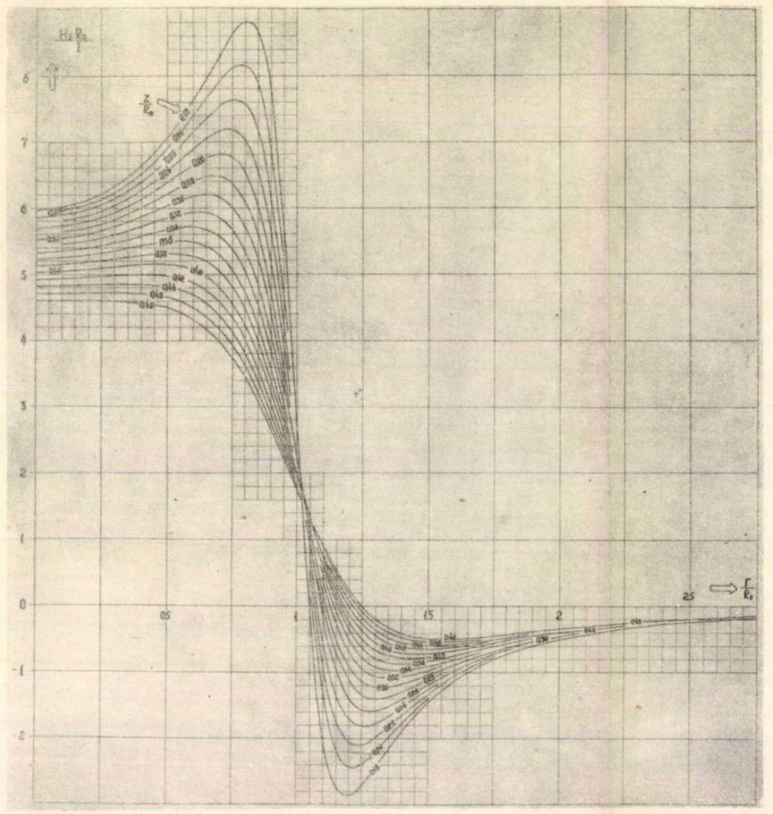


Рис. 3. — $H_z = f(z/R_0, r/R_0)$.

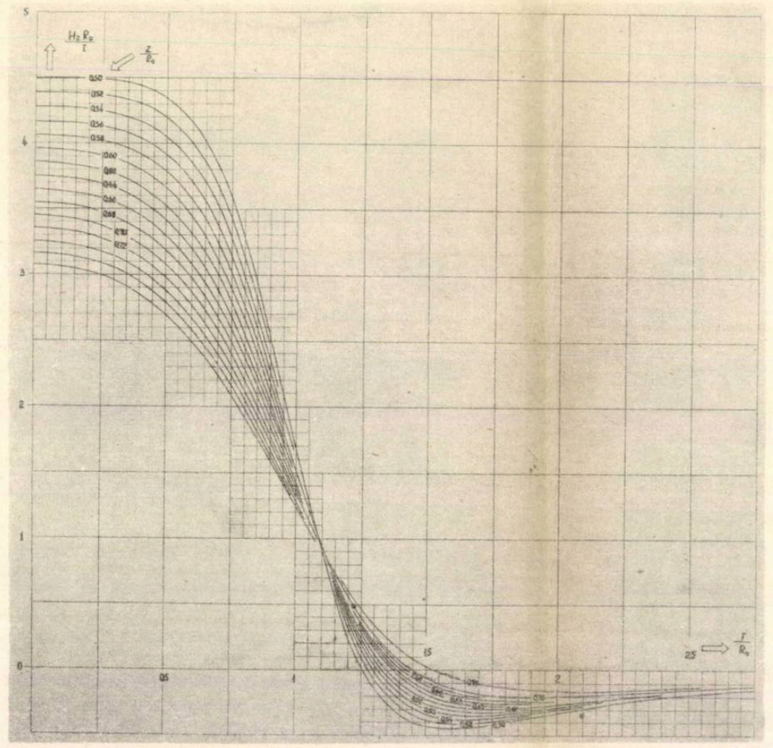


Рис. 4. — $H_z = f(z/R_0, r/R_0)$.

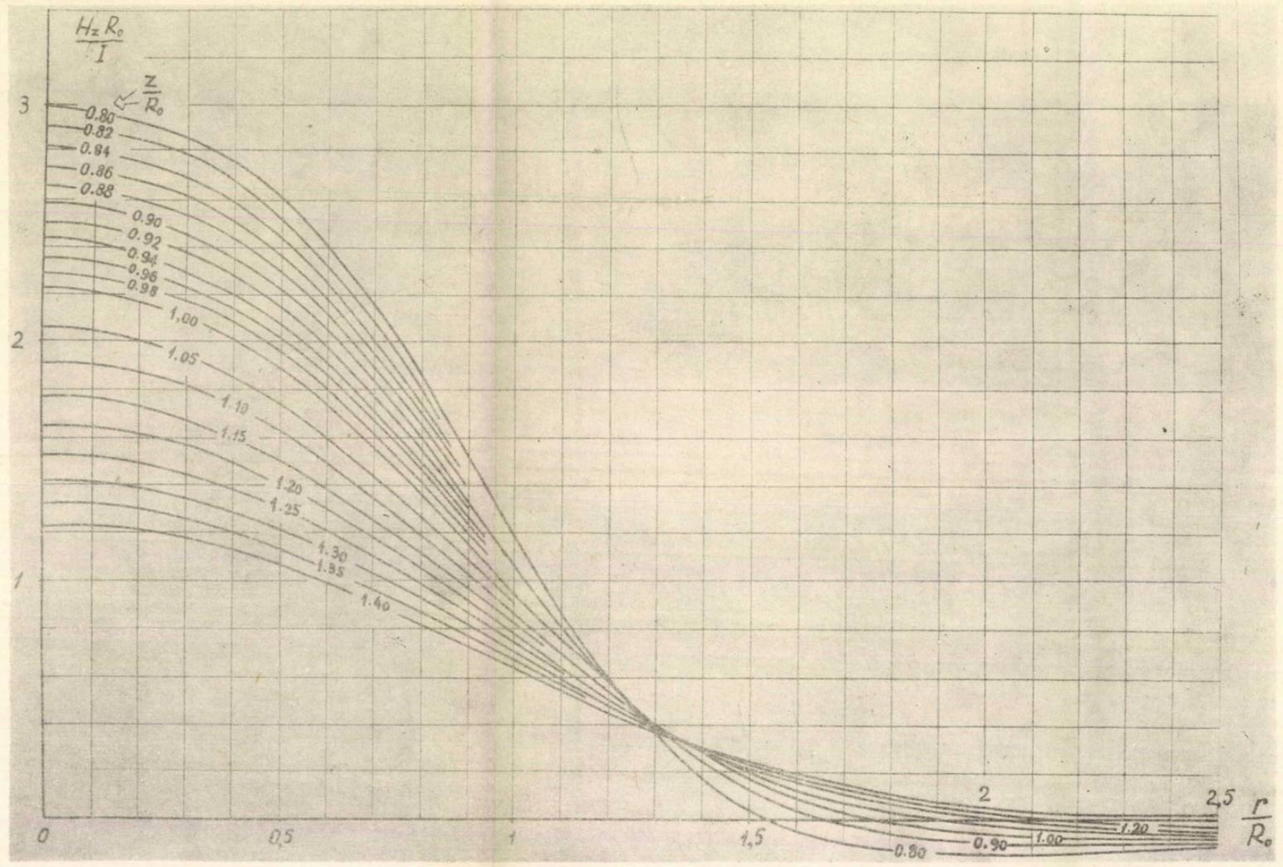


Рис. 5. — $H_z = f(z/R_0, r/R_0)$.

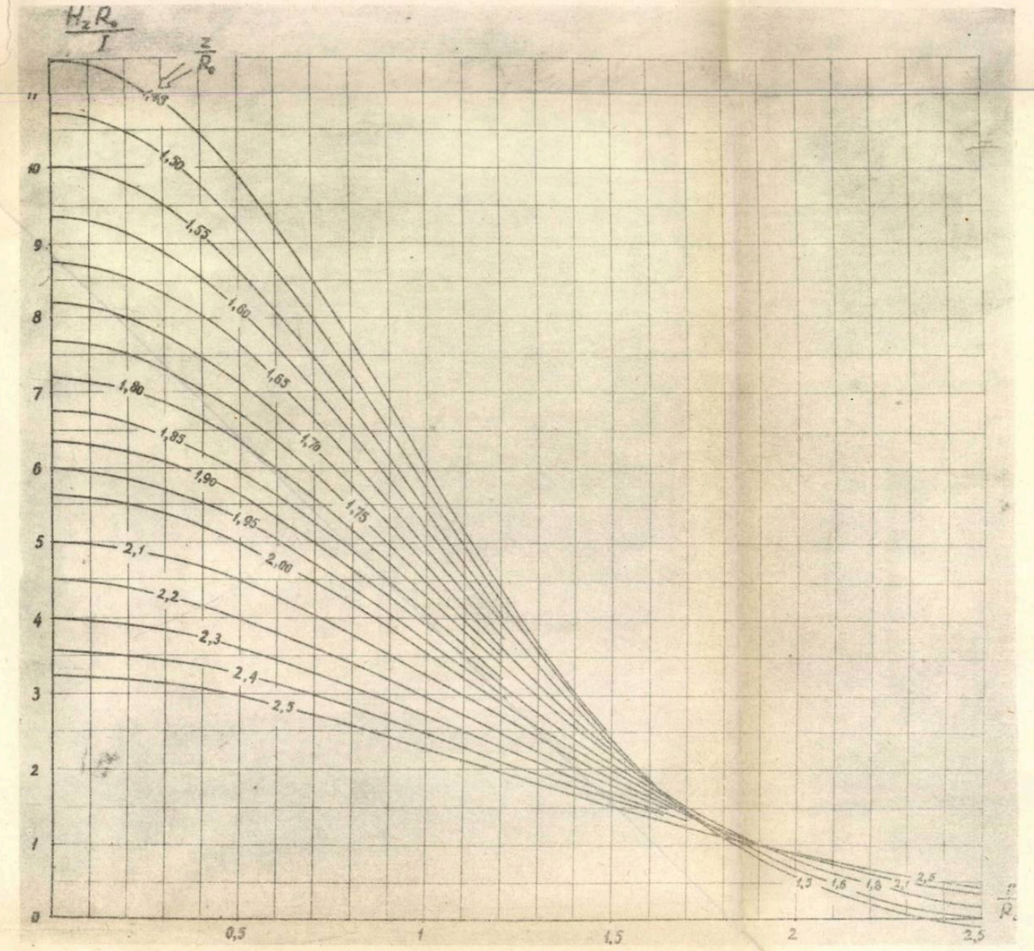


Рис. 6. — $H_z = f(z/R_0, r/R_0)$.

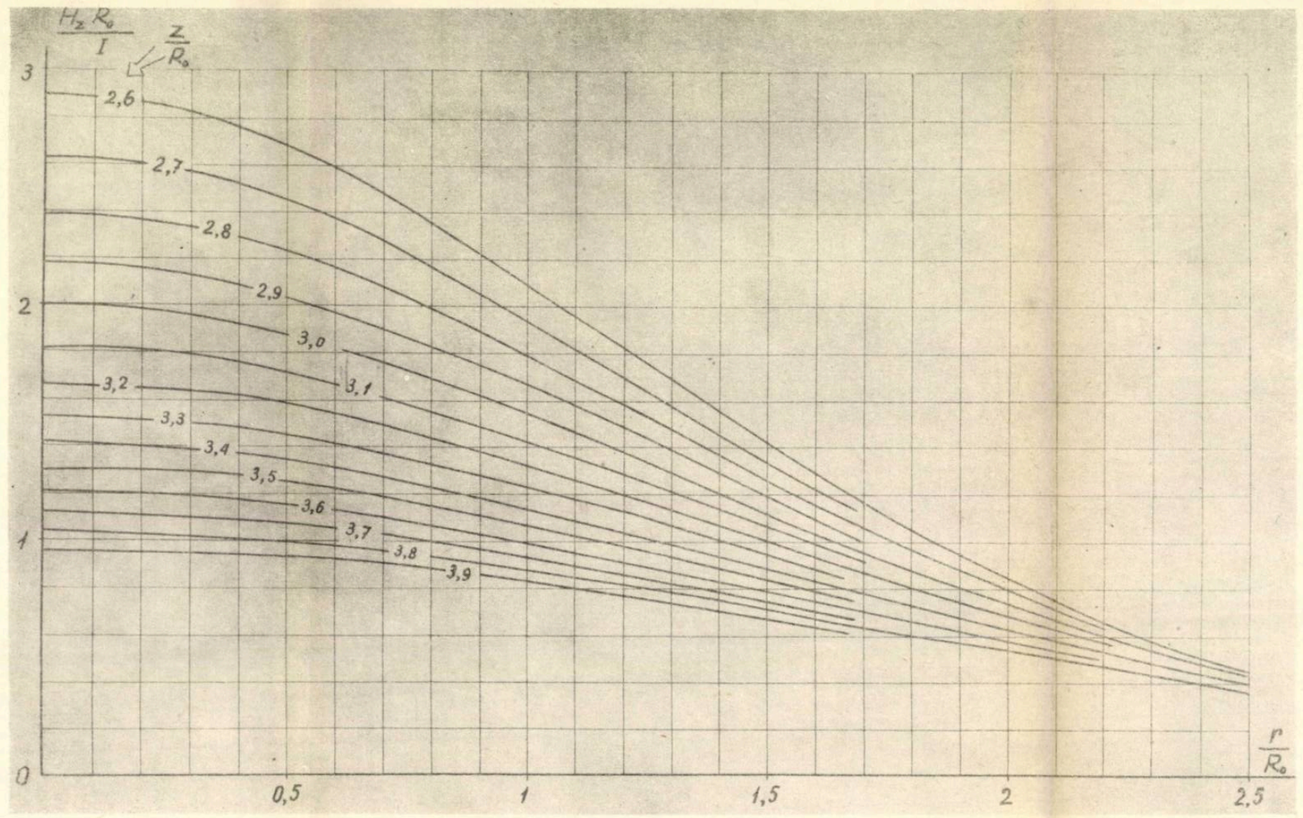


Рис. 7. — $H_z = f(z/R_0, r/R_0)$.

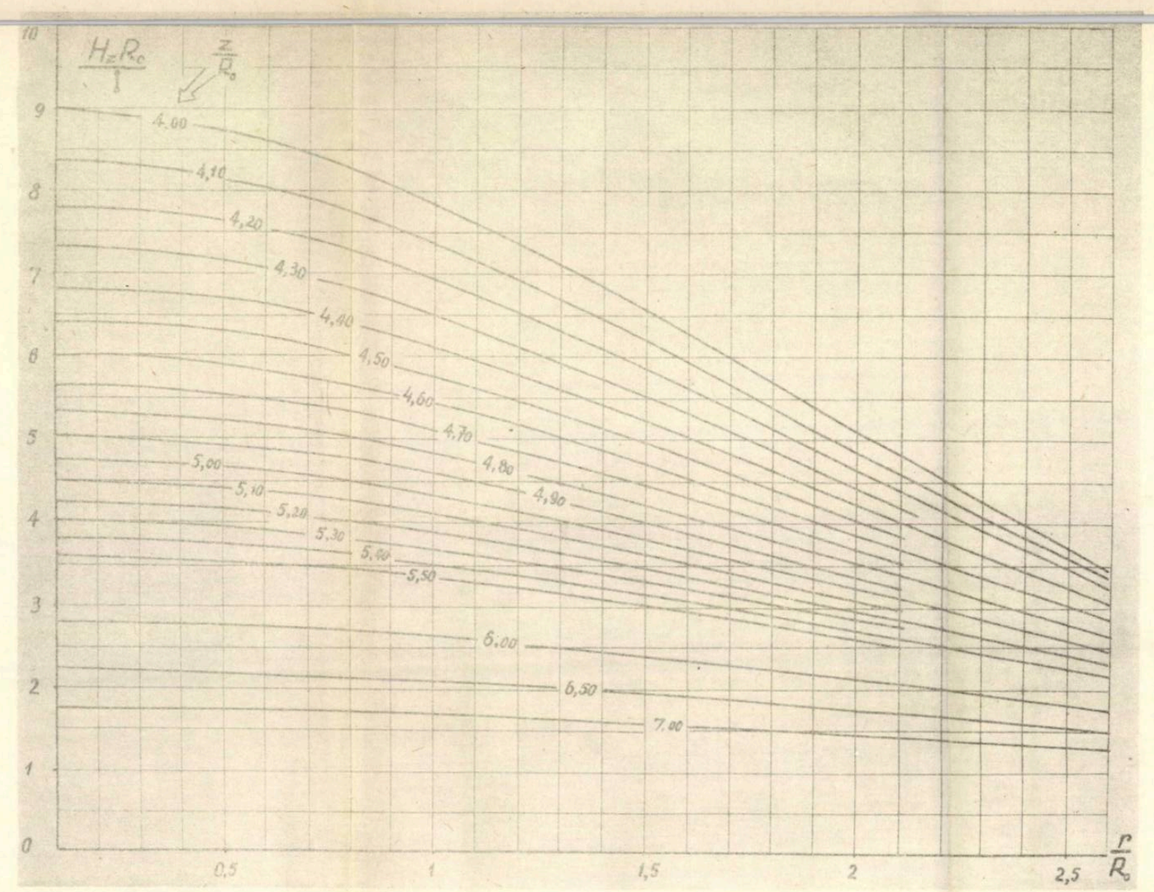


Рис 8. — $H_z = f(z/R_0, r/R_0)$.

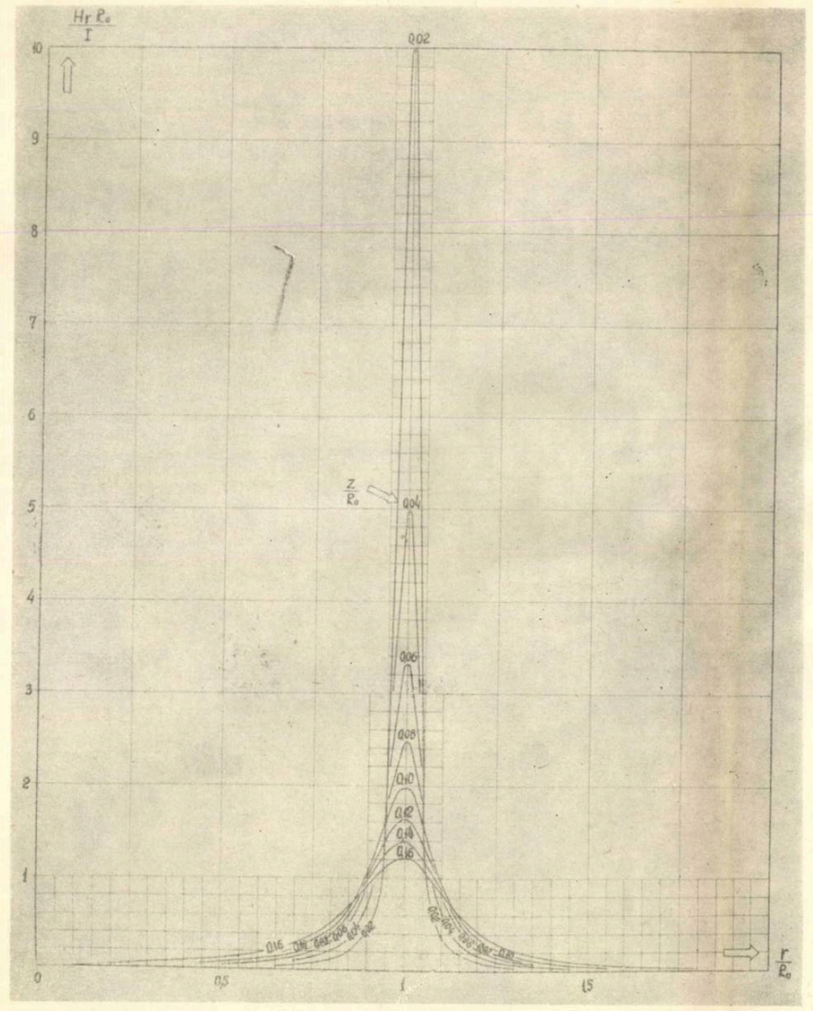


Рис. 9. — $H_r = f(z/R_0, r/R_0)$.

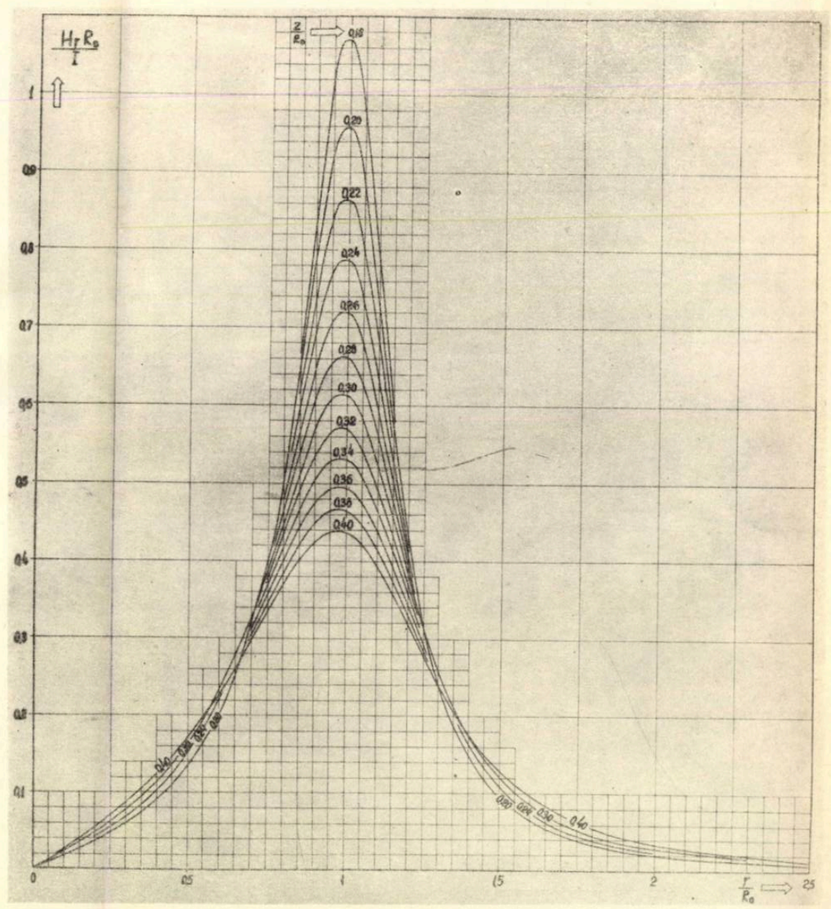


Рис. 10. — $H_r = f(z/R_0, r/R_0)$.

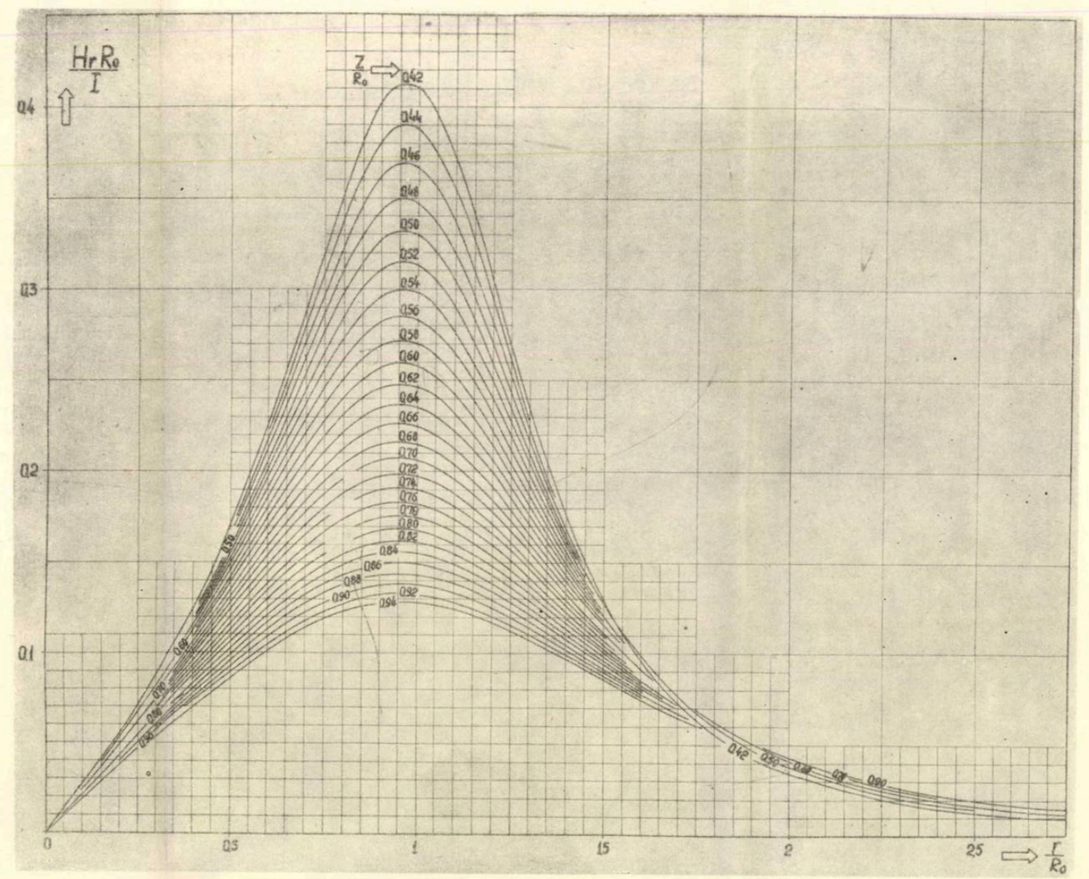


Рис. 11. — $H_r = f(z/R_0, r/R_0)$.

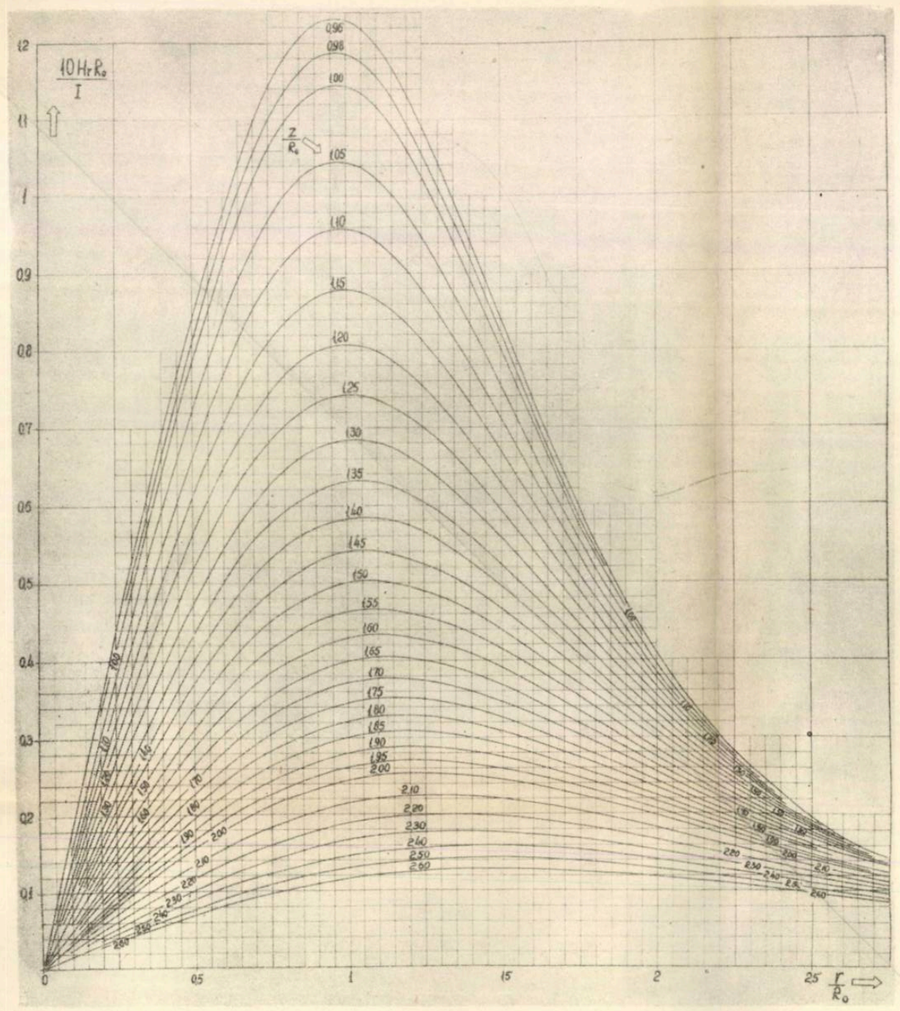


Рис. 12. — $H_r = f(z/R_0, r/R_0)$.

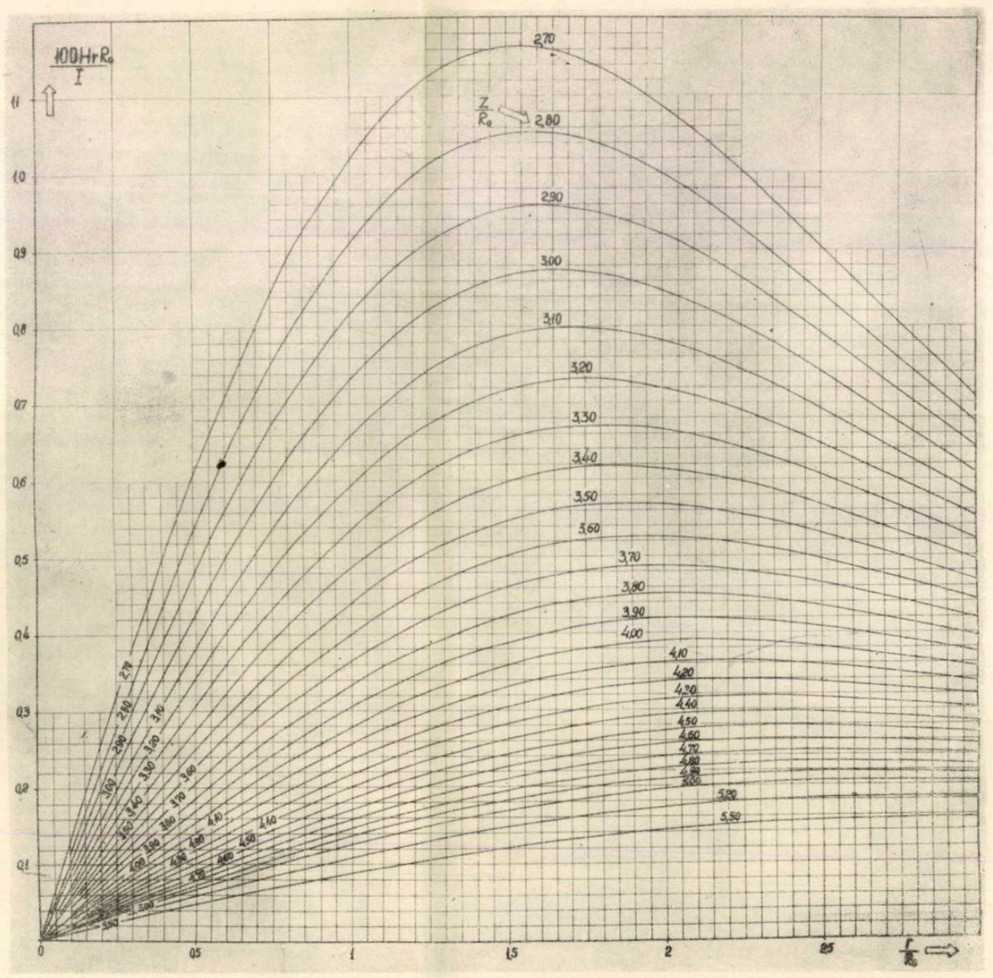


Рис. 13. — $H_r = f(z/R_0, r/R_0)$.

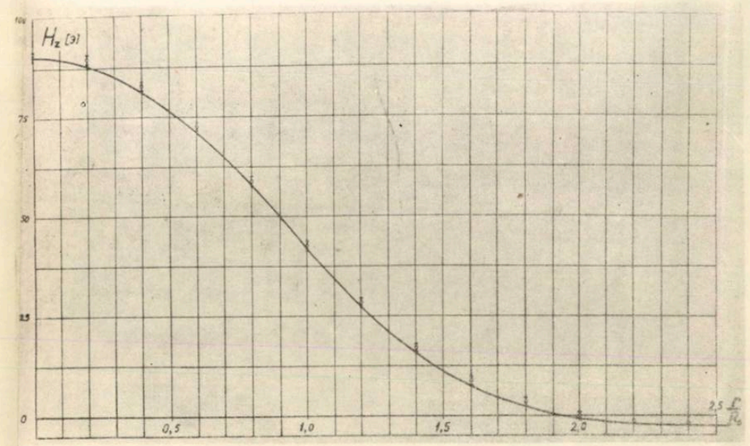


Рис. 15. — Расчетная характеристика $H_z = f(r/R_0)$ для плоской кольцевой катушки при $z/R_0 > 1$ ($wI = 6900$ ав). Точками обозначены результаты измерения.

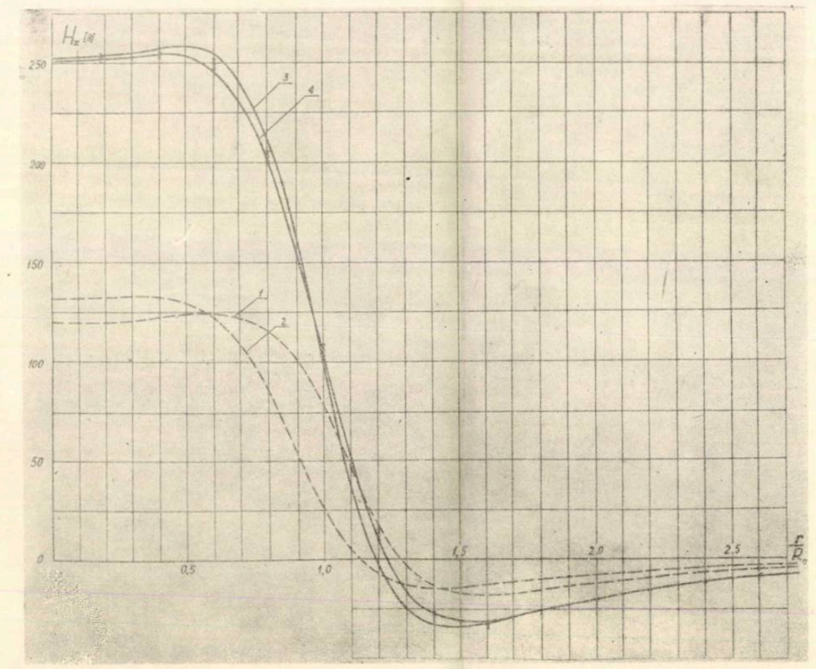


Рис. 16. — Расчетные зависимости $H_z = f(r/R_0)$ для плоской кольцевой катушки с током при $z/R_0 \cong 0{,}5$ ($wI = 6900$ ав.) I — $H'_z = f_1(r/R_0)$, $i_1 = 3450$ ав; 2 — $H''_z = f_2(r/R_0)$, $i_2 = 3450$ ав; 3 — $H_z = f_3(r/R_0)$ — первое приближение, $i = 6900$ ав; 4 — $H'_z + H''_z = f_4(r/R_0)$ — второе приближение, $i = i_1 + i_2$. Результаты измерения нанесены точками.

Выражение (4) описывает распределение радиальной составляющей поля витка с единичным током при $\mu = 1$.

Вычисленные значения $H_z R_0/(mI) = f_1(r/R_0)$, $H_r R_0/(mI) = f_2(r/R_0)$ в пределах $0 < r/R_0 < 3$ и $0{,}02 < z/R_0 < 5{,}5$ при $z/R_0 = \text{const}$. приведены на рис. 2...13 в виде графиков.

В этих графиках H_z и H_r в эрстедах, I в амперах, R_0 в см. Значения m следует считать: на рис. 2...5, $m=0{,}1$; рис. 6...7, $m=0{,}01$; рис. 8, $m=0{,}001$; рис. 9...11, $m=1$; рис. 12, $m=0{,}1$; рис. 13, $m=0{,}01$.

3. *Поле плоской кольцевой катушки с током*

Распределение поля плоской кольцевой катушки с током может быть найдено из соответствующих выражений для плоского кругового витка (1), (2), путем интегрирования по r в пределах R_1 и R_2, положив

$$I = j\,dr, \tag{5}$$

где j — линейная плотность тока (а/см).

Однако, при условии, когда высота катушки δ намного меньше остальных параметров $\delta \ll R_0$; $\delta \ll z$ ($R_0 = (R_1 + R_2)/2$), значения составляющих магнитного поля можно найти с достаточной точностью, путем простого алгебраического суммирования полей отдельных витков („элементарных катушек"), для различных значений $(z/R_0)_i$, которые табулированы. (Очевидно ток черех такие витки следует брать равным wI, где w — число замененных реальных витков.)

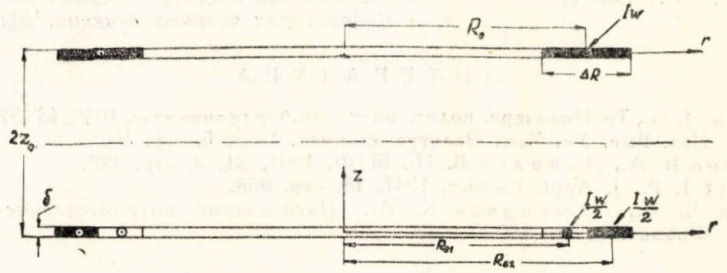


Рис. 14. — Схема расположения катушек на макете.

Многочисленные измерения, проведенные в медианной плоскости макета, состоявшего из двух катушек, с $\delta = 0{,}7$ см, $R_0 = 0{,}35$ см, $\Delta R = 5$ см ($\Delta R/R_0 = 0{,}37$) и расположенных, как указано на рис. 14, показали.

а) В случае $z_0 \geqslant 16$ см ($z/R_0 > 1$) распределение вертикальной составляющей поля хорошо описывается уже в первом приближении если считать, что „суммарный ток" катушек wI сосредоточен в одном витке с радиусом $R_0 = 13{,}5$ см. Расчетная кривая и экспериментальные точки при $wI = 6900$ ав. приведены на рис. 15.

б) В случае $z_0 = 6$ см ($z/R_0 \simeq 0{,}5$) лучшие результаты получились при замене катушки двумя „элементарными катушками", имею-

щими $R_{01} = 12{,}4$ см и $R_{02} = 14{,}9$ см, ток через которые $i_1 = i_2 = wI/2$. Расчетные распределения $H_{z0} = f(r/R_0)$ для этих витков нанесены пунктиром на рис. 16. Кривая, представляющая их алгебраическую сумму, изображена жирной линией (кривая *4*). Для сравнения нанесены также расчетные кривые в первом приближении (кривая *3*) и экспериментальные точки. Точность магнитных измерений составляла 2%.

При необходимости получить лучшее совпадение, реальную катушку следует заменить большим числом витков.

4. *Определение показателя спада n*

Зная вертикальную и радиальную составляющие магнитного поля витка с током, можно легко найти значение показателя спада $n = -[r_i/H_z(r_i, z = 0)](\mathrm{d}H_z/\mathrm{d}r)$ в медианной плоскости витка.

Так как для магнитостатического поля $\mathrm{rot}\,\vec{H} = 0$ в цилиндрической системе координат, можно написать, что $\partial H_r/\partial z = \partial H_z/\partial r$.

Разложив H_r в ряд по степеням z, при малых z можно ограничиться первым членом разложения, так как $H_r|_{z=0} = 0$, $H_r \simeq (\partial H_r/\partial z)z$.

Следовательно, $\partial H_z/\partial r = H_r/z$ и, наконец, n вблизи медианной плоскости выражается $n(r_i, z = 0) = -[H_r(r_i, z_i)/z_i][r_i/H_z(r_i, z_i)]$.

Авторы благодарны сотрудникам вычислительного центра Объединенного института ядерных исследований (Дубна) Т. П. Кочкиной, и Т. В. Рыльцевой за выполнение расчетов на электронно-счетной машине.

Поступила 15 VII 1963 г.

Объединенный институт ядерных исследований,
Лаборатория ядерных реакций, Дубна, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Неккер И. И., Тр. Новочерк. полит. ин-та им. Орджоникидзе, 1956, **43** (**57**), стр. 91; Изв. Выс. Уч. Зав., Электромеханика, 1958, **6**, стр. 19.
2. Бирюков В. А., Данилов В. И., ЖТФ, 1961, **31**, *4*, стр. 428.
3. Blewett J. P., J. Appl. Physics, 1947, **18**, стр. 968.
5. Сегалл Б. И., Семендяев К. А., *Пятизначные математические таблицы.* Физматгиз, М., 1959.

CALCULUL CÎMPULUI MAGNETIC AL UNEI BOBINE PLANE INELARE PARCURSĂ DE CURENT

(Rezumat)

Se dă o metodă convenabilă de calcul a componentelor cîmpului magnetic al bobinelor plane inelare, utilizînd valoarea corespunzătoare a cîmpului unei spire circulare cu curent unitar. Graficele date corespund valorii $\mu = 1$; calculele s-au efectuat cu o maşină electronică de calcul, în limitele $0 < r/R_0 < 3$ şi $0 < z/R_0 < 5{,}5$.

Se dau date experimentale privind distribuţia cîmpului, obţinute pe machetă.

Explicaţia figurilor

Fig. 14. — Schema poziţională a bobinelor pe machetă.

Fig. 15 şi Fig. 16. — Dependenţe funcţionale relative la bobina inelară plană, de forma $H_z = f(r/R_0)$ pentru $z/R_0 > 1$ (fig. 15) şi $z/R_0 \approx 0{,}5$ (fig. 16), cînd $wI = 6900$ A sp. Punctele reprezintă rezultatele experimentale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Chimie

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 3—4, 1964

Химия

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Chemistry

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

A. K. 669.064.5; 544.844

ТРИ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПРОЦЕССОВ ЗОННОЙ ПЛАВКИ И ХРОМАТОГРАФИИ

А. Н. КИРГИНЦЕВ и П. Я. ВЛАСОВ

1. *Введение*

Дифференциальное уравнение для зонной плавки полубесконечного слитка [1]

$$dN_n(p)/dp = (1/\lambda)[1-(1-\lambda)N_n(p)]^2[N_{n-1}(p+1)-N_n(p)],$$

при $N_n \to 1$ принимает простой вид

$$d\xi_n(p)/dp = \lambda[\xi_{n-1}(p+1)-\xi_n(p)], \tag{1}$$

где $\xi_n = 1 - N_n$. Уравнение (1) относится к слитку, состоящему из двух веществ, в котором одного вещества много меньше, чем другого. Мольная доля примеси обозначена через ξ_n.

Уравнение (1) есть известное уравнение для зонной плавки [2]. В предыдущей работе было показано, что уравнение (1) может быть принято и для описания динамики сорбции примеси в хроматографических процессах. Поэтому представляется целесообразным рассмотреть решения уравнения (1) для различных начальных условий. Мы рассмотрим три задачи.

2. *Очистка вещества от примеси*

До первого прохода зоны примесь в слитке или на адсорбенте хроматографической колонки распределена равномерно. Мольную долю примеси в начальном слитке (колонке) обозначим через ξ_0. Для удобства будем использовать обозначение

$$y_n(p) = \xi_n(p)/\xi_0.$$

Далее, для удобства изложения, концентрацию примеси после первого прохода будем обозначать через y_0.

Эта задача характеризуется системой условий :

$$(2)\qquad \begin{cases} dy_n(p)/dp = \lambda[y_{n-1}(p+1) - y_n(p)], \quad y_n(0) = \lambda\int\limits_0^1 y_{n-1}(p)\,dp, \\ y_0(p) = 1 - (1-\lambda)\exp(-\lambda p), \quad (p \geqslant 0, \quad n = 1, 2, ,...). \end{cases}$$

Решение этой системы было найдено еще ранее Лордом [3] в виде

$$y_n(p) = 1 - (1-\lambda)\exp(-\lambda p) Z_n(p), \quad (n = 0, 1, 2, ...),$$

где

$$Z_0(p) = 1,$$

$$Z_n(p) = n + 1 + \sum_{s=1}^{n} (n+1-s)\lambda^s \exp(-\lambda s) \sum_{r=1}^{s} \frac{s^{s-r-1} p^r}{(s-r)!\,(r-1)!} -$$

$$- \sum_{s=1}^{n} (n+1-s)\lambda^{s-1} \exp(-\lambda s) \sum_{r=1}^{s} \frac{s^{s-r-1} r p^{r-1}}{(s-r)!\,(r-1)!},$$

$$(n = 1, 2, 3,...).$$

Воспользовавшись простыми биноминальными формулами

$$\frac{p(p+s)^{s-1}}{s!} = \sum_{r=1}^{s} \frac{s^{s-r-1} p^r}{(s-r)!\,(r-1)!},$$

$$\frac{(p+1)(p+s)^{s-2}}{(s-1)!} = \sum_{r=1}^{s} \frac{s^{s-r-1} r p^{r-1}}{(s-1)!\,(r-1)!}, \qquad (s = 1, 2, 3,...),$$

можно записать решение задачи в виде:

$$(3)\qquad y_n(p) = 1 - (1-\lambda)\exp(-\lambda p) Z_n(p), \quad (n = 0, 1, 2,...),$$

где

$$Z_0(p) = 1,$$

$$Z_n(p) = n + 1 + \sum_{s=1}^{n} (n+1-s)\,\lambda^s \exp(-\lambda s)\, \frac{p(p+s)^{s-1}}{s!} -$$

$$- \sum_{s=1}^{n} (n+1-s)\lambda^{s-1} \exp(-\lambda s)\, \frac{(p+1)(p+s)^{s-2}}{(s-1)!}, \qquad (n = 1, 2, 3,...).$$

3. *Движение полоски примеси*

До первого прохода зоны примесь находилась только в первой части слитка или колонки, равной по длине ширине одной зоны. Мольную долю примеси в этой части слитка будем обозначать через ξ_0. Введем обозначение

$$y_n(p) = \xi_n(p)/\xi_0.$$

Для удобства изложения концентрацию примеси первого прохода будем обозначать через y_0.

Эта задача характеризуется системой условий:

$$(4)\qquad \begin{cases} \dfrac{dy_n(p)}{dp} = \lambda\,[y_{n-1}(p+1) - y_n(p)], \quad y_n(0) = \lambda \displaystyle\int_0^1 y_{n-1}(p)\,dp, \\ y_0(p) = \lambda \exp(-\lambda p); \quad (p \geqslant 0,\ n = 1, 2, 3,\ldots). \end{cases}$$

Общую формулу решения этой системы можно вывести следующим образом. Положим

$$y_n(p) = \lambda \exp(-\lambda p)\, T_n(p), \quad (n = 0, 1, 2,\ldots).$$

Из уравнений системы (4) можно установить, что функции T_n удовлетворяют соотношениям:

$$T_0(p) = 1, \quad T_n(p) = \int_0^p \lambda \exp(-\lambda)\, T_{n-1}(p+1)\,dp +$$

$$+ \int_0^1 \lambda \exp(-\lambda p)\, T_{n-1}(p)\,dp, \quad (n = 1, 2, 3,\ldots).$$

В то же время функции Z_n удовлетворяют соотношениям:

$$Z_0(p) = 1, \quad Z_n(p) = \int_0^p \lambda \exp(-\lambda) Z_{n-1}(p+1)\,dp +$$

$$+ \int_0^1 \lambda \exp(-\lambda p) Z_{n-1}(p)\,dp + 1, \quad (n = 1, 2, 3,\ldots).$$

Если ввести обозначение $T_n = \varphi T_{n-1}$, то $Z_n = \varphi Z_{n-1} + Z_0$, $(n = 1, 2, 3,\ldots)$, и $Z_0 = T_0$.

Далее, используя аддитивность оператора φ и последние две формулы, находим

$$Z_1 = T_0 + T_1, \quad Z_2 = T_0 + T_1 + T_2,$$

и в общем случае

$$Z_n = T_0 + T_1 + T_2 + \ldots + T_n, \quad (n = 0, 1, 2,\ldots).$$

Из этого соотношения легко видеть, что функции T_n выражаются через функции Z_n следующим образом:

$$T_0 = Z_0, \quad T_n = Z_n - Z_{n-1}, \quad (n = 1, 2, 3,\ldots).$$

Вид функций Z_n нам уже известен. Поэтому легко можно определить вид функций T_n.

Решение задачи имеет вид

$$(5)\qquad y_n(p) = \lambda \exp(-\lambda p)\, T_n(p), \quad (n = 0, 1, 2,\ldots),$$

где

$$T_0(p) = 1, \quad T_n(p) = 1 + \sum_{s=1}^{n} \lambda^s \exp(-\lambda s)\ \frac{p(p+s)^{s-1}}{s!} -$$

$$- \sum_{s=1}^{n} \lambda^{s-1} \exp(-\lambda s)\ \frac{(p+1)(p+s)^{s-2}}{(s-1)!}, \quad (n = 1, 2, 3, \ldots).$$

4. *Постоянное поступление примеси в начальную часть слитка или колонки*

До первого прохода зоны примесь находится только в первой части слитка или колонки, которая по длине равна ширине одной зоны. Мольную долю в этой части слитка обозначим через ξ_0. Перед каждым проходом зоны в первую часть слитка или колонки поступает количество примеси, равное количеству примеси, находящейся в слитке или колонке до первого прохода зоны. Как и выше, будем обозначать

$$y_n(p) = \xi_n(p)/\xi_0,$$

а для удобства изложения концентрацию примеси после первого прохода зоны будем обозначать через y_0.

Эта задача характеризуется системой условий:

$$(6) \quad \begin{cases} \dfrac{dy_n(p)}{dp} = \lambda [y_{n-1}(p+1) - y_n(p)], \quad y_n(0) = \lambda \displaystyle\int_0^1 y_{n-1}(p)\,dp + \lambda, \\ y_0(p) = \lambda \exp(-\lambda p), \quad (p \geqslant 0, \quad n = 1, 2, \ldots). \end{cases}$$

Общую формулу решения этой системы можно найти следующим путем. Положим

$$y_n(p) = \lambda \exp(-\lambda p) R_n(p), \quad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Из уравнений системы (6) можно установить, что функции R_n удовлетворяют соотношениям:

$$R_0(p) = 1, \quad R_n(p) = \int_0^p \lambda \exp(-\lambda) R_{n-1}(p+1)\,dp +$$

$$+ \int_0^1 \lambda \exp(-\lambda p) R_{n-1}(p)\,dp + 1, \quad (n = 1, 2, 3, \ldots).$$

Отсюда видно, что $R_n = Z_n$, $(n = 0, 1, 2, \ldots)$.

Следовательно, решение задачи имеет вид

$$(7) \quad y_n(p) = \lambda \exp(-\lambda p) Z_n(p), \quad (n = 0, 1, 2, \ldots),$$

где величина $Z_n(p)$ определяется также, как и в уравнении (3).

Отметим некоторые соотношения между полученными решениями. Будем обозначать через $y_n^{(1)}$, $y_n^{(2)}$ и $y_n^{(3)}$ величину y_n для первой, второй и третьей задачи. Тогда из (3), (5) и (7) легко видеть, что

$$y_n^{(3)} = y_0^{(2)} + y_1^{(2)} + y_2^{(2)} + \ldots + y_n^{(2)}, \quad y_n^{(1)} = 1 - (1-\lambda)\, y_n^{(3)}/\lambda. \tag{8}$$

Приведенные решения задач позволяют охарактеризовать движение примеси по слитку или в хроматографической колонке. На рис. 1 схематично показана зависимость величины y_n от p при каком-то значении n (графики в левой части рисунка) и зависимость величины y_n от n при каком-то значении p (графики в правой части рисунка) для рассмотренных выше задач. Номер задачи отмечен цифрой на левом поле рисунка.

Отметим, что для зонной плавки удобнее использовать первый способ изображения, для хроматографических процессов — второй, причем хроматографические процессы удобнее характеризовать так называемой выходной кривой, которая показывает зависимость концентрации примеси на выходе колонки в подвижной фазе от объема прошедшего элюента. Поскольку в нашей трактовке величина n пропорциональна объему элюента, а величина y_n с концентрацией примеси в подвижной фазе элюента $\bar{y}_n$ связана соотношением

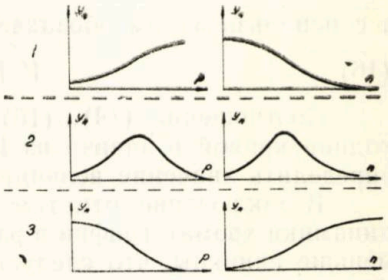


Рис. 1. — Зависимость y_n от p и y_n от n для трех задач три $\lambda < 1$.

$$y_n(p) = \lambda \bar{y}_n(p),$$

то кривые в правой части рис. 1 просто могут быть переведены в координаты выходных кривых.

Рассмотрим некоторые особенности решения задачи из **3**. Обозначим через p_n точку пересечения кривой y_n с кривой y_{n-1}. Величина p_n должна удовлетворять условию

$$y_n(p_n) - y_{n-1}(p_n) = 0. \tag{9}$$

Решая это уравнение с учетом (5), получим

$$n = \lambda p_n^2 / [(1-\lambda)\, p_n + 1], \tag{10}$$

или

$$p_n = \left[1 - \lambda + \sqrt{(1-\lambda)^2 + 4\lambda/n}\right] / (2\lambda/n). \tag{11}$$

Из этого соотношения следует, что при достаточно больших значениях величины n

$$\begin{cases} p_n \approx 1/(1-\lambda) + n(1-\lambda)/\lambda, & \lambda < 1; \\ p_n \approx 1/(\lambda - 1), \quad \lambda > 1; \quad p_n = \sqrt{n}, \quad \lambda = 1. \end{cases} \tag{12}$$

Из первого соотношения (12) следует, что точка пересечения кривой y_n с кривой y_{n-1} при больших значениях n перемещается по слитку с постоянной скоростью, т. е.

$$p_{n+1} - p_n \approx (1-\lambda)/\lambda. \tag{13}$$

Далее, из уравнения (9) можно легко показать, что в точке экстремума на выходной кривой должно быть соблюдено условие

$$n = \lambda p^2/[(1-\lambda)p + 1]. \tag{14}$$

Из этой формулы следует, что при $p \geqslant 1/(\lambda - 1)$ не существует целого положительного n, при котором формула (14) выполняется, т. е. точки максимума не существует. Если $p \gg 1$, то формула (14) может быть записана в таком виде

$$n/p \approx \lambda/(1-\lambda), \tag{15}$$

а с использованием обозначений работы [4],

$$V/V_0 \approx \lambda/(1-\lambda). \tag{16}$$

Соотношения (14)...(16) применимы и к точке перегиба на выходной кривой в задаче из **4**, т.е. соотношения (14) и (15) позволяют определить значение величины n или p в точке перегиба.

В заключение отметим, что для процессов динамики сорбции и динамики хроматографии в рамках наших положений величина λ всегда меньше единицы, что следует из результатов предыдущей работы [4]. Отметим также, что уравнения (15) и (16) аналогичны подобным уравнениям в теории равновесной и неравновесной хроматографии (см. [5]).

Поступила 16 VIII 1964 г.

Институт неорганической химии СО АН СССР, Новосибирск, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Киргинцев А. Н., Кудрин В. Д., Кудрина К. Н., Физ. тверд. тела, 1963, **5**, стр. 924.
2. Пфанн А. Дж., *Зонная плавка*. Металлургиздат, М., 1960.
3. Lord N. W., Metals, 1953, **5**, p. 1531.
4. Киргинцев А. Н., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **X (XIV)**, стр. 97—104.
5. Гельферих Ф., *Иониты*. Издатинлит, М., 1962.

TREI PROBLEME DIN TEORIA MATEMATICĂ A PROCESELOR DIN ZONA DE TOPIRE ŞI CROMATOGRAFIE

(Rezumat)

Se rezolvă trei probleme din teoria matematică a proceselor din zona de topire şi cromatografie, pentru mişcarea impurităţilor în lingouri şi în coloana cromatografică.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Dependenţa lui y_n de p şi a lui y_n de n pentru cele trei probleme, cînd $\lambda < 1$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 66.028

O METODĂ MICROFOTOMETRICĂ DE DOZARE A UNOR REDUCATORI

DE

SIMION SAVENCU şi I. ANTONESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică republicană de chimie, Iaşi, din 28—31 mai 1964

1. Introducere

Procesul fotografic se bazează, după cum se ştie, pe proprietatea unor săruri de argint, în special halogenurile, ca sub acţiunea luminii să se reducă la argint metalic.

Apariţia aşa numitei imagini latente în emulsia fotografică se bazează pe interacţiunea fotonilor cu halogenura de argint aflată în suspensie într-un strat de gelatină. Pentru ca imaginea să devină apoi vizibilă este necesar procesul de developare.

Unul din componenţii principali ai soluţiei de developare este substanţa revelatoare, în general un reducător ce transformă halogenura de argint în argint metalic. În practica fotografică se foloseşte un număr relativ redus de substanţe revelatoare printre care citãm: metolul, hidrochinona, paraminofenolul etc. Deşi nu sînt folosite în procesul fotografic, au acţiune reducătoare asupra halogenurilor de argint şi alte substanţe reducătoare, printre care şi unele anorganice.

Cantitatea de reducător în băile de developare este relativ mică (de ordinul gramelor la 1000 ml soluţie), dar variaţia concentraţiei sale în limite mici are o influenţă deosebită asupra procesului de revelare.

S-a constatat experimental că dacă se menţin constanţi toţi factorii de care depinde procesul fotografic (lungimea de undă a radiaţiei incidente, intensitatea ei, timpul de expunere, caracteristicile materialului fotografic precum şi condiţiile de developare) şi se variază numai concentraţia substanţei reducătoare, între anumite limite, caracteristice fiecărui reducător, există o dependenţă clară între concentraţia în reducător şi înnegrire.

Bazaţi pe această observaţie şi în urma încercărilor întreprinse s-a ajuns la concluzia că această proprietate poate fi folosită pentru dozarea unor substanţe reducătoare cu caracter mai mult sau mai puţin pronunţat.

Să dăm ca exemplu o metodă de dozare a ionului Sn^{2+}. Ea se bazează pe proprietăţile reducătoare ale ionului Sn^{2+}, care acţionînd asupra stratului sensibil al unei pelicule fotografice pune în libertate o cantitate de argint metalic proporţională cu conţinutul în Sn^{2+}. Gradul de înegrire al peliculei foto, măsurat cu ajutorul unui microfotometru, constituie un indiciu analitic asupra conţinutului în Sn^{2+} din soluţia folosită.

2. Modul de lucru

Se prepară o soluţie de $SnCl_2.2H_2O$ $M/10$, a cărei concentraţie în Sn^{2+} se stabileşte printr-o metodă clasică. Din această soluţie se iau cu ajutorul unei microbiurete volume cuprinse între 1 şi 10 ml şi se introduc în flacoane cotate de 100 ml.

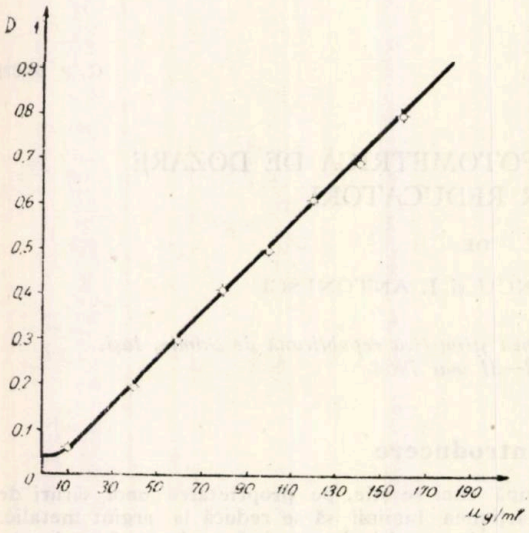


Fig. 1

Materialul foto sub formă de pelicule de 10/24 mm se expune la o sursă de lumină constantă, un timp bine determinat. Pe suprafaţa peliculelor se picură cu ajutorul unei micropipete volume egale din soluţiile etalon. După 3 min acţiunea reducătorului este oprită şi peliculele se introduc într-o baie de revelare. Se lasă timp de 3 min după care peliculele se spală şi se introduc într-un fixator unde se mai ţin încă 10 min. După fixare peliculele se spală timp de o oră şi apoi se usucă.

Cu ajutorul seriei etalon obţinute se trasează un microfotometru, curba de etalonare în coordonatele D (înegrire) şi c (concentraţie) în μg/ml. Pentru proba de analizat se procedează în condiţii absolut identice. Se microfotometrează proba de analizat şi se stabileşte concentraţia ei cu ajutorul curbei de etalonare.

Curba de etalonare pentru ionul Sn^{2+} este reprodusă în fig. 1.

3. Rezultatele cercetării

Rezultatele obţinute pentru mai multe determinări de Sn^{2+} folosind metoda microfotometrică sînt înscrise în tabelul 1.

În cazul cînd se dispune de un microfotometru se poate folosi metoda colorimetrică a seriei etalon. În acest scop în loc de peliculă foto se foloseşte hîrtie foto, celelalte operaţii fiind asemănătoare. Se obţine o scară etalon formată din eşantioane de hîrtie foto cu diferite grade de înegrire. În fig. 2 se prezintă o asemenea scară colorimetrică (densitometrică) obţinută pentru ionul S^{2-}.

a) *Caracteristicile metodei*

Cu ajutorul metodei propuse se pot determina cantităţi de substanţe reducătoare destul de mici, sensibilitatea sa variind de la o substanţă la alta.

Pentru a se putea lucra la lumina normală a camerei şi pentru a evita influenţa expunerii asupra materialului foto, este necesar ca în prealabil acesta să fie expus luminii un timp determinat în mod experimental şi caracteristic pentru fiecare material. În felul acesta se ajunge la cotul superior al curbei de înegrire a lui Hurter şi Driffield, adică în domeniul

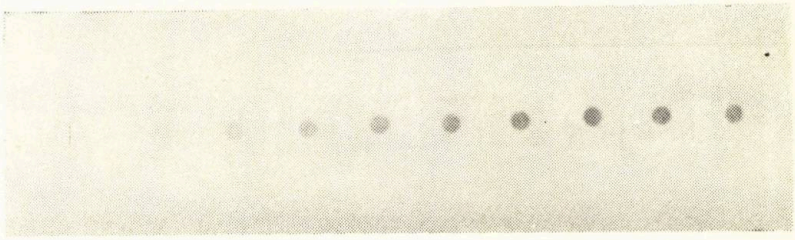


Fig. 2

Tabelul 1

Nr. probei	Conţinutul în Sn^{2+} în proba de analizat				
	existent	dozat	diferenţa	eroarea relat.	precizia
	mg	mg	mg	%	%
1	0,1	0,09	—0,01	—10	
2	0,1	0,1	—	0	
3	0,1	0,1	—	0	
4	0,1	0,1	—	0	
5	0,1	0,09	—0,01	—10	±5
6	0,1	0,09	—0,01	—10	
7	0,1	0,1	—	0	
8	0,1	0,11	+0,01	+10	
9	0,1	0,1	—	0	
10	0,1	0,1	—	0	

supraexpunerilor, unde înegrirea *D* creşte relativ puţin la creşteri apreciabile ale expunerii (fig. 3). Pentru a asigura o bună reproductibilitate şi precizie a determinărilor este necesară standardizarea parametrilor care intervin în proces.

Sensibilitatea metodei poate fi mărită prin folosirea unui material foto mai sensibil. Propunem în acest scop pentru metoda colorimetrică (densitometrică) hîrtia contrast sau anumite tipuri de hîrtie înregistratoare cu sensibilitate mărită, cum ar fi hîrtia VEB nR.

Pentru metoda microfotometrică este necesar de folosit film cu o granulaţie cît mai fină, eventual film sau plăci pentru spectroscopie.

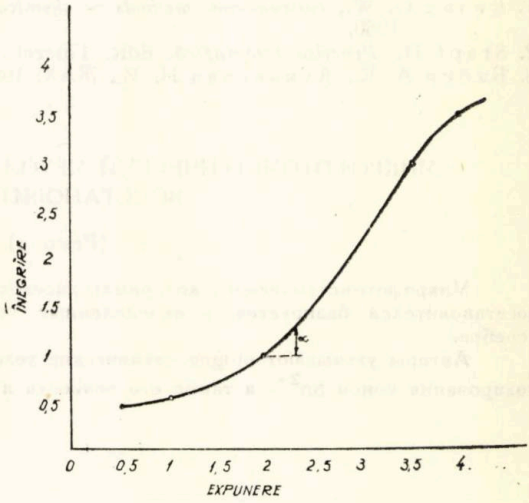


Fig. 3

b) *Influenţa ionilor străini*

Ionii străini nu au nici o influenţă atunci cînd nu manifestă acţiune reducătoare sau complexantă.

S-a cercetat influenţa mai multor ioni asupra determinărilor de Sn^{2+}. Printre ionii care nu afectează determinările se pot cita Pb^{2+}, Cu^{2+}, Zn^{2+}, Ni^{2+}, SO_4^{2-}, Cl^-, SO_3^{2-}, CH_3COO^-, Br^- etc.

c) *Avantajele metodei*

Metoda este rapidă şi suficient de sensibilă, neinfluenţată de prezenţa multor ioni străini. Ea se pretează şi la folosirea scării etalon în locul microfotometrului.

Spre deosebire de majoritatea metodelor colorimetrice, scările etalon pot fi folosite practic un timp îndelungat.

4. Concluzii

1. Se propune o metodă microfotometrică şi colorimetrică (densitometrică) de dozare a unor reducători, cu rezultate reproductibile.

2. Se analizează condiţiile generale de lucru pentru a obţine rezultate reproductibile.

3. Condiţiile optime de determinare se stabilesc experimental pentru fiecare reducător în parte.

4. Precizia metodei variază de la un element la altul, funcţie de proprietăţile lor reducătoare, mai mult sau mai puţin pronunţate.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie analitică

BIBLIOGRAFIE

1. Ewing G. W., *Instrumental methods of chemical analysis.* New-York-Toronto-London, 1960.
2. Stapf H., *Practica fotografică.* Edit. Tineret., Buc., 1958 (trad. din l. germană).
3. Бабко А. К., Луковская Н. М., ЖАХ, 1962, *1.*

МИКРОФОТОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ДОЗИРОВКИ НЕКОТОРЫХ ВОССТАНОВИТЕЛЕЙ

(Резюме)

Микрофотометрическое и колориметрическое количественное определение некоторых восстановителей базируется, в определенных условиях, на взаимодействие с солями серебра.

Авторы указывают общие технические условия работы и применение способа для дозирования ионов Sn^{2+}, а также его точность и чувствительность.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 661.138.28

RELAŢII DINTRE CAPACITATEA DE SCHIMB A SCHIMBĂTORILOR DE IONI PREPARAŢI DIN CĂRBUNI ŞI VÎRSTA CĂRBUNILOR

NOTA II

DE

ELEONORA DIACONESCU şi M. DIMA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Într-o notă anterioară [1] s-a studiat problema obţinerii de schimbători de cationi pe bază de cărbuni naturali, prin introducerea de grupe funcţionale schimbătoare de cationi. În acest scop s-a cercetat un număr de şase cărbuni şi anume : doi ligniţi, doi cărbuni bruni, o huilă şi un antracit. S-au stabilit caracteristicile acestor cărbuni, cercetîndu-se totodată şi capacităţile lor naturale pentru schimbul de ioni.

Introducerea de grupe schimbătoare de cationi s-a efectuat prin tratarea cărbunilor cu acid sulfuric concentrat, stabilindu-se condiţiile optime privind raportul cărbune-acid sulfuric, temperatura şi durata tratamentului cu acid sulfuric, în vederea obţinerii de schimbători cu capacităţi de schimb cît mai ridicate.

Au fost determinate unele caracteristici ale schimbătorilor obţinuţi, ca de exemplu, capacităţile de schimb sulfonice, carboxilică şi totală, folosindu-se în acest scop metode statice şi metode dinamice şi s-au desprins o serie de concluzii printre care amintim:

1. Cărbunii studiaţi posedă o oarecare capacitate de schimb naturală, ca urmare a conţinutului în grupe carboxilice ce intervin în constituţia masei lor humice. Această capacitate de schimb scade cu vîrsta geologică a cărbunilor, de la lignit la huile, ca urmare a scăderii conţinutului în grupe carboxilice, cu gradul de metamorfozare a cărbunilor.

2. Cărbunii de vîrstă geologică mai nouă, cu conţinut mai ridicat în substanţe humice, pot da prin tratare cu acid sulfuric concentrat, schimbători de ioni cu o bună capacitate de schimb.

3. Cărbunii naturali de vîrstă geologică mai veche (cărbunii bruni şi huilele) deşi au un conţinut redus de acizi humici, transformaţi fiind în humine, dau schimbători de ioni cu o bună capacitate de schimb la care raportul $(-SO_3)/(-COOH)$, între grupele sulfonice şi carboxilice, creşte cu gradul de încărbonizare.

În lucrarea de faţă se continuă studiul aceloraşi cărbuni urmărindu-se influenţa unor catalizatori asupra procesului de obţinere a schimbătorilor de cationi, folosind atît acid sulfuric concentrat cît şi acid sulfuric oleum.

2. Partea experimentală

a) *Introducerea de grupe funcţionale de schimb*

Încercările s-au efectuat asupra cărbunilor proveniţi din zăcămintele Căpeni, Codlea, Anina în prealabil sfărămaţi şi sortaţi la dimensiunile 0,75...1,2 mm.

Introducerea şi crearea de grupe funcţionale capabile de schimb de ioni s-a realizat prin tratarea cărbunilor cu acid sulfuric concentrat în proporţie 1/5, în prezenţa a diferiţi catalizatori: MnO_2, HgO, $K_2Cr_2O_7$, $HgSO_4$, HNO_3, aleşi în proporţie de 1% faţă de cărbune; în alte serii de încercări cărbunii au fost trataţi cu acid sulfuric oleum cu 20% SO_3 liber în proporţie de 1/5, precum şi cu oleum, în prezenţa aceloraşi catalizatori menţionaţi. Prin acţiunea acidului sulfuric asupra cărbunilor au loc atît procese de sulfonare cu introducerea de grupe sulfonice, cît şi procese de oxidare cu crearea de grupe carboxilice.

Tratarea cu acid sulfuric în prezenţa catalizatorilor s-a efectuat la temperatura de 150° C timp de 5 ore, în vase de sticlă deschise. Încălzirea s-a realizat cu ajutorul unei băi de ulei, pentru omogenizare proba fiind agitată pe toată durata reacţiei. Sulfonarea cu oleum, atît în absenţa cît şi în prezenţa catalizatorilor, s-a condus la aceeaşi temperatură şi durată, însă în vas închis, aparatura fiind constituită dintr-un reactor metalic, cilindric, închis, prevăzut cu dispozitiv de rotire în jurul axei sale orizontale. Încălzirea s-a realizat de asemenea în baie de ulei.

Încercările de sulfonare prin adăugarea oleumului peste cărbunele ca atare nu au dus la rezultate bune, deoarece granulele de cărbune se dezagregau în timpul procesului de sulfonare, transformîndu-se în praf. Pentru evitarea acestui inconvenient, cărbunii au fost trataţi în prealabil cu acid sulfuric, timp de o oră, la temperatura obişnuită, pentru a fi deshidrataţi.

În cazul sulfonării cu oleum apare imediat după adăugarea sa o degajare abundentă de gaze, printre care şi SO_2 provenit din reducerea acidului sulfuric. Datorită formării de gaze, masa de reacţie se umflă puternic. Temperatura de 150° C şi durata de sulfonare de 5 ore au fost alese ca optime pe baza rezultatelor obţinute în lucrarea [1], în care s-a urmărit acţiunea acidului sulfuric asupra aceloraşi cărbuni în vederea obţinerii de sulfocarboni cu capacitate maximă de schimb. În aceleaşi condiţii de tratare prealabilă a cărbunilor cu acid sulfuric concentrat, s-a efectuat şi sulfonarea cu oleum la temperatura de 175° C.

După terminarea operaţiei de sulfonare, vasul de reacţie care conţinea schimbătorul obţinut, s-a menţinut închis timp de 24 ore la temperatura obişnuită, unde avea loc atenuarea presiunii din reactor. Masa de reacţie era adusă apoi în porţiuni mici în apă distilată răcită cu gheaţă, după care se introducea în vase de sticlă, unde se spăla pînă la completa îndepărtare a urmelor de acid sulfuric. Schimbătorul obţinut era uscat în aer şi apoi eliberat prin cernere de particulele cu diametrul sub 0,5 mm.

Caracteristicile unora dintre sulfocarbonii obţinuţi sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Greutatea volumetrică a cationiților obținuți prin sulfonarea cărbunilor cu oleum la temperatura de 150°C, timp de 5 ore, în prezența catalizatorilor

Felul sulfocarbonilor	Catalizator 1 %	Greutate volumetrică kg/l
Lignit Căpeni nr. 1	HNO_3	0,590
Lignit Căpeni nr. 2	HNO_3	0,595
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	HNO_3	0,562
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	HNO_3	0,591
Huilă Anina mina Ponor	HNO_3	0,590
Lignit Căpeni nr. 1	$K_2Cr_2O_7$	0,520
Lignit Căpeni nr. 2	$K_2Cr_2O_7$	0,532
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	$K_2Cr_2O_7$	0,581
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	$K_2Cr_2O_7$	0,573
Huilă Anina mina Ponor	$K_2Cr_2O_7$	0,510
Lignit Căpeni nr. 1	$HgSO_4$	0,581
Lignit Căpeni nr. 2	$HgSO_4$	0,574
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	$HgSO_4$	0,598
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	$HgSO_4$	0,586
Huilă Anina mina Ponor	$HgSO_4$	0,602
Lignit Căpeni nr. 1	HgO	0,572
Lignit Căpeni nr. 2	HgO	0,575
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	HgO	0,602
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	HgO	0,592
Huilă Anina mina Ponor	HgO	0,606
Lignit Căpeni nr. 1	MnO_2	0,586
Lignit Căpeni nr. 2	MnO_2	0,579
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	MnO_2	0,576
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	MnO_2	0,591
Huilă Anina mina Ponor	MnO_2	0,601

b) *Determinarea capacității de schimb a sulfocarbonilor obținuți*

Determinarea capacității de schimb a sulfocarbonilor în ciclul de hidrogen astfel obținuți a fost efectuată utilizînd metodele statică, dinamică și conductometrică.

Ca procedeu static s-a folosit proprietatea ionilor de hidrogen din grupele funcționale ale schimbătorului de a elibera iodul dintr-o soluție de iodat-iodură de potasiu; iodul se titrează cu o soluție de tiosulfat de sodiu și amidon [1, p. 146].

Rezultatele sînt prezentate în tabelele 2, 3 și 4. Din analiza datelor relative la cantitatea de iod eliberată prin schimb de ioni de 1 g schimbător, se constată că ea crește în cazul sulfonării cu oleum cu 0,165 mval (25,90 %) la sulfocarbonul obținut din lignitul de Căpeni și cu 0,212 mval (26,04 %) la sulfocarbonul obținut din huilă de Anina, în raport cu aceiași schimbători obținuți numai în prezența acidului sulfuric [1]. Rezultate și mai bune se obțin în prezența catalizatorilor; în special sulfonarea în prezența $K_2Cr_2O_7$ și a HNO_3 duce la sulfocarboni cu capacitate de schimb mai bună decît sulfonarea numai cu acid sulfuric.

Tabelul 2

Capacitatea de schimb determinată prin metoda statică-iodometrică a cîtorva sulfocarboni obţinuţi prin sulfonarea cărbunilor cu acid sulfuric 1/5 şi oleum 20% SO_3 1/5

Sulfocarboni obţinuţi din	Temp. de sulf. °C	Timp de sulf. ore	Capacitatea de schimb determinată iodometric (titrare cu sol. 0,1 N $Na_2S_2O_3$)	
			ml sol. 0,1 N pentru 1 g schimbător	mval
Lignit Căpeni nr. 1	150	5	8,02	0,802
Lignit Căpeni nr. 2	150	5	6,22	0,622
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	150	5	5,48	0,548
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	150	5	5,25	0,525
Huilă Anina mina Ponor	150	5	8,14	0,814

Determinarea capacităţii de schimb pe cale dinamică s-a efectuat prin trecerea unei soluţii de $CaCl_2$, 2 %, peste 5 g de sulfocarbon în ciclul de hidrogen, în granule de 0,5...1 mm, dispuse într-o coloană. S-a trecut soluţia de $CaCl_2$ cu un debit de 50 ml/oră, pînă la completa blocare a schimbătorului cu ioni de calciu. În soluţie, după trecerea peste cationit, s-a dozat calciul prin metoda complexometrică (Complexon III şi negru de eriochrom ca indicator). Din cantitatea de ioni de calciu reţinuţi de schimbător se calculează capacitatea de schimb a sulfocarbonului, exprimată în mval la 1 gr schimbător complet uscat [2]. Astfel se determină capacitatea de schimb datorită numai grupelor sulfonice din schimbător, deoarece ionii de hidrogen din grupele carboxilice nu fac schimb efectiv de cationi cu sărurile acizilor tari.

Pentru a determina capacitatea totală de schimb, datorită atît grupelor sulfonice cît şi carboxilice, schimbătorul s-a tratat cu o soluţie de acetat de calciu 0,2 N, a cărui ioni de calciu fac schimb atît cu ionii de hidrogen din grupele sulfonice, cît şi cu cei din grupele carboxilice. Capacitatea totală de schimb se exprimă de asemenea în mval la 1 gr schimbător complet uscat.

Diferenţa dintre capacitatea de schimb totală şi cea atribuită grupelor sulfonice reprezintă capacitatea de schimb datorită grupelor carboxilice. Capacitatea de schimb obţinută, diferenţiată pe grupe sulfonice şi carboxilice este reprezentată în tabelele 5, 6, 7 şi 8. Din capacitatea de schimb, datorită grupelor sulfonice şi carboxilice s-a calculat conţinutul în sulf şi carbon activ, precum şi conţinutul în grupe sulfonice şi carboxilice la 100 gr de sulfocarbon [3].

Tabelul 3

Capacitatea de schimb determinată prin metoda statică-iodometrică a cîtorva sulfocarboni obținuți prin sulfonarea cărbunilor cu acid sulfuric 1/5 în prezența unor catalizatori

Sulfocarboni obținuți din	Temp. de sulf. °C	Timp de sulf. ore	Catalizator 1%	Capacitatea de schimb determinată iodometric (titrare cu sol 0,1 N $Na_2S_2O_3$)	
				ml. sol. 0,1 N pentru 1 g schimbător	mval
Lignit Căpeni nr. 1	150	5	HgO	6,95	0,695
Lignit Căpeni nr. 2	150	5	HgO	5,32	0,532
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	150	5	HgO	4,02	0,402
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	150	5	HgO	3,98	0,398
Huilă Anina mina Ponor	150	5	HgO	6,88	0,688
Lignit Căpeni nr. 1	150	5	MnO_2	6,58	0,658
Lignit Căpeni nr. 2	150	5	MnO_2	5,24	0,524
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	150	5	MnO_2	3,96	0,396
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	150	5	MnO_2	3,82	0,382
Huilă Anina mina Ponor	150	5	MnO_2	6,47	0,647
Lignit Căpeni nr. 1	150	5	$HgSO_4$	6,60	0,660
Lignit Căpeni nr. 2	150	5	$HgSO_4$	5,28	0,528
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	150	5	$HgSO_4$	4,00	0,400
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	150	5	$HgSO_4$	3,90	0,390
Huilă Anina mina Ponor	150	5	$HgSO_4$	6,55	0,655
Lignit Căpeni nr. 1	150	5	$K_2Cr_2O_7$	8,65	0,865
Lignit Căpeni nr. 2	150	5	$K_2Cr_2O_7$	6,40	0,640
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	150	5	$K_2Cr_2O_7$	5,35	0,535
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	150	5	$K_2Cr_2O_7$	5,40	0,540
Huilă Anina mina Ponor	150	5	$K_2Cr_2O_7$	8,60	0,860
Lignit Căpeni nr. 1	150	5	HNO_3	10,4	1,04
Lignit Căpeni nr. 2	150	5	HNO_3	8,42	0,842
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	150	5	HNO_3	6,95	0,695
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	150	5	HNO_3	6,45	0,645
Huilă Anina mina Ponor	150	5	HNO_3	11,2	1,12

Tabelul 4

Capacitatea de schimb determinată prin metoda statică-iodometrică a citorva sulfocarboni obținuți prin sulfonarea cărbunilor cu oleum 20% SO_3 1/5 în prezența unor catalizatori

Sulfocarboni obținuți din	Temp. de sulf. °C	Timp de sulf. ore	Catalizator 1%	Capacitatea de schimb determinată iodometric (titrare cu sol. 0,1 N $Na_2S_2O_3$)	
				ml sol. 0,1 N pentru 1 g schimbător	mval
Lignit Căpeni nr. 1	150	5	HgO	8,10	0,810
Lignit Căpeni nr. 2	150	5	HgO	5,39	0,539
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai“	150	5	HgO	5,42	0,542
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach“	150	5	HgO	4,90	0,490
Huilă Anina mina Ponor	150	5	HgO	8,00	0,800
Lignit Căpeni nr. 1	150	5	MnO_2	8,52	0,852
Lignit Căpeni nr. 2	150	5	MnO_2	6,40	0,640
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai“	150	5	MnO_2	6,15	0,615
Cărbune brun Codlea mina Breitbach“	150	5	MnO_2	5,32	0,532
Huilă Anina mina Ponor	150	5	MnO_2	8,16	0,816
Lignit Căpeni nr. 1	150	5	$HgSO_4$	8,65	0,865
Lignit Căpeni nr. 2	150	5	$HgSO_4$	6,92	0,692
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai“	150	5	$HgSO_4$	6,10	0,610
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach“	150	5	$HgSO_4$	6,20	0,620
Huilă Anina mina Ponor	150	5	$HgSO_4$	8,80	0,880
Lignit Căpeni nr. 1	150	5	$K_2Cr_2O_7$	9,30	0,930
Lignit Căpeni nr. 2	150	5	$K_2Cr_2O_7$	7,52	0,752
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai“	150	5	$K_2Cr_2O_7$	6,40	0,640
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach“	150	5	$K_2Cr_2O_7$	6,70	0,670
Huilă Anina mina Ponor	150	5	$K_2Cr_2O_7$	9,20	0,920
Lignit Căpeni nr. 1	150	5	HNO_3	12,42	0,242
Lignit Căpeni nr. 2	150	5	HNO_3	9,88	0,988
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai“	150	5	HNO_3	7,65	0,765
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach“	150	5	HNO_3	7,45	0,745
Huilă Anina mina Ponor	150	5	HNO_3	12,95	1,295

Tabelul 5

Capacitatea de schimb diferențiată pe grupe sulfonice și carboxilice, determinată prin metoda statică, pentru cîțiva sulfocarboni în ciclul de hidrogen, proveniți din cărbuni sulfonați cu acid sulfuric 1/5, la temperatura de 150° C, timp de 5 ore

Sulfocarboni obținuți din	Capacitate de schimb mval/g			Conținutul în sulf activ	Conținutul în grupe sulfonice	Conținutul în carbon activ	Conținutul în grupe carboxilice
	datorită grupelor sulfonice	datorită grupelor carboxilice	totală	la 100 g sulfocarbon			
Lignit Căpeni nr. 1	0,68	0,84	1,52	2,18	5,51	1,008	3,78
Lignit Căpeni nr. 2	0,58	0,73	1,21	1,86	4,70	0,876	3,29
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	0,73	0,35	1,08	2,34	5,92	0,420	1,58
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	0,75	0,21	0,96	2,40	6,08	0,252	0,945
Huilă Anina mina Ponor	1,08	0,21	1,29	3,46	8,76	0,252	0,945

Din analiza datelor cuprinse în tabelele 5, 6, 7 și 8 se desprind următoarele:

1. Sulfonarea cărbunilor cu acid sulfuric în prezența catalizatorilor conduce la sulfocarboni cu capacitate de schimb mai mare decît în cazul sulfonării în absența catalizatorilor.

De asemenea, capacitatea de schimb datorită grupelor sulfonice crește cu gradul de încărbunare a cărbunelui, cele mai ridicate valori obținîndu-se la sulfocarbonii preparați din huilă; conținutul în grupe carboxilice create prin sulfonare crește la cărbunii mai tineri și descrește cu gradul de încărbunare al cărbunilor. O creștere mai accentuată a capacității de schimb se observă din sulfocarbonii din cărbuni sulfonați cu acid sulfuric și catalizatori de $K_2Cr_2O_7$ și HNO_3.

2. Sulfonarea cu oleum cu 20% SO_3 și catalizatori conduce de asemenea la o creștere a conținutului în grupe active capabile de schimb; valori mai ridicate se constată la sulfocarbonii obținuți atît din cărbunii de Căpeni, cît și din huila de Anina, sulfonați cu oleum și $K_2Cr_2O_7$ drept catalizator.

Aceste rezultate sînt confirmate și de rezultatele altor cercetători [4].

Metoda conductometrică constă în determinarea conductibilității sistemului cationit-soluție-electrolit la stabilirea echilibrului [5]. Se introduce 1 g de sulfocarbon din ciclul de hidrogen în 50 cmc apă triplu distilată pentru determinarea conductibilității și se titrează cu soluție de NaOH 0,1 N, utilizînd de fiecare dată cîte 1 cmc. După fiecare adaos soluția este agitată și se determină conductibilitatea lichidului după atingerea

BUDAPESTI MOSZAKI KÖZPONTI KÖNYVTÁR 1948

Tabelul 6

Capacitatea de schimb diferențiată pe grupe sulfonice și carboxilice a cîtorva sulfocarboni în ciclul de hidrogen proveniți din cărbuni sulfonați cu acid sulfuric concentrat, în prezența catalizatorilor, la temperatura de 150°C, timp de 5 ore

Sulfocarboni obținuți din	Catalizator 1 %	Capacitatea de schimb mval/g			Conținutul în sulf activ	Conținutul în grupe sulfonice	Conținutul în carbon activ	Conținutul în grupe carboxilice
		datorită grupelor sulfonice	datorită grupelor carboxilice	totală	la 100 gr sulfocarbon			
Lignit Căpeni nr. 1	HgO	0,73	0,93	1,66	2,34	5,86	1,12	4,20
Lignit Căpeni nr. 2	HgO	0,62	0,75	1,37	1,99	5,03	0,90	3,38
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	HgO	0,59	0,48	1,07	1,89	4,78	0,58	2,17
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	HgO	0,54	0,49	1,03	1,73	4,37	0,59	2,21
Huilă Anina mina Ponor	HgO	1,31	0,34	1,65	4,20	10,6	0,41	1,54
Lignit Căpeni nr. 1	$HgSO_4$	0,69	0,94	1,63	2,21	5,60	1,13	4,23
Lignit Căpeni nr. 2	$HgSO_4$	0,48	0,86	1,24	1,54	3,87	1,03	3,86
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	$HgSO_4$	0,55	0,57	1,12	1,76	4,45	0,68	2,55
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	$HgSO_4$	0,61	0,43	1,03	1,95	4,90	0,52	1,95
Huilă Anina mina Ponor	$HgSO_4$	1,23	0,36	1,59	3,94	9,97	0,43	1,61
Lignit Căpeni nr. 1	HNO_3	0,81	0,93	1,79	2,59	6,55	1,12	4,20
Lignit Căpeni nr. 2	HNO_3	0,67	0,80	1,47	2,15	5,44	0,96	3,60
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	HNO_3	0,70	0,44	1,14	2,24	5,66	0,53	1,98
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	HNO_3	0,57	0,50	1,07	1,82	4,54	0,60	2,25
Huilă Anina mina Ponor	HNO_3	1,37	0,35	1.72	4,39	10,7	0,42	1,57
Lignit Căpeni nr. 1	$K_2Cr_2O_7$	0,77	0,96	1,73	2,47	6,25	1,15	4,31
Lignit Căpeni nr. 2	$K_2Cr_2O_7$	0,68	0,63	1,31	2,18	5,45	0,76	2,85
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	$K_2Cr_2O_7$	0,69	0,50	1,19	2,19	5,54	0,60	2,25
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	$K_2Cr_2O_7$	0,55	0,54	1,09	1,76	4,45	0,65	2,43
Huilă Anina mina Ponor	$K_2Cr_2O_7$	1,49	0,33	1,82	4,78	12,09	0,40	1,50
Lignit Căpeni nr. 1	MnO_2	0,75	0,93	1,68	2,40	6,07	1,12	4,20
Lignit Căpeni nr. 2	MnO_2	0,63	0,60	1,23	2,02	5,11	0,72	2,70
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	MnO_2	0,59	0,54	1,13	1,89	4,78	0,65	2,43
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	MnO_2	0,56	0,45	1,01	1,79	4,53	0,54	2,02
Huilă Anina mina Ponor	MnO_2	1,29	0,31	1,60	4,13	10,4	0,37	1,38

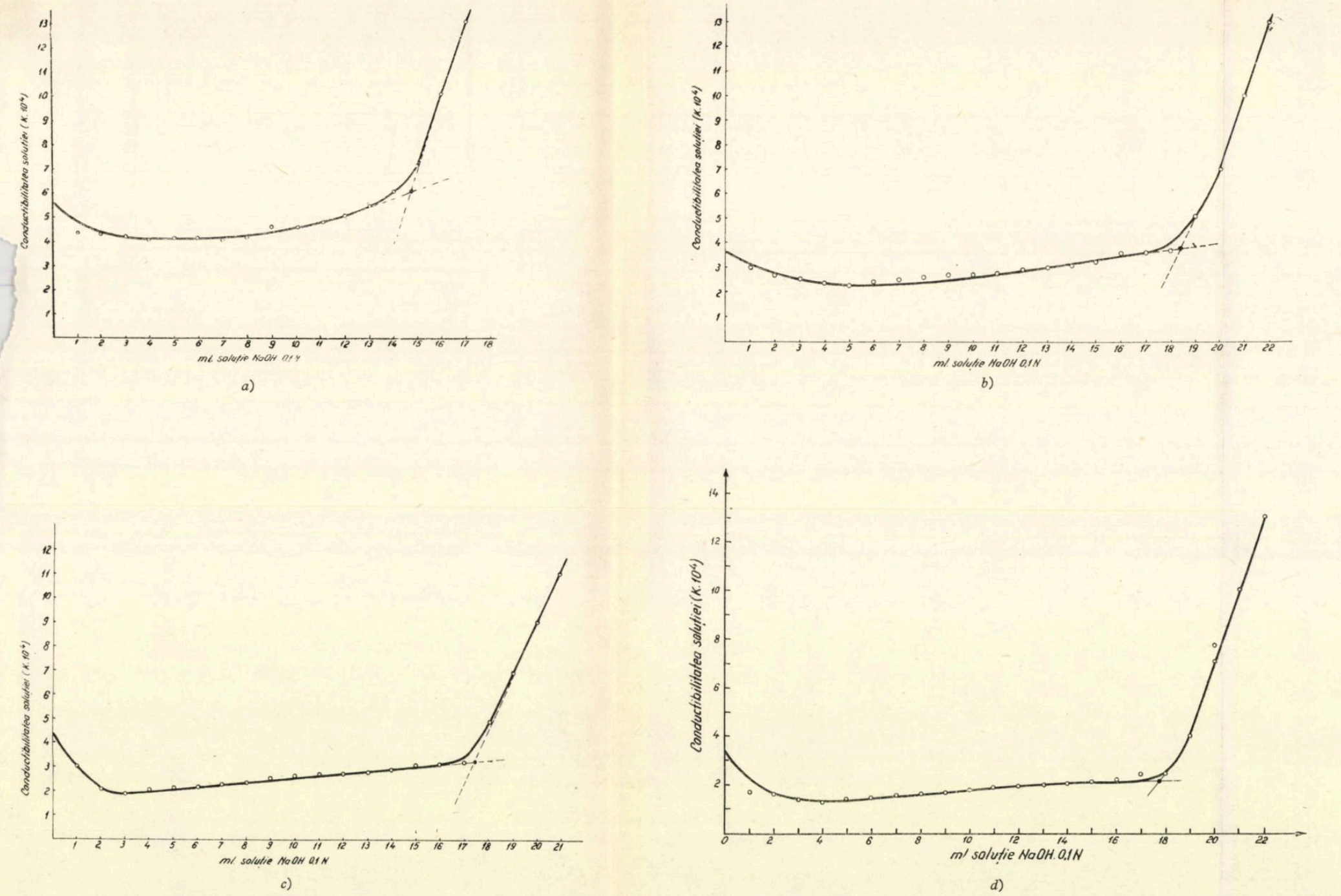


Fig. 2. *a*) Curba de titrare conductometrică a lignitului de Căpeni sulfonat cu H_2SO_4. *b*) Curba de titrare conductometrică a lignitului de Căpeni sulfonat cu H_2SO_4 şi catalizator HNO_3. *c*) Curba de titrare conductometrică a lignitului de Căpeni sulfonat cu H_2SO_4 şi catalizator $K_2Cr_2O_7$. *d*) Curba de titrare conductometrică a lignitului de Căpeni sulfonat cu H_2SO_4 şi catalizator $HgSO_4$.

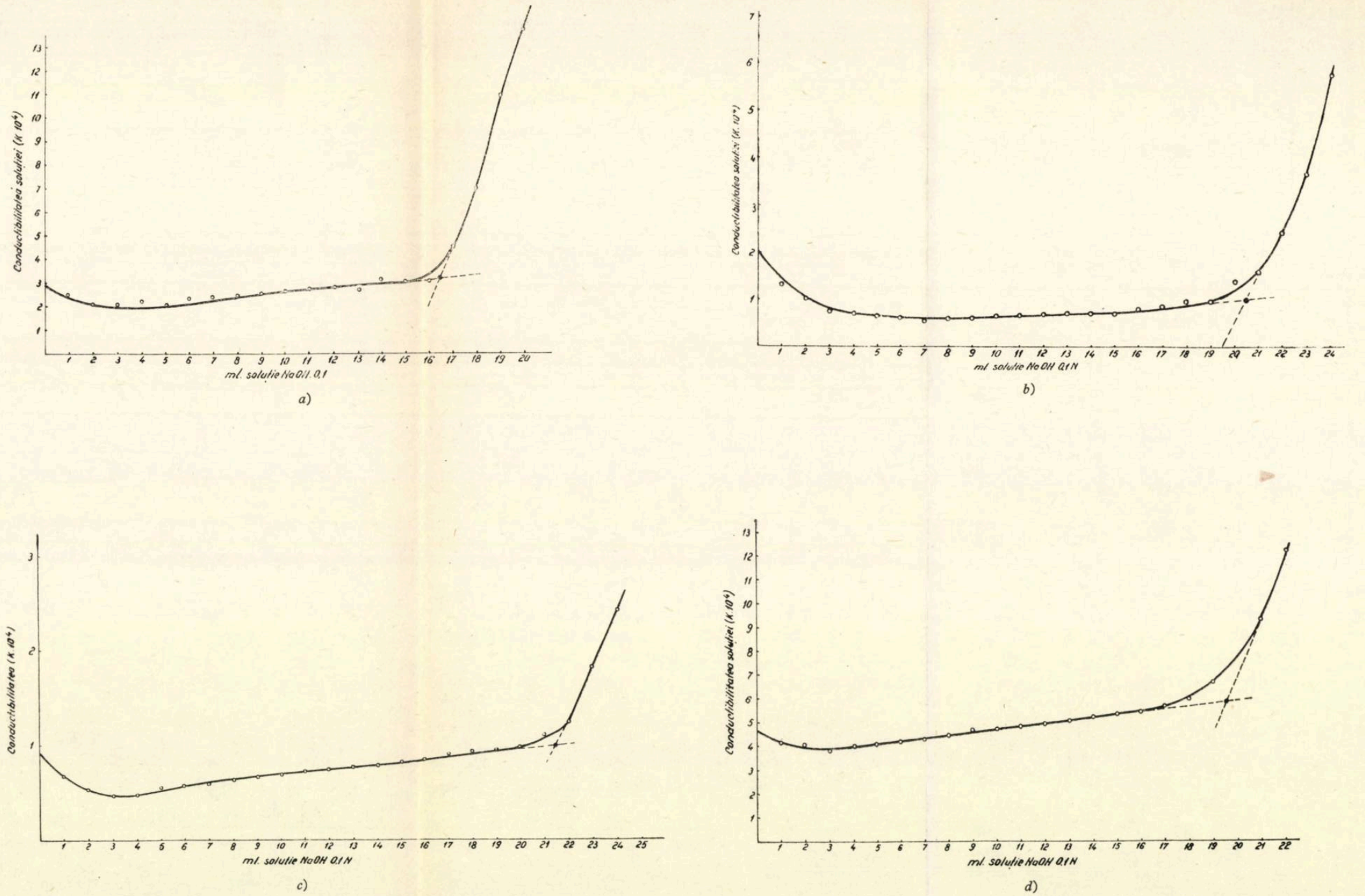
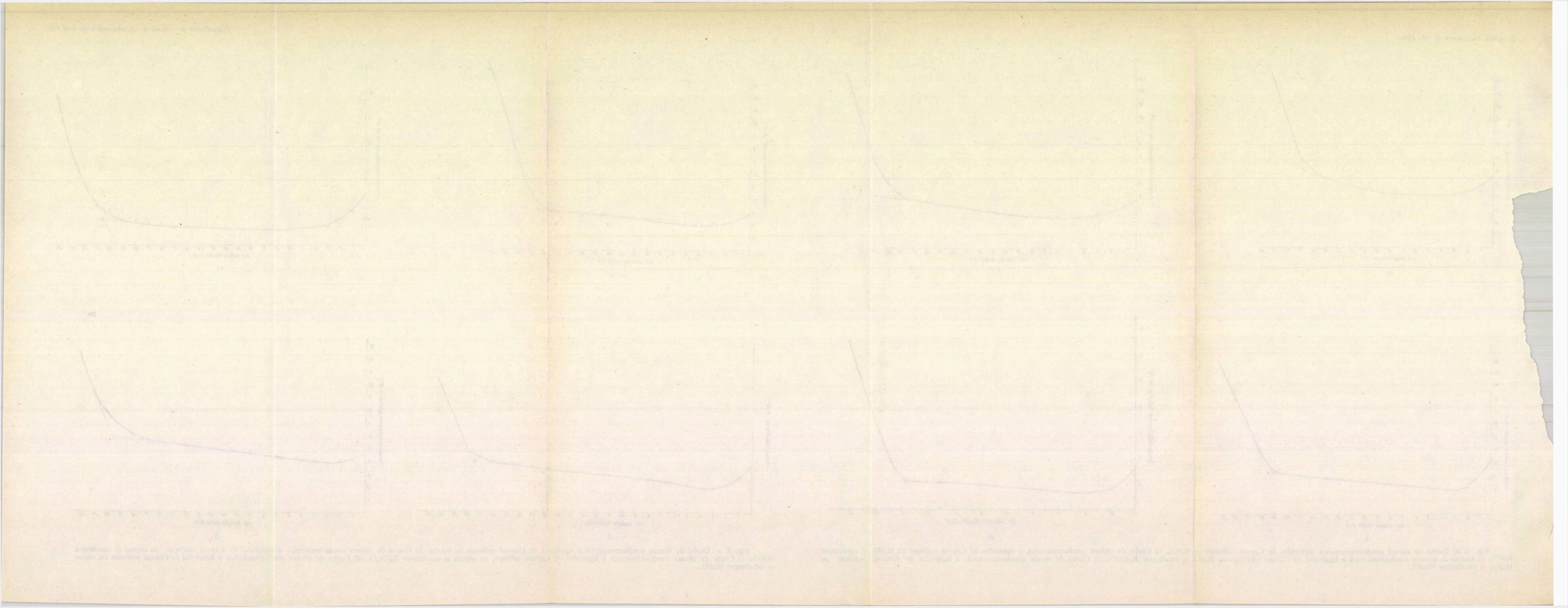


Fig. 3. *a*) Curba de titrare conductometrică a lignitului de Căpeni sulfonat cu oleum. *b*) Curba de titrare conductometrică a lignitului de Căpeni sulfonat cu oleum şi catalizator HNO_3. *c*) Curba de titrare conductometrică a lignitului de Căpeni sulfonat cu oleum şi catalizator $K_2Cr_2O_7$. *d*) Curba de titrare conductometrică a lignitului de Căpeni sulfonat cu oleum şi catalizator $HgSO_4$.



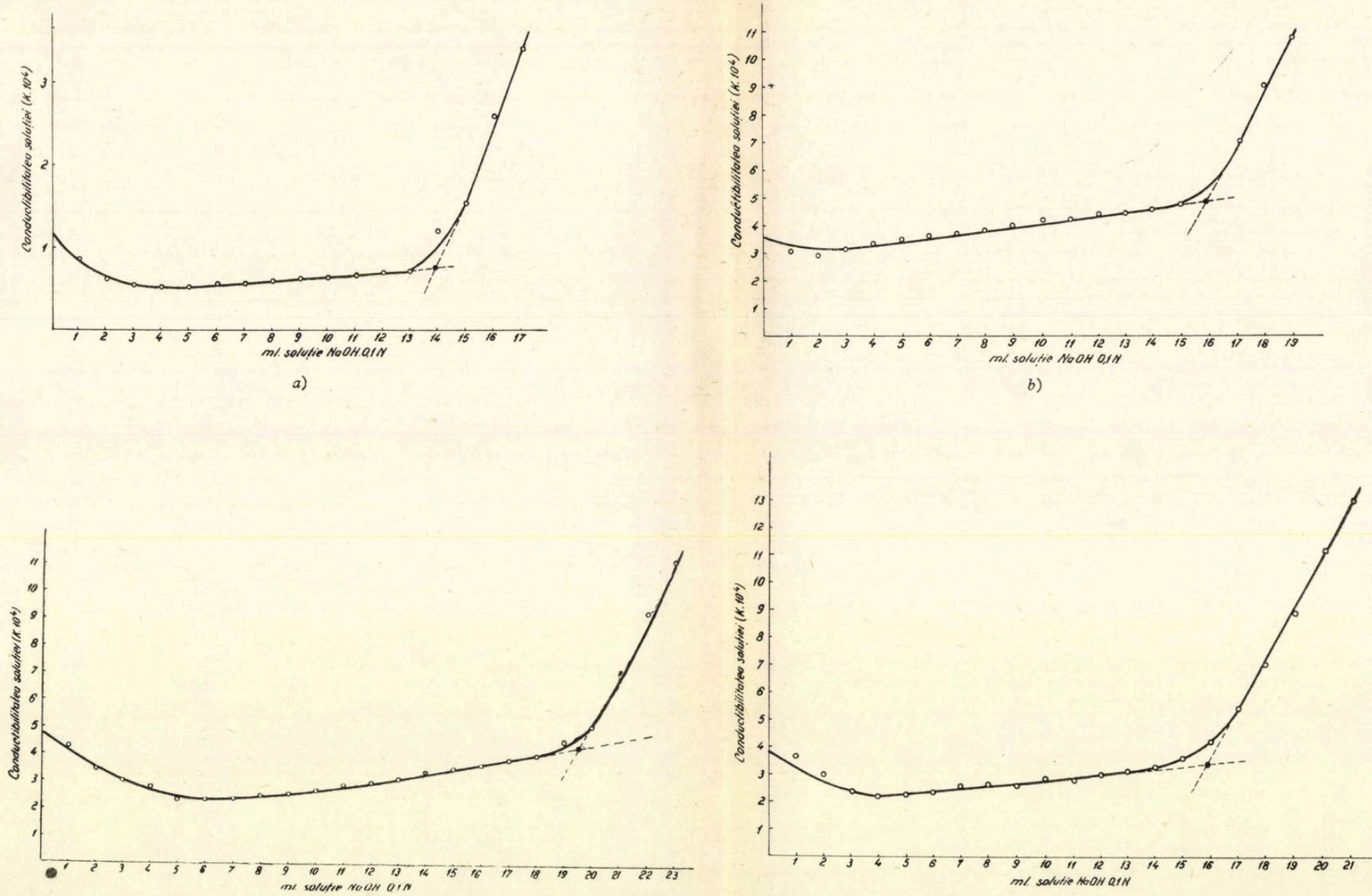


Fig. 4. *a*) Curba de titrare conductometrică a huilei de Anina sulfonată cu H_2SO_4. *b*) Curba de titrare conductometrică a huilei de Anina sulfonată cu H_2SO_4 şi catalizator HNO_3. *c*) Curba de titrare conductometrică a huilei de Anina sulfonată cu H_2SO_4 şi catalizator $K_2Cr_2O_7$. *d*) Curba de titrare conductometrică a huilei de Anina sulfonată cu H_2SO_4 şi catalizator $HgSO_4$.

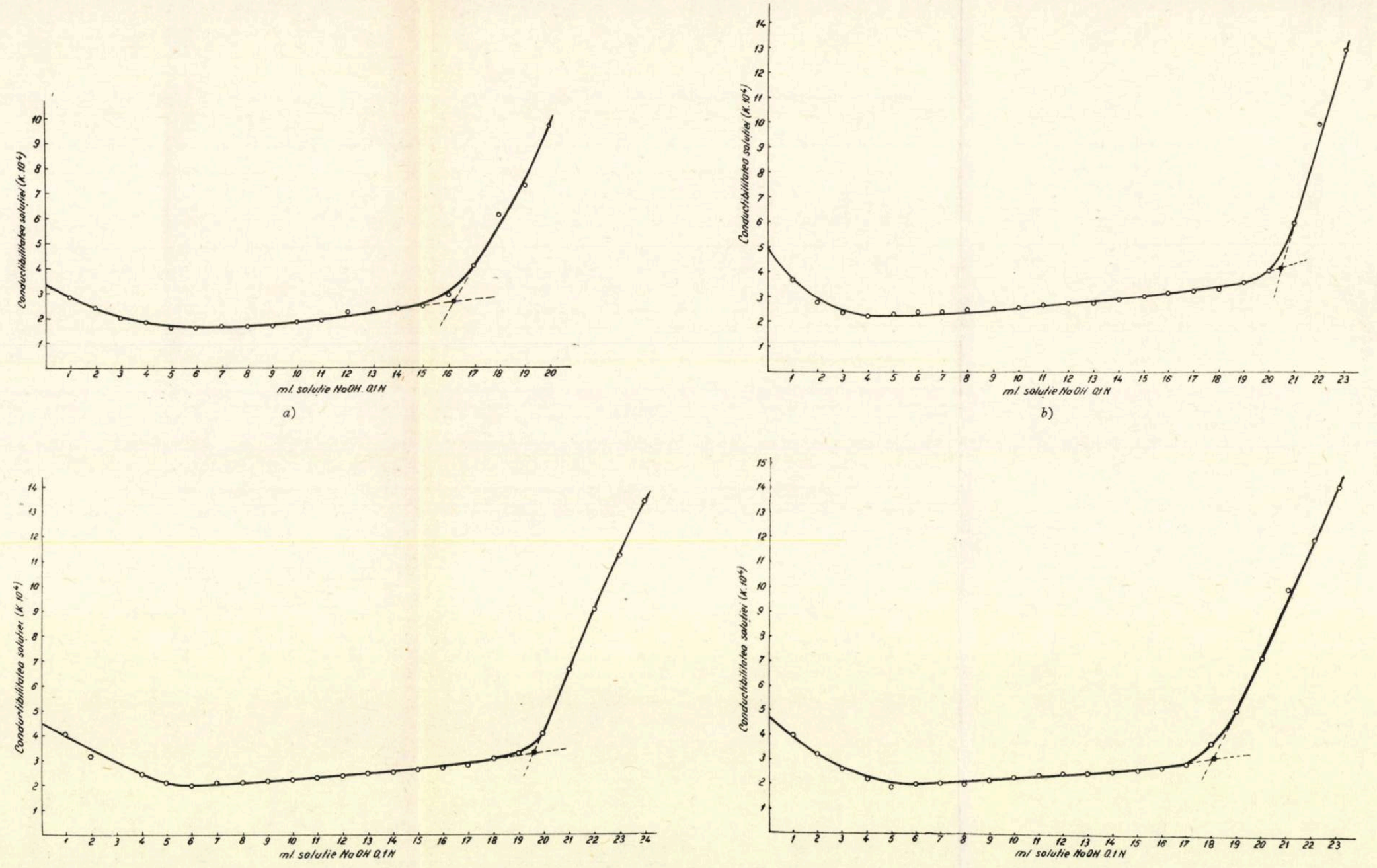
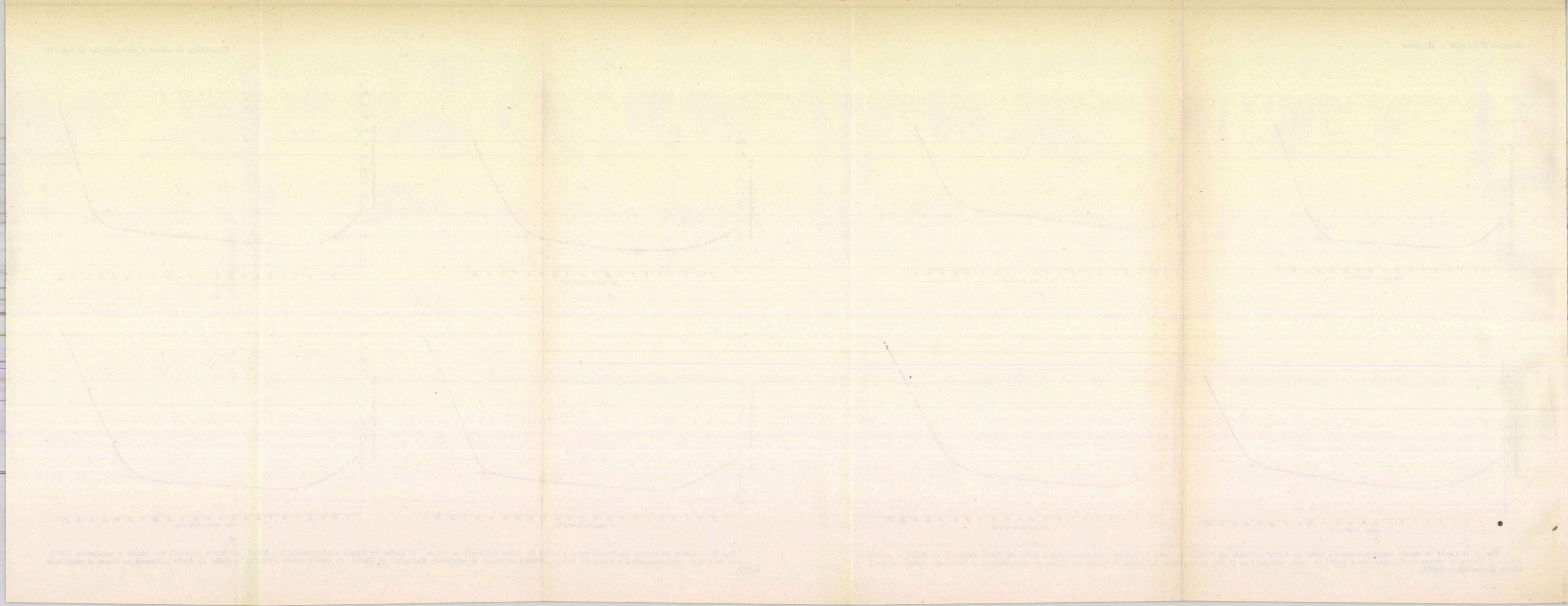


Fig. 5. *a*) Curba de titrare conductometrică a huilei de Anina sulfonată cu oleum. *b*) Curba de titrare conductometrică a huilei de Anina sulfonată cu oleum şi catalizator HNO_3. *c*) Curba de titrare conductometrică a huilei de Anina sulfonată cu oleum şi catalizator $K_2Cr_2O_7$. *d*) Curba de titrare conductometrică a huilei de Anina sulfonată cu oleum şi catalizator $HgSO_4$.



Tabelul 7

Capacitatea de schimb diferențiată pe grupe sulfonice și carboxilice a cîtorva sulfocarboni în ciclul de hidrogen proveniți din cărbuni sulfonați cu acid sulfuric cencentrat 1/5 și oleum 20% SO_3 1/5, la temperatura de 150° C, timp de 5 ore

Sulfocarboni obținuți din	Capacitatea de schimb mval/g			Conținutul în sulf activ	Conținutul în grupe sulfonice	Conținutul în carbon activ	Conținutul în grupe carboxilice
	datorită grupelor sulfonice	datorită grupelor carboxilice	totală	la 100 g sulfocarbon			
Lignit Căpeni nr. 1	0,73	0,90	1,63	2,34	5,92	1,08	4,05
Lignit Căpeni nr. 2	0,61	0,63	1,24	1,96	4,96	0,73	2,74
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	0,60	0,57	1,17	1,92	4,86	0,72	2,70
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	0,72	0,38	1,10	2,30	5,82	0,86	3,22
Huilă Anina mina Ponor	1,15	0,38	1,53	3,69	9,34	1,38	5,17

echilibrului. Se efectuează o probă în alb, titrînd cu soluție 0,1 N NaOH 50 cm^3 apă triplu distilată fără adaus de schimbător (fig. 1).

Rezultatele obținute pentru unii schimbători (sulfocarboni) sînt reprezentate prin curbele din fig. 2...5.

Alura acestor curbe indică modul de variație al capacității de schimb funcție de tipul grupelor schimbătoare de cationi.

Porțiunea de curbă de pantă cea mai mică corespunde grupelor sulfonice puternic acide. Partea ascendentă a curbei corespunde grupelor carboxilice și fenolice care se titrează numai la valori mai ridicate ale pH-lui. Înclinarea pantei arată că numărul grupelor carboxilice este mai mare decît al grupelor fenolice. Cantitatea de NaOH corespunzînd punctului de intersecție al axei de concentrare cu prelungirea porțiunii înclinate a curbei, dă capacitatea totală de schimb a sulfocarbonilor, așa cum se indică în diagramele din fig. 2...5.

În tabelul 9 se compară valorile capacității de schimb obținute prin metoda conductometrică cu cele obținute prin metoda dinamică prin titrarea cu complexon.

Se constată valori în general mai ridicate date de metoda conductometrică (titrare cu soluție de NaOH), datorită intrării în reacție a grupelor fenolice, ceeace nu se întîmplă la determinarea prin metoda dinamică a capacității de schimb, cu ajutorul soluției de acetat de calciu.

Tabelul 8

Capacitatea de schimb diferențiată pe grupe sulfonice și carboxilice a cîtorva sulfocarboni în ciclul de hidrogen proveniți din cărbuni sulfonați cu acid sulfuric concentrat și cu oleum 20 % SO_3, în prezența catalizatorilor, la temperatura de 150°C, timp de 5 ore

Sulfocarboni obținuți din	Catalizator 1 %	Capacitatea de schimb mval/g			Conținutul în sulf activ	Conținutul în grupe sulfonice	Conținutul în carbon activ	Conținutul în grupe carboxilice
		datorită grupelor sulfonice	datorită grupelor carboxilice	totală	la 100 g sulfocarbon			
Lignit Căpeni Nr. 1	HgO	0,81	0,97	1,78	3,20	7,48	1,16	4,35
Lignit Căpeni Nr. 2	HgO	0,70	0,76	1,46	2,24	5,67	0,91	3,41
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	HgO	0,61	0,65	1,26	1,96	4,96	0,78	2,92
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	HgO	0,57	0,65	1,22	1,82	4,60	0,78	2,92
Huilă Anina mina Ponor	HgO	1,42	0,41	1,83	4,55	11,51	0,49	1,83
Lignit Căpeni Nr. 1	$HgSO_4$	0,78	1,01	1,79	2,50	6,32	1,12	4,20
Lignit Căpeni Nr. 2	$HgSO_4$	0,67	0,60	1,27	2,15	5,44	0,72	2,70
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	$HgSO_4$	0,69	0,50	1,19	2,21	5,59	0,60	2,25
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	$HgSO_4$	0,58	0,43	1,01	1,86	4,70	0,52	1,95
Huilă Anina mina Ponor	$HgSO_4$	1,44	0,29	1,73	4,61	11,7	0,35	1,61
Lignit Căpeni Nr. 1	HNO_3	0,96	0,96	1,92	3,08	7,80	1,15	4,32
Lignit Căpeni Nr. 2	HNO_3	0,83	0,74	1,57	2,66	6,73	0,89	3,33
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	HNO_3	0,65	0,54	1,19	2,08	5,26	0,65	2,43
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	HNO_3	0,58	0,52	1,10	1,86	4,70	0,62	2,42
Huilă Anina mina Ponor	HNO_3	1,39	0,57	1,96	4,45	11,26	0,68	2,55
Lignit Căpeni Nr. 1	$K_2Cr_2O_7$	0,83	1,13	1,96	2,66	6,73	1,45	5,43
Lignit Căpeni Nr. 2	K_2Cr_2O	0,70	0,67	1,37	2,24	5,64	0,80	3,00
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	K_2Cr_2O	0,65	0,55	1,20	2,08	5,26	0,66	2,47
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	K_2Cr_2O	0,57	0,55	1,12	1,82	4,60	0,66	2,47
Huilă Anina mina Ponor	$K_2Cr_2O_7$	1,49	0,54	1,03	4,78	12,09	0,65	2,43
Lignit Căpeni Nr. 1	MnO_2	0,88	0,88	1,76	2,82	6,82	1,05	3,93
Lignit Căpeni Nr. 2	MnO_2	0,70	0,57	1,27	2,24	5,64	0,68	2,55
Cărbune brun Codlea mina „1 Mai"	MnO_2	0,68	0,56	1,24	2,18	5,51	0,67	2,51
Cărbune brun Codlea mina „Breitbach"	MnO_2	0,54	0,55	1,09	1,73	4,69	0,66	2,47
Huilă Anina mina Ponor	MnO_2	1,32	0,62	1,94	4,23	10 70	0,74	2,77

Tabelul 9

Date comparative asupra capacităţii de schimb, determinată prin metodele dinamică şi conductometrică, a cîtorva sulfocarboni obţinuţi prin sulfonarea cărbunilor la temperatura de 150° C, timp de 5 ore

Sulfocarboni obţinuţi din	Reactivi de sulfonare	Catalizatori l %	Capacitatea de schimb, m.val/g	
			determinată prin metoda dinamică	determinată prin metoda conductometrică
Lignit Căpeni nr. 1	H_2SO_4	—	1,52	1,49
Lignit Căpeni nr. 1	H_2SO_4	$K_2Cr_2O_7$	1,73	1,79
Lignit Căpeni nr. 1	H_2SO_4	$HgSO_4$	1,63	1,83
Lignit Căpeni nr. 1	H_2SO_4	HNO_3	1,79	1,88
Huilă Anina mina Ponor	H_2SO_4	—	1,53	1,43
Huilă Anina mina Ponor	H_2SO_4	$K_2Cr_2O_7$	1,82	2,016
Huilă Anina mina Ponor	H_2SO_4	$HgSO_4$	1,59	1,65
Huilă Anina mina Ponor	H_2SO_4	HNO_3	1,72	1,64
Lignit Căpeni nr. 1	oleum	—	1,63	1,59
Lignit Căpeni nr. 1	oleum	$K_2Cr_2O_7$	1,96	2,209
Lignit Căpeni nr. 1	oleum	$HgSO_4$	1,79	2,012
Lignit Căpeni nr. 1	oleum	HNO_3	1,92	2,106
Huilă Anina mina Ponor	oleum	—	1,73	1,87
Huilă Anina mina Ponor	oleum	$K_2Cr_2O_7$	2,03	2,024
Huilă Anina mina Ponor	oleum	$HgSO_4$	1,73	1,87
Huilă Anina mina Ponor	oleum	HNO_3	1,96	2,14

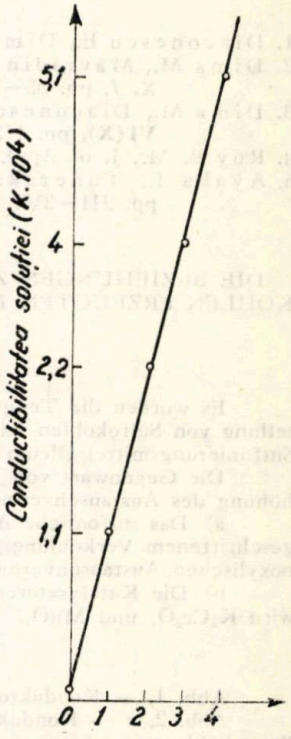


Fig. 1. — Curba de titrare conductometrică a apei triplu distilată.

3. Concluzii

1. Pentru cărbunii studiaţi s-au stabilit condiţiile de temperatură şi durata de sulfonare pentru obţinerea de sulfocarboni cu capacitate maximă de schimb, folosind ca agent de sulfonare oleum în prezenţa catalizatorilor.

2. Prezenţa catalizatorilor în procesul de sulfonare, atît în cazul sulfonării cu acid sulfuric concentrat cît şi în cel cu oleum 20% SO_3, conduce la mărirea capacităţii de schimb. Capacitatea de schimb sulfonică creşte mai mult la cărbunii cu grad de încărbunare mai avansat (huile), creşterea capacităţii de schimb carboxilice constatîndu-se mai cu seamă la cărbunii mai tineri (ligniţi).

3. Catalizatorii care duc la obţinerea de capacităţi maxime de schimb, atît în cazul folosirii acidului sulfuric concentrat cît şi a oleumului ca agent de sulfonare, sînt $K_2Cr_2O_7$ şi HNO_3.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie chimică

BIBLIOGRAFIE

1. Diaconescu E., Dima M., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1—2*, pp. 139—156.
2. Dima M., Mavrodin M., St. şi cerc. şt., Chimie, Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1959, **X**, *1*, pp. 55—78.
3. Dima M., Diaconescu E., Ionescu I., Florea E., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, pp. 112—126.
4. Roy B. M., J. of Appl. Chem, 1956, **6**, *8*, pp. 335—341.
5. Ayaka I., Tunetaka S., Mem. of the Fac. of sci., Kyüsyu Univ., 1950, s. C, **1**, *4*, pp. 211—216.

DIE BEZIEHUNGEN ZWISCHEN DEM AUSTAUSCHVERMÖGEN VON AUS KOHLEN ERZEUGTEN IONENAUSTAUSCHEN UND DEM ALTER DER KOHLEN (II Mitt)

(Zusammenfassung)

Es wurden die Temperaturbedingungen und die Sulfonierungsdauer für die Hertellung von Sulfokohlen mit einem maximalen Austauschvermögen studiert, wobei als Sulfonierungsmittel Oleum (20 % SO_3) in Gegenwart von Katalysatoren verwendet wurde.

Die Gegenwart von Katalysatoren beim sulfonierungsvorgang führt zu einer Erhöhung des Austauschvermögens:

a) Das sulfonische Austauschvermögen wächst mehr bei Kohlen mit einem fortgeschrittenem Verkohlungsgrad (Steinkohle); dagegen stellt man ein Ansteigen des Karboxylischen Austauschvermögens vor allem bei jüngen Kohlen fest (Braunkohlen).

b) Die Katalysatoren, die zur Erziehung von maximalen Austauschvermögen führen, wird $K_2Cr_2O_7$ und MnO_2.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Konduktometrische Titrationskurve des dreifachigen distilirten Wasser.

Abb. 2. *a* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit H_2SO_4 Braunkohle, aus Căpeni; *b* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit H_2SO_4 in Gegenwart von HNO_3 als Katalysator, Braunkohle aus Căpeni; *c* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit H_2SO_4 in Gegenwart von $K_2Cr_2O_7$ als Katalysator, Braunkohle aus Căpeni; *d* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierte mit H_2SO_4 în Gegenwart von $HgSO_4$ als Katalysator, Braunkohle aus Căpeni.

Abb. 3. *a* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierte mit Oleum Braunkohle aus Căpeni; *b* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit Oleum in Gegenwart von HNO_3 als Katalysator, Braunkohle aus Căpeni; *c* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit Oleum in Gegenwart von $K_2Cr_2O_7$ als Katalysator, Braunkohle aus Căpeni; *d* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit Oleum in Gegenwart von $HgSO_4$ als Katalysator, Braunkohle aus Căpeni.

Abb. 4. *a* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit H_2SO_4 Steinkohle aus Anina; *b* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit H_2SO_4 in Gegenwart von HNO_3 als Katalysator, Steikohle aus Anina; *c* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit H_2SO_4 in Gegenwart von $K_2Cr_2O_7$ als Katalysator, Steinkohle aus Anina; *d* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierte mit H_2SO_4 in Gegenwart von $HgSO_4$ als Katalysator, Steinkohle aus Anina.

Abb. 5. *a* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit Oleum, Steinkohle aus Anina; *b* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit Oleum in Gegenwart von HNO_3 als Katalysator, Steinkohle aus Anina; *c* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit Oleum in Gegenwart von $K_2Cr_2O_7$ als Katalysator, Steinkohle aus Anina; *d* — Konduktometrische Titrationskurve der sulfonierten mit Oleum in Gegenwart von $HgSO_4$ als Katalysator, Steinkohle aus Anina.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 547.458.81

TRANSFORMĂRI POLIMER-ANALOGE ALE CELULOZEI

NOTA II

TRANSESTERIFICAREA DIACETATULUI DE CELULOZĂ CU CARBAMAT DE ETIL

DE

ILIE MATEI
membru corespondent al Academiei R.P.R.
şi
MARIA GRIGORAŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Într-o lucrare anterioară [1] am realizat sinteza unui ester celulozic mixt aminat, de tipul aceto-*p*-amino-benzoat de celuloză prin reacţia de transesterificare a diacetatului de celuloză cu *p*-aminobenzoatul de etil.

Folosind aceeaşi metodă de lucru, am sintetizat un ester mixt celulozic cu grupe amidice fixate la catena macromoleculară de tip aceto-carbamat de celuloză.

Posibilitatea obţinerii carbamaţilor de celuloză este cunoscută, însă prin reacţia de adiţie a celulozei la izocianaţi:

$$Cel—OH + O=C=N—R \rightarrow Cel—O—CO—NH—R.$$

Astfel, se obţine celuloză-trifenil-carbamat, folosind un raport molar de 3 mol fenil-izocianat pe mol-verigă celulozică, în piridină sau dimetil-formamidă la 100...120°C [2].

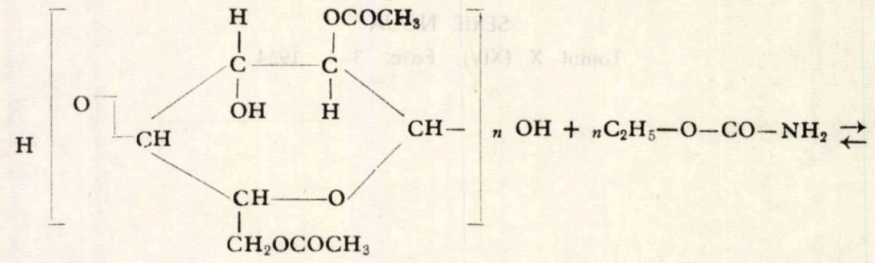
Izocianaţii alifatici reacţionează cu celuloza tot în mediu de piridină sau dimetil-formamidă [3].

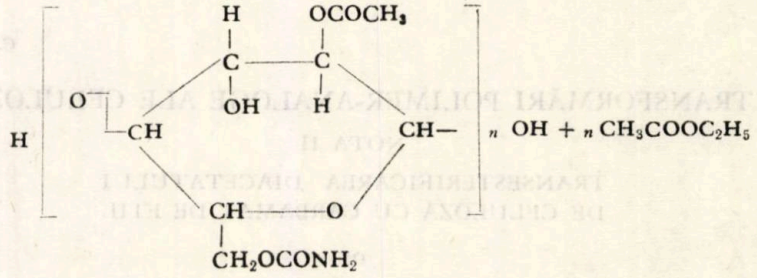
Interesanţi sînt uretanii celulozici cu fenil-izocianat-4-carboxilat de etil [4]. Prin reacţii asemănătoare s-au obţinut şi tricarboximetil-carbamatul de celuloză [5].

Aceto-β-piridil-carbamatul de celuloză [6] se obţine prin adiţia acetatului de celuloză parţial hidrolizat, la β-piridil-izocianat.

2. Rezultatele cercetării

În lucrarea de faţă, am pornit de la un diacetat de celuloză cu grad de substituţie $\gamma = 200$, care prin reacţia de transesterificare cu carbamatul de etil conduce la esteri micşti celulozici, conform schemei:





Diacetatul de celuloză este solubil în carbamat de etil topit (50°...60°C). Procesul de transesterificare a fost efectuat în exces de carbamat şi anume 6 mol reactiv pe mol-verigă catenară, în absenţa altui solvent sau diluant şi în prezenţa acidului fosforic, soluţie 85%, drept catalizator.

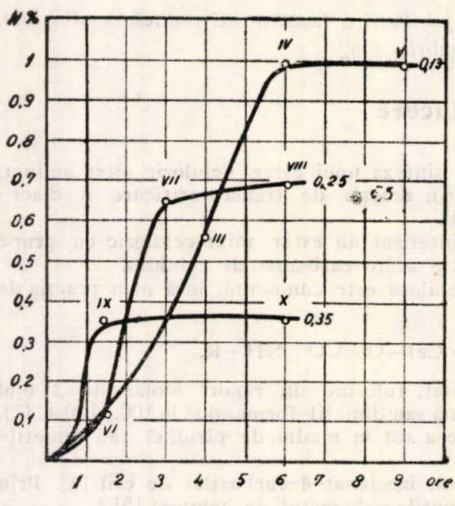


Fig. 1

Transesterificarea fiind o reacţie de echilibru, creşterea gradului de transformare, respectiv deplasarea echilibrului în sensul substituirii grupelor acetil cu grupe carbamil, a necesitat îndepărtarea produsului cu moleculă mică (acetatul de etil) rezultat în timpul procesului de reacţie. Am realizat aceasta, prin distilarea acetatului de etil pe măsura formării lui.

Pentru clarificarea unor aspecte cinetice ale procesului de transesterificare a diacetatului de celuloză cu carbamat de etil, s-a cercetat influenţa raportului molar catalizator/carbamat de etil şi a duratei procesului, asupra gradului mediu de substituţie.

În tabelul 1 sînt date rezultatele obţinute la raporturi molare catalizator/carbamat de etil variind dela 0,1/1 la 0,35/1. Durata de reacţie a variat dela 1 la 15 ore.

În toate încercările noastre, temperatura de reacţie s-a menţinut constantă la 100°C.

Tabelul 1

Variația în timp a gradului de transformare a acetatului de celuloză, funcție de concentrația în catalizator

Nr. crt.	Mol carbamat pe verigă celulozică	Mol H_3PO_4 pe mol carbamat	Timp ore	N %	Grupe ester la 100 g polimer	Grupe carbamil la 100 g polimer	Grupe acetil la 100 verigi	Grupe carbamil la 100 verigi	Grad de substituție
1	6	0,098	9	0,55	0,573	0,039	112,5	8,4	120,9
2	6	0,100	15	0,90	0,630	0,064	107,7	14,0	121,7
3	6	0,133	4	0,56	0,744	0,040	182,2	9,8	192,0
4	6	0,133	6	0,99	0,502	0,070	86,9	14,1	101,0
5	6	0,133	9	0,99	0,367	0,070	56,7	13,5	70,2
6	6	0,250	1,5	0,13	0,800	0,009	192,0	2,2	194,2
7	6	0,250	3	0,65	0,800	0,046	183,6	11,2	194,8
8	6	0,250	6	0,69	0,351	0,049	58,9	9,5	68,4
9	6	0,350	1,5	0,35	0,670	0,025	162,0	6,0	168,0
10	6	0,350	6	0,36	0,360	0,026	60,0	5,0	65,0

Din tabelul 1 și fig. 1, în care s-a reprezentat grafic variația în timp a conținutului în azot pentru diferite concentrații în catalizator, se observă că viteza de reacție crește cu raportul molar catalizator/carbamat de etil. În schimb, gradul de transesterificare, respectiv conținutul în azot al aceto-carbamatului de celuloză, variază invers proporțional cu acest raport.

La creșterea raportului molar acid fosforic/carbamat de etil de la 0,13 la 0,35 timpul de instalare a echilibrului scade dela 6 ore la 1,5 ore. Concomitent scade însă și conținutul în azot al probelor, respectiv gradul de transesterificare urmărit.

Se remarcă deci că, în cazul transesterificării diacetatului de celuloză cu carbamat de etil, acțiunea catalizatorului este diferită de cea din cazul cînd se lucrează cu *p*-amino-benzoat de etil [1]. Aceasta se datorește structurii diferite a celor doi reactanți. În carbamatul de etil $H_2N-COOC_2H_5$ grupa $-NH_2$ are caracter de grupă amidică, pe cînd în cazul esterului *p*-amino-benzoic, grupa $-NH_2$ are caracter aminic.

La transesterificarea acetatului de celuloză cu carbamat de etil în prezența acidului fosforic se formează ioni amino-ester-faza *a*).

a) $$H_2N-COOC_2H_5 + HOPO_3H_2 \rightleftarrows \overset{+}{H_3N}-COOC_2H_5 + {}^-OPO_3H_2;$$

b) $$\overset{+}{H_3N} \leftarrow COOC_2H_5 \rightleftharpoons \overset{+}{H_3N} \leftarrow \underset{\underset{O}{\|}}{C}-O^- + {}^+C_2H_5.$$

Disocierea ionilor amonium-ester în ioni bipolari și ioni carbonium, conform fazei *b*), este însă mică; lipsește un efect de conjugare ca în cazul reacției cu ester *p*-amino-benzoic, care să ajute disocierea.

Ionul carbonium reacționează cu acetatul de celuloză, dînd un ion carbonium celulozic:

$$Cel{-}O{-}CO{-}CH_3 + {}^{+}C_2H_5 \rightleftharpoons Cel{-}\overset{+}{\underset{\underset{C_2H_5}{\downarrow}}{O}}{-}CO{-}CH_3 \rightarrow Cel^{+} + CH_3{-}COOC_2H_5.$$

În faza următoare, însă, ionul celulozic nu mai reacţionează cu ionul bipolar $H_3\overset{+}{N}{-}COO^{-}$. Acesta fiind în cantitate mică, intră în competiţie cu carbamatul de etil aflat în exces. Ca atare, ionul carbonium celulozic reacţionează direct cu carbamatul de etil, după reacţia:

$$Cel^{+} + \underset{\underset{C_2H_5}{|}}{O}{-}CO{-}NH_2 \rightleftharpoons Cel{-}\overset{+}{\underset{\underset{C_2H_5}{\downarrow}}{O}}{-}CO{-}NH_2 \rightarrow Cel{-}O{-}CO{-}NH_2 + {}^{+}C_2H_5.$$

Creşterea cantităţii de acid fosforic duce la formarea prea multor ioni amonium-ester ($H_3\overset{+}{N}{-}COOC_2H_5$—faza *a*) diminuînd cantitatea de carbamat de etil, ceea ce face să scadă randamentul reacţiei pe măsura creşterii cantităţii de catalizator.

Gradul de transesterificare, respectiv conţinutul în azot al acetocarbamatului de celuloză, creşte proporţional cu timpul pînă la instalarea echilibrului de reacţie. După atingerea acestui echilibru, conţinutul în azot rămîne constant, curba respectivă se aplatizează.

La prelungirea timpului de reacţie peste acest punct, apare procesul secundar de hidroliză parţială a grupelor acetilice, fapt ce conduce la scăderea gradului total de substituţie, după cum reiese din datele analitice (tabelul 1). Acest proces se reflectă clar în comportările la solvire ale polimerului modificat şi anume, esterul mixt obţinut devine insolubil în solvenţi organici — alcool etilic, acetonă — şi solubil sau parţial solubil în apă. Totodată, la prelungirea timpului de reacţie peste punctul de instalare a echilibrului, intervine şi o reacţie secundară de scindare a catenei macromoloculare, după cum rezultă şi din determinările vîscozimetrice.

Din cele expuse rezultă că, pentru un grad mai înalt de substituţie, condiţiile optime de lucru sînt: păstrarea unui raport molar acid fosforic/carbamat de etil mic, cuprins între 0,1 şi 0,15 şi alegerea timpului de reacţie astfel încît reacţia să se oprească puţin înainte de punctul de instalare a echilibrului.

Este posibil ca în timpul reacţiei de esterificare, datorită prezenţei acidului fosforic în mediul de reacţie, să se creeze pe catena macromoleculară grupe fosfor-esterice. Acestea apar însă în cantitate foarte mică, deoarece acidul fosforic este legat ca ion fosforic de grupările bazice ale carbamatului de etil şi chiar dacă s-ar forma grupe fosfor-esterice, ele s-ar descompune cu refacerea grupelor hidroxil în timpul procesului de purificare.

În ce priveşte comportarea la solvire a esterilor micşti de aceto-carbamat de celuloză se observă o scădere pronunţată a solubilităţii acestora. Astfel, dintre solvenţii încercaţi (acetonă, cloroform, eter etilic, alcool etilitic, dimetil-formamidă, dicloretan, amestec acetonă-alcool etilic, amestec cloroform-alcool etilic), aceto-carbamaţii celulozici de tipul probelor 1, 3, 6, 9 din tabelul 1 sînt solubili numai în amestec cloroform-alcool etilic-apă; aceto-carbamaţii celulozici de tipul probelor 5, 8, 10, tabelul 1, sînt solubili numai în apă.

Tabelul 2

Date vîscozimetrice asupra derivaţilor celulozici

Nr. crt.	Derivatul celulozic	Concentraţia g/cm³	η cP	η/η_0	η_{sp}/C
1	Acetat de celuloză	0,004258	1,6054	1,50	117,4
2	Ceto-carbamat de celuloză (proba 5, tabelul 1)	0,004285	1,1185	1,06	14,0
3	Aceto-carbamat de celuloză (proba 3, tabelul 1)	0,003643	1,4722	1,37	101,5

Soluţiile obţinute (în majoritatea cazurilor la cald) sînt nestabile la diluţii de 1%...0,5%. În timp, formează agregate moleculare, care se separă din soluţie cu un aspect de gel.

Esterii micşti de aceto-carbamat de celuloză, solubili în solvenţi organici, depun din aceştia pe sticlă pelicule perfect transparente, incolore, uşor detaşabile, rezistente şi elastice.

Derivaţii celulozici de acelaşi tip, dar solubili în apă, dau pelicule incolore, translucide şi cu o rezistenţă scăzută (peliculele devin friabile), datorită scăderii greutăţii moleculare.

Prezenţa grupelor carbamidice pe catena polimerului conferă acestuia proprietăţi bune în ceea ce priveşte capacitatea sa de colorare cu coloranţi acizi.

3. Partea experimentală

Aceto-carbamatul de celuloză s-a obţinut dintr-un amestec de reacţie format din diacetat de celuloză $\gamma = 200$, carbamat de etil şi catalizator-acid fosforic soluţie de 76%, în care s-a păstrat constant raportul molar carbamat de etil/mol verigă celulozică = 6 şi s-a variat raportul molar acid fosforic/carbamat de etil, conform datelor din tabelul 1. Temperatura de reacţie s-a menţinut constantă la 100°C, timpul de reacţie variind de la 1,5 la 15 ore.

Exemplu: proba 4, tabelul 1: se tratează 5 g diacetat de celuloză cu 7,5 g carbamat de etil şi 2,1 g soluţie de acid fosforic de 76%. Amestecul se încălzeşte 6 ore la 100°C sub agitare mecanică în vas deschis pentru a permite eliminarea acetatului de etil rezultat din reacţia de transesterificare.

Separarea polimerului din mediul de reacţie se face în cazul probelor solubile în apă cu alcool etilic, iar în cazul probelor insolubile, prin adăugare de apă. Precipitatul se separă sub formă de fulgi prin adăugarea precipitantului sub agitare mecanică. Pentru purificare, polimerul se spală după caz cu alcool etilic sau apă pînă la dispariţia ionului fosforic din filtrat. Spălarea este urmată de solviri şi precipitări succesive, pînă cînd prezenţa fosforului, determinată calitativ într-o probă de polimer, este negativă.

Conţinutul în azot şi gradul de substituţie variază în funcţie de timpul de reacţie şi raportul molar acid fosforic/carbamat de etil, după cum indică tabelul 1.

4. Concluzii

Folosind reacţia de transesterificare a diacetatului de celuloză cu carbamat de etil în prezenţa acidului fosforic, catalizator, s-au obţinut acetocarbamaţi de celuloză — uretani celulozici — cu diferite grade de substituţie, funcţie de timp şi raportul molar catalizator/carbamat de etil. Aspectele cinetice arată că o creştere a raportului molar catalizator/agent de transesterificare influenţează pozitiv viteza de reacţie, micşorînd vizibil timpul necesar pentru instalarea echilibrului de reacţie; în schimb, influenţează negativ gradul de transformare.

Pînă la instalarea echilibrului de reacţie, gradul de transformare creşte proporţional cu timpul. La prelungirea timpului de reacţie, peste cel necesar instalării echilibrului, scade atît gradul de polimerizare al catenei celulozice iniţiale, ca urmare a proceselor hidrolitice, cît şi gradul total de esterificare, modificîndu-se net atît comportările la solvire, cît şi vîscozitatea polimerului obţinut.

Ţinînd seama de influenţa parametrilor studiaţi, s-au putut stabili condiţiile optime de reacţie.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie organică

BIBLIOGRAFIE

1. Matei I., Grigoraş M., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1964, **X (XIV)**, 1—2, pp. 145—150.
2. Burchard W., Hussemann E., Makromol. Chem., 1961, **44/46**, p. 358.
3. A. P. 2668168 (1951), Du Pont; Pikl J., 1955, C., p. 2563.
4. Siefken W., A., 1949, **77**, p. 562.
5. Hussemann E., Ress R., Werner R., Makromolek. Chem., 1961, **47**, p. 48.
6. Breslow D. S., Am. Soc., 1950, **72**, p. 4244.

TRANSFORMATIONS POLYMÈRE-ANALOGUES DE LA CELLULOSE

Note II

Réestérification du diacétate de cellulose avec carbomate d'éthyle

(Résumé)

En utilisant la réaction de réestérification du diacétate de cellulose avec du carbamate d'éthyle on a obtenu des acéto-carbamates de cellulose avec des différents dégrés de substitution qui dépendent de temps de réaction et de rapport molaire catalyseur carbamate d'éthyle.

De nos recherches il résulte que l'accroissement du rapport molaire catalyseur/carbamate d'éthyle favorise la vitesse de réaction, en diminuant le temps nécessaire pour l'installation de l'équilibre de la réaction, mais a une influence négative sur le dégré de transformation.

Nous avons constaté que en continuant la réaction, apres l'installation de l'équilibre, il commence une réaction de hydrolise qui a comme résultat la dépolymèrisation de la chaîne cellulosique et la diminution du dégré total de réestérification.

En dépendance de l'influence des paramètres étudiés, nous avons établies les meilleures conditions de la réaction.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 678.7 : 547.551.43

POLIMERI ANALOGI

NOTA IV

COLORANŢI COPOLIMERI TRIFENILMETANICI, DERIVAŢI DIN COPOLIMERUL STIREN ANHIDRIDĂ MALEICĂ

DE

ELENA COCEA MARIA GRIGORAŞ şi MARIA TUTOVEANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţiiică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

În sinteza unor noi tipuri de polimeri, se întîmpină dificultăţi uneori greu de învins, dacă monomerii necesari polimerizării sînt nesintetizabili (nestabili ca alcoolul vinilic), sau lipsiţi de capacitatea de a forma macropolimeri (vinil-amina).

Totuşi problema obţinerii de polimeri cu structura şi proprietăţile urmărite se rezolvă alegînd monomerii polimerizabili cu grupe funcţionale mascate. Aceşti monomeri conduc prin polimerizare sau copolimerizare la produşi macromoleculari de plecare pentru transformări chimice ale grupelor funcţionale ataşate la macrocatenă.

Folosind această cale a reacţiilor de transformări polimer-analoge, gama polimerilor sintetici se lărgeşte mereu în ultimul timp.

În cercetări anterioare [1] noi am reuşit să sintetizăm coloranţi copolimeri de tip azoic, prin transformări analoge ale poliacetatului de vinil.

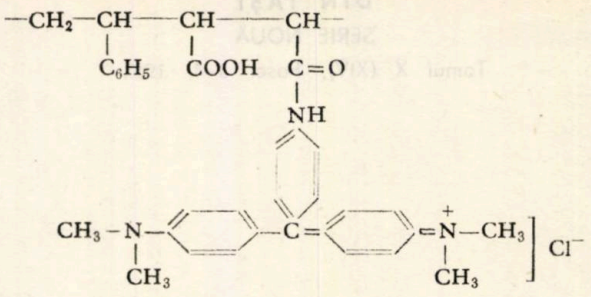
În lucrarea prezentată am urmărit obţinerea unor copolimeri din clasa ftaleinelor, preparaţi prin transformări analoge ale copolimerului stiren-anhidridă maleică.

În literatura de specialitate se cunosc polimeri cu resturi trifenilmetanice ataşate la catena macromoleculară. Astfel, G. Manecke şi G. Kossmehl sintetizează monomeri de tip vinil sau alilmalachit, pornind de la *p*-clor-stiren sau *p*-brom-alil-benzen şi cetona lui Michler, capabili de a polimeriza [2].

Coloranţi trifenilmetanici obţinuţi prin transformări chimice ale verigii de anhidridă maleică din copolimerul stiren-anhidridă maleică sînt semnalaţi de L. Luttinger şi H. G. Cassidi [3].

Autorii şi-au propus să sintetizeze polimeri cu caracter oxido-reducător, prin reacţii polimer-analoge în verigile de anhidridă maleică şi α sau β-aminoantrachinonă. Componentele de reacţie s-au dovedit foarte greu reacţionabile cu veriga anhidridică de pe catena copolimerului şi reacţia dă rezultate numai în condiţii prea energice de lucru. Aceste reacţii pot depăşi limita de rezistenţă termică a catenei hidrocarbonate, ceea ce constituie o dificultate serioasă în reacţiile de transformări polimer-analoge.

Mai uşor reacţionează 4-amino-4′-4″-bis-dimetilamino-trifenilmetanul, copolimerul iniţial transformîndu-se în analogul lui trifenilmetanic cu structura :



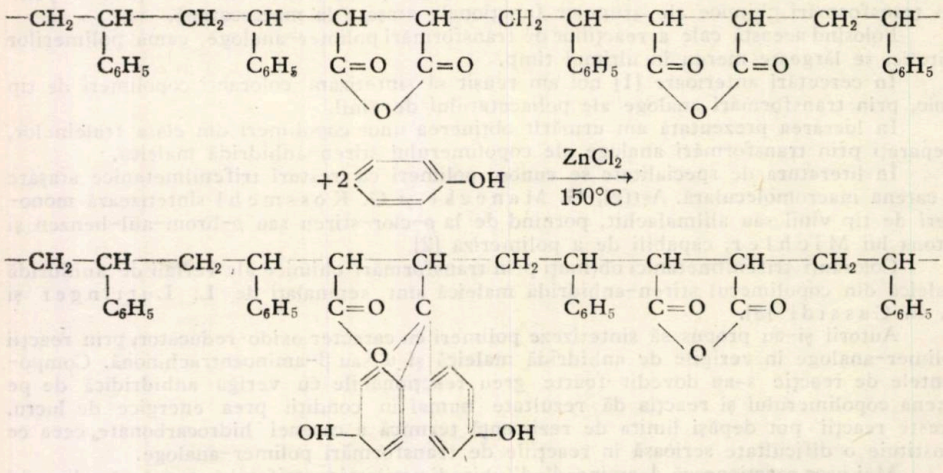
Acest copolimer este alb şi prin oxidare devine verde-albastru, deşi nu se pretează bine prin proprietăţile lui fizico-mecanice ca polimer redox.

În cercetările noastre, în loc să introducem în catena copolimerului direct restul trifenilmetanic, cum au procedat autorii citaţi, am utilizat analogia dintre comportarea anhidridei ftalice faţă de fenoli sau polifenoli şi a verigilor de anhidridă maleică de pe catena copolimerului, care după încatenare în lanţul macromolecular apar ca resturi de anhidridă succinică şi am aplicat reacţia de condensare cunoscută din chimia organică clasică, cu deosebirea că una din componentele de plecare, la condensare, este macromoleculară, cu grupele necesare funcţionale mascate — verigile de anhidridă maleică — componenta micromoleculară fiind fenol sau polifenol.

Astfel, prin condensarea copolimerului stiren-anhidridă maleică cu fenolul, în prezenţa Cl_2Zn anhidră, am reuşit să transformăm verigi de anhidridă maleică din catena iniţială, în verigi de fenol-maleină, analoge ca proprietăţi şi comportări chimice fenol-ftaleinei atît de cunoscută.

Prin această transformare polimer-analogă compusul macromolecular rezultat posedă nu numai două tipuri de verigi, ca cel de plecare, ci devine copolimer ternar sau terpolimer deoarece în lanţul catenar final apar şi verigi de fenolmaleină.

Structura copolimerului ar fi:



După cum se observă, transpunînd reacţia cunoscută din chimia organică de preparare a ftaleinelor, pe catena copolimerului cu funcţionalitatea de structură necesară, am reuşit să creem verigi substituite cu resturi de maleină, distribuite statistic în lanţul macromolecular al copolimerului rezultat, după cum statistică era şi distribuţia verigilor de comonomeri în copolimerul iniţial.

Compoziţia procentuală în verigi de comonomeri a compusului macromolecular iniţial era: 28% verigi anhidridă maleică şi 71,9% verigi stirenice; cea a fenolmaleinei copolimere rezultate prin transformarea polimer-analogă a acestuia este: 1,5% verigi anhidridă maleică, 26,6% verigi fenolmaleină, 71,9% verigi stiren.

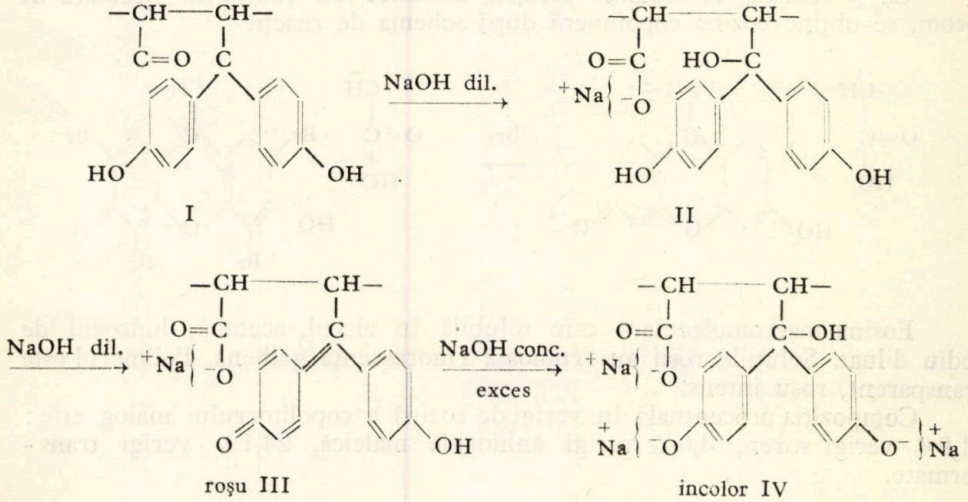
După cum se vede, transformarea polimer-analogă efectuată este aproape totală.

2. Partea experimentală

Reacţia de condensare s-a realizat folosind exces mare de fenol, topitura fenolică servind şi drept solvent pentru componenta de reacţie macromoleculară. Durata procesului este de 7...8 ore, dacă temperatura de reacţie se menţine tot timpul între 145°...150°C.

Copolimerul fenolmaleinic rezultat se purifică îngrijit cu apă, soluţie diluată de HCl pentru îndepărtarea $ZnCl_2$, pînă la dispariţia ionului de clor.

Final se solvă în alcool, uşor diluat cu acetonă şi soluţia gălbuie vîscoasă se evaporă la temperatura ordinară, polimerul desprinzîndu-se ca film transparent, uşor friabil, gălbui, solubil în alcalii diluate cu culoare roşie, asemănătoare celei ce o dă fenolftaleina în aceleaşi condiţii; ca şi aceasta se decolorează în alcalii concentrate. În HCl diluat, soluţia alcalină de copolimer se decolorează imediat şi produsul precipită în floconi albi. Mecanismul de reacţie şi modificările ce intervin în structura indicatorului copolimer sînt analoge celor cunoscute la fenolftaleină:



I II roşu III incolor IV

a) *Fluoresceină macromoleculară*

Continuînd seria transformărilor analoge pe acelaşi copolimer, dar efectuînd reacţia în prezenţa rezorcinei, s-a preparat fluoresceina copolimeră. În acest caz, metoda de lucru este asemănătoare cu cea folosită pentru obţinerea fenolmaleinei, diferă numai durata reacţiei, care este de 2...3 ore.

Pe măsură ce amestecul de reacţie (copolimer iniţial solvit în topitură de rezorcină şi $ZnCl_2$) se încălzeşte, către 140°C devine din aproape incolor tot mai pronunţat portocaliu către roşu, polimerul apărînd puternic umflat în excesul de bifenol, perfect transparent, soluţia lui alcalină fiind tot mai intens fluorescentă (verde).

După purificări, efectuate ca şi pentru fenolmaleină, polimerul se solvă în acetonă şi la evaporare depune un film galben deschis pînă la nuanţa cea mai închisă, variaţia în culoare a copolimerului fluoresceinic rezultat depinzînd de numărul de verigi de pe catenă, modificate.

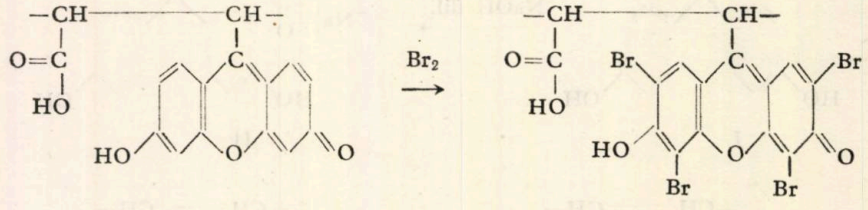
Gradul de modificare, în condiţiile noastre de lucru, depinde numai de durata procesului de condensare.

Încercările efectuate la temperaturi mai înalte, 160°...180°C şi chiar 200°C, conduc la un grad de transformare mai mare, dar atunci intervin diferite reacţii cu atît mai pronunţate cu cît temperatura şi timpul de reacţie sînt mai mari. Astfel copolimerul suferă destrucţii termice, decarboxilări însoţite de reacţii de reticulare ce se reflectă în proprietăţile produsului: insolubilitate, grad limitat de umflare organică, infuzibilitate.

Lucrînd, însă, la temperaturi moderate (140°...150°C) faţă de cele la care se obţine fluoresceina micromoleculară (180°...210°C), se ajunge totuşi la un grad de transformare destul de ridicat, care exprimat în procente este: 71,9% verigi stiren, 4,0% verigi anhidridă maleică, 24,1% verigi fluoresceină.

Copolimerul pur este perfect transparent, colorat maroniu, solubil în alcool, acetonă, cu fluorescenţă intens verde şi de asemenea solubil în alcalii, soluţia alcalină fiind galbenă, fluorescentă şi semănînd perfect în această privinţă cu veritabila fluoresceină micromoleculară.

Ca şi aceasta, la tratarea soluţiei alcoolice cu cantitatea necesară de brom, se obţine eozina copolimeră după schema de reacţie:

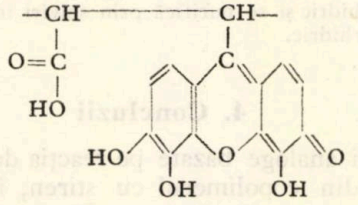


Eosina macromoleculară este solubilă în alcool, acetonă, hidroxid de sodiu diluat. Soluţiile roşii au frumoasă fluorescenţă galbenă. Polimerul este transparent, roşu intens.

Compoziţia procentuală în verigi de eozină a copolimerului analog este: 71,9% verigi stiren, 4,0% verigi anhidridă maleică, 24,1% verigi transformate.

b) *Galeină copolimeră*

Prin acelaşi procedeu de transformare a verigilor maleice din catena copolimerului de plecare, folosind ca partener de reacţie pirogalolul sau acidul galic, prin simpla încălzire a pulberilor celor doi componenţi, la temperatura de 180°...200°C, timp de 3...4 ore, s-a obţinut galeina macromoleculară de structură:



Produsul final, după purificări, este maron închis, dă pelicule transparente din soluţia acetonică, este solubil total în soluţie de NaOH 2N cu culoare maron închis-slab violet. Se deosebeşte în această privinţă de adevărata galeină micromoleculară a cărei soluţie alcalină este intens violetă, probabil din cauza prezenţei în moleculă a nucleului aromatic din anhidrida ftalică, ce lipseşte în cazul nostru, restul de anhidridă maleică înlănţuindu-se aciclic pe catenă.

Galeina fiind foarte închisă în soluţie alcalină, se întîmpină dificultăţi serioase în determinarea procentului de verigi transformate dacă se aplică în acest scop metoda titrării grupelor carboxilice adiacente catenei, din soluţia alcalină, cu H_2SO_4.

3. Partea experimentală

a) *Fenolmaleină macromoleculară*

10 g copolimer stiren-anhidridă maleică se topesc împreună cu 25 g fenol, în prezenţa a 2 g clorură de zinc. Amestecul de reacţie se menţine 7...8 ore la temperatura de 145°...150°C. Copolimerul se separă din mediul de reacţie prin precipitare cu apă. Se purifică prin spălare cu apă, soluţie diluată de acid clorhidric şi din nou cu apă pînă la dispariţia ionului de clor.

Analize: aciditatea reziduală a catenei copolimere exprimată în mg KOH la 1 g copolimer=112.

b) *Fluoresceină macromoleculară*

10 g copolimer stiren-anhidridă maleică se topesc împreună cu 30 g rezorcină în prezenţa a 2 g clorură de zinc anhidră. Reacţia durează 2...3 ore la 140°C. Polimerul se separă cu apă din mediul de reacţie şi se purifică prin spălări cu apă uşor acidulată cu acid clorhidric.

Analize: aciditatea reziduală a catenei copolimere exprimată în mg KOH la 1 g copolimer = 122.

c) *Eosină macromoleculară*

Eosina macromeleculară s-a obţinut prin bromarea unei soluţii alcoolice a copolimerului fluoresceinic. 5 g copolimer fluoresceinic se solvă în 25 cm^3 alcool metilic şi se tratează treptat (timp de 20') cu 7 g brom. Amestecul de reacţie se lasă într-un fla-

con cu dop rodat 6 ore la temperatura camerei. Se separă cu apă acidulată cu acid clorhidric din mediul de reacţie şi se purifică prin solviri repetate în alcool urmate de precipitări cu apă acidulată.

d) *Galeină copolimeră*

Se face un amestec de pulbere de copolimer stiren-anhidridă maleică şi acid galic, aceasta din urmă luîndu-se într-un exces de 6 mol pe mol-verigă anhidridă maleică şi se încălzeşte la 180°...200°C timp de 3...4 ore. Separarea din mediul de reacţie se face cu apă acidulată cu acid clorhidric şi se purifică prin solviri în acetonă şi precipitări cu apă uşor acidulată cu acid clorhidric.

4. Concluzii

Prin transformări analoge bazate pe reacţia de transformare a verigilor de anhidridă maleică din copolimerul cu stiren, în prezenţa fenolului, s-a obţinut fenolmaleină macromoleculară, cu comportări de indicator asemănătoare fenolftaleinei micromoleculare.

De asemenea, folosind la condensare rezorcina, s-a obţinut fluoresceina copolimeră, care sub acţiunea bromului trece la eozina macromoleculară corespunzătoare.

Condensarea verigilor de anhidridă maleică din copolimerul iniţial cu pirogalol sau cu acid galic conduce la galeină copolimeră.

Prin transformările efectuate s-au modificat verigile de anhidridă maleică din catena copolimerului de plecare în verigi derivaţi de trifenilmetan.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de industrii organice

BIBLIOGRAFIE

1. Cocea E., Mărculescu C., Grigoraş M., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, p. 171.
2. Manecke G., Kossmehl G., C., 1961, p. 6470.
3. Luttinger L., Cassidi H. G., J. Polymer Sci., 1956, **20**, p. 417.

POLYMÈRES ANALOGUES

Note IV

Colorants copolymères triphénylméthaniques derivés du copolymère styren anhydride maléique

(Résumé)

D'une maniére analogue à la réaction du phénol et d'anhydride phtalique, on a obtenu, par une réaction de transformation des maillons d'anhydride maléique du copolymère styrenique, une phénolmaléine macromoléculaire ayant des propriétées d'indicateur semblable à celles de la phénolphtaléine micromoléculaire.

En utilisant comme agent modificateur la résorcine on a obtenu un copolymère de fluorescéine qui passe par bromúration à l'eosine macromoleculaire.

La condensation des maillons d'anhydride maléique du copolymére styrenique avec le pyrogallol ou l'acide gallique conduit à un copolymère galléinique.

Par ces transformations on a modifié les maillons d'anhydride maléique du copoymère initial en noyeux derivés du triphénylméthane.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

Д. К. 547.313

ПОЛУЧЕНИЕ ОЛЕФИНОВЫХ МОНОМЕРОВ ТЕРМИЧЕСКИМ РАЗЛОЖЕНИЕМ СМЕСИ АЛКАНОВ C_5—C_8, ВЫДЕЛЕННЫХ ИЗ БЕНЗИНА С ПОМОЩЬЮ МОЛЕКУЛЯРНЫХ СИТ

Х. И. АРЕШИДЗЕ и Г. О. ЧИВАДЗЕ

1. *Введение*

В работе Б. А. Казанского и Х. И. Арешидзе [1] было показано, что строение подвергавшегося пиролизу углеводорода влияет на состав продуктов реакции. Так, например, термическим разложением *н*-октана и 2,5-диметилгексана при одинаковых условиях опытов получено соответственно 40% и 4,4% этилена. Термическим разложением 2,5-диметилгексана образовалось 17% изобутилена, а — *н*-октана — 0,4% изобутилена. Такие соотношения этилена и изобутилена в пиролизате *н*-октана и 2,5-диметилгексана указывают на генетическую связь между строением исходного углеводорода и продуктами реакции.

На самом деле, для образования этилена ($CH_2=CH_2$) (I),

$$н\text{-октан}—CH_3—CH_2—CH_2—CH_2—CH_2—CH_2—CH_2—CH_3 \quad (II)$$

содержит больше метиленовых групп, чем 2,5-диметилгексан —

$$CH_3—\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}—CH_2—CH_2—\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}—CH_3 \quad (III)$$

С другой стороны для образования изобутилена $CH_3—\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}=CH_2$ (IV), 2,5-диметилгексан (III) содержит готовую группировку углеводородных атомов.

Термическим разложением *н*-октана (II) изобутилен (IV) может образоваться или предварительной изомеризацией превращаемого углеводорода, или же изомеризацией продуктов расщепления.

Мы в данной работе предполагали, что закономерность найденная Б. А. Казанским и Х. И. Арешидзе [1] в случае пиролиза индивидуальных *н*-алканов сохранится и в случае пиролиза их смеси. Проведенный эксперимент в этом направлении оправдал наше предположение.

Н-алканы нами выделялись из мирзаанского (Грузинская ССР) низкооктанового бензина с помощью синтетического цеолита формы CaA. Мы предполагали, что из вышеуказанного бензина синтетический цеолит выделит в основном алканы нормального строения; не исключена возможность частичного выделения и изоалканов. Выделение *н*-алканов из бензина преследовало цель также показать, как отразится этот процесс на повышение антидетонационные свойства бензина.

Повышение антидетонационных свойств мирзаанского бензина с помощью синтетического цеолита будет предметом отдельной статьи.

Как известно, стремление авиоконструкторов увеличить мощность, дальность и скорость полета самолетов лимитируется, в значительной степени, топливным свойством горючего, поэтому повышение антидетонационных свойств бензина имеет практический интерес.

Удаление *н*-алканов из бензина позволяет уточнить какое количество падает на алканы нормального и изостроения из общего их количества. Знание подобного состава, помимо теоретического интересса имеет и практическое значение. Топливные свойства бензина зависят от его углеводородного состава. Алканы изостроения являются весьма желательными составными частями бензина. Знание их количественного содержания в бензине дает нам возможность судить о его поведении в двигателях.

В результате проведенного исследования нами показано, что из общего количества алканов мирзаанский бензин содержит 20,8% нормальных и 25,2% изоалканов.

До открытия Р. Барреpом [2] интересных свойств цеолитов — адсорбировать алканы нормального строения, химики были лишены возможности таким путем выделить *н*-алканы из бензина.

Олефиновые мономеры хорошими выходами можно получить термо-каталитическим превращением *н*-алканов, выделенных из бензина с помощью синтетического цеолита.

Опыты термического разложения смеси алканов проводились при температуре 650°...790°С; при этом наблюдалось, что с повышением температуры пиролиза в газообразных продуктах в реакции повышается процентное содержание этилена от 4,0 до 30,5% (весовых на исходное сырье). Аналогичная картина наблюдается и в случае бутилена и пропилена, суммарное содержание которых колеблется от 5,3 до 30,0%. Подобное явление имеет место и в случае содержания ацетилена (0,3 до 3,0%). С повышением температуры пиролиза наблюдается увеличение процентного содержания водорода от 0,1 до 1,0%, а метана от 1,6 до 7,9%. Максимальное количество изобутилена получается при 775°С, последующим повышением температуры пиролиза его содержание уменьшается.

Увеличение объемной скорости подачи углеводорода в реактор от 1,46 до 1,48 час$^{-1}$ мало влияет на состав олефиновых мономеров.

2. *Экспериментальная часть*

Выделение н-алканов из бензина. Синтетический цеолит формы СаА (150 мл) с размером внутрикристаллических пор 5 Å помещался в кварцевую трубку. Трубка адсорбентом переносилась в вертикально установленную трубчатую электропечь и нагревалась при 400°С и остаточном давлении 5 мм ртутного столба в течение 6 часов.

Адсорбцию *н*-алканов мирзаанского бензина (с темп. кип. 40°...150°С) проводили при 200°С и 30 мм остаточного давления. Бензин пропускался через синтетический цеолит с объемной скоростью 0,1 час$^{-1}$. Неадсорбированная часть бензина собиралась в приёмник, охлаждаемый жидким азотом. Схема установки показана на рис. 1.

Таблица 1

Результаты опытов термического разложения смеси алканов выделенных из бензина с помощью молекулярного сита

Nr.	Температура °C	Объемная скороемь час$^{-1}$	Пропущеное вещество г	Жидкий пиролизат г	Выход газа мл при 0° и 760 мм	Выход и потерии веса (%)			Содержание газа в объемных (%)								Содержание газа в вес на исходное сырье (%)								
						газ	жидкий пиролизат	кокс и потерии	изобутилен	бутилен пропилен	ацетилен	этилен	водород	метан	этан	пропан	сумма непред.	изобутилен	бутилен пропилен	ацетилеи	этилен	водород	метан	этан	пропан	сумма непред.
1	650	1,46	7,7	6,1	903	14,0	79,3	6,7	2,5	20,3	2,0	27,1	12,7	19,5	11,3	3,6	52,9	0,7	5,3	0,3	4,0	0,1	1,6	1,8	0,8	10,7
1	675	1,46	7,7	5,8	1011	16,2	75,4	8,4	3,6	21,4	2,2	33,4	14,6	12,3	9,9	2,6	60,6	1,2	6,3	0,3	5,5	0,2	1,2	1,8	0,7	12,3
3	700	1,46	5,4	3,2	1308	32,9	59,4	7,7	4,5	23,5	2,5	40,2	13,9	10,2	3,6	1,2	70,7	2,7	12,7	0,7	12,3	0,3	2,4	1,2	0,6	28,4
4	725	1,46	5,4	2,4	1719	44,6	44,6	10,8	4,6	24,3	2,9	42,1	13,3	8,4	3,4	1,0	73,9	3,7	17,3	1,1	16,9	0,4	3,0	1,5	0,7	39,0
5	750	1,46	5,4	1,6	2297	61,1	29,8	9,1	5,2	23,9	3,1	43,7	13,5	5,1	3,6	1,3	75,9	5,5	22,7	1,6	23,5	0,5	4,1	2,1	1,1	53,3
6	760	1,46	5,4	1,2	2500	66,3	22,3	11,4	5,2	24,0	3,4	43,6	13,9	5,0	3,1	1,2	76,8	6,0	24,8	1,8	25,4	0,6	4,6	1,9	1,2	58,0
7	775	1,46	3,2	0,2	1782	77,3	6,3	16,4	5,5	22,8	3,7	40,3	14,6	8,7	3,2	1,2	72,3	7,7	28,3	2,4	28,3	0,7	5,8	2,4	1,3	67,1
8	790	1,46	3,2	0,1	1931	80,2	3,2	16,6	4,1	22,3	4,2	40,1	18,2	10,2	3,1	1,1	70,7	6,2	30,0	3,0	30,5	1,0	7,9	2,5	1,3	69,7
9	790	1,48	3,2	0,1	1896	81,2	3,2	15,6	3,9	22,5	4,3	40,4	19,0	9,9	3,0	0,7	71,1	5,8	29,8	3,0	30,2	1,0	8,1	2,4	0,9	68,8
10	760	1,48	5,4	0,1	2489	69,3	20,4	10,3	5,4	24,3	3,3	44,9	13,7	5,5	1,9	1,0	77,9	6,2	25,0	1,8	26,1	0,6	4,5	1,2	0,9	62,1

После пропускания определенного количества бензина прекращали его подачу. Десорбцию адсорбированных *н*-алканов проводили при 380°С и 5 мм остаточного давления в присутствии газов крекинга, содержащих до 40% непредельных углеводородов. Десорбированные *н*-алканы собирались в приемник присоединенный ловушкой со змеевиком, которые помещались в сосуд Дюара. Половина нижней расширенной части ловушки находилась в жидком азоте, температура верхней части ловушки регулировалась таким образом, чтобы в змеевике не образовались пробки в результате замораживания углеводородов.

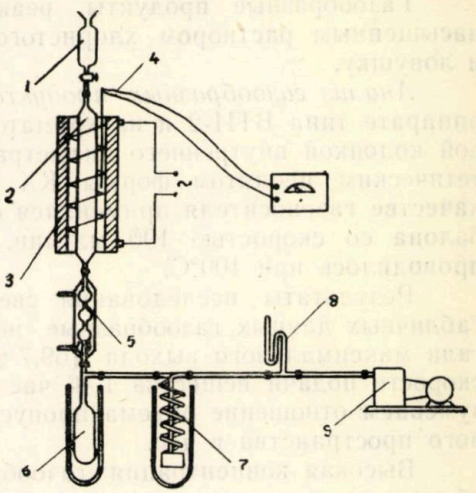


Рис. 1.
1 — воронка; *2* — адсорбцион колонка; *3* — електропечь; *4* — термопара; *5* — холодильник; *6* — приемник; *7* — ловушка; *8* — вакуумметр; *9* — вакуум-насос.

Перед каждым опытом адсорбент для высушивания нагревался до 400°С и 5 мм остаточного давления. Затем температура доводилась до 200°С, а давление до 30 мм и повторяли опыты по выделению *н*-алканов.

После 200 часовой работы синтетического цеолита его адсорбционная способность незначительно изменилась.

Полнота выделения *н*-алканов контролировалась повторным пропусканием одного и того-же образца бензина. Выделение *н*-алканов считалось законченным тогда, когда при повторном пропускании бензина с последующей десорбцией выделение *н*-алканов прекращалось. Смесь алканов, выделенная из мирзаанского бензина, исследована методом газо-жидкостной хроматографии. Установлено, что исследуемый продукт содержит *н*-пентана 12,8%, *н*-гексана 28,8%, *н*-гептана 37,8%, *н*-октана 9,2% и изоалканов 8,5%.

Термическое разложение выделенных алканов. Опыты проводились при температуре 650°...790°С в кварцевой трубке, помещенной в электрической трубчатой печи. Длина кварцевой трубки 110 см, внутренний диаметр 20 мм, объем реакционного пространства 75 мл.

Во время опытов температура в испарителях и в реакторе предварительно доводилась до рабочей, а затем сырье и вода из бюреток А. А. Баландина с заданными скоростями подавалась в систему. Опыты проводили с участием водяного пара. Отношение воды к превращаемому сырью 3/1.

Как известно [3], водяной пар снижает парциальное давление углеводородов, сильно тормозит вторичные реакции и препятствует образованию кокса, что способствует увеличению выходов газообразных олифеновых мономеров, которые для наших опытов являлись целевыми продуктами.

Газообразные продукты реакции собирались в газометр над насыщенным раствором хлористого натрия, а жидкие — в приемник и ловушку.

Анализ газообразных продуктов реакции. Анализ проводился в аппарате типа ВТИ-2 и на хроматографе марки ХТ-2М, с трехметровой колонкой внутреннего диаметра 4 мм. Колонка заполнялась синтетическим цеолитом формы КХ размерами зерен 15...30 меш. В качестве газоносителя применялся очищенный воздух, подаваемый из балона со скоростью 100 мл/мин. Разделение смеси углеводородов проводилось при 100°С.

Результаты исследования сведены в таблице 1. Как видно из табличных данных газообразные ненасыщенные углеводороды достигали максимального выхода (69,7% весовых) при 790°С и объемной скорости подачи вещества 1,46 час$^{-1}$. Под объемной скоростью подразумеваем отношение объема пропускаемого сырья к объему реакционного пространства в час.

Высокая концентрация газообразных олефиновых углеводородов облегчает выделение индивидуальных мономеров, что является необходимым для синтеза высокополимерных материалов.

3. *Выводы*

1. Проведено термическое разложение смеси алканов C_5—C_8, выделенных из мирзаанского бензина с помощью синтетического цеолита формы CaA.

2. Максимальный выход этилена 30,5%, бутилена и пропилена 30,0% весовых на исходное сырье получен при 790°С. Максимум суммарного содержания газообразных непредельных углеводородов 69,7 получен при этой температуре.

3. Максимальный выход изобутилена 7,7% получен при температуре пиролиза 775°С.

Поступила 25 X 1963 г.

Институт химии им. П. Г. Меликишвили, АН Груз. ССР, Тбилиси, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Казанский Б. А., Арешидзе Х. И., Труды Инст. химии АН ГССР, 1941, **4**, стр. 135.
2. Barrer R. M., Proc. Roy. Soc., 1938, **167**, *A*, стр. 392.
3. Kriel, Slager, Chem. Eng. Progr., 1947, **43**, p. 335.

OBŢINEREA MONOMERILOR OLEFINICI PRIN DESCOMPUNEREA TERMICĂ A AMESTECULUI DE ALCANI C_5 — C_8 SEPARAŢI DIN BENZINĂ PRIN SITE MOLECULARE

(Rezumat)

Se studiază descompunerea termică a alcanilor C_5 — C_8 separaţi din benzină de Mirzaani cu ajutorul zeolitului sintetic CaA.

Explicaţia figurilor

Fig 1. *1* — pîlnie; *2* — coloană de adsorbţie; *3* — cuptor electric; *4* — cuplu termoelectric; *5* — răcitor; *6* — rezervor; *7* — dispozitiv de captare; *8* — vacuummetru; *9* — pompă de vid.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 547.269.352; 632.954

SULFAMIDELE ACIZILOR FENOXIACETICI

NOTA V

DERIVAŢI SULFAMIDAŢI AI ACIZILOR CLOR-FENOXIACETICI

DE

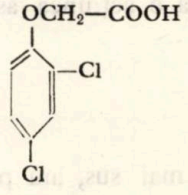
GH. BOTEZ şi CORNELIU ONISCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

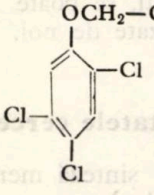
1. Introducere

Combaterea plantelor parazite din culturile de cereale cu ajutorul mijloacelor chimice este cunoscută de mult timp, dar nu a intrat în practica curentă decît în momentul cînd s-au descoperit produse organice de sinteză foarte active, cu proprietăţi selective şi polivalente.

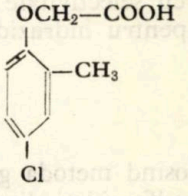
Ierbicidele sintetice care îndeplinesc aceste calităţi fac parte din grupa acizilor clor-fenoxiacetici. În prezent se prepară în cantităţi mari şi se folosesc pe scară largă în agricultură, produsele ierbicide cu structura:



2,4-D



2,4,5-T



2-M-4-C

Introducerea acestor compuşi în tehnica combaterii plantelor neutile este de dată relativ recentă. Astfel activitatea ierbicidă şi stimulatoare de creştere a acidului 2,4-diclor-fenoxiacetic (2,4-D) a fost descoperită în anul 1942 de P. W. Zimmerman [1]. C. L. Hamner şi H. B. Tukey [2] au sesizat primii acţiunea ierbicidă a acidului 2,4,5-T, în anul 1944. Proprietăţile fiziologic active ale produsului 2-M-4-C au fost puse în evidenţă în anul 1945 [3].

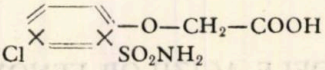
Studiile ulterioare din domeniul ierbicidelor au luat o mare extindere şi au condus la crearea unui capitol nou al agrobiologiei, de importanţă practică deosebită.

Cercetările teoretice efectuate au abordat problema mecanismului de acţiune a ierbicidelor şi a regulatorilor de creştere ai plantelor, funcţie de structura lor chimică. Numeroase investigaţii în această direcţie au condus la elaborarea cîtorva ipoteze, dintre

care cea mai plauzibilă este a lui O. V. Heat [4]. Acest autor a descoperit şi studiat activitatea stimulatoare de creştere pentru plante a complexonilor, găsind că unii dintre ei sînt fiziologic activi. Bazat pe această constatare el emite ipoteza că mecanismul de acţiune a ierbicidelor se datoreşte proprietăţilor lor de complexare cu cationii metalici din plante.

In cazul produselor din grupa acizilor clor-fenoxiacetic complecşii se formează prin intermediul grupării oxiacetice din moleculă, care conduce la formarea unor legături coordinative cu calciul şi magneziul.

În lucrarea de faţă se tratează metoda de sinteză a derivaţilor sulfamidaţi ai acizilor clor-fenoxiacetici, care au structura generală:



În concordanţă cu ipoteza de mai sus, ne putem aştepta ca şi compuşii cu această structură să fie dotaţi cu proprietăţi stimulatoare de creştere.

Cercetările noastre au ca scop găsirea unor produse cu selectivitate ridicată şi toxicitate mică faţă de plantele utile, precum şi studiul influenţei grupării sulfonamidice asupra acţiunii fiziologice a acestor compuşi.

Sinteza derivaţilor sulfamidaţi ai acizilor fenoxiacetici conţinînd halogeni în nucleul benzenic nu este descrisă în literatura de specialitate. În vederea obţinerii lor am aplicat metoda de sinteză elaborată într-o lucrare anterioară [5], care se bazează pe reacţia de clorosulfonare a esterilor etilici ai acizilor clor-fenoxiacetici, cînd se obţin esterii sulfocloruraţi respectivi. Prin amidarea acestora cu exces de amoniac rezultă sulfonamido-clor-fenoxiacetamidele corespunzătoare, din care prin hidroliză se obţin acizii clor-fenoxiacetici sulfonamidaţi. Pe de altă parte esterii sulfocloruraţi la tratarea cu cantitatea stoechiometrică de amoniac (2 moli) se transformă în esteri sulfonamidaţi, care reacţionează cu hidrazina rezultînd hidrazidele acizilor clor-fenoxiacetici-sulfonamidaţi.

Prin analogie cu hidrazida acidului maleic, care este un stimulator de creştere cu selectivitate ridicată [6], se poate prevedea o acţiunea asemănătoare şi pentru hidrazidele sintetizate de noi.

2. Rezultatele cercetării

Folosind metoda generală de sinteză menţionată mai sus, am preparat derivaţi sulfamidaţi din următoarele grupe.

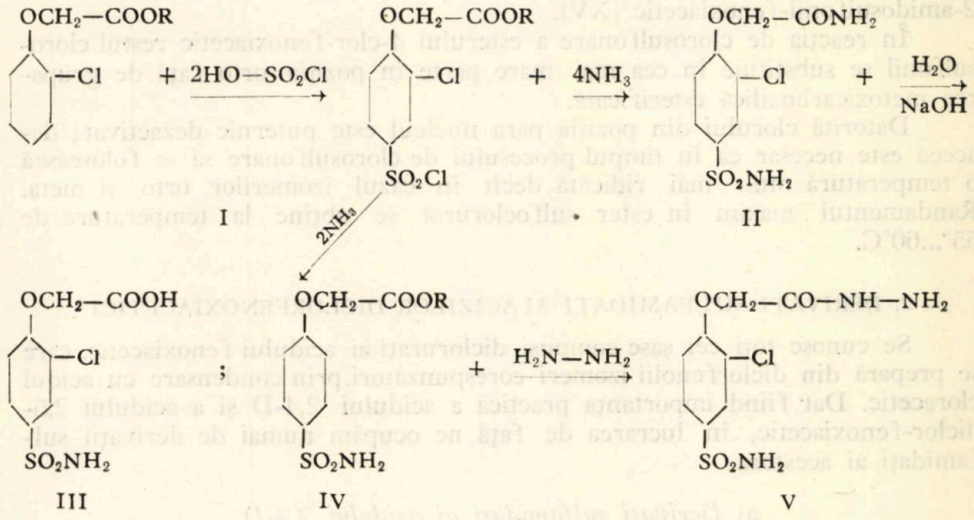
1. COMPUŞI SULFAMIDAŢI AI ACIZILOR MONOCLOR-FENOXIACETICI

a) *Derivaţi sulfamidaţi proveniţi din acidul 2-clor-fenoxiacetic*

Plecînd de la esterul etilic al acidului 2-clor-fenoxiacetic, prin clorosulfonare cu un exces de acid clorsulfonic se obţine 2-clor-4-clorosulfonil-fenoxiacetatul de etil (I), din care prin dublă amidare cu amoniac rezultă 2-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetamida (II). Aceasta prin hidroliză alcalină conduce la acidul 2-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (III).

Pe de altă parte esterul sulfoclorurat (I) la tratare cu 2 moli amoniac se amidează la grupa clorosulfonil obținîndu-se 2-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetatul de etil (IV), din care prin condensare cu hidratul de hidrazină rezultă hidrazida acidului 2-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (V).

Iată schema reacțiilor:



În reacția de clorosulfonare grupa funcțională clorosulfonil (SO_2Cl) substituie de preferință hidrogenul din poziția para față de gruparea metoxicarboxilică esterificată, a cărei efect în conjugare predomină față de clor, deoarece electronii neparticipanți ai atomului de oxigen sînt mai mobili decît electronii neparticipanți ai clorului.

b) *Derivați sulfamidați proveniți din acidul 3-clor-fenoxiacetic*

Prin clorosulfonarea esterului etilic al acidului 3-clor-fenoxiacetic, urmînd aceeași succesiune a reacțiilor, ca mai sus, s-au obținut următorii derivați: 3-clor-4-clorosulfonil-fenoxiacetatul de etil (VI), 3-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetamida (VII), acidul 3-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (VIII), 3-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetatul de etil (IX), hidrazida acidului 3-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (X).

În reacția de clorosulfonare a 3-clor-fenoxiacetatului de etil grupa clorosulfonil substituie net hidrogenul din poziția para în raport cu gruparea metoxicarboxilică esterificată și în orto față de clor, substituenții avînd acțiuni concordante.

Existența în nucleul aromatic a unui atom de clor, substituent electronegativ ce dezactivează nucleul, determină folosirea unei temperaturi mai ridicate în procesul de clorosulfonare (30°C), pentru atingerea randamentului maxim în sulfoclorură.

c) *Derivaţi sulfamidaţi ai acidului 4-clor-fenoxiacetic*

Supunînd reacţiei de clorosulfonare esterul etilic al acidului 4-clor-fenoxiacetic, aplicînd aceeaşi succesiune a reacţiilor s-au preparat următorii derivaţi: 4-clor-2-clorosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XI), 4-clor-2-amidosulfonil-fenoxiacetamida (XII), acidul 4-clor-2-amidosulfonil-fenoxiacetic (XIII), 4-clor-2-amidosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XIV), hidrazida acidului 4-clor-2-amidosulfonil-fenoxiacetic (XV).

În reacţia de clorosulfonare a esterului 4-clor-fenoxiacetic restul clorosulfonil se substituie în cea mai mare parte în poziţia orto faţă de gruparea metoxicarboxilică esterificată.

Datorită clorului din poziţia para nucleul este puternic dezactivat; deaceea este necesar ca în timpul procesului de clorosulfonare să se folosească o temperatură mult mai ridicată decît în cazul izomerilor orto şi meta. Randamentul maxim în ester sulfoclorurat se obţine la temperatura de 55°...60°C.

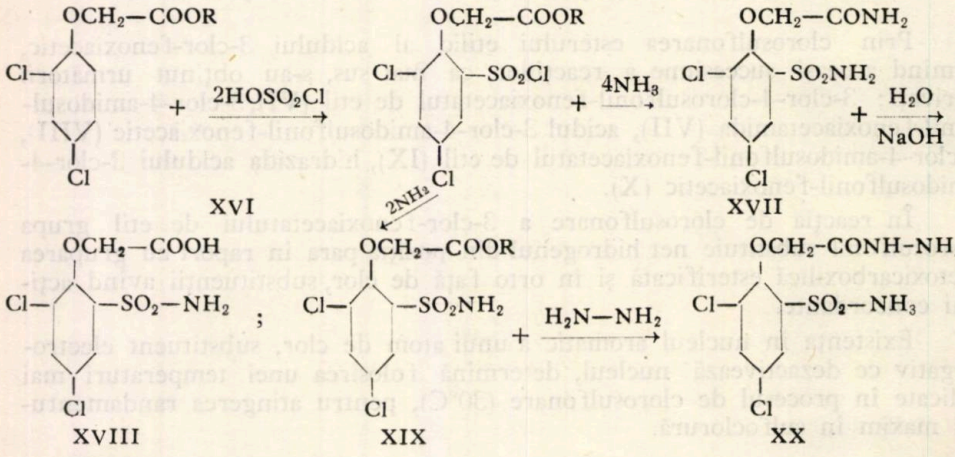
2. DERIVAŢI SULFAMIDAŢI AI ACIZILOR DICLORFENOXIACETICI

Se cunosc toţi cei şase compuşi diclоruraţi ai acidului fenoxiacetic, care se prepară din diclorfenolii izomeri corespunzători prin condensare cu acidul cloracetic. Dat fiind importanţa practică a acidului 2,4-D şi a acidului 2,5-diclor-fenoxiacetic, în lucrarea de faţă ne ocupăm numai de derivaţii sulfamidaţi ai acestora.

a) *Derivaţi sulfamidaţi ai acidului 2,4-D*

Plecînd de la esterul etilic al acidului 2,4-diclor-fenoxiacetic, aplicînd reacţia de clorosulfonare la cald şi urmînd aceeaşi succesiune a reacţiilor ca în cazurile precedente, s-au sintetizat următorii compuşi: 2,4-diclor-6-clorosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XVI), 2,4-diclor-6-amidosulfonil-fenoxiacetamida (XVII),acidul 2,4-diclor-6-amidosulfonil-fenoxiacetic (XVIII), 2,4-diclor-6-amidosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XIX), hidrazida acidului 2,4-diclor-6-amidosulfonil-fenoxiacetic (XX).

Iată schema reacţiilor:



În reacţia de clorosulfonare a esterului 2,4-D grupa clorosulfonil se fixează în cea mai mare parte în poziţia orto în raport cu gruparea metoxicarboxilică esterificată. Un randament de 73% în ester sulfoclorurat s-a obţinut prin încălzirea masei de reacţie la 60°...65°C.

b) *Derivaţi sulfamidaţi ai acidului 2,5-diclor-fenoxiacetic*

Esterul etilic al acidului 2,5-diclor-fenoxiacetic supus reacţiei de clorosulfonare conduce la esterul sulfoclorurat respectiv, din care prin amidare, hidroliză şi hidrazidare rezultă următorii derivaţi: 2,5-diclor-4-clorosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XXI), 2,5-diclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetamida (XXII), acidul 2,5-diclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (XXIII), 2,5-diclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XXIV), hidrazida acidului 2,5-diclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (XXV).

În reacţia de clorosulfonare a acestui ester gruparea clorosulfonil este orientată net în poziţia para faţă de catena metoxicarboxilică esterificată şi în orto faţă de atomul de clor din poziţia 5 (orientare concordantă).

Deşi atomii de clor din molecula esterului dezactivează nucleul, temperatura optimă de reacţie este în jurul lui 40°C, deci mult mai scăzută decît în cazul esterului acidului 2,4-D.

3. DERIVAŢI SULFAMIDAŢI AI ACIZILOR TRICLOR-FENOXIACETICI

O dată cu mărirea numărului de atomi de clor din molecula esterilor acizilor fenoxiacetici dezactivarea nucleului aromatic se accentuează. Compuşii tricloruraţi care au poziţia para ocupată nu pot fi sulfocloruraţi cu randamente bune. Ridicarea temperaturii în timpul procesului de clorosulfonare are ca urmare hidroliza grupei esterice şi face imposibilă obţinerea derivaţilor urmăriţi.

a) *Derivaţi sulfamidaţi proveniţi din acidul 2, 3, 5-triclor-fenoxiacetic*

Prin clorosulfonarea esterului etilic al acidului 2, 3, 5-triclor-fenoxiacetic cu un exces de acid clorsulfonic (9 moli), la cald (60°C), aplicînd schema de reacţie menţionată anterior s-au obţinut următorii compuşi: 2, 3, 5-triclor-4-clorosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XXVI), 2, 3, 5-triclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetamida (XXVII), acidul 2,3,5-triclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (XXVIII), hidrazida acidului 2,3,5-triclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (XXIX).

Gruparea clorosulfonil substitue hidrogenul din poziţia para faţă de grupa metoxicarboxilică esterificată.

4. PROPRIETĂŢILE DERIVAŢILOR SULFAMIDAŢI AI ACIZILOR CLOR-FENOXIACETICI

Derivaţii sulfamidaţi ai acizilor clor-fenoxiacetici sînt substanţe cristalizate, albe, cu puncte de topire caracteristice; sînt insolubile în solvenţi organici şi în apă. Se dizolvă la cald în apă şi în etanol diluat (50%). Cu hidroxizii şi carbonaţii alcalini formează sărurile corespunzătoare.

Tabelul 1

Denumirea chimică	Formula brută	N% calculat	N% găsit	p. t. °C
3-clor-4-clorosulfonil-fenoxiacetatul de etil (VI)	$C_{10}H_{10}O_5SCl_2$	—	—	61
3-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetamida (VII)	$C_8H_9O_4SCl$	10,58	10,52	205
Acidul 3-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (VIII)	$C_8H_8O_5NSCl$	5,27	5,19	239
3-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetatul de etil (IX)	$C_{10}H_{12}O_5NSCl$	4,76	4,69	186
Hidrazida acidului 3-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (X)	$C_8H_{10}O_4N_3SCl$	15,02	15,12	200
4-clor-2-clorosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XI)	$C_{10}H_{10}O_5SCl_2$	—	—	73
4-clor-2-amidosulfonil-fenoxiacetamida (XII)	$C_8H_9O_4N_2SCl$	10,58	10,49	217
Acidul 4-clor-2-amidosulfonil-fenoxiacetic (XIII)	$C_8H_8O_5NSCl$	5,27	5,32	199
4-clor-2-amidosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XIV)	$C_{10}H_{12}O_5NSCl$	4,76	4,71	136
Hidrazida acidului 4-clor-2-amidosulfonil-fenoxiacetic (XV)	$C_8H_{10}O_4N_3SCl$	15,02	14,93	204
2,4-diclor-6-clorosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XVI)	$C_{10}H_9O_5SCl_3$	—	—	lichid
2,4-diclor-6-amidosulfonil-fenoxiacetamida (XVII)	$C_8H_8O_4N_2SCl_2$	9,36	9,29	220
Acidul 2,4-diclor-6-amidosulfonil-fenoxiacetic (XVIII)	$C_8H_7O_5NSCl_2$	4,67	4,55	120
2,4-diclor-6-amidosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XIX)	$C_{10}H_{11}O_5NSCl_2$	4,26	4,23	127
Hidrazida acidului 2,4-diclor-6-amidosulfonil-fenoxiacetic (XX)	$C_8H_9O_4N_3SCl_2$	13,37	13,25	209
2,5-diclor-4-clorosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XXI)	$C_{10}H_9O_5SCl_3$	—	—	90
2,5-diclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetamida (XXII)	$C_8H_8O_4N_2SCl_2$	9,36	9,21	218
Acidul 2,5-diclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (XXIII)	$C_8H_7O_5NSCl_2$	4,67	4,54	206
2,5-diclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XXIV)	$C_{10}H_{11}O_5NSCl_2$	4,26	4,28	165
Hidrazida acidului 2,5-diclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (XXV)	$C_8H_9O_4N_3SCl_2$	13,37	13,41	211
2,3,5-triclor-4-clorosulfonil-fenoxiacetatul de etil (XXVI)	$C_{10}H_8O_5SCl_4$	—	—	lichid
2,3,5-triclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetamida (XXVII)	$C_8H_7O_4N_2SCl_3$	8,66	8,42	189
Acidul 2,3,5-triclor-4-amido-sulfonil-fenoxiacetic (XXVIII)	$C_8H_6O_5NSCl_3$	4,18	3,95	171
Hidrazida acidului 2,3,5-triclor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (XXIX)	$C_8H_8O_4N_3SCl_3$	12,04	11,79	198

Sărurile de sodiu sau de potasiu ale acizilor clorfenoxiacetici sulfonamidaţi se obţin prin tratarea unei soluţii apoase de carbonat sau bicarbonat alcalin cu acidul liber, la uşoară încălzire. Sărurile alcaline ale derivaţilor monocloruraţi sînt uşor solubile în apă, pe cînd sărurile acizilor dicloruraţi sînt parţial solubile.

Soluţii diluate ale sărurilor de sodiu (0,05%) au fost folosite orientativ pentru tatonarea acţiunii stimulatoare de creştere la plante. S-a constatat că unii dintre compuşii sintetizaţi sînt activi.

Studiul proprietăţilor stimulatoare de creştere la plante a acestor compuşi va face obiectul unei alte lucrări.

3. Partea experimentală

1. *2-clor-4-clorosulfonil-fenoxiacetatul de etil (I)*

20 g acid clorsulfonic răcit la 2°...3°C se tratează cu 5 g 2-clor-fenoxiacetat de etil, sub agitare şi răcire. Reacţia începe imediat. Se ridică apoi temperatura progresiv la 25°C şi se menţine agitarea timp de 15 min pentru perfectarea reacţiei.

Masa de reacţie se picură sub agitare peste 100 g gheaţă pisată, în vederea descompunerii excesului de acid clorsulfonic şi precipitarea esterului sulfoclorurat. Precipitatul filtrat se spală cu apă rece pînă la reacţie neutră şi se usucă în aer liber. Produsul se purifică din etanol.

Se prezintă sub formă de cristale albe, prismatice, cu p. t.=70°C; uşor solubil în acetonă la rece şi în alcooli la uşoară încălzire (η=96%).

$C_{10}H_{10}O_5SCl_2$ (313,14); calculat: Cl hidrolizabil % 11,32;
găsit: Cl hidrolizabil % 11,45; 11,39.

2. *2-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetamida (II)*

10 g ester sulfoclorurat (I) şi 20 ml amoniac de 25% se amestecă intim, încălzind cîteva minute la circa 40°C, apoi se lasă în contact timp de 48 ore. Precipitatul format se filtrează şi se spală cu apă pentru îndepărtarea clorurii de amoniu. Randamentul este aproape cantitativ. Produsul se purifică din etanol diluat (30%) obţinînd cristali albi, aciculari, cu p. t. 206°C.

$C_8H_9O_4N_2SCl$ (264,66); calculat: N% 10,58;
găsit: N% 10,49; 10,55.

3. *Acidul 2-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (III)*

2,64 g din produsul (II) se supun hidrolizei prin încălzire cu 50 ml soluţie de hidroxid de sodiu de 2%, timp de o oră. Soluţia obţinută se purifică cu cărbune activ şi se acidulează la pH=3. Produsul filtrat se recristalizează din apă; p. t. 174°C.

Este uşor solubil în etanol şi alcalii.

$C_8H_8O_5NSCl$ (265,65); calculat: N% 5,27;
găsit: N% 5,28.

4. *2-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetatul de etil (IV)*

3,13 g ester sulfoclorurat (I) se solvă în 10 ml acetonă şi se tratează în porţiuni cu cantitatea necesară de amoniac (25%). În timpul amidării amestecul se răceşte de-

oarece reacţia este puternic exotermă. După 10 min de agitare masa se diluiază cu 50 ml apă iar produsul precipitat se filtrează, se spală cu apă şi se recristalizează din alcool (90%).

Substanţa este solubilă la cald în acetonă, etanol, esteri. Cristalizează în prisme albe, cu p. t. 132°C.

$C_{10}H_{12}O_5NSCl$ (293,70); calculat: N% 4,76;
găsit: N% 4,72; 4,75.

5. *Hidrazida acidului 2-clor-4-amidosulfonil-fenoxiacetic (V)*

2 g ester sulfonamidat (IV) se solvă în 10 ml etanol, se tratează cu 0,8 g hidrat de hidrazină, se încălzeşte sub reflux timp de 5 min şi se lasă să se răcească. Produsul filtrat se purifică din etanol 50%. Se prezintă sub formă de cristale prismatice cu p. t. 178°C.

Insolubilă în apă şi solvenţi, solubilă în acid clorhidric cu formarea clorhidratului; reacţionează cu aldehidele şi cetonele formînd hidrazonele corespunzătoare.

$C_8H_{10}O_4N_3SCl$ (279,67); calculat: N% 15,02;
găsit: N% 14,92.

Toţi derivaţii sulfamidaţi ai acizilor clorfenoxiacetici, menţionaţi în tabelul 1, se prepară în condiţiile arătate la primii cinci compuşi.

În tabelul 1 se specifică punctele de topire şi analizele substanţelor sintetizate.

Reacţia principală pentru sinteza derivaţilor sulfamidaţi ai acizilor clorfenoxiacetici este clorosulfonarea. Factorii care influenţează această reacţie sînt: raportul molar dintre ester şi acidul clorsulfonic (1/7), temperatura de reacţie, durata reacţiei şi modul de precipitare a sulfoclorurii.

Din lucrările anterioare [7] am constatat că esterii fenoxiacetici nehalogenaţi se clorosulfonează la rece (5°...20°C) rezultînd esterii clorosulfonaţi respectivi cu randamente mari. În cazul esterilor clor-fenoxiacetici temperatura la care are loc clorosulfonarea este mai ridicată şi depinde de poziţia ocupată de halogeni în nucleul benzenic precum şi de numărul lor.

Executînd reacţia de clorosulfonare la temperaturi variabile (5°...70°C) şi determinînd randamentele în sulfocloruri s-a trasat graficul din fig. 1. Timpul de reacţie s-a menţinut constant (o oră pentru 0,1 moli ester), raportul molar dintre reactanţi fiind 1/7.

Din grafic se constată că pentru fiecare ester clorurat corespunde o temperatură de reacţie optimă ce depinde de numărul atomilor de clor şi de poziţia lor în nucleul benzenic. Esterii cloruraţi în poziţia para sînt cei mai puţin reactivi, iar la esterii di-şi tri-cloruraţi reactivitatea scade accentuat.

Dacă se ridică temperatura peste limitele indicate şi se prelungeşte durata de reacţie, randamentul se micşorează datorită hidrolizei esterului sulfoclorurat.

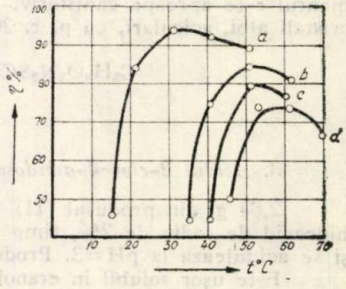


Fig. 1. — Variaţia randamentului cu temperatura.

a — sulfoclorura ester 2-clor-fenoxiacetic; *b* — sulfoclorura ester 4-clor-fenoxiacetic; *c* — sulfoclorura ester 2,5-diclor-fenoxiacetic; *d* — sulfoclorura ester 2,4-diclor-fenoxiacetic.

Deoarece derivaţii sulfamidaţi ai acizilor clor-fenoxiacetici pot găsi aplicaţii practice importante, este indicat un studiu detaliat al reacţiei de clorosulfonare a esterilor respectivi, pe care îl rezervăm pentru altă comunicare.

4. Concluzii

1. Esterii etilici ai acizilor clor-fenoxiacetici se pot clorosulfona cu un exces de 7 moli acid clorsulfonic, la încălzire moderată, rezultînd derivaţii sulfocloruraţi ai esterilor respectivi.

2. Randamentul în sulfocloruri depinde de raportul molar dintre reactanţi, de temperatura de reacţie şi durata procesului de clorosulfonare.

3. Fiecare ester are o temperatură optimă de reacţie, care depinde de poziţia atomilor de clor în nucleul benzenic şi de numărul lor.

4. Esterii sulfocloruraţi ai acizilor clor-fenoxiacetici se pot amida cu amoniac sau cu amine primare şi secundare, obţinîndu-se esterii amidosulfonil-fenoxiacetici corespunzători.

5. Esterii aminosulfonil-clor-fenoxiacetici reacţionează uşor cu hidratul de hidrazină rezultînd hidrazidele corespunzătoare, din care prin condensare cu aldehide şi cetone se pot obţine hidrazone.

6. S-au sintetizat 29 de compuşi noi; unii dintre ei au proprietăţi stimulatoare de creştere la plante.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de industrii organice

BIBLIOGRAFIE

1. Zimmerman P. W., Contribs Boice, 1942, **12**, p. 321.
2. Hamner C. L., Tukey H. B., Science, 1944, **100**, p. 155.
3. Canetto R., C. I., 1958, **80**, p. 18.
4. Heat O. V., Clark J. E., Nature, 1957, **180**, p. 1365.
5. Botez Gh., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, **VI (X)**, *3—4*, p. 133.
6. Donald E. H., *Chemistry of the Pesticides*. London, 1955, p. 386.
7. Botez Gh., Niţescu S., Teodorovici G, Cruceanu M., Rev. de Chim., 1959, **2**, p. 92.

SULFAMIDES DES ACIDES PHENOXIACETIQUES

Note V

Dérivés sulfamidés des acides chlorphénoxiacétiques

(Résumé)

Dans le but de trouver des produits nouveaux à action stimulatrice sur la croissance des plantes, les auteurs ont synthetisé une série de dérivés sulfamidés provenant des acides mono-di et trichloro-phénoxiacétiques.

Pour prèparer de tels composés on part des esthers des acides chlor-phénoxiacétiques qu'on soumet à la réaction de 7 mol d'acide chlorsulfonique a tempèrature modérée, en obtenant ainsi les esthers sulfochlorurés rèspectivs.

Ceux-ci peuvent être amidés avec de l'ammoniac ou avec des amines primaires et secondaires, en obtenant ainsi les esthers sulfamidés des acides chlor-phénoxiacetiques.

Par hydrolise ou bien par la hydrazidation de ceux-ci (des acides chlor-phénoxiacetiques), il résulte les acides ou les hydrazides correspondantes.

On a synthétisé 29 de nouveaux composés dont les uns présentent une action stimulatrice sur la croissance des plantes.

Explication des figures

Fig. 1. — La variation du rendement en fonction de la température. *a* — sulfochlorure esther 2-chlor-phénoxiacetique; *b* — sulfochlorure esther 4-chlor-phénoxiacetique; *c* — sulfochlorure esther 2,5-dichlor-phénoxiacetique; *d* — sulfochlorure esther 2,4-dichlor-phénoxiacetique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. D. 661.728 ; 678.76

SUR LE MÉCANISME DU GREFFAGE DE LA CELLULOSE AVEC DES MONOMÈRES VINYLIQUES PAR L'INTERMÉDIAIRE DES COLORANTS RÉACTIFS

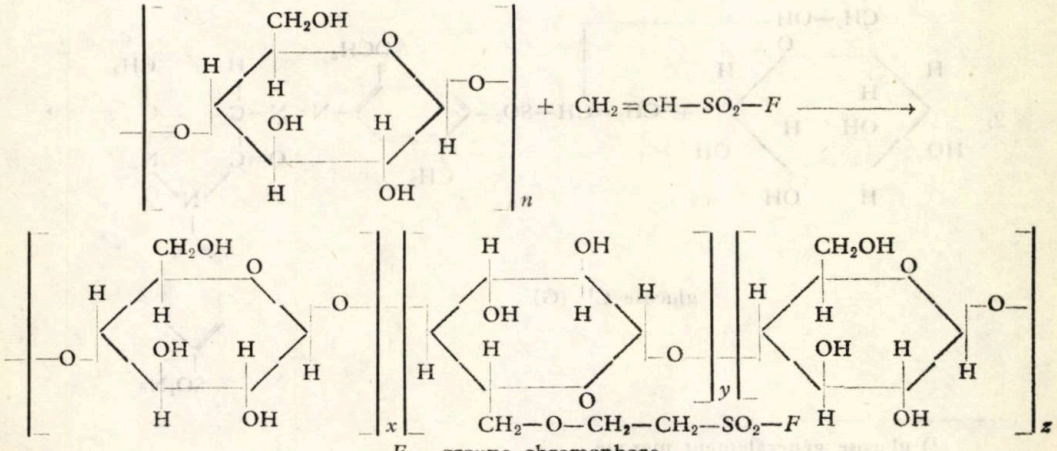
PAR

CRISTOFOR SIMIONESCU
membre de l'Académie de la R. P. R.
et
SEVERIAN DUMITRIU

1. Ces dernières années on a élaboré de nombreuses méthodes de greffage des polymères vinyliques sur la cellulose et ses dérivés. Les processus se réalisent, pour la plupart, par l'intermédiaire de certains macroradicaux de ces derniers [1]...[27].

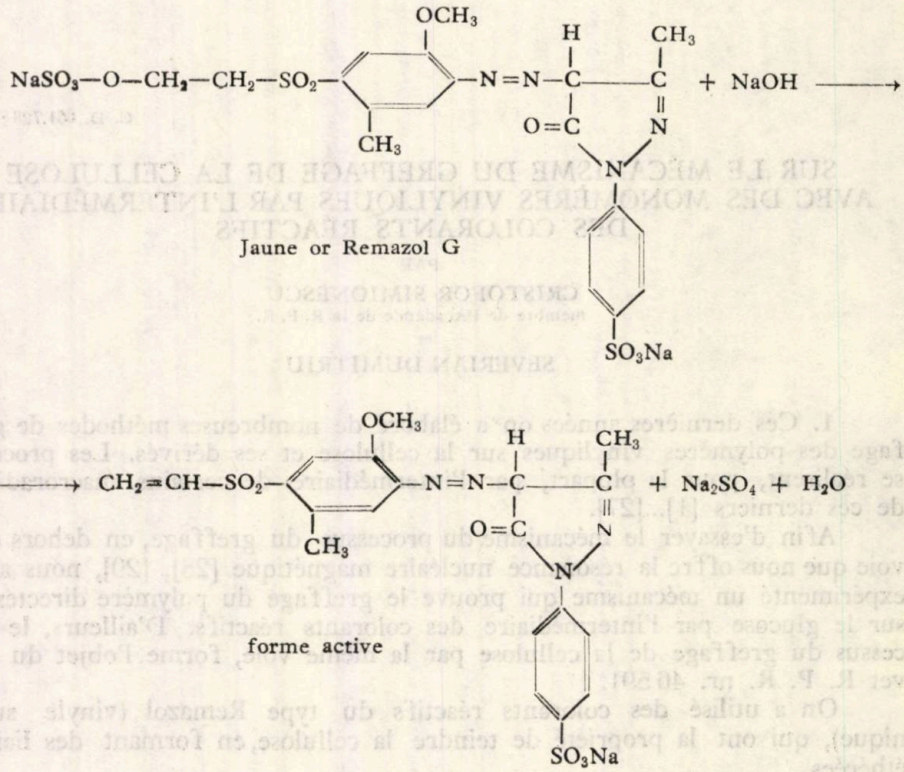
Afin d'essayer le mécanisme du processus du greffage, en dehors de la voie que nous offre la résonance nucléaire magnétique [28], [29], nous avons expérimenté un mécanisme qui prouve le greffage du polymère directement sur le glucose par l'intermédiaire des colorants réactifs. D'ailleurs, le processus du greffage de la cellulose par la même voie, forme l'objet du Brevet R. P. R. nr. 46 591.

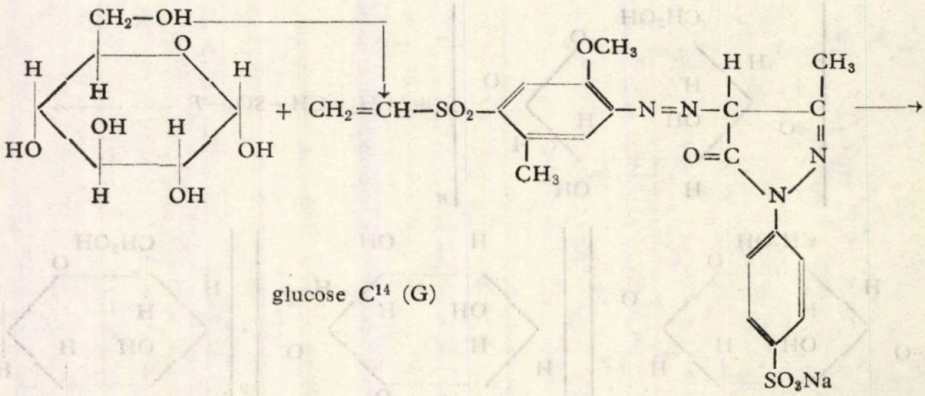
On a utilisé des colorants réactifs du type Remazol (vinyle sulfonique), qui ont la propriété de teindre la cellulose, en formant des liaisons éthérées.



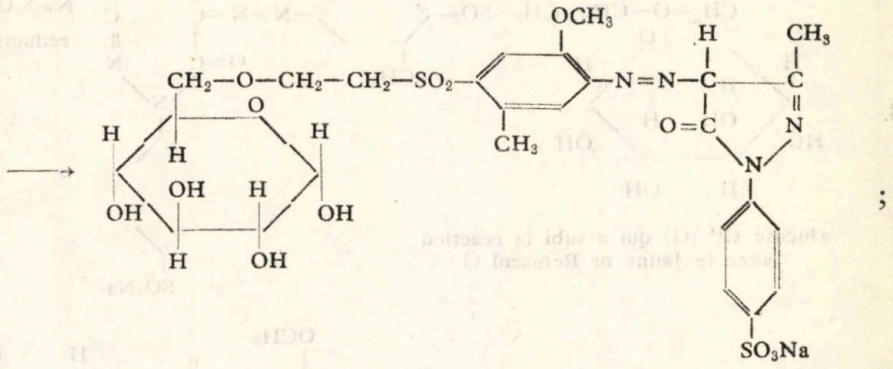
F — groupe chromophore

De façon similaire, en partant du *d*-glucose non-marqué ou du glucose C^{14} (G) [1]) et du Jaune or Remazol G [30], qui présente la propriété de réagir à la température de la chambre, on a obtenu le radical qui initie la polymérisation du monomère vinylique (acrilonitrile) conformément aux réactions :

1. 

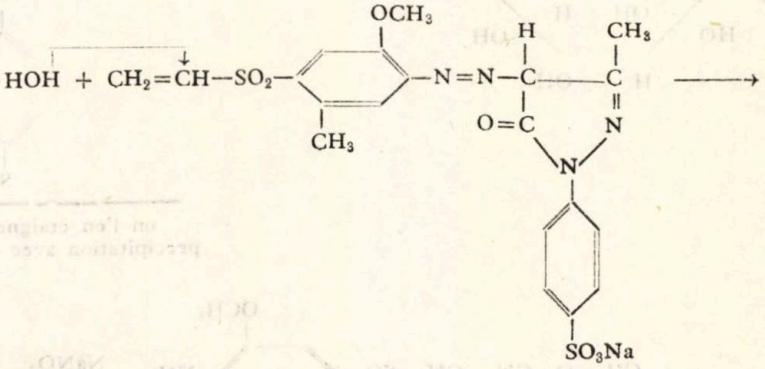
2. 

[1]) glucose généralement marqué.

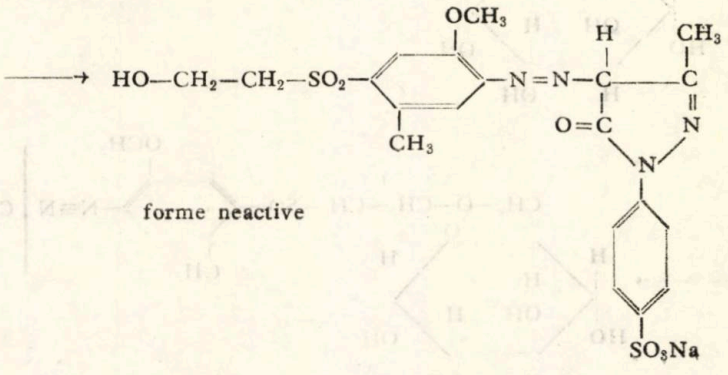


;

dans un milieu aqueux a lieu aussi la réaction secondaire (nr. 3):

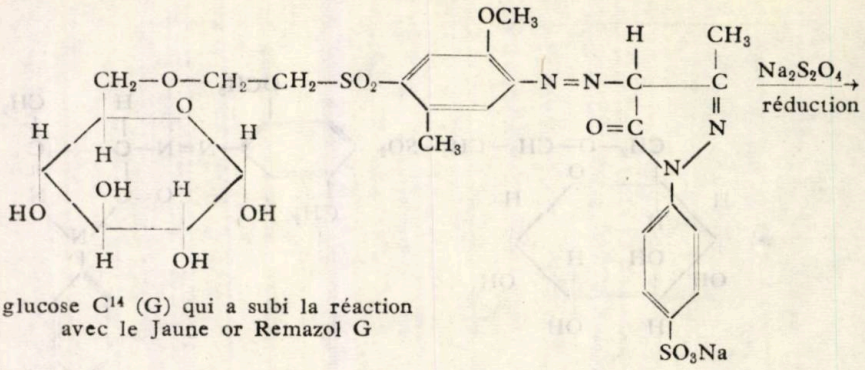


3.

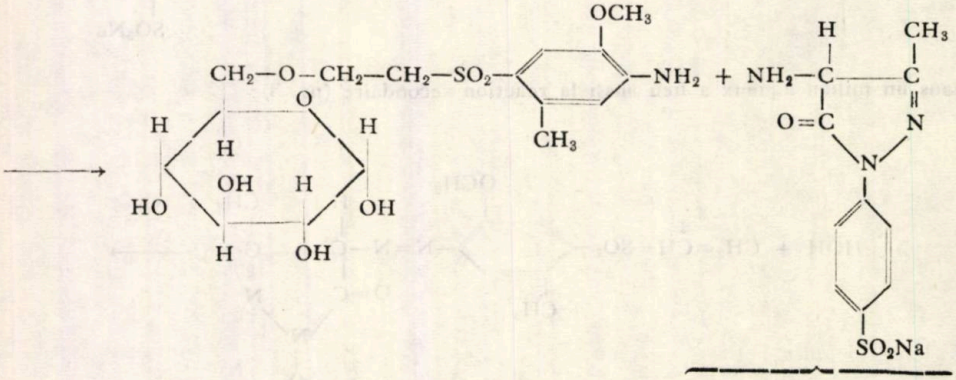


forme neactive

4.

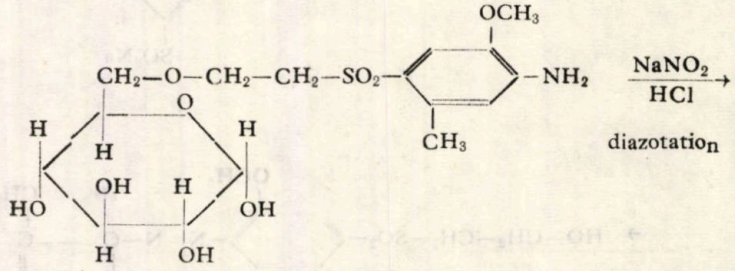


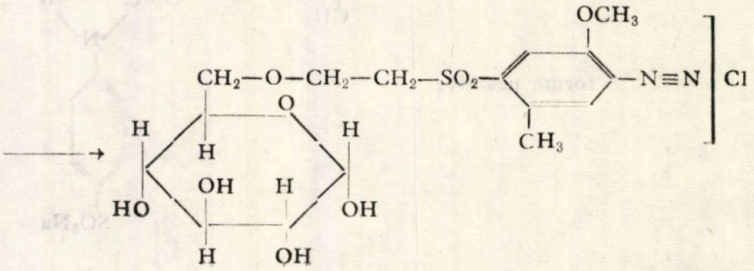
glucose C^{14} (G) qui a subi la réaction avec le Jaune or Remazol G



on l'en étaigne par précipitation avec du $BaCl_2$

5.





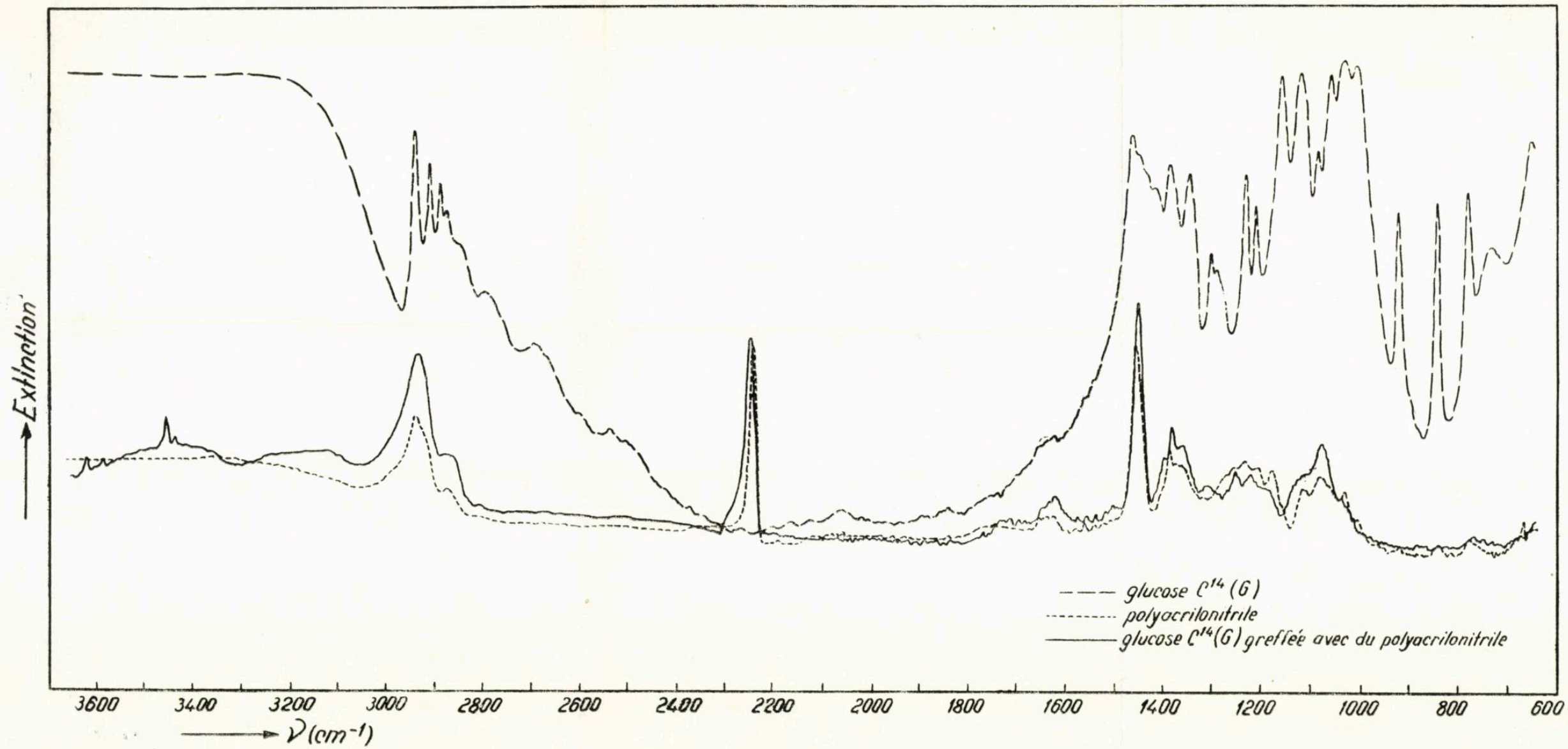
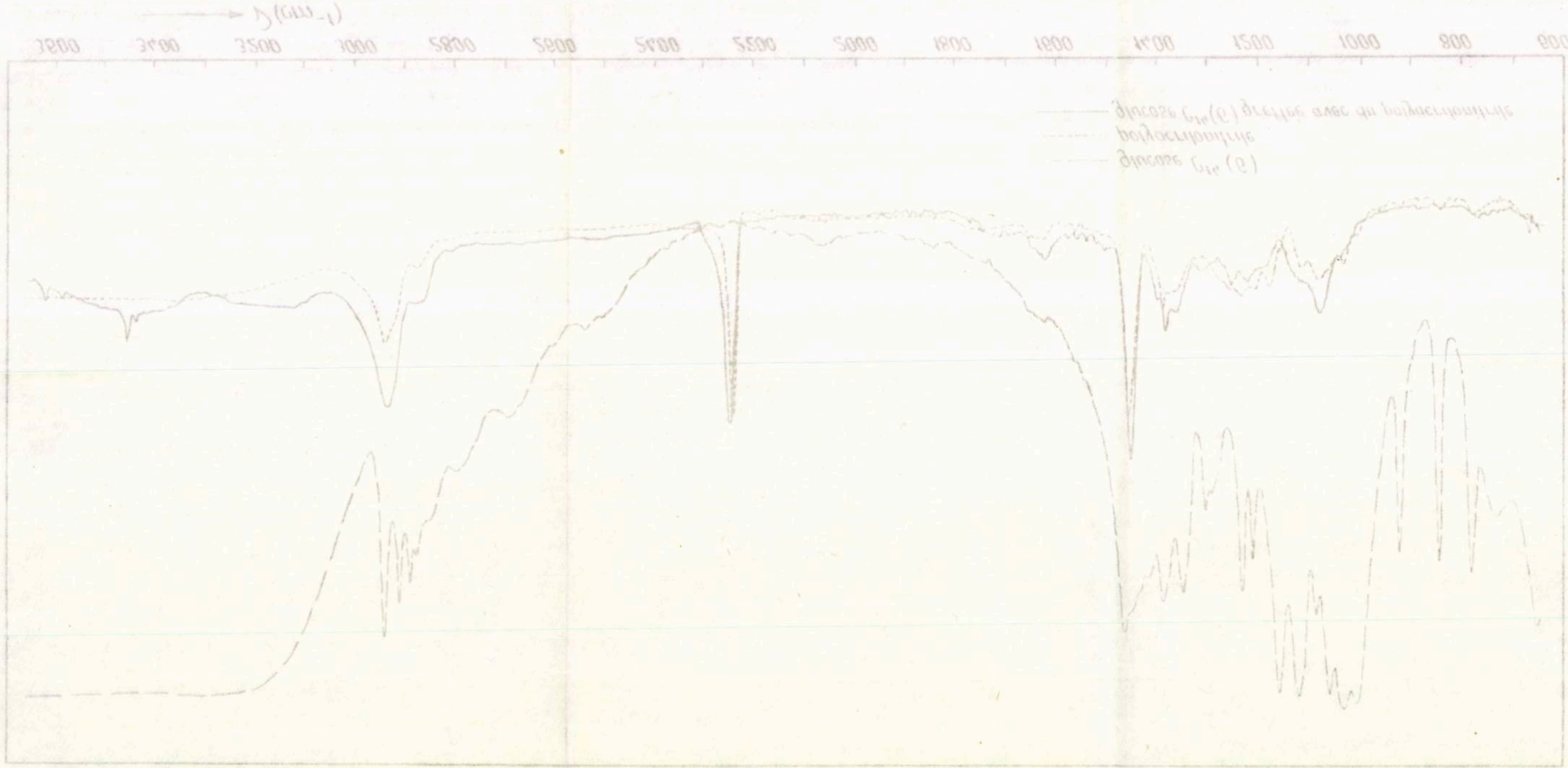
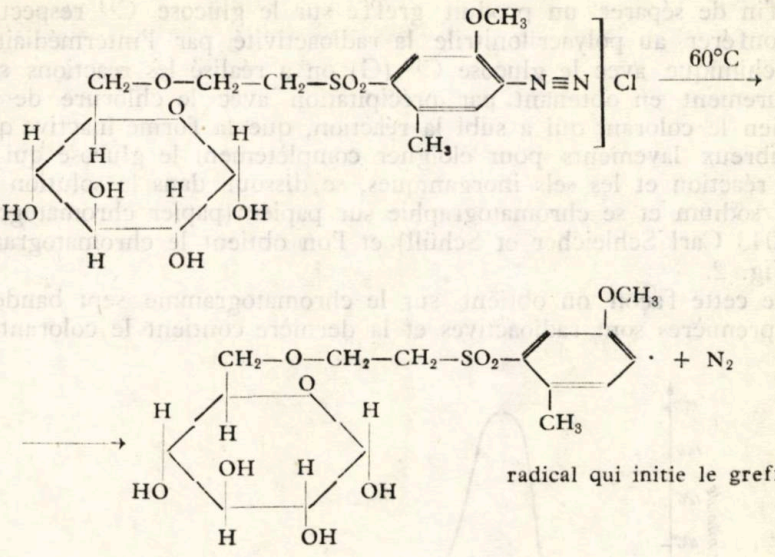

Extinction
glucose C14 (G)
polyacrilonitrile
glucose C14(G) greffée avec du polyacrilonitrile
3600
3400
3200
3000
2800
2600
2400
2200
2000
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
ν (cm-1)

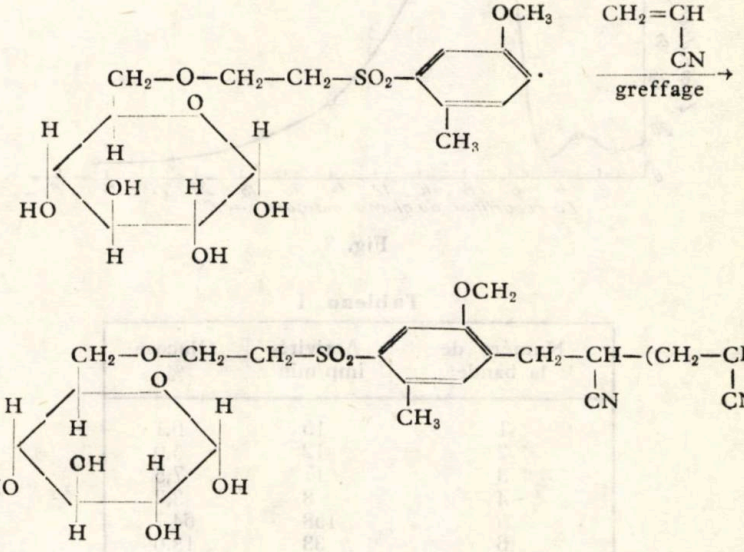
Fig. 1



6.



7.



glucose C^{14} (G) greffée avec du polyacrilonitrile

2. L'étude du glucose greffé avec du polyacrilonitrile après plusieurs dissolutions et précipitations préalables du diméthyle formamide, a été réalisée à l'aide du spectroscope (Unicam U. R. 100) et aussi radiochimiquement.

Le spectre du glucose greffé (fig. 1) présente des absorptions à 1080, 1 220, 1 250, 1 320, 1 400, 1 620, 3 200—3 600 cm^{-1} et prouve l'existence du polyacrilonitrile relié chimiquement au glucose.

Afin de séparer un produit greffé sur le glucose C^{14} respectivement pour conférer au polyacrilonitrile la radioactivité par l'intermédiaire de la liaison chimique avec le glucose C^{14} (G) on a réalisé les réactions spécifées antérieurement en obtenant par précipitation avec le chlorure de baryum aussi bien le colorant qui a subi la réaction, que la forme inactive qui après de nombreux lavements pour éloigner complètement le glucose qui n'a pas subi la réaction et les sels inorganiques, se dissout dans la solution de sulfate de sodium et se chromatographie sur papier (papier chromatographique type 2043 Carl Schleicher et Schüll) et l'on obtient le chromatogramme de de la fig. 2.

De cette façon on obtient sur le chromatogramme sept bandes, dont les six premières sont radioactives et la dernière contient le colorant inactif.

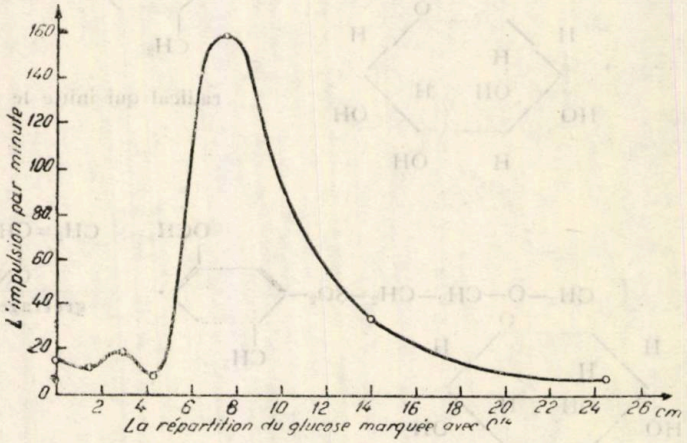


Fig. 3

Tableau 1

Numéro de la bande	Activité imp/min	Glucose %
1	15	6,1
2	12	5,0
3	17	7,5
4	8	3,2
5	158	64,7
6	33	13,0

Les bandes *1...4* contiennent le glucose qui a subi la réaction avec deux molécules de colorant, tandis que la bande *5* contient le glucose qui a subi la réaction avec une molécule de colorant. Enfin, dans la bande *6* il semble être question d'un produit dans lequel le colorant se trouve sous une forme dégradée.

Dans le tableau 1 et la fig. 3 on indique les activités, respectivement les pourcentages de glucose, reliés chimiquement dans les six premières bandes

Fig. 12

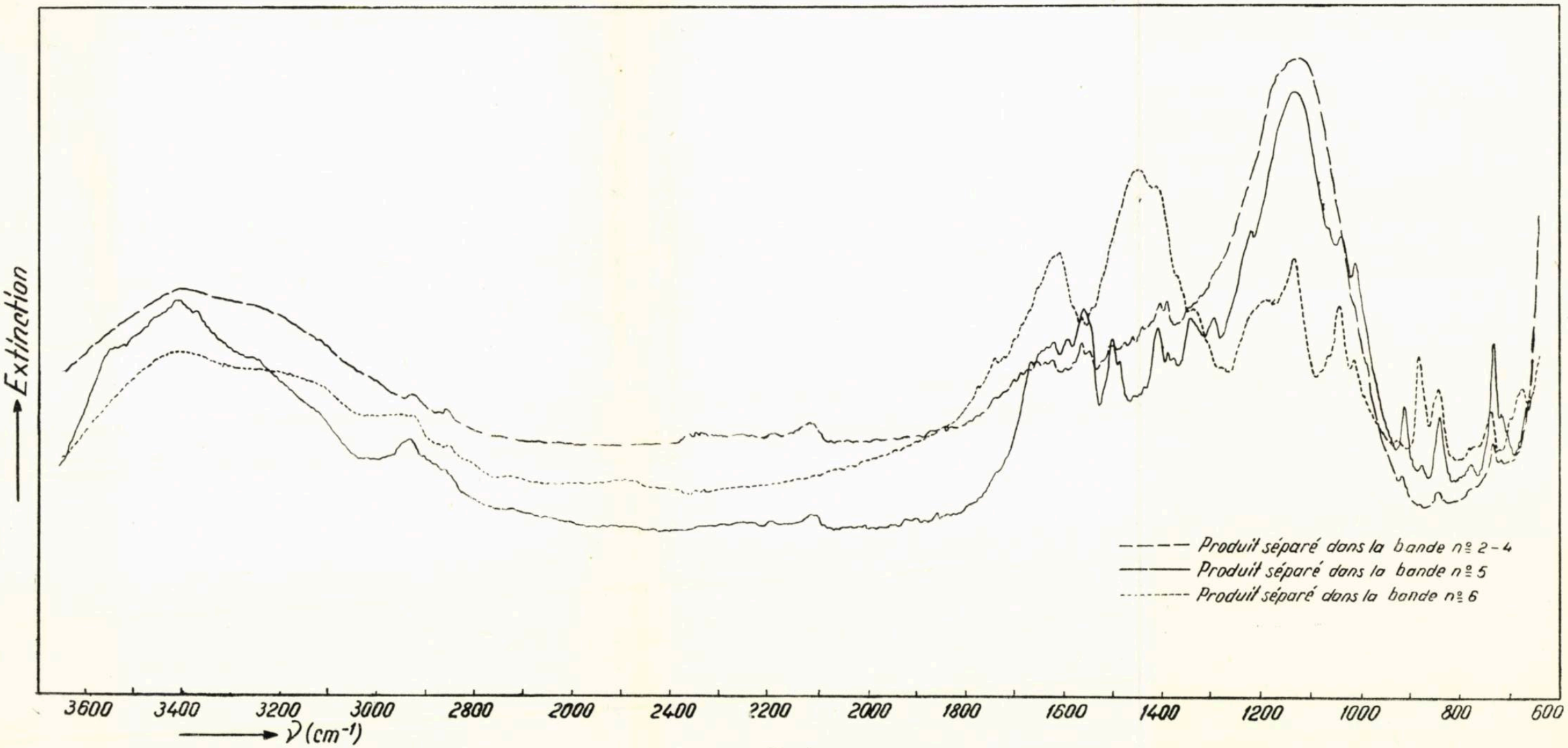
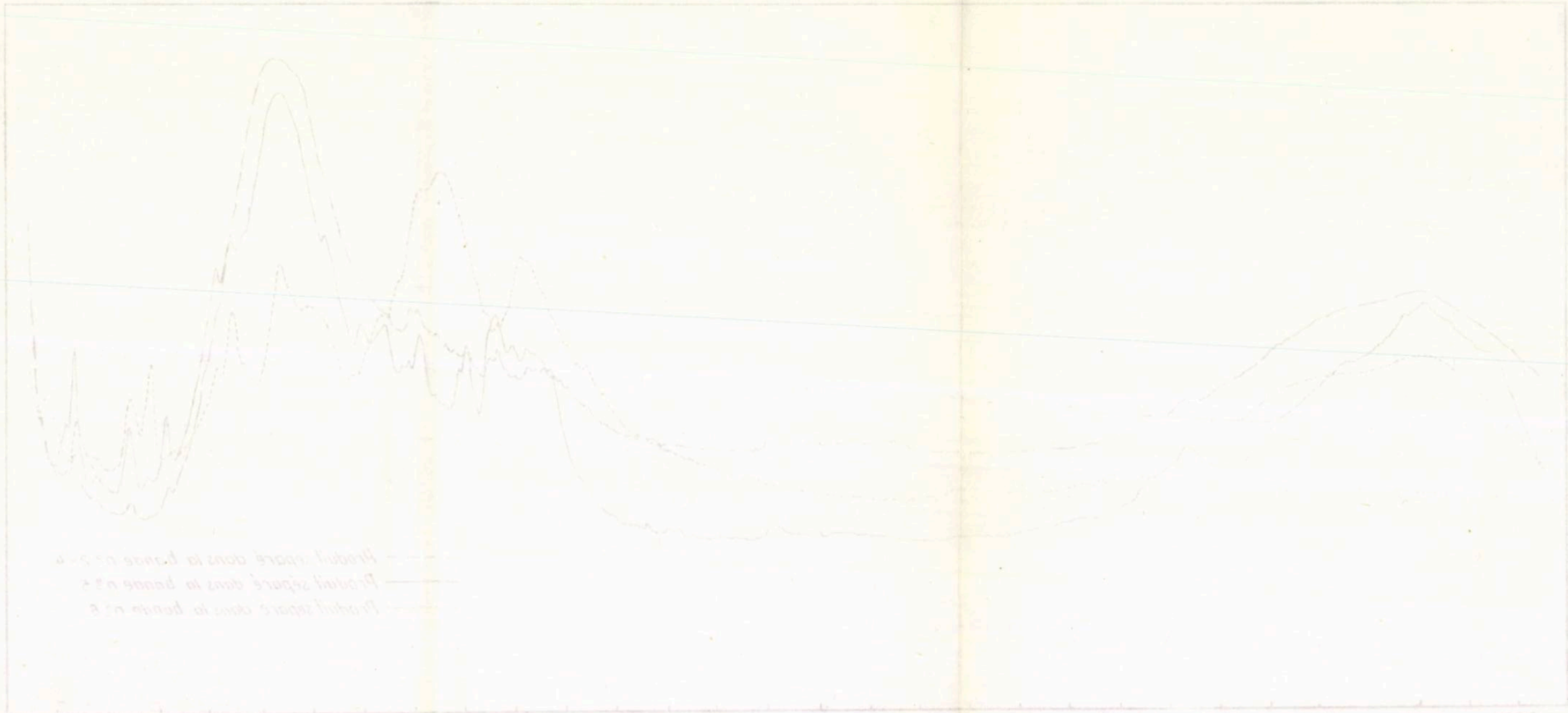

Extinction
3600
3400
3200
3000
2800
2000
2400
?200
2000
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
ν (cm⁻¹)
Produit séparé dans la bande n° 2-4
Produit séparé dans la bande n° 5
Produit séparé dans la bande n° 6

Fig. 4



chromatographiques; le tableau 2 contient l'activité des produits élués et purifiés par cristallisation du méthanol-isopropanol [31].

Tableau 2

Nature du produit	Quantité g	Activité imp/min. g	%
Des bandes 2...4 éluées ensemble et cristallisées	0,0429	1 110	18,1
Idem qui n'a pas cristallisé	0,0086	950	3,7
De la bande 5 cristallisé	0,0535	4 800	22,6
De la bande 5 noncristallisé	0,1181	1 346	49,5
De la bande 6 cristallisé	0,0134	7 910	5,6

3. Les conclusions ci-dessus concernent la nature des constituants des bandes chromatographiques, résultant de l'interprétation des tableaux et des spectres de l'infrarouge (fig. 4).

Il est évident que dans la bande *5* il a été retenu un produit de réaction entre le glucose radioactif et une molécule de colorant de même que dans les bandes *2...4* le glucose a réagi avec deux molécules de colorant. Apres les processus qui mènent au greffage (réactions 4...7) et la purification du produit greffé par dissolutions et précipitations répétées du diméthyle formamide, en éliminant ainsi les traces éventuelles de glucose englobé dans la polymère, on a procédé à la détermination de la radioactivité, et l'on a obtenu les résultats du tableau 3.

Tableau 3

Nr. de l'épreuve	Produit pris dans le travail g	Activité imp/min g	Temps de polymérisation min	Polymère rezulté g	Activité du polymère imp/min. g
1	0,0180	4 800	3	0,0134	373
2	0,0180	4 800	20	0,1040	280
3	0,0230	10 867	20	0,1530	520

Il résulte donc aussi bien spectroscopiquement que radiochimiquement, l'existence du glucose sur lequel on a greffé le polyacrilonitrile, par l'intermédiaire des radicaux produits par le colorant réactif. Comme l'on sait [32] ce processus de greffage se réalise principalement là où réagit le colorant, respectivement au groupe alcoolique primaire.

Reçue le 16 XII 1964

Institut polytechnique, Jassy,
Chaire de chimie du papier, cellulose et fibres artificielles

BIBLIOGRAPHIE

1. Simionescu Cr., Feldman D., Vasiliu C., Faserforsch. u. Textiltechn. 1962, **13**, S. 70.
2. Vasiliu C., Feldman D., Simionescu Cr., Faserforsch. u. Textiltechn., 1963, **14**, S. 63.

3. Simionescu Cr., Feldman D., Oprea S., Rev. Rom. de Chimie, 1964, **9**, *1*, p. 65.
4. Исправникова А. Г., Слеткина Л. С., Роговин З. А., Высокомол. соед., 1962, **4**, *12*, стр. 1790.
5. Роговин З. А., Сун-Тун, Вирник Н. Д., Хвостенко Н. М., Высоком. соед., 1962, **4**, стр. 571.
6. Martin Guzman G., Quimica e Industria, 1962, 9, p. 169.
7. Сун-Тун, Лу-Жин, Роговин З. А., Высокомол. соед., 1963, **5**, *1*, стр. 18.
8. Hermans J. J., Pure and Appl. Chem., 1962, **5**, *1—2*, p. 147.
9. Schwenker R. F., jr., Pacsu E., TAPPI, 1963, **46**, *11*, p. 665.
10. Krässig H. A., TAPPI, 1963, **46**, *11*, p. 654.
11. Ikuo S., Seiji O., J. of Appl. Polymer Sci., 1963, **7**, *6*, p. 2067.
12. Sobue H., Motsuzaki K., Komagata H., Ishida A., J. of Polymer Sci., 1963, **C**, *2*, p. 415.
13. Kulkarni A. Y., Chitale A. G., Vaidya B. K., Metha P. C., J. of Appl. Polymer Sci., 1963, **7**, p. 1581.
14. Geacintov N., Stannet V., Abrahanson W., Makromolek. Chem., 1959, **66**, p. 36.
15. Schurtze I., Papier, 1962, **16**, p. 525.
16. Sakurada J., Sokoguchi J., J. of the Text. a. Cellulose Ind., Japan, 1962, **18**, p. 9.
17. Saukolia S. M., Roy Schaudhuri D. K., Hermans J. J., Canadian J. of Chem., 1962, **40**, p. 12.
18. Ceresa R., J. Polymer Sci., 1961, **2**, *2*, p. 213.
19. Kesting R. E., Stannet V., Makromolek. Chem., 1963, **65**, p. 247.
20. Ide F., Kagyo Kagaku Zasshi, 1962, **65**, p. 88.
21. Richard G. N., J. of Appl. Polymer Sci., 1961, **5**, *17*, p. 556.
22. Ide F., Takayama J., J. Polymer Sci., 1940, **47**, *149*, p. 259.
23. Sebbon-Danon J., J. Polymer Sci., 1960, **48**, p. 121.
24. Ide F., J. Chem. Soc. Japan, 1962, **65**, *1*, p. 82.
25. Ide F., J. Chem. Soc. Japan, 1961, **64**, *5*, p. 925.
26. Huaug R. Y. M., Immergut B., Immergut E. H., Rapsson W. H., J. Polymer Sci., 1963, **A**, *1*, p. 1257.
27. Richard G. N., J. of Appl. Polymer Sci., 1961, **5**, *17*, p. 553.
28. Park G. S., Nature, 1964, **202**, *4930*, p. 389.
29. Bernard O. R., Thèse, Fac. des Sci. de l'Univ. de Grenoble, 1963.
30. Panchartek J., Allon Z. J., Paskaĉil J., Coll. of czech. chem. commun., 1962, **27**, *1*, p. 268.
31. Bohnert E., Mell. Textilberichte, 1961, **42**, *10*, S. 1156.
32. Wegmann J., Mell. Textilberichte, 1958, **39**, *9*, S. 1006.

ASUPRA MECANISMULUI DE GREFARE A CELULOZEI CU MONOMERI VINILICI PRIN INTERMEDIUL COLORANŢILOR REACTIVI

(Rezumat)

Pentru a încerca mecanismul procesului de grefare, în afara căii pe care o oferă rezonanţa nucleară magnetică, s-a experimentat un mecanism care dovedeşte grefarea polimerului direct pe glucoză prin intermediul coloranţilor reactivi. S-au utilizat coloranţi reactivi de tip Remazol (vinil sulfonic) care are proprietatea de a colora celuloza, formînd legături eterice. Cercetarea efectuată spectroscopic şi radiochimic atestă existenţa glucozei pe care s-a grefat poliacrilonitril prin intermediul radicalilor produşi de colorantul reactiv.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 1–2, 1964

C. Z. 675.041

CONTRIBUŢII LA CUNOAŞTEREA SPECIILOR DE ARIN INDIGEN ALNUS GLUTINOSA ŞI ALNUS INCANA CA MATERIAL TANANT

DE

GH. ALEXA, LIDIA BORŞ şi EMIL MATEI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Speciile de arin n-au fost studiate pînă acum ca material tanant la noi în ţară.

Despre cultura speciilor de arin M. P e t c u ţ a scris o lucrare [1] în care dă date amănunţite privind aria de răspîndire a arinului în Europa şi în ţara noastră, condiţiile de dezvoltare a arborilor, utilizarea lor etc. Şi alte lucrări tratează despre arin, unele sub raport botanic şi silvic [2], [3], altele sub raportul valorii tanice a acestei specii [4].

Arinul negru şi arinul alb sînt foarte răspîndiţi în toată Europa în lungul cursului apelor sau în părţile umede ale pădurilor şi pămînturilor [1], [4].

Arinul negru, A l n u s g l u t i n o s a G a e r t n., este un arbore cu fusul drept ce atinge înălţimea de 20...25 m. El creşte repede în tinereţe, atingînd un maximum către vîrsta de 30 ani. În stare sănătoasă trăieşte pînă la 100...120 ani. Înrădăcinarea arinului negru este puternică. În stare izolată fructifică la 10...15 ani, iar în masiv către 40 ani. Înfloreşte devreme, cu 2...3 săptămîni înainte de înfrunzire. Conurile care închid fructele, în formă de mici nucuşoare, se coc în octombrie rămînînd în copac pînă în primăvară. În noiembrie aripile conurilor se desfac şi sămînţa începe să cadă o dată cu sfîrşitul toamnei şi pînă la începutul primăverii.

La munte şi în regiunea de dealuri arinul negru se găseşte atît pe luncile rîurilor cît şi pe versanţi, unde se întîlneşte pe pajiştile umede şi în mlaştinile cu apă bogată în substanţe minerale.

Limita altitudinală a arinului negru, sub formă de buchete, este de 750 m în Carpaţii Orientali (Căliman, Harghita, Gheorghieni) şi în Carpaţii Meridionali, în stare izolată ajungînd pînă la 850 m, uneori şi mai sus. În Munţii Apuseni rămîne ceva mai jos, în medie cam la 500 m în văi. Pe văile înguste rămîne mai jos decît în cele mai largi; în valea Ialomiţei se întîlneşte pînă la 600 m, iar pe valea Prahovei înaintează pînă la 800 m.

În regiunea de cîmpie prezenţa lui e legată de albia rîurilor sau de ţinuturile cu apă freatică la suprafaţă (în regiunea de divagare la Nucet şi la Obîrşia Călmăţuiului). Se mai găseşte de asemenea în Lunca Dunării (la Giurgiu şi Olteniţa) şi în Delta Dunării.

Arinul alb, A l n u s i n c a n a, este mai mic decît arinul negru, cu portul mai puţin frumos. În tinereţe creşte la fel de repede ca şi arinul negru, dar maximul creşterii medii se realizează mai devreme, la 10...15 ani. Vîrsta pînă la care lemnul se păs-

trează sănătos este mult mai mică decît la arinul negru: 40...50 ani pe solurile bune şi 20...25 ani pe cele slabe.

Fructifică şi el de timpuriu: tulpinile din sămînţă la 15 ani, iar cele din lăstari la 6...7 ani. Înfloreşte cu 2...3 săptămîni mai devreme decît arinul negru, iar conurile lui se coc în a doua jumătate a lunii septembrie.

Arinul alb se găseşte pe aluviunile văilor din Carpaţi, urcîndu-se în lungul pîraielor şi pe versanţii alăturaţi pînă la înălţimi destul de mari. În părţile inferioare ale acestor văi el se găseşte împreună cu arinul negru, pentru ca în părţile superioare (cînd acestea sînt prea sus) să cedeze locul arinului verde.

În Carpaţii Orientali (munţii Gheorghieni, Harghita, Rodnei) şi în Carpaţii Meridionali se ridică în medie pînă la 1000 m. În Carpaţii Apuseni limita sa altitudinală este 930 m; în jos, în locuri deschise, arinul alb se opreşte la 700...800 m. Pe văi însă coboară mult mai mult: pe valea Ialomiţei şi în lunca Mureşului se găseşte la 180...120 m altitudine. Sub formă de buchete în regiunea de coline, de dealuri joase, rămîne la cca. 350...400 m altitudine.

Lemnul de arin negru, rezistent la putrezire, este folosit la lucrările sub apă, mai ales pentru poduri [1]...[3]. De asemenea se foloseşte în industria de mobile şi e socotit cel mai bun lemn pentru furnirul de aviaţie. Este întrebuinţat şi pentru modele în turnătorie, deoarece îşi schimbă prea puţin dimensiunile în condiţii de umiditate.

Coaja arinului negru conţine 9...16 % tanin [4], [1] şi e utilizată în micile tăbăcării din Balcani şi Turcia şi chiar în Italia şi Spania. Întrebuinţarea sa e totuşi localizată [4, p. 329]. Cu cît coaja e mai bătrînă, cu atît e mai săracă în tanin. Zemurile tanante fermentează uşor şi la tăbăcire dau o piele dură şi sfărămicioasă. Se întrebuinţează numai în amestec cu valonee, coajă de stejar etc. [4, p. 329].

Tot la tăbăcit împreună cu coaja se folosesc şi fructele de arin negru, care conţin de asemenea tanin [3]; coaja se folosea pentru vopsirea lînii în negru [2], [3].

Speciile de arin se pot dezvolta în terenuri apătoase şi de aluviune, care n-ar putea fi puse în valoare prin nici o altă specie [1], [3].

Arinul negru creşte repede, atingînd un volum anual de 10 m^3 la hectar. Prin plantarea arinului în terenurile degradate şi cele considerate neproductive (în partea de est a Deltei Dunării, o suprafaţă de peste 15 000 ha) şi prin refacerea pădurilor de arini se va putea produce anual aproximativ 300 000...400 000 m^3 lemn de lucru pentru industrie [3].

2. Rezultate experimentale

Pentru studierea speciilor de arin Alnus glutinosa Gaertn. (arin negru) şi Alnus incana Moench. (arin alb) în ceea ce priveşte valoarea lor tanică, am ales următoarele probe:

Arin negru: a) arbore de 15...20 ani, rădăcină şi trunchi; b) arbore de 60...70 ani, rădăcină, trunchi, ramură şi fructe.

Arin alb: fructe.

Probele au fost recoltate din bazinul Siretului, comuna Sireţel, ocolul silvic Paşcani, regiunea Iaşi. Lobdele din trunchi de 1 m lungime au fost recoltate la 1,5 m înălţime de la suprafaţa solului. Ramura a fost tăiată de la 12 m înălţime de sol. Fructele de arin negru şi arin alb au fost recoltate din pădurea Zamostea Luncă, ocolul silvic Dorohoi.

1. *Definirea materialului tanant*

Analiza tanică cantitativă s-a făcut pentru toate probele.

Rădăcina a fost mărunţită integral. De la trunchi şi ramură s-a analizat numai coaja, deoarece conţinutul de tanin s-a găsit mic. Informativ s-a făcut şi o analiză pentru lemn. Fructele au fost măcinate integral.

Analiza cantitativă a fost executată prin metoda agitării, după normele internaționale de analiză [5]. Extracția s-a făcut în difuzoare Koch. S-a colectat un volum de 1 000 ml în timp de 4 ore.

Conținutul în zaharuri s-a determinat la un extract diluat pînă la conținutul de 1 % tanin. S-a utilizat metoda iodometrică Appelius-Schmidt [6], [7].

Datele analitice medii, raportate la materialul tanant cu umiditate normală de 14,5 %, sînt înscrise în tabelul următor.

Tabelul 1

Date analitice pentru arin

Date analitice %	Arin negru							Arin alb
	arbore de 15...20 ani		arbore de 60...70 ani					
	rădăcină	trunchi coajă	rădăcină	trunchi		ramură coajă	fructe	fructe
				coajă	lemn			
Tanin	1,4	3,8	1,9	3,9	0,4	0,9	17,8	25,9
Netanin	6,4	7,6	4,7	5,0	0,6	1,7	5,2	5,1
Neextractibile și insolubile	77,8	74,3	79,0	76,7	84,5	81,4	62,6	54,4
Umiditate	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5
Subst. zahar.	—	—	—	—	—	—	5,0	—
Glucoză	—	—	—	—	—	—	3,6	—
Zaharoză	—	—	—	—	—	—	1,4	—
Cifra de puritate	18,2	33,6	28,8	43,7	37,1	33,3	77,5	83,4

În cazul materialelor cu conținut scăzut de tanin (rădăcină, lemn, ramură-coajă) s-a lucrat cu soluții sub concentrația analitică.

Din datele tabelului 1 se constată că rădăcina și lemnul din trunchi au un conținut în tanin foarte scăzut și o cifră de puritate mică. Similar, coaja de pe ramura arborelui este săracă în tanin.

Coaja arinului negru, atît a arborelui de 15...20 ani cît și a arborelui de 60...70 ani, conține relativ puțin tanin, mult mai puțin decît 9...16 %, cifră indicată în literatură [4], [1]. De asemenea nu se constată o variație sensibilă între conținutul de tanin al cojii arborelui de 15...20 ani și al arborelui de 50...60 ani.

Ceea ce este însă demn de remarcat este conținutul mare în tanin al fructelor de arin negru și în special de arin alb, precum și cifrele lor de puritate care sînt într-adevăr mari.

Conținutul de zahăr al fructelor de arin negru este comparabil cu conținutul de zahăr al altor fructe și materiale tanante [6], [7], [4].

2. *Analiza chimică calitativă*

Analiza chimică calitativă pentru determinarea naturii taninului din arin (catehinic sau pirogalic) s-a efectuat cu ajutorul reacţiilor indicate în tabelul 2.

Tabelul 2

Reacţii de caracterizare a taninurilor în grupe

Nr. crt.	Reacţia efectuată	Arin negru	
		trunchi-coajă	fructe
1	Reacţia cu formaldehidă prin fierbere 30 min	precipitat abundent, de culoare brună	precipitat puţin, de culoare brună
2	Reacţia cu apă de brom	precipită imediat	nici un precipitat
3	Reacţia cu acetat neutru de plumb şi tratarea filtratului cu soluţie de hidroxid de sodiu	coloraţie slab gălbuie	nu apare coloraţie galbenă
4	Reacţia cu acid acetic şi acetat de plumb		
	a) prin tratare directă	precipitat puţin de culoare brună	precipitat brun, apare imediat
	b) prin tratarea filtratului cu alaun de fier	coloraţie verzuie	coloraţie violet-brun
5	Reacţia cu sulfură de amoniu	precipitat brun, apare după un timp	precipitat brun, apare imediat
6	Reacţia cu alaun de fier în soluţie diluată	coloraţie verde	coloraţie albastră
7	Reacţia cu cromat	coloraţie oranj	coloraţie roşu-sînge

S-a lucrat cu soluţii de concentraţie analitică sau mai concentrate, după specificul reacţiei efectuate. S-au cercetat soluţii tanice de coajă şi fructe de arin negru.

Din analiza datelor din tabelul 2 rezultă că există o diferenţă de comportare a taninului din coaja de arin şi din fructele de arin faţă de reactivii specifici.

Taninul din arin pare a fi un amestec de tanin pirogalic şi pirocatehinic; în coaja din trunchi predomină taninul catechinic, iar în fructe taninul pirogalic.

3. *Determinarea constantelor chimice*

Constantele chimice variază după natura taninului. Ele caracterizează bine un tanin.

S-au determinat cîteva constante chimice (indici) pentru soluţia tanică din fructele de arin negru. În tabelul 3 se dau indicii caracteristici ai taninului din fructele de arin negru.

Tabelul 3

Constantele chimice pentru taninul din fructele de arin negru

Nr. crt.	Indicele	Valoarea
1	Indicele de alcool	0
2	Indicele de acetat de etil	0
3	Indicele de precipitare cu furfurol	9,7
4	Indicele de precipitare cu aldehidă formică	4,9

Indicele de alcool şi indicele de acetat de etil au fost determinaţi după Stiasny [4, p. 446]. Indicele de precipitare cu formol şi indicele de precipitare cu furfurol s-au determinat după Lauffmann [6], [7]. Ei au valori apropiate de ale indicilor altor fructe tanante (valoneea, mirobalane, divi-divi). Cifrele reprezintă valori medii din două determinări.

Soluţia de tanin formează cu alcool o opalescenţă care nu dispare nici prin filtrare prin hîrtie de filtru cantitativă bandă albastră, nici prin centrifugare la 6000 rot/min timp de 20 min.

La extracţia cu acetat de etil a soluţiei de tanin intens colorate, faza de acetat de etil se colorează slab în galben.

Indicele de alcool şi indicele de acetat de etil sînt practic egali cu zero.

4. *Temperatura optimă de extracţie*

Temperatura optimă de extracţie este temperatura la care se obţine extractul cu cel mai mare conţinut în tanin, conţinut care creşte o dată cu temperatura de extracţie pînă la o anumită temperatură specifică fiecărui material tanant. O extracţie peste această temperatură optimă duce la scăderea conţinutului de tanin al extractului. Conţinutul de netaninuri creşte de asemenea în acelaşi sens cu temperatura de extracţie, dar el nu este întotdeauna maxim o dată cu conţinutul în tanin, prezentînd uneori fluctuaţii în decursul extracţiei.

Temperatura optimă de extracţie pentru fructele de arin negru este înscrisă în tabelul 4.

Tabelul 4

Temperatura optimă de extracţie

Date analitice %	Temperatura °C				
	60	70	80	90	100
Tanin	14,4	15,9	16,1	17,2	17,2
Netanin	3,9	4,2	4,5	5,1	5,6
Neextractibile şi insolubile	67,2	65,4	64,9	63,7	63,0
Umiditate	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5
Cifra de puritate	78,7	79,1	78,2	77,0	75,4

După cum denotă analiza datelor din tabelul 4, conţinutul de tanin creşte cu temperature pînă la 90°C. Extracţia efectuată la 100°C dă un conţinut de tanin egal cu cel obţinut la 90°C, dar cifra de puritate scade. Se constată că cifra de puritate este maximă la 70°C, scăzînd la 90°C, cînd se extrage maximum de tanin.

Temperatura optimă de extracţie este 90°C.

5. *Astringenţa extractului*

Viteza de pătrundere în interiorul ţesutului dermic este invers proporţională cu dimensiunile particulelor de tanin. Pe de altă parte, cu cît sînt mai mari, particulele de tanin pot avea afinitate mai mare pentru fibra dermică.

Soluţiile de tanin reprezentînd sisteme polidisperse, prin tratarea lor cu cantităţi din ce în ce mai mari de sare, se precipită particule coloidale cu dimensiuni descrescînde. De fapt, la precipitarea cu sare intervine atît mărimea particulelor cît şi grupările hidrofile din moleculă.

Astringenţa extractului dă indicaţii asupra fazei de tanaj în care este util să se folosească extractul tanant.

Astringenţa taninului din fructele de arin negru a fost determinată pe un extract tanant cu 1 % tanin.

Tabelul 5

Astringenţa extractului tanant din fructele de arin negru

Nr. crt.	Tanin	Astringenţa %
1	Precipitat cu 11 % Na Cl	39,3
2	Precipitat cu 22 % Na Cl	14,3
3	Precipitat cu 33 % Na Cl	8,4
4	Neprecipitabil	38,0

Se constată că fructele de arin negru conţin în cantitate mare particule de tanin uşor precipitabile, adică particule cu dimensiuni mari sau cu puţine grupări hidrofile. Particulele de dimensiuni mijlocii şi mici se află în cantitate mai mică.

Repartiţia particulelor de tanin în fracţiuni precipitabile nu este proporţională cu cantităţile crescînde de sare.

Extractul de fructe de arin ar fi indicat în ultimele faze de tanaj în amestec cu alte extracte tanante mai puţin astringente.

6. *Indicele de fixare şi de combinare*

Indicele de fixare (sau puterea de fixare) reprezintă cantitatea de tanin absorbit sau fixat de 100 g pudră de piele, dintr-o soluţie de 6 % tanin, după o agitare de 3 ore sau 24 ore.

Indicele de combinare (sau puterea de legare) reprezintă cantitatea de tanin fixat ireversibil de 100 g pudră de piele după o agitare de 3 ore sau 24 ore.

S-a preparat un extract de tanin din fructele de arin negru cu circa 9 % conţinut în tanin. Extractul a fost centrifugat 30 min la 6000 rot/min

pentru îndepărtarea insolubilelor. Din soluția limpede s-a preparat o soluție de 6 % tanin, cu care după centrifugare s-au efectuat determinările după metoda F. Stather și H. Herfeld [6]. Rezultatele sînt înscrise în tabelul 6.

Tabelul 6

Indicele de fixare și indicele de combinare a extractului de fructe de arin negru

Caracteristici (%) \ Durata	3 ore	24 ore
Indicele de fixare	56,6	61,5
Indicele de combinare	22,4	35,0

3. Concluzii

1. Coaja de arin negru are un conținut de tanin relativ scăzut, cu mult sub limitele indicate în literatură. Cifra de puritate este scăzută.

Lemnul, rădăcina și ramurile nu au valoare tanică.

Fructele de arin negru și arin alb au însă un conținut bogat în tanin și cifra de puritate ridicată.

2. Natura taninului din arin: este un tanin combinat care aparține atît grupei catehinice de taninuri cît și grupei pirogalice. În fructe predomină taninurile pirogalice.

3. Temperatura optimă de extracție a taninului din fructele de arin negru este 90° C.

4. Extractul din fructele de arin negru conține mai mult particule ușor precipitabile cu sare. Poate fi utilizat în ultimele faze de tanaj.

5. Puterea de fixare și de combinare a taninului din fructele de arin negru este comparabilă cu a altor extracte tanante.

6. Avînd în vedere răspîndirea speciilor de arin la noi, accentul care se pune pe împădurirea multor terenuri din țara noastră cu această specie și conținutul ridicat de tanin din fructele de arin negru și de arin alb precum și valoarea cifrei de puritate deosebit de mare pentru fructe, *coaja de arin și în special fructele de arin negru și arin alb sînt indicate a se utiliza pentru prepararea extractelor tanante.*

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologia pielii, încălțămintei și marochinăriei
de piele și a tananților

BIBLIOGRAFIE

1. Petcuț M., *Cultura speciilor de anin. Considerațiuni și îndrumări practice pentru condițiile din Romînia.* Monitorul oficial și Imprimeriile statului, Imprimeria centrală, Buc., 1946.
2. Șerbănescu I., *Plantele din pădurile noastre.* Ed. Șt., Buc., 1959.
3. Rădulescu M., *Specii forestiere repede crescătoare.* ESPLS, Buc., 1952.

4. Meunier L., *La Tannerie.* Vol. **1**, Gauthier-Villard, Paris, 1951.
5. *** *Méthodes officielles d'analyse de la Société Internationale des Chimistes des industries du cuir.* London, 1938.
6. Küntzel A., *Gerbereichemisches Taschenbuch.* Ed. 6, Dresden u. Leipzig, 1955.
7. Bergmann M., *Handbuch der Gerbereichemie und Lederfabrikation.* **II.** Band, **I**, Teil, Julius Springer, Wien, 1931.

К ПОЗНАНИЮ МЕСТНЫХ ОЛЬХОВЫХ РЯДОВ ALNUS GLUTINOSA И ALNUS INCANA КАК ДУБИЛЬНОГО МАТЕРИАЛА

(Резюме)

Исследуется черная ольха (корень, ствол, кора, фрукты) и белая ольха (фрукты) румынского происхождения, что касается их таниннного значения. Кора черной ольхи содержит меньше танина, чем указано в литературе (3,8...3,9% вместо 9...16%). Цифра чистоты снижена (33,6...43,7).

Дерево, корень и ветви не предетавляют таниннной ценности.

Фрукты черной и белой ольхи содержат много танина (17,8% — черная и 25,9% — белая). Цифра чистоты очень велика (17,5% для черной и 83,4% для белой).

Танин черной ольхи по качественному анализу похоже, что принадлежит к классу пирогалловых и катехиновых танинов. В фруктах преобладает пирогалловый танин и в коре — кахетиновый.

Наилучшая температура добывания танина из фруктов черной ольхи —90°С.

Экстракт из фруктов черной ольхи содержит много небольших дубильных частиц легко осаждаемых солью. Этот экстракт может быть использован в последних дубильных фазах.

Показатели закрепления и комбинирования экстракта из фруктов черной ольхи схожи с показателями других дубильных экстрактов.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 675.024

ASUPRA FORMĂRII SEDIMENTULUI ÎN COMPONENŢA BUCHETULUI DE TĂBĂCIRE

DE

GH. BURGHELEA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

În fazele tăbăcirii vegetale a tălpii se formează aşa numitul „depozit" sau „nămol de bazin" care are o acţiune inhibitivă asupra pătrunderii. Asemenea depozite determină o utilizare parţială a potenţialului tanant al buchetului. Formarea nămolurilor se datoreşte însăşi structurii chimice a tananţilor. Natura chimică a tananţilor pirocatehinici, caracterul lor mai puţin hidrofil, determină ca în componenţa lor să intre o proporţie ridicată de particule mari, uşor salifiabile, care printr-un proces de condensare formează produşi înalt moleculari, cunoscuţi sub numele de flobafene [1], [2].

Asemenea extracte au fost făcute apte pentru tăbăcirea rapidă modernă prin procedeul sulfitării. Exemplul tipic îl constituie solubilizarea extractului de quebracho natural. Prin sulfitare extractul îşi măreşte solubilitatea furnizînd în tăbăcire zemuri cu dispersitate mărită, astringenţă mai scăzută şi cu pătrundere rapidă în piele.

Reducerea mărimii medii a moleculei tanice datorită grupelor sulfonice, oxisulfonice şi ionului sodiu este o caracteristică a sulfitării extractelor tanante [3]. Legarea acestora cu substanţa dermică conferă pieii un caracter mai hidrofil. Fără a subestima rolul important pe care îl joacă sulfitarea în solubilizarea extractelor tanante pirocatehinice, unii cercetători [4], [5] au arătat că asemenea extracte prezintă indici de tăbăcire inferiori.

În cazul extractelor tanante pirogalice cu un conţinut mai ridicat în particule mici, mai greu salifiabile, alături de produşii solubili apare şi o fracţiune greu solubilă constituită în cea mai mare parte din substanţe tanante care au pierdut stabilitatea lor de agregare, precum şi dintr-o serie de acizi ca produşi de hidroliză [6]...[9].

Cercetările au arătat că extractele de stejar, dizolvite în apă, furnizează cantităţi ridicate de sediment [10].

Utilizarea în buchetul de tăbăcire a unei proporţii de cca. 30% tanin pur din extractul de stejar „Argeş" poate să influenţeze prin gradul mic de dispersie nu numai pierderile de substanţe tanante ci şi absorbţia şi legarea lor cu substanţa dermică.

Lucrarea de faţă îşi propune să elucideze măsura în care componenţii buchetului de tăbăcire influenţează micşorarea sedimentului extractului de stejar.

2. Rezultate experimentale

Pentru tăbăcirea tălpii se utilizează în buchet extracte tanante, al căror conţinut procentual în tanin poate varia: 30% extract de stejar „Argeş", 9% extract din coajă de molid „Orăştie", 14...26% extract de quebracho (din

care 6...12% se pot înlocui cu mimoza), 5...10% valex sau valonee „Argeş", 25% sintani de tipul B.C.F., B.F.U., C.F. şi D.D.B.

În tabelul 1, pe lîngă extractele uzuale din buchet, se dă şi definirea a patru extracte de stejar „Argeş". Caracteristicile lor chimico-tehnologice au fost studiate într-o altă notă.

Analizele s-au efectuat conform STAS 1883-61, solubilele totale determinîndu-se prin metoda Bekefeld.

Din analiza datelor cuprinse în tabelul 1 se constată:

a) cifrele de raport ale extractelor de stejar luate în studiu cresc în ordinea: extract din lemn de stejar integral (necojit) netratat, extract din lemn de stejar cojit şi extract din lemn de stejar integral (necojit) cationizat, extract din lemn stejar „Jugoslavia"; cele mai mari cifre de raport le prezintă extractele de quebracho;

b) extractul de quebracho dă cele mai reduse cantităţi de insolubile;

c) cantităţi ridicate de săruri minerale se remarcă la extractul quebracho şi extractul „Orăştie", iar cele mai scăzute la extractul din lemn de stejar integral cationizat;

d) extractul de quebracho contribuie la deschiderea culorii zemurilor tăbăcitoare.

În continuare s-a determinat, la deferite concentraţii, sedimentul volumetric şi gravimetric al extractelor care intră în componenţa buchetului de tăbăcire (STAS 1883-61).

Sedimentul volumetric format s-a determinat după 24 ore, după care s-a determinat sedimentul gravimetric prin centrifugare timp de 30 min la 3000 rot/min, după metoda indicată de J. A. Sagoschen [11].

Rezultatele obţinute sînt înscrise în tabelul 2 şi fig. 1.

Din examinarea acestor date rezultă că în absenţa pieii gelatină:

a) toate extractele, cu excepţia tanantului sintetic B.C.F., depun o cantitate de sediment după 24 ore de la o anumită concentraţie; în mod similar sedimentul gravimetric se pune în evidenţă la toate extractele începînd cu o concentraţie specifică fiecărui extract;

b) extractul din coajă de molid „Orăştie" se caracterizează printr-un sediment volumetric important, în comparaţie cu care sedimentul gravimetric apare micşorat (tabelul 2). Rezultă că sedimentul volumetric al acestui extract se prezintă afînat;

c) toate extractele de stejar examinate prezintă cantităţi importante de sediment volumetric şi gravimetric (fig. 1) în comparaţie cu sedimentul celorlalte extracte din buchet. Cea mai mică cantitate de sediment volumetric şi gravimetric depune extractul tanant de stejar „Jugoslavia" şi extractul de stejar cojit „Argeşul". Se confirmă şi pe această cale că un conţinut ridicat în insolubile [10] precum şi structura cojii bătrîne de stejar determină creşterea sedimentului [12].

Soluţiile extractului din lemn de stejar (necojit) cationizat obţinut din zemuri de la bateria de difuzie tratate prin filtru cationic prezintă sedimente volumetrice mai mari cu cca. 8...10% decît soluţiile extractului din lemn de stejar integral (necojit). pH-ul extractului cationizat (pH=3,48), mai scăzut decît al extractului netratat (pH=4,11) conduce la concluzia că în acest caz există o mărire a gradului de asociere a particulelor tanante, o

Tabelul 1

Definirea extractelor

Date analitice	Extracte tanante %						
	lemn de stejar integral netratat „Argeş“	lemn de stejar cojit „Argeş“	lemn de stejar „Jugoslavia“	lemn de stejar integral cationizat „Argeş“	valonee „Argeş“	coajă de molid „Orăştie“	quebracho
Solubile totale	97,54	97,66	97,54	98,09	97,76	95,50	99,58
Insolubile	2,46	2,34	2,46	1,91	2,24	4,50	0,42
Substanţe tanante	59,32	62,42	66,14	64,13	68,06	53,90	83,12
Substanţe netanante	38,22	35,34	31,40	33,96	29,70	41,60	16,46
Cifre de raport	60,81	63,91	67,89	65,37	69,62	56,44	83,47
Cenuşă	3,00	3,09	3,14	1,47	3,84	6,61	5,30
Culori tintometrice cuvă grosime 1 cm							
galben	22,0	22,0	22,0	22,0	22,0	20,0	10,0
roşu	77	7,0	7,0	5,7	7,0	12,0	5,9
albastru	2,3	2,0	2,0	1,7	2,6	4,1	0,8

Tabelul 2

Sedimentarea în absenţa pieii gelatină

Greutate specifică gr/ml	Extracte tanante											
	valonee Argeş		Orăştie		quebracho		Romatan BCF		Romatan BFU		Romatan CF	
	volum.	grav.	volum.	grav.	volum.	grav.	volum.	grav.	volum.	grav.	volum.	grav.
1,0138	0,7	1,0	0	0,3	0	0	0	0	0	0	0	0
1,0280	0,7	1,2	2,0	1,8	0	0	0	0	0	0	0	0,1
1,0426	2,0	1,7	15,0	2,2	0	0	0	0	0	0	2,0	0,9
1,0576	3,0	2,2	20,0	2,1	0,4	0	0	0	0,4	0	2,0	2,2
1,0750	4,0	3,1	24,0	2,3	0,8	0,8	0	0,6	0,4	0,8	1,0	2,5
1,0731	4,0	3,7	25,0	2,8	1,0	1,8	0	1,4	1,0	1,0	1,0	1,1
1,0894	4,0	2,7	44,0	2,4	1,0	2,0	0	0,8	2,0	2,2	1,0	2,9

micşorare a stării de dispersie, o apropiere mai mare de starea de floculabilitate.

Sedimentul gravimetric al extractului cationizat este sensibil apropiat de valorile sedimentului celorlalte extracte. La cantităţi relativ egale de sediment gravimetric corespunzînd un sediment volumetric mai ridicat al extractului cationizat, rezultă că viteza de depunere a particulelor este în acest caz mai redusă şi deci sedimentul se prezintă mai afînat. Asemenea comportare s-ar putea datora schimbării raportului dintre aciditatea liberă şi conţinutul de săruri al extractului cationizat.

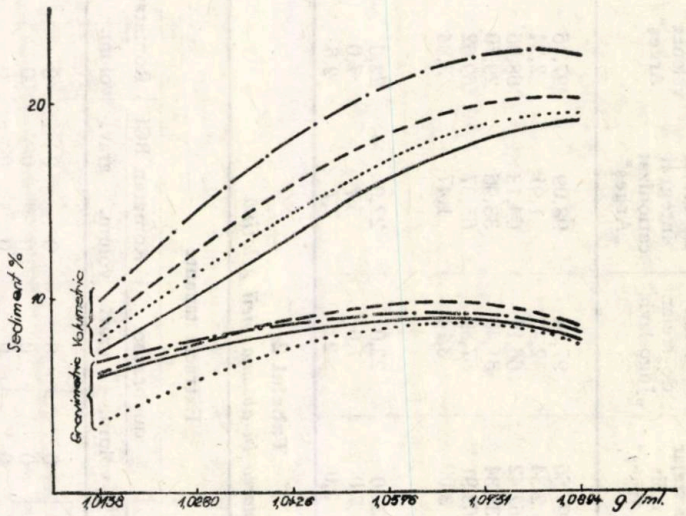


Fig. 1. — Variaţia sedimentului soluţiilor de extracte din lemn de stejar în absenţa pieii gelatină.
- - - - extract din lemn de stejar integral (necojit) „Argeş"; ——— extract din lemn de stejar cojit „Argeş"; ..... extract din lemn de stejar „Jugoslavia"; ——·—— extract din lemn de stejar integral (necojit) cationizat „Argeş".

Aciditatea extractului cationizat (indice de diferenţă al pH-ului 0,60 în comparaţie cu 0,35 al unui extract netratat) arată o predominare a acizilor organici al căror efect peptizant [13] poate determina o viteză mai mică de depunere a particulelor grosier disperse şi deci o afînare mai ridicată a sedimentului volumetric.

Trebuie remarcat că din încercările noastre comparative nu rezultă diferenţe fundamentale între comportarea la sedimentare a extractelor din lemn de stejar indigen „Argeşul" şi de stejar „Jugoslavia". Această caracteristică a fost remarcată şi relativ la alte extracte de stejar de proveniență diferită [8], [9], [14], [15].

Stadiul de dispersie al substanţelor tanante fiind funcţie de temperatură, am cercetat în ce măsură acest factor contribuie la micşorarea sedimentului. În acest scop s-au preparat soluţii de $d=1{,}065$ g/ml şi $d=1{,}0894$ g/ml din cele patru tipuri de extracte din lemn de stejar descrise mai sus.

Pe de altă parte s-au preparat la aceeaşi concetraţie, din extractul de stejar integral netratat, soluţii conţinînd componenţii unui buchet obişnuit de tăbăcire şi în care extractul de stejar a intrat cu cca. 30% tanin pur.

S-au determinat sedimentele volumetrice ale soluţiilor după 24 ore cît şi sedimentele gravimetrice la temperatura de 20° şi 37°C, în absenţa sau în prezenţa eşantioanelor de piele gelatină, semitătăcite, provenite de la o tăbăcire în bazine.

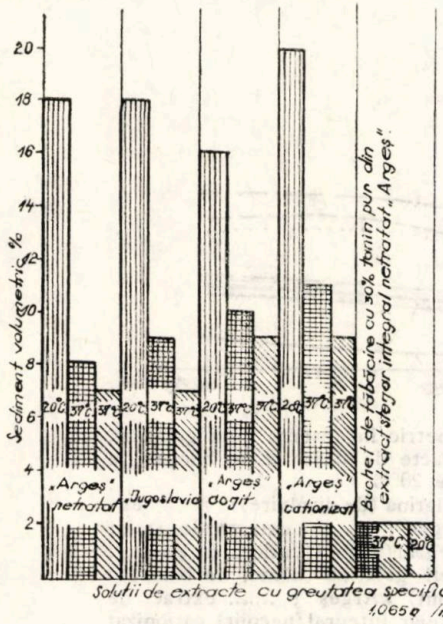


Fig. 2. — Variaţia, funcţie de temperatură, a sedimentului volumetric al soluţiei de extract de stejar, ca atare şi în buchet, în absenţa şi în prezenţa pieii gelatină. ▥, +++ sedimente în absenţa pieii gelatină; ▨ sedimente în prezenţa pieii gelatină.

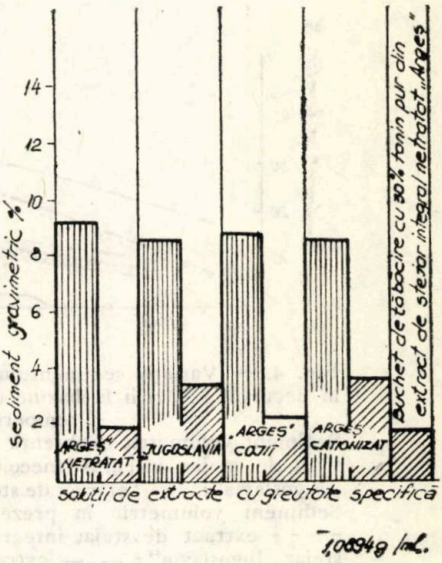


Fig. 3. — Variaţia, funcţie de temperatură, a sedimentului gravimetric al soluţiei de extract de stejar ca atare şi în buchet, în absenţa şi în prezenţa pieii gelatină. ▥ sedimente în absenţa pieii gelatină, la 20°C ; ▨ sedimente în prezenţa pieii gelatină, la 37°C.

Din analiza datelor înscrise în fig. 2 şi 3 rezultă că în timp ce sedimentele volumetrice ale extractelor de stejar la concentraţiile şi temperatura care interesează tăbăcitul la flotă sau la butoi, în absenţa sau în prezenţa pieii gelatină, la temperatura de 37°C, sînt reduse la jumătate din valoarea lor la 20°C, sub influenţa temperaturii sedimentele gravimetrice se micşorează cu cca. 60...80%. În prezenţa celorlalţi componenţi tăbăcitori ai buchetului sedimentele volumetrice ale extractului de stejar scad cu cca. 90%, iar sedimentul gravimetric cu cca. 80%.

Este evident că sub influenţa temperaturii fracţiunea particulelor grosier disperse trece în cea mai mare parte în domeniul coloid dispers devenind utilizabilă tocmai la concentraţiile unde se depune o cantitate maximă de astfel de insolubile (fig. 1).

În amestecuri de tananţi (în buchet), sedimentele extractelor de stejar se reduc apreciabil datorită efectului peptizant al componentelor. Acest efect dispersant este evident şi la temperatura mediului ambiant (20°C). Determinări de sedimente volumetrice în cursul pretăbăcirii la bazine cu extracte de stejar (fig. 4), efectuate pe staţiile pilot de la „Flacăra Roşie" şi „Fabrica de încălţăminte şi obiecte din piele, Cluj", arată că aşa numitul „nămol de bazine" al extractelor tanante de stejar netratat cationizat şi „Jugoslavia" este cu cca. 2 ori mai mare decît „sedimentul de dizolvire" al aceloraşi extracte.

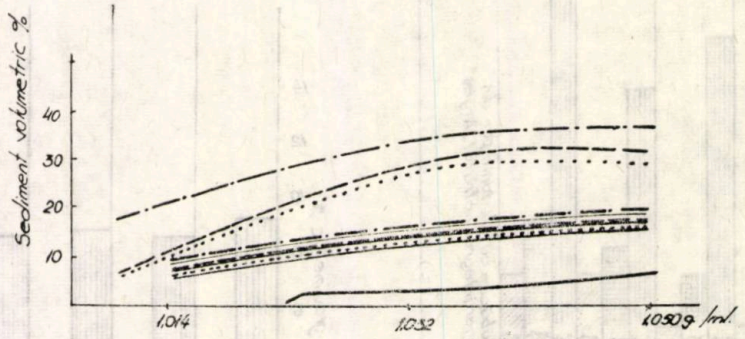


Fig. 4. — Variaţia sedimentului volumetric în absenţa pieii gelatină, în decursul tăbăcirii la bazine cu extracte de stejar şi în buchet, la temperatura de 20°C.
Sediment volumetric în absenţa pieii gelatină (de dizolvire): ——— extract de stejar integral (necojit) „Argeş"; ——— extract de stejar „Jugoslavia"; — · — · extract de stejar integral (necojit) cationizat „Argeş". Sediment volumetric în prezenţa pieii gelatină (nămol de bazine): - - - - extract de stejat integral (necojit) „Argeş"; ..... extract de stejar „Jugoslavia"; —.— extract de stejar integral (necojit) cationizat „Argeş"; ——— extracte tanante în amestec (buchet de tăbăcire).

Cercetarea nămolului de bazine al buchetului în sectorul vegetal al unei fabrici indică, după o uzură de 45 zile, sedimente volumetrice ce cresc de la 2...7% cu concentraţia bazinelor (fig. 4 şi fig. 5). Valorile date de nămolul de bazine sînt cu 70...80% mai mici decît pentru nămolul de bazine al extractelor de stejar. Peptizarea insolubilelor extractelor de stejar este astfel evidentă.

Se constată că la concentraţiile la care stabilitatea stării de agregare a extractelor tanante este cea mai mică (fig. 1), sedimentul depus la tăbăcirea la flotă capătă valori importante la temperatura de 20°C (fig. 5). Valoarea ridicată a sedimentului gravimetric indică prezenţa unor particule tanante grosier disperse, datorită în cea mai mare parte acumulării de asemenea nămoluri în decursul tăbăcirii. Faptul că sedimentele volumetrice şi gravimetrice prezintă la flotă valori de cca. 5 ori mai mari decît la butoi, se explică pe de o parte prin aceea că, în stadiul tăbăcirii la flotă, pielea ajunge pătrunsă în cea mai mare parte şi difuzia substanţelor tanante se încetineşte ca urmare a micşorării spaţiilor interfibilare şi a încărcării mai acide a pieii, ceea ce determină mărirea tendinţei la floculare şi la salifiere a zemurilor.

În decursul timpului (cca. 45 zile), o dată cu învechirea zemurilor se modifică condiţiile de dispersie a extractelor din buchet în sensul măririi treptate a particulelor solubile, ceea ce accentuează şi mai mult capacitatea de salifiere şi floculare prin acizi. La flotă, acestor factori li se adaugă şi concentraţia zemurilor, situată la punctul în care în genere extractele au gradul de dispersie cel mai mic, cu un conţinut ridicat în particule grosier disperse.

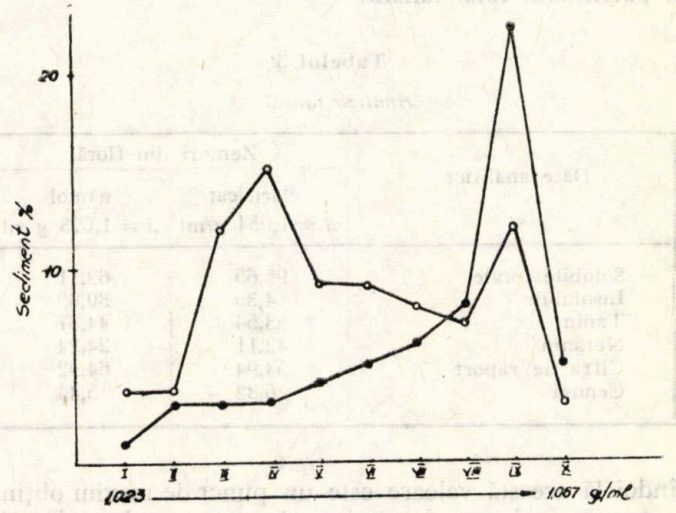


Fig. 5. — Variaţia sedimentului volumetric şi gravimetric al unui buchet de tăbăcire, la temperatura de 20°C.
• — • sediment volumetric; ○ — ○ sediment gravimetric;
I–VIII—bazine de pretăbăcire ; *IX*—flote ; *X*—butoi.

Concomitent, sub influenţa temperaturii, trec în zemuri mici resturi din substanţa dermică care contribuie la mărirea nămolului (4...5% din sedimentul volumetric). În acest domeniu cu dispersitate scăzută, sub influenţa încărcării pieii şi a îmbătrînirii zemurilor, la depunerea nămolului concură atît extractele de stejar caracterizate printr-o astringenţă ridicată şi valori ridicate ale sedimentelor de „dizolvire" şi de „bazin" (fig. 4), cît şi tananţii pirocatehinici din buchet, caracterizaţi printr-o mai mare astringenţă şi o tendinţă mult mai rapidă la floculare decît ale tananţilor pirogalici [1]. Pe de altă parte transvazarea zemurilor de concentraţie ridicată din flotă spre bazinele de tăbăcire se execută astfel încît se trec zemuri limpezite mecanic şi deci cantitatea de nămol la flote creşte. În acest nămol depus sînt antrenate şi particule tanante coloid disperse cu putere reală de tăbăcire, apropiate ca mărime de particulele grosier disperse şi necesare în acest stadiu al tăbăcirii (tabelul 3).

Din analiza datelor cuprinse în tabelul 3 rezultă că în nămolul acumulat pe fundul bazinelor de flotă se găseşte o cantitate apreciabilă de substanţe tanante cu o cifră de raport superioară zemii limpezi. Insolubilele

care se găsesc în cantitate mare în nămol se datoresc în parte şi resturilor proteice aflate pe fundul bazinelor.

Dacă tăbăcirea la flote ar decurge la temperatura de 20°C, nămolul acumulat ar determina neutilizarea după 45 zile de uzură a cca. 1/3 din totalul potenţialului tanant (tabelul 3 şi fig. 5). Prin încălzirea zemeurilor din flotă dispersitatea lor creşte, ceea ce determină scăderea sedimentului la jumătate din valoarea sa la 20°C (fig. 2). Sub influenţa acestui factor dispersant valoarea neutilizării după 45 zile de uzură s-ar cifra la cca. 1/6 din potenţialul total tanant.

Tabelul 3

Analiza tanică

Date analitice %	Zemuri din flotă	
	clarificat $d = 1{,}054$ g/ml	nămol $d = 1{,}073$ g/ml
Solubile totale	95,65	69,11
Insolubile	4,35	30,89
Tanin	53,54	44,87
Netanin	42,11	24,24
Cifra de raport	54,94	64,92
Cenuşă	6,32	5,44

Fără îndoială această valoare este un punct de maxim obţinut la capătul a 45 zile de uzură şi el este determinat de o acumulare în timp. Transvazarea de zemuri calde şi în prealabil agitate din flotă spre bazine ar duce la o micşorare mai accentuată a acestei valori şi la o utilizarea mai bună a potenţialului tanant al extractului vegetal, deoarece cu diluţia scade şi cantitatea de sediment depusă (fig. 5).

Din analiza sedimentelor depuse la bazine rezultă (fig. 5) că sedimentul gravimetric întrece pe cel volumetric. Se remarcă (fig. 6) că la creşterea conţinutului în substanţe tanante al bazinelor cantităţile de substanţe netanante rămîn relativ constante. Din cercetarea raportului substanţe tanante/substanţă netanantă se constată că el are valoarea 1 la bazinul VIII şi valoarea 1,5 la flotă. Aceasta se datoreşte transvazării de la flotă spre bazine a zemii limpezite, mai bogată în substanţă netanantă (tabelul 3). De la bazinul I spre VIII, în timp ce substanţele tanante cresc de la cca. 10 la 60 g/l, substanţele netanante cresc de la cca. 35 la 60 g/l. Din unele lucrări de specialitate [16] reiese că exagerarea tăbăcirii, prin păstrarea unui raport mic între substanţele tanante şi netanante în faza de pretăbăcire la bazine, determină o fixare mai puternică a substanţelor netanante pur organice şi a sărurilor minerale, limitînd fixarea substanţelor tanante şi putînd conduce la difuzia proteinelor în zemuri şi precipitarea lor sub formă de nămoluri.

Desăvîrşirea decalcificării are loc în primele bazine de tăbăcire şi prin neutralizarea alcalinităţii se formează săruri de calciu. Urmărind conţinutul de săruri al zemurilor în decursul tăbăcirii se constată, în cazul cercetat, că pe unitate tanică pot revini 0,1...1,2 unităţi de astfel de sărur

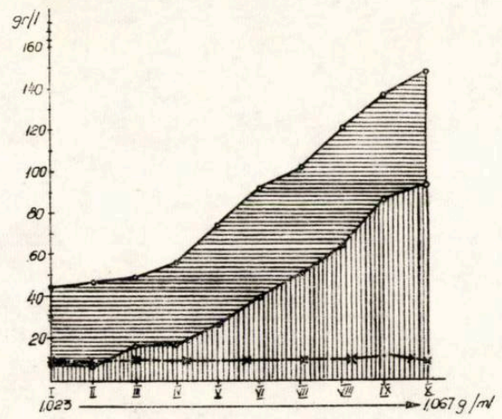


Fig. 6. — Variaţia conţinutului în substanţe tanante, substanţe netanante şi săruri minerale, în decursul tăbăcirii în buchet.

substanţe netanante; substanţe tanante; × —×— × cenuşă; *I–VIII* — bazine de pretăbăcire; *IX* — flote; *X* — butoi.

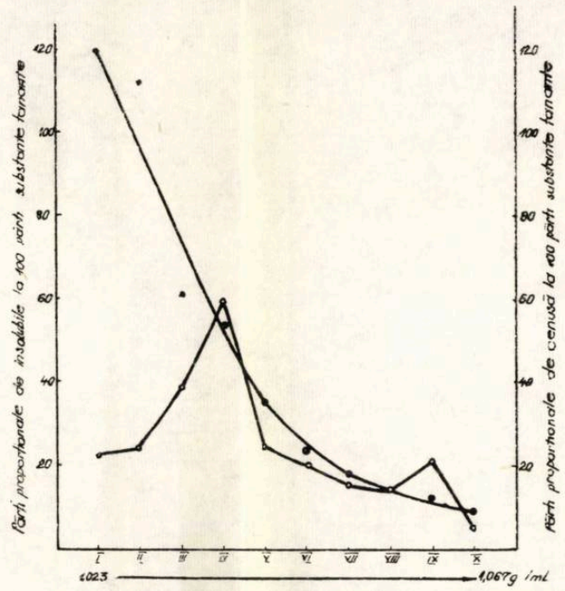


Fig. 7. — Variaţia conţinutului în insolubile şi cenuşă în raport cu substanţele tanante.

o——o insolubile (sediment gravimetric); •——• cenuşă; *I–VIII* — bazine de pretăbăcire; *IX* — flote; *X* — butoi.

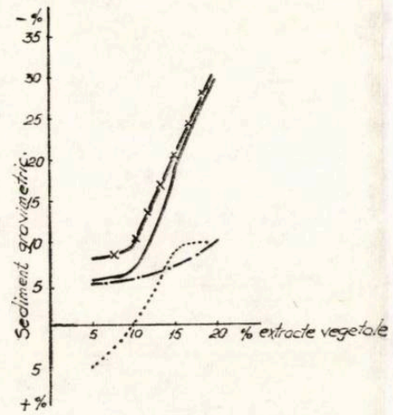


Fig. 8. — Influenţa adăugării de extracte vegetale (componenţi ai buchetului) asupra sedimentului extractului de stejar „Argeş", la $d = 1{,}065$ gr/ml.

..... extract de coajă de molid „Orăştie"; —·— extract de valonee „Argeş"; ——— extract de mimoza; —×— extract de quebracho.

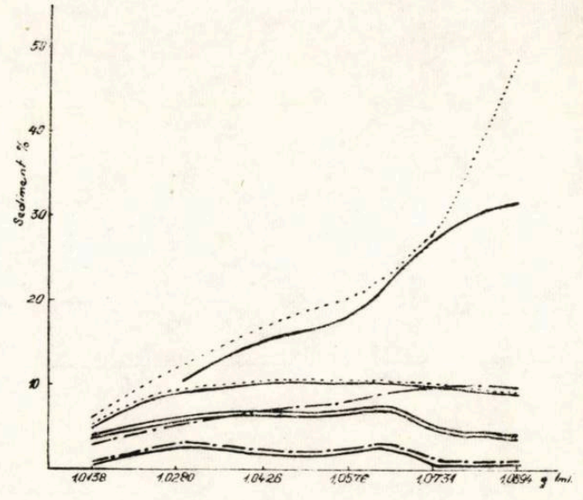


Fig. 9. — Variaţia sedimentului soluţiilor de extracte din lemn de stejar în absenţa pielii gelatină:

Sedimente volumetrice: extract din lemn de stejar — (necojit) „Argeş" ..... „Jugoslavia" —·— „Franţa" ———

Sedimente gravimetrice: extract din lemn de ster — (necojit) „Argeş" ..... „Jugoslavia" —·— „Franţa" ———

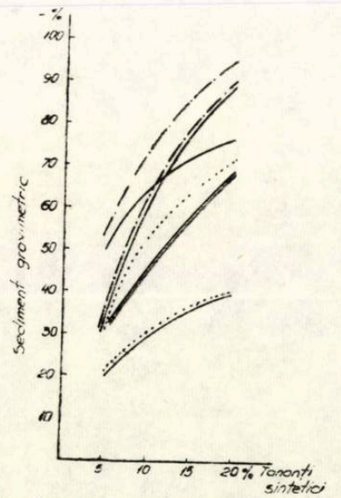


Fig. 10. — Peptizarea gravimetrică a sedimentelor extractelor de stejar, la $d = 1{,}065$ g/ml, în prezenţa tananţilor sintetici Lematan Solo B şi Nortigan PP.

Tratate cu Lematan Solo B: extract din lemn de stejar — (necojit) „Argeş" ..... „Jugoslavia" —·— „Franţa" ———

Tratate cu Nortigan PP: extract din lemn de stejar — (necojit) „Argeş" ..... „Jugoslavia" —·— „Franţa" ———

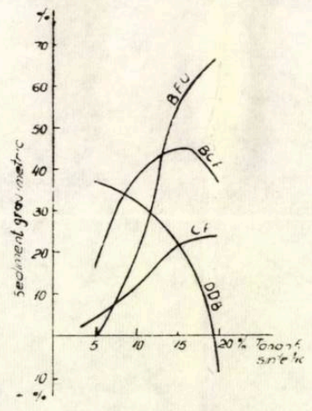


Fig. 11. — Peptizarea gravimetrică a sedimentului extractului de stejar (necojit) „Argeş", la $d = 1{,}065$ g/ml, în prezenţa tananţilor sintetici CF, DDB, BCF şi BFA.

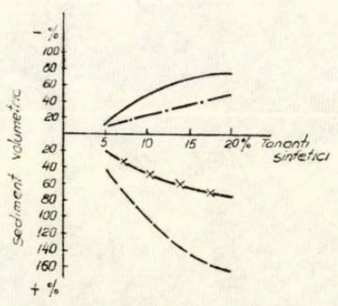


Fig. 12. — Peptizarea volumetrică a sedimentului extractului de stejar „Jugoslavia", la $d = 1{,}065$ g/ml, în prezenţa tananţilor sintetici Lematan Solo B, Nortigan PP, CF şi DDB. ——— Lematan Solo B; —·— Nortigan PP; — — CF; —×— DDB.

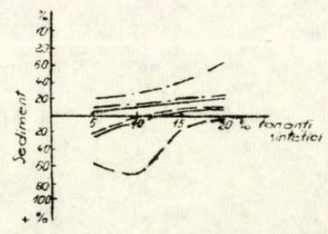
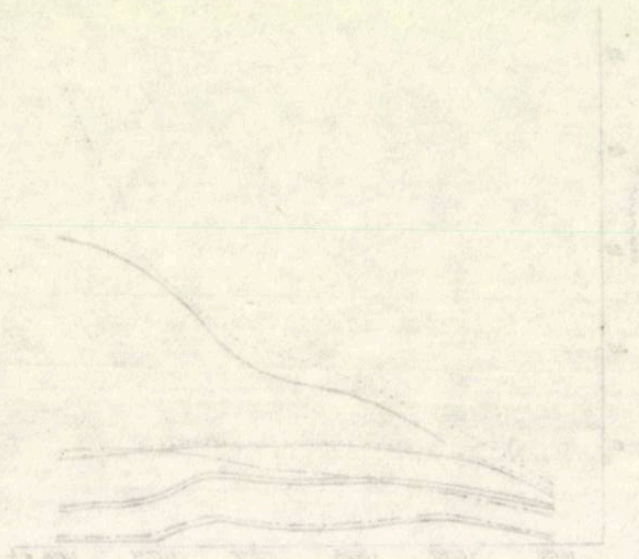
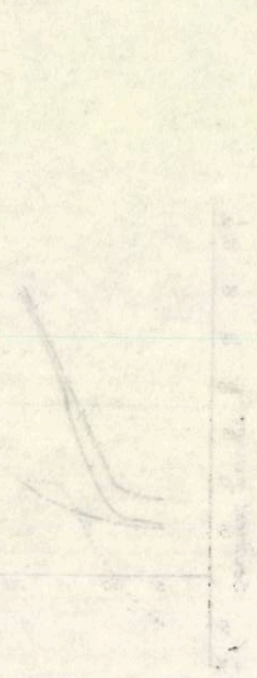


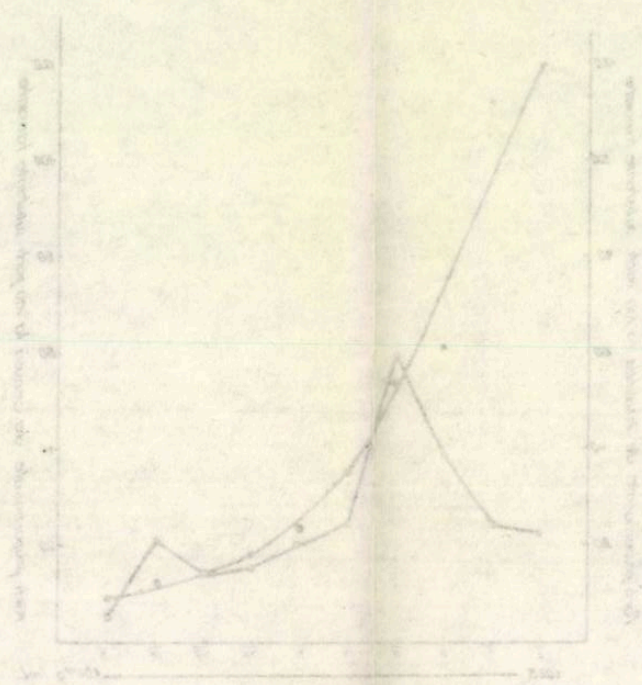
Fig. 13. — Peptizarea volumetrică şi gravimetrică a buchetului tanant vegetal în prezenţa tananţilor sintetici.

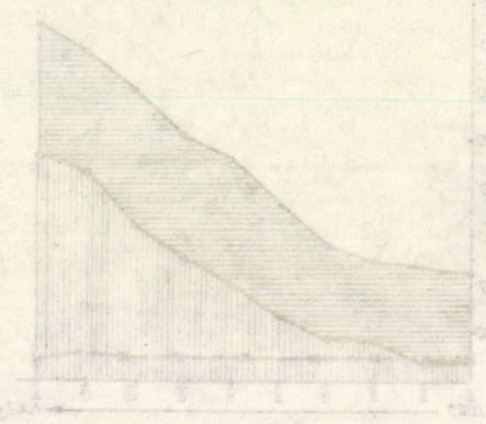
Sediment volumetric la tratarea cu: Lematan Solo B şi Nortigan PP (1/1) —·— BCF, DDB şi CF (1/1/0,5) — — —

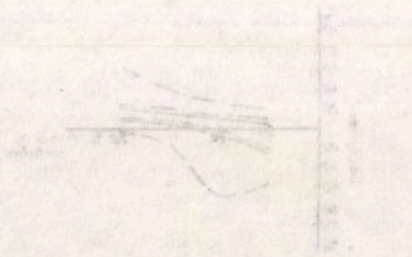
Sediment gravimetric la tratarea cu: Lematan Solo B şi Nortigan PP (1/1) —·— BCF, DDB şi CF (1/1/0,5) ———

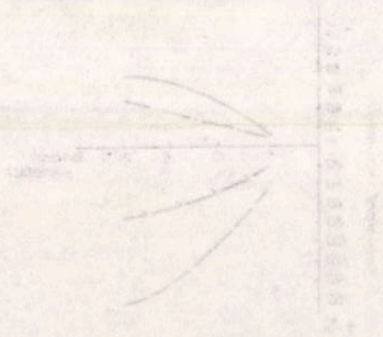


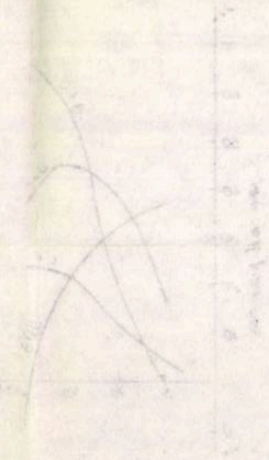












(fig. 7). Conţinutul ridicat de săruri pe unitatea tanică determină o tendinţă mai mare la precipitare a particulelor tanice din zemurile bazinelor de pretăbăcire din „coadă". Asemenea insolubile nu se depun pe fundul bazinelor decît în mică măsură (fig. 5), datorită conţinutului ridicat de substanţe netanante cu efect dispersant. Ele contribuie într-o măsură mai mult sau mai puţin intensă la neutilizarea întregului potenţial tanant.

După cum rezultă din datele obţinute, sedimentele extractelor de stejar nu sît total peptizate sub influenţa temperaturii şi a celorlalte componente tanante din buchet (fig. 2...4). Existenţa unui sediment volumetric şi gravimetric destul de important la flote, după 45 de zile de uzură (fig. 5), se datoreşte nu numai îmbătrînirii şi manipulării defectuoase a zemurilor ci şi nepeptizării totale a sedimentului extractului de stejar.

În continuarea studiului s-a urmărit stabilirea măsurii în care extractul de stejar „Argeş" este compatibil cu extractele vegetale din buchet, din punctul de vedere al sedimentelor. Datele obţinute şi înscrise în fig. 8 arată că toate extractele vegetale din buchet au tendinţa, mai mică sau mai mare, de a creşte gradul de dispersie al extractului de stejar. Concomitent se observă o acţiune de peptizare mai redusă, în cazul extractului tanant „Orăştie".

Urmărind influenţa pe care o exercită tananţii sintetici asupra sedimentului, s-au studiat trei extracte de stejar de proveniență diferită: „Argeş", cu cifra de raport 65,09; „Jugoslavia", cu cifra de raport 67,72 „Franţa", cu cifra de raport 70,60. Din analiza datelor reprezentate în fig. 9 rezultă că funcţie de cantitatea de sediment conţinută, extractele de stejar „Jugoslavia" fabricate sînt de cel puţin două tipuri (fig. 9 comparativ cu fig. 1). În cazul ultimului extract de stejar „Jugoslavia" (fig. 9), se constată sedimente „de dizolvire" volumetric şi gravimetric mult mai reduse decît la extractele de stejar „Argeş" şi „Franţa".

Tratarea extractelor de stejar menţionate (fig. 9) cu doi tananţi sintetici Lematan Solo B (tanant sintetic auxiliar) şi Nortigan PP (tanant sintetic de înlocuire), arată că la adăugarea unor aceloraşi cantităţi de sintani, peptizarea sedimentelor depinde de proporţia particulelor grosier disperse conţinute iniţial în extract (fig. 10), fapt constatat şi de alţi cercetători [17].

Prin tratarea în condiţii identice a extractului de stejar „Argeş" cu tananţi sintetici de înlocuire indigeni CF, DDB, BCF şi BFU, se constată o acţiune de peptizare a sedimentului mai evidentă în prezenţa tananţilor BCF şi BFU (fig. 11). Puterea de peptizare a acestor ultimi tananţi sintetici depăşeşte puterea de peptizare a tanantului de înlocuire Nortigan PP. Tanantul sintetic CF are o acţiune redusă de peptizare, iar tanantul DDB adăugat în cantităţi mici exercită o peptizare slabă; mărirea cantităţii determină o creştere a sedimentului.

Urmărind acţiunea de peptizare a tananţilor CF şi DDB, pe de o parte, şi a tananţilor Lematan Solo B şi Nortigan PP, pe de altă parte, se constată că sedimentele volumetrice reduse ale extractului de stejar „Jugoslavia" (fig. 9) ating valori apreciabile, prin tratarea cu tananţii CF şi DDB (fig. 12). Pe această cale, acţiunea reală de peptizare, exercitată de ceilalţi componenţi ai buchetului de tăbăcire asupra sedimentului provenit din extractul de stejar, este parţial contracarată.

Tratînd un amestec de tananţi vegetali, conform reţetei utilizate curent în fabrici, pe de o parte cu Lematan Solo B şi Nortigan PP (1/1) şi pe de alta, cu tananţi sintetici BCF, DDB şi CF (1/1/0,5), se constată aceeaşi tendinţă de mărire a sedimentului volumetric, în cazul utilizării tananţilor BCF, DDB şi CF (fig. 13), cu observaţia că prin mărirea proporţiei acestora sedimentul tinde să scadă. Tananţii sintetici indigeni se caracterizează printr-o putere de dispersare redusă, fapt confirmat de menţinerea sedimentului gravimetric al buchetului tanant în limite apropiate de sedimentul gravimetric iniţial (fig. 13).

3. Concluzii

1. Dintre componenţii buchetului de tăbăcire, extractele din lemn de stejar prezintă sedimentele cele mai importante, urmate de extractul tanant „Orăştie". Caracteristicile de structură chimică determină ca toate tipurile de extracte din lemn de stejar studiate să prezinte valori ale sedimentelor sensibil apropiate de cele ale extractelor de stejar „Jugoslavia" şi „Franţa". Unele tipuri de extracte din lemn de stejar de proveniență „Jugoslavia" conţin cantităţi mai mici de sedimente.

2. Extractul din lemn de stejar „Argeş", utilizat singur, formează în bazinele de pretăbăcire sedimente de cca. 2 ori mai mari decît sedimentele de „dizolvire". La concentraţiile care interesează fazele tăbăcirii la butoi şi la flote, sub acţiunea temperaturii indicate în aceste faze, sedimentele extractelor de stejar sînt reduse cu 50...70%.

3. Sedimentele extractului din lemn de stejar „Argeş" se micşorează prin acţiunea extractelor vegetale, care intră în componenţa buchetului de tăbăcire.

4. Tananţii sintetici indigeni, utilizaţi în buchet în proporţiile impuse de reţeta de fabricaţie, exercită o acţiune peptizantă redusă asupra sedimentelor iniţial formate de buchetul vegetal. Este necesar să se fabrice şi să se utilizeze în tăbăcire tananţi sintetici cu o putere mai mare de dispersare a sedimentelor.

Fabrica de tananţi „Argeşul", Piteşti,
Laboratorul de cercetări

BIBLIOGRAFIE

1. Gerngross O., Herfeld H., Coll., 1932, S. 679.
2. Stather F., Herfeld H., Zeit. ang. Chem., 1945, Beiheft **B.**
3. Balfe M. P., Lea World, 1936, p. 59.
4. Mezey, Rev. Techn. Ind. Cuir, 1925, **XIV,** *8,* pp. 155—157.
5. Stather F., J. S.I.C.I.C., 1935, **XXI,** *10,* p. 454.
6. Zemleanski I. şi colab.; citat după N. V. Cernov şi colab., *Tehnologia pieii.* Ed. Tehn., Buc., 1956, p. 371.
7. Aleghen O. N.; citat după N. V. Cernov şi colab., *Tehnologia pieii.* Ed. Tehn., Buc., 1956, p. 371.
8. Mihailov A. N., *Chimia substanţelor tanante.* Vol. II, I. D. T., 1955, pp. 199 şi 210.
9. Parsy M., B.A.F.C.I.C., 1946, pp. 173—189.
10. Sireţeanu L. Burghelea Gh., Ind. Uşoară, ASIT, 1960, *6,* p. 217.
11. Sagoschen J. A., Rev. Techn. Ind. Cuir, 1958, **51,** *6,* pp. 121—124.

12. Küntzel A., Zissel A., Das Leder, 1953, **VI**, *1*, pp. 2—8.
13. Meunier L., *La Tannerie*. Vol. 1, Gauthier-Villard, Paris, 1951.
14. Mihailov A. N., Coll., 1941, S. 109.
15. Alexa Gh., Chiriță A., Chiriță Gh., Bul. Inst. polit. Iași, 1959, V (**IX**), *1—2*, p. 244.
16. Pothier F., Rev. Techn. Ind. Cuir, 1954, **46**, *6—7*, pp. 115—117, 139—142.
17. Pietrarul C., red., *Înnobilarea proprietăților extractelor tanante indigene. Extract din lemn de stejar „Argeș"*. Inst. cerc. text., Buc., 1955, pp. 1—27.

ОБ ОБРАЗОВАНИИ ОСАДКОВ В СОСТАВЕ ТАННИДНОГО БУКЕТА

(Резюме)

Изучается влияние компонентов таннидного букета на осадок дубовых экстрактов. Наблюдается влияние температуры растительных и синтетических экстрактов на пептизацию дубового экстракта. После 45-ти дней дубления образованию осадка благоприятствуют ферментационные процессы, старение настоек, обогащение белковых веществ и минеральных солей, неудачные перекачки, понижение пептизирующей способности синтетических таннидов.

Из полученных результатов следует, что необходимо применение более эффективной декантации в процессе получения дубового экстракта и введения в букет некоторых синтетических таннидов с большой диспергационной способностью.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Изменение осадков дубовых экстрактов в отсутствии голья. ---- неокоренный „Argeș"; ——— окоренный „Argeș"; ···· „Югославия"; -·-·- неокоренный „Argeș", обработанный катионитом.

Рис. 2. — Изменение объемного осадка растворов дубовых экстрактов — одних или смешанных — в присутствии или отсутствии голья в зависимости от температуры: |||| ++++ осадок в отсутствии голья; \\\\ осадок в присутствии голья.

Рис. 3. — Изменение гравиметрического осадка растворов дубовых экстрактов — одних или смешанных — в присутствии или отсутствии голья в зависимости от температуры. |||| остаток в отсутствии голья при 20°С; //// остаток в присутствии голья при 37°С.

Рис. 4. — Изменение объемного осадка в отсутствии голья во время дубления в чанах с экстрактами из дуба (одни или в смеси) при 20°С. Осадок в отсутствии голья: ---- неокоренный „Argeș"; ···· „Югославия"; -·-·- неокоренный „Argeș", обработанный катионитом. Осадок в присутствии голья: ---- неокоренный „Argeș"; ···· „Югославия"; -·-·- неокоренный „Argeș", обработанный катионитом; ——— букет (в смеси).

Рис. 5. Изменение объемного и весового осадка букета при 20°С. ·———· объемный осадок; ○———● весовой осадок; *I—VIII* — чаны предварительного дубления; *IX* — чаны дубления; *X* — бочки дубления.

Рис. 6. — Изменение содержания таннидов, нетаннидов, и минеральных солей в процессе дубления букетом. ≡≡ нетанниды; |||| танниды; ×---× зола; *I—VIII* — чаны предварительного дубления; *IX* — чаны дубления; *X* — бочки дубления.

Рис. 7. — Изменение содержания нерастворимых веществ и золы по сравнению с таннидами. ○———○ нерастворимые (весовые определения); ·———· зола; *I—VIII* — чаны предварительного дубления; *IX* — чаны дубления; *X* — бочки дубления.

Рис. 8. — Влияние добавления растительных экстрактов (составителей букета) на образование осадка дубового экстракта „Argeș" при плотности 1,065 г/мл. ····· экстракт „Orăștie"; ——— экстракт мимоза; -×-×- кебрачо.

Рис. 9. — Изменение осадка раствора дубового экстракта в отсутствии голья. Объемные определения: ···· неокоренный „Argeş"; -·-·- „Югославия"; —— „Франция". Весовые определения: ····· неокоренный „Argeş„; -·-·- „Югославия; = = = „Франция".

Рис. 10. — Гравиметрическая пептизация осадков дубовых экстрактов (плотность 1,065 г/мл) в присутствии синтанов Lematan Solo B и Nortigan PP. Обработанный Lematan: ···· неокоренный „Argeş"; -·-·- „Югославия"; ——— „Франция". Обработанный Nortigan PP: ···· неокоренный „Argeş"; -·-·- „Югославия"; = = = = „Франция".

Рис. 11. — Гравиметрическая пептизация дубового экстракта (неокоренный", плотность 1,065 г/мл) в присутствии синтанов CF, BCF, BFU.

Рис. 12. — Объемная пептизация дубового экстракта „Югославия" (плотность — 1,065 г/мл) в присутствии синтанов. ——— Lematan Solo B; -·-·- Nortigan PP; -x-x- DDB; --- CF.

Рис. 13. — Объемная и гравиметрическая пептизация букета растительных таннидов в присутствии синтанов. Объемный осадок, обработанный: -·-·- Lematan Solo B и Nortigan PP (1/1); --- BCF, DDB и CF (1/1/0,5). Весовой осадок, обработанный: -·-·- Lematan Solo B и Nortigan PP (1/1); --- BCF, DDB и CF (1/1/0,5).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 543.6 ; 631.8

UTILIZAREA UNEI ROCI DIN REGIUNEA IAŞI CA AMENDAMENT AGRICOL LOCAL

DE

OREST NICHITA şi MARIA APOSTOLESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

În lucrările Congresului al III-lea al P. M. R. se arată că agricultura este una din principalele ramuri ale economiei naţionale. În consecinţă, problema esenţială fiind mărirea productivităţii agricole, ne-am propus a studia unele roci naturale, care ar putea fi utilizate pe scară mai largă ca amendament agricol.

Roca studiată în lucrarea de faţă este o argilă, descrisă pentru prima dată de Gr. Cobălcescu în prima lucrare de geologie scrisă în limba romînă, „Calcariul de la Răpidea" [1], sub denumirea de humă. Mai tîrziu, M. David descrie aceeaşi rocă sub denumirea de argilă bazală şi arată că în unele locuri ea apare în grosimi destul de apreciabile, anume pînă la 140 m [2], pe bază de foraje.

Roca este o argilă moale de culoare vînătă, cu aspect gras, slab stratificată, de vîrstă sarmaţiană şi stă la baza calcarelor, gresiilor şi nisipurilor sarmaţiene din Podişul Moldovenesc, numai rareori în alternanţă cu straturi subţiri de nisip sau argilă de culoare galbenă. Ea apare la zi în numeroase iviri mai ales în albiile diferitelor pîraie.

Această argilă fiind asemănătoare ca aspect exterior cu şisturile marnoase din regiunea Baia Mare, pe care le-am studiat anterior ca amendamente agricole locale pentru acea regiune [3], ne-am propus să studiem şi posibilităţile de întrebuinţare a acestei argile în calitate de amendament agricol. Studii asemănătoare de utilizare a marnelor ca amendament agricol pe solurile nisipoase s-au întreprins şi în alte ţări, de exemplu în R. S. Cehoslovacă [4].

Din analiza chimică a acestei argile rezultă că ea se aseamănă mult cu acea a şisturilor marnoase din regiunea Baia Mare. Se pune problema dacă şi în regiunea Iaşi, în apropierea ivirilor de argilă bazală, există soluri sărace pentru agricultură ca şi podzolurile din regiunea Baia Mare.

2. Rezultatele experimentale

Cercetările noastre s-au limitat la ivirile de argilă bazală din Valea Broscăriei, NE de satul Piciorul Lupului, de la Humărie, sud de satul Grajduri, precum şi la solurile din aceleaşi regiuni.

În lucrarea anterioară am arătat că şisturile marnoase din regiunea Baia Mare sînt întrebuinţate ca amendament agricol local pe scară întinsă şi de multă vreme, după cum indică şi tov. acad. V. Ionescu-Siseşti [5]. În urma studiilor chimice ale şisturilor marnoase şi ale solurilor podzolice din regiunea Baia Mare s-a ajuns la concluzia că aceste roci intervin în îmbunătăţirea solurilor sărace mai ales prin prezenţa a trei elemente chimice şi anume Ca, Mg, Al.

Şisturile marnoase din regiunea Baia Mare conţin Ca dozat sub formă de CaO în proporţie de cca. zece ori şi chiar mai mult decît solurile podzolice din regiune, Mg sub formă de MgO în proporţie de cca. 4...7 ori, iar Al sub formă de Al_2O_3 de 3...4 ori şi chiar mai mult [3]. Prezenţa calciului şi magneziului este bine cunoscută ca amendament agricol local la solurile sărace în aceste elemente [6], [7], iar aluminiul ar avea, de asemenea, o influenţă pozitivă, contribuind la îmbogăţirea şi menţinerea complexului argilo-humic în sol.

În tabelul 1 se dau analizele unor probe din argile din pîrîul Broscăriei, la est de satul Piciorul Lupului şi de la locul denumit Humărie, la sud de satul Grajduri.

Tabelul 1

Componenţi	Argila Piciorul Lupului 1	Argila Piciorul Lupului 2	Argila Grajduri 1	Argila Grajduri 2
SiO_2	52,70	54,12	45,88	48,24
TiO_2	0,82	0,56	0,56	0,68
Al_2O_3	17,46	14,98	19,08	21,14
Fe_2O_3	3,48	3,24	2,37	3,54
FeO	2,35	1,88	1,18	2,32
CaO	6,30	9,38	8,32	6,16
MgO	2,26	2,36	3,34	3,13
MnO	0,08	0,16	0,12	0,08
Na_2O	2,08	1,80	2,34	2,38
K_2O	1,43	1,15	1,80	1,34
P_2O_5	0,16	0,16	0,14	0,16
H_2O	1,46	1,87	2,16	1,86
P. C.	9,12	8,62	12,56	9,36
Total	99,59	100,28	99,85	100,59

În tabelul 2 se dau analizele chimice ale solurilor din împrejurimile satului Piciorul Lupului. Probele de sol au fost recoltate de pe imaşul şi terenul agricol din împrejurimile satului.

Tabelul 2

Componenţi	Numărul probelor din sol — Piciorul Lupului							
	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
Insolubile în HCl (SiO_2)	84,62	85,56	80,81	86,81	79,74	83,37	85,37	79,82
Al_2O_3	3,94	3,39	3,83	3,24	5,20	4,62	4,12	5,12
Fe_2O_3	2,16	2,66	2,65	2,06	3,06	2,34	3,02	3,26
CaO	0,85	0,64	0,89	0,57	0,31	0,38	0,55	0,56
MgO	0,34	0,53	0,95	0,72	0,11	0,90	0,94	0,67
P. C.	6,13	7,78	9,53	6,06	9,62	7,57	4,45	8,50
Total	98,04	99,11	97,91	99,46	98,04	99,18	98,45	98,93

În tabelul 3 se dau analizele chimice ale solurilor din împrejurimile satului Grajduri. Probele de sol au fost recoltate de pe imaşul şi terenul agricol din împrejurimile satului Grajduri, la sud de gara cu acelaşi nume.

Tabelul 3

Componenţi	Numărul probelor din sol — Grajduri									
	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
Insolubile în HCl(SiO_2)	82,42	85,02	86,47	84,08	87,48	84,76	83,28	83,38	80,54	84,14
Al_2O_3	5,31	5,95	3,22	4,22	3,92	3,22	3,42	4,88	5,16	4,89
Fe_2O_3	2,61	2,61	1,82	2,58	0,88	0,98	1,46	1,74	3,82	2,45
CaO	0,76	0,60	0,38	0,20	0,44	1,62	1,92	0,42	0,54	0,72
MgO	0,62	0,47	0,35	0,38	0,56	0,78	0,84	0,72	0,68	0,86
P. C.	7,18	5,56	7,08	7,26	6,10	7,56	7,34	7,52	7,42	5,80
Total	98,90	100,21	99,32	98,72	99,38	98,92	98,26	98,86	98,16	98,86

Din datele tabelului 1 rezultă că în argila bazală studiată CaO variază de la 6,16 % la 9,38 %, în soluri de la 0,31 % la 0,89 %, numai în două cazuri

fiind peste 1% (1,62% şi 1,92%); în cele mai multe cazuri argila conţine o cantitate de CaO de peste zece ori mai mare decît solurile. Grincenko [8] subliniază importanţa folosirii îngrăşămintelor cu calcar pentru sporirea fertilităţii cernoziomului şi a podzolurilor cenuşii închise din silvo-stepa ucraineană.

În ce priveşte conţinutul de MgO, în argilă el variază între 2,24% şi 3,34%, iar în soluri între 0,35% şi 0,95%, deci se află în cantitate de 2...7 ori mai mare în argilă decît în soluri.

Conţinutul de Al_2O_3 din argilă variază între 14,98% şi 21,14%, iar în soluri între 3,82% şi 5,95%, deci se află în cantitate de 3...4 ori mai mare în argilă decît în soluri.

Conţinutul de fier total, calculat în Fe_2O_3, are valori în general mai scăzute în soluri decît în argile; variază între 0,88% şi 3,82% în soluri şi între 4% şi 6% în argile.

Din analizele chimice prezentate în tabelele 2 şi 3 se constată că atît solurile de la Piciorul Lupului cît şi cele de la Grajduri conţin cantităţi mari de SiO_2 şi mici de CaO, MgO şi Al_2O_3; ele sînt deci soluri acide formate pe roci grezoase şi nisipoase.

Întrucît din compararea analizelor chimice ale argilei bazale şi solurilor din regiunile studiate se constată o puternică asemănare cu şisturile marnoase şi solurile podzolice din regiunea Baia Mare, care, după cum am arătat, sînt întrebuinţate pe scară întinsă ca amendament agricol în regiune, credem că şi argila pe care am studiat-o ar putea fi întrebuinţată ca amendament agricol pentru solurile sărace din regiunea Iaşi. Ea ar putea reacţiona la fel ca şi cea din regiunea Baia Mare prin proporţiile mai mari de CaO, MgO şi Al_2O_3 decît cele conţinute în soluri.

În prezent în ţara noastră se aplică în unele locuri ca amendament agricol praf de $CaCO_3$; dar acesta pe lîngă că necesită o prelucrare prealabilă, destul de costisitoare, nu conţine magneziu. W. Schonberg [9] subliniază însă importanţa deosebită a aplicării în acelaşi timp cu calciul şi a magneziului, elemente care se găsesc în proporţii mari în roca studiată, în comparaţie cu solurile din apropiere.

A. V. Petersburghsky [6] a arătat că aplicarea îngrăşămintelor cu doze suficiente de calcar are ca efect mobilizarea azotului şi a fosforului, iar L. Korableva [7] a dovedit că pe solurile podzolice nisipoase, lutoase, nisipoase acide, sărace în magneziu, amendarea cu aplicarea îngrăşămintelor de calciu şi a celor cu magneziu asigură o creştere însemnată a recoltelor; se recomandă chiar utilizarea îngrăşămintelor calcaroase care conţin magneziu (V. S. Rubanov [10]). Acţiunea îngrăşămintelor cu magneziu în solurile podzolice, înţelenite, nisipoase, lutoase, se manifestă la aplicarea dozelor mărite de îngrăşăminte de K.

3. Concluzii

1. Pe baza datelor existente în literatura de specialitate precum şi a constatărilor pe teren în regiunea Baia Mare, socotim că şi argila bazală studiată din regiunea Iaşi, corespunde întrutotul ca amendament agricol pe solurile nisipoase din regiune, contribuind mai ales cu cantităţi mari atît de calciu cît şi de magneziu. În ce priveşte Al_2O_3, care se găseşte de 3...4 ori mai mult în argilă, el are o influenţă pozitivă, contribuind după cum am arătat anterior la îmbogăţirea şi menţinerea complexului argilo-humic din sol.

2. Argila bazală din regiune, întrebuinţată ca amendament agricol local, prezintă avantajele :

a) are o răspîndire mare, apărînd în numeroase iviri şi anume în albiile pîraielor, găsindu-se astfel în apropierea locurilor unde ar putea fi utilizată ;

b) este un material moale, uşor de extras şi de împrăştiat pe teren, care nu necesită prelucrare.

3. Se va propune G. A. S. realizarea unor loturi experimentale, utilizînd atît argilă simplă cît şi în amestec cu bălegar, care în baza celor constatate în regiunea Baia Mare îi măreşte durata eficacităţii de la 2...3 ani pînă la 10...15 ani.

Întrucît această rocă este foarte răspîndită în tot Podişul Moldovenesc, prezentînd numeroase iviri la zi, ne propunem extinderea cercetărilor şi asupra altor puncte, atît din regiunea Iaşi cît şi din alte regiuni. (Suceava etc.), de îndată ce loturile experimentale vor indica eficacitatea utilizării ei.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de geologie şi geotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. Cobălcescu Gr., *Calcariul de la Răpidea.* Revista Romînă, **II**, 1862.
2. David M., *Cercetări geologice din Podişul Moldovenesc.* Anuarul Comitet. Geol. al Romîniei, 1919.
3. Nichita O,. Botez C., St. şi cerc. şt. Acad. R. P. R., filiala Iaşi, 1960, *1.*
4. Nadraski V., IDT, 1961, **3**, *3*, p. 514.
5. Ionescu-Siseşti V., Scînteia Tineretului, 1959, **XI**, *11.*
6. Petersburghsky A. V., IDT, 1957, **9**, p. 1542.
7. Korableva L., IDT, 1957, **9**, p. 1747.
8. Grincenko N. M., IDT, 1963, **15**, *4*, p. 1321.
9. Schonberg W., IDT, 1961, **13**, *4*, p. 713.
10. Rubanov V. S., IDT, 1961, **13**, *11*, p. 2190.

L'UTILISATION COMME AMENDEMENT AGRICOLE D'UNE ROQUE DE LA RÉGION DE JASSY

(Résumé)

L'analyse chimique de l'argile du Piciorul Lupului et du Scînteia prouve qu'elle contient le Ca et Mg approximativement dans les mêmes proportions comme les marnes de la région de Baia Mare, qui sont utilisées depuis longtemps comme amendament agricole.

Dans le voisinage des apparitions de cette argile on trouve des sols pauvres, sableuses et on déduit qu'elle peut être aussi utilisée comme amendament agricole dans la région de Jassy.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Electrotehnică. Electronică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 3—4, 1964

Электротехника. Электроника

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Electrical Engineering. Electronics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 537.226.8

EFECTE DE POLARIZARE ÎN JOASĂ TENSIUNE LA FERITE

NOTA I

DE

EMIL LUCA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Consideraţii generale

Primele fenomene de polarizare permanentă a unor dielectrici organici (amestec de ceară şi răşini) conţinînd grupuri polare şi heterosarcină, condiţionată de polarizarea prin dipoli îngheţaţi, obţinuţi în procesul de solidificare sub acţiunea unui cîmp electric continuu intens, au fost studiate de Eguchi [1]. Cercetări ulterioare [2], [3] au permis obţinerea unor asemenea electreţi şi din alte corpuri organice ca hidrocarburi, diferite tipuri de cauciuc, polimeri, alcooli, acizi tari etc.

Corpurile anorganice au fost mai puţin studiate din acest punct de vedere, cercecetări mai amănunţite fiind efectuate de Gubkin şi Skanavi [4], [5] asupra unor dielectrici policristalini ca titanaţii de magneziu, de calciu, de stronţiu, de zinc ş. a., cît şi asupra unor materiale amorfe şi monocristaline ca sticla obişnuită, sticla de pirex, cuarţul topit etc.

În urma cercetărilor întreprinse, Gubkin şi Skanavi au arătat că pot apărea fenomene de polarizare permanentă, deci se pot obţine electreţi stabili şi din dielectrici ionici, stabilind condiţiile precum şi factorii ce determină acest proces de polarizare.

În două lucrări anterioare [6], [7], cu ocazia studiului dispersiei permitivităţii la feritele Mn—Zn şi Ba + Bi_2O_3, pentru care teoria compuşilor de tip ionic este mai adecvată decît teoria benzilor de energie [8], s-a pus problema posibilităţii obţinerii de electreţi şi din aceste tipuri de ferite.

În prezenta Notă se cercetează procesul de polarizare a feritelor în joasă tensiune, urmînd ca într-o lucrare viitoare să se abordeze procesul de polarizare a feritelor în înaltă tensiune, cînd se va determina atît natura sarcinii electrice de pe feţele electretului (homosarcină sau heterosarcină), cît şi modul lor de formare.

2. Rezultatele experimentale

Au fost cercetate ferite moi de tip Mn—Zn şi ferite dure de tip Ba + Bi_2O_3, magnetice şi nemagnetice.

În procesul de polarizare a probelor de ferite s-au utilizat cîmpuri electrice continue pînă la 40 V/cm, polarizarea făcîndu-se atît la temperatura mediului ambiant cît şi prin încălzirea probei pînă la 120°C (temperatură ce nu s-a depăşit deoarece probele de ferite fiind metalizate pe cele două feţe şi contactul făcîndu-se prin lipirea firului de legătură de stratul de metal depus electrolitic, exista pericolul distrugerii contactelor).

Diferenţa de potenţial ce apărea între cele două feţe ale probei de ferită în urma acţiunii cîmpului electric continuu şi care deci exprima gradul de polarizare a probei, s-a măsurat în prima etapă cu un voltmetru electronic.

Rezultatele experimentale privind variaţia gradului de polimerizare, exprimat prin diferenţa de potenţial dintre feţele probei de ferită, funcţie de valoarea cîmpului polarizant, sînt reprezentate în fig. 1.

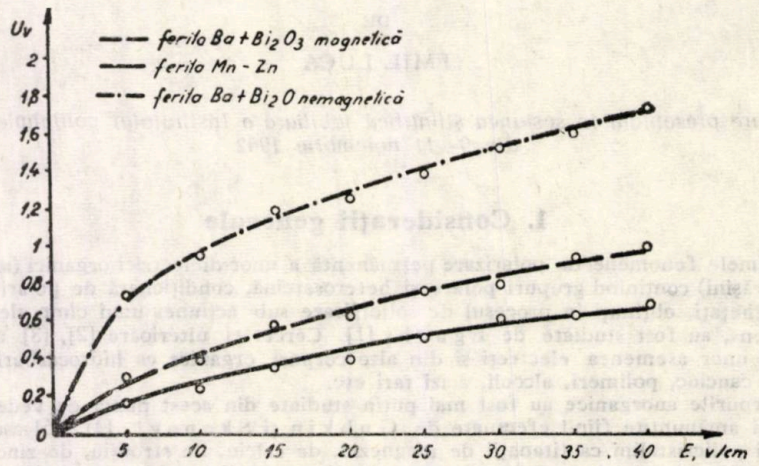


Fig. 1

Din analiza curbelor obţinute se desprind concluziile:

a) în domeniul considerat de lucru, la toate probele de ferite utilizate, gradul de polarizare (diferenţa de potenţial dintre feţele metalizate ale probelor de ferite) creşte cu intensitatea cîmpului continuu polarizant aplicat;

b) efectul de polarizare este mai accentuat la proba din ferita $Ba + Bi_2O_3$ nemagnetică, mai puţin accentuat la ferita de $Ba + Bi_2O_3$ magnetică şi are valoarea cea mai redusă la proba din ferita Mn—Zn; el variază invers proporţional cu rezistivitatea probelor.

Stabilitatea polarizării remanente a probelor cercetate depinde foarte mult de umiditatea mediului ambiant. Dacă umiditatea mediului ambiant este mare, diferenţa de potenţial dintre feţele metalizate ale probei de ferită scade rapid, însă poate fi readusă la valoarea iniţială prin încălzirea probei.

Introducînd probele de ferite polarizate în eprubete cu $CaCl_2$ se constată că diferenţa de potenţial dintre feţele probei se păstrează un timp mult mai îndelungat, adică efectul de polarizare obţinut este mai stabil, fără a fi

necesară scurtcircuitarea celor două feţe. Stabilitatea depinde şi de valoarea cîmpului electric polarizant, fiind mai pronunţată cînd cîmpul polarizant are valoare mai ridicată.

Variaţia în timp a diferenţei de potenţial dintre feţele metalizate ale probelor de ferite, pentru probele introduse în eprubete cu $CaCl_2$, este reprezentată în fig. 2.

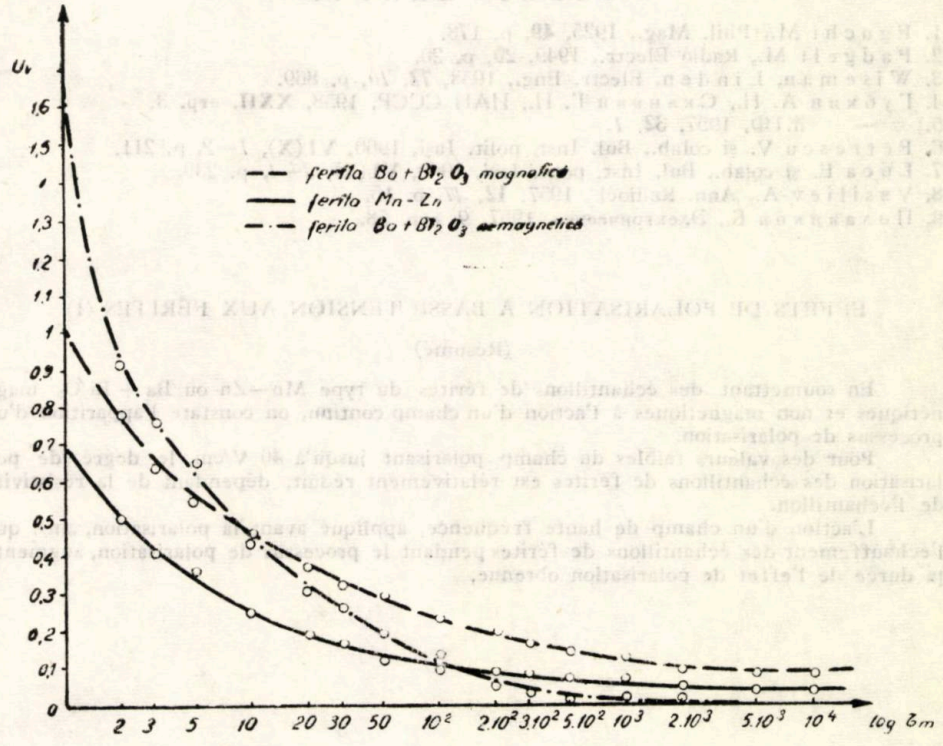


Fig. 2

Din analiza curbelor se constată că diferenţa de potenţial, care reprezintă gradul de polarizare a probelor de ferite, scade la început foarte rapid în timp, apoi mai lent, tinzînd în cazul feritelor cu mare rezistivitate spre o situaţie de stabilitate.

La feritele cu rezistivitate mică, deşi gradul de polarizare are iniţial valoarea cea mai ridicată, el tinde spre zero după un timp relativ scurt.

În scopul de a mări atît gradul de polarizare cît şi stabilitatea, s-au încălzit probele respective de ferite pînă la temperatura de 120°C, cînd s-a aplicat cîmpul electric polarizant, care s-a menţinut în tot timpul procesului de răcire. Astfel, prin micşorarea rezistenţei electrice a probelor, s-a mărit valoarea curentului polarizant.

De asemenea, tot în scopul de a mări durata efectului de polarizare şi de a-l menţine la o valoare cît mai stabilă, pe baza încercărilor lui Polavikov [9] asupra electreţilor formaţi din parafină, naftalină, sulf, ple-

xiglas şi ebonită tehnică, înainte de aplicarea cîmpului electric continuu polarizant, probele de ferite au fost supuse unui cîmp electric de înaltă frecvenţă (10^6 Hz).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Eguchi M., Phil. Mag., 1925, **49**, p. 178.
2. Padgelt M., Radio Electr., 1949, **20**, p. 20.
3. Wiseman, Linden, Electr. Eng., 1953, **72**, *10*, p. 869.
4. Губкин А. Н., Сканави Г. И., ИАН СССР, 1958, **XXII**, стр. 3.
5. — ЖТФ, 1957, **32**, *1*.
6. Petrescu V. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1—2*, p. 211.
7. Luca E. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *3—4*, p. 239.
8. Vasiliev A., Ann. Radioél., 1957, **12**, *47*, p. 15.
9. Полавиков Б., Электричество, 1957, *9*, стр. 58.

EFFETS DE POLARISATION À BASSE TENSION AUX FÉRITES (I)

(Résumé)

En soumettant des échantillons de férites du type Mn—Zn ou Ba + Bi_2O_3 magnétiques et non magnétiques à l'action d'un champ continu, on constate l'apparition d'un processus de polarisation.

Pour des valeurs faibles du champ polarisant jusqu'à 40 V/cm, le degré de polarisation des échantillons de férites est rélativement réduit, dépendant de la résistivité de l'échantillon.

L'action d'un champ de haute fréquence, appliqué avant la polarisation, ainsi que l'échauffement des échantillons de férites pendant le processus de polarisation, augmente la durée de l'effet de polarisation obtenue.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

Д. К. 621.313.3-9

ГРУППОВАЯ СХЕМА РАБОТЫ ТРЕХФАЗНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ В ОДНОФАЗНОЙ СЕТИ

Н. И. ЧЕРНОПЯТОВ

1. В некоторых приводах рабочих машин, территориально расположенных в непосредственном соседстве друг с другом, но по специфичности подвода тока, а также при значительных расстояниях от источников трехфазного тока, электроснабжение целесообразно осуществлять на однофазном токе с применением серийных трехфазных двигателей [1], [2]. В частности, в сельскохозяйственном производстве это может иметь место при электрификации удаленных зерноочистительных токов, небольших животноводческих ферм и т. д. При этом применяется групповая работа двигателей как при пуске, так и при установившемся режиме. По такой схеме (рис. 1) работающий или работающие двигатели используются как преобразователь числа фаз (расщепитель), с помощью которого запускается следующий двигатель, так что и при пуске и работе двигатели связаны друг с другом по всем трем фазам. Для улучшения пусковых и рабочих свойств применяют шунтирование фаз емкостью. Но в ряде случаев при незначительном моменте сопротивления в период пуска пусковая схема может быть упрощена, исключив емкость или заменив ее пусковым активным сопротивлением. Даже при отсутствии рабочей емкости, но при разной степени загрузки двигателей в один и тот же период времени трехфазный двигатель в групповой схеме работы может развивать большую мощность, нежели при отсутствии трехфазной связи с другими двигателями.

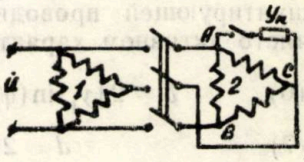


Рис. 1. — Схема групповой работы трехфазных двигателей в однофазной сети.

2. В известной нам литературе нет достаточно широкого освещения процессов пуска трехфазных двигателей по групповой схеме работы. Ниже делается попытка в какой-то мере восполнить этот пробел.

Фазовые напряжения группы машин по рис. 1 содержат комплексы составляющих прямой и обратной последовательностей:

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}}{a-1}\,\frac{(a-1)(Y_{21}+Y_{22})+aY_n}{Y_{11}+Y_{12}+Y_{21}+Y_{22}+Y_n}, \tag{1}$$

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{U}}{a-1}\,\frac{(a-1)(Y_{11}+Y_{12})-Y_n}{Y_{11}+Y_{12}+Y_{21}+Y_{22}+Y_n}, \tag{2}$$

где $Y_{11} = y_{11}\exp(-\mathrm{j}\varphi_{11})$ и $Y_{12} = y_{12}\exp(-\mathrm{j}\varphi_{12})$ — комплексы проводимостей прямой последовательности соответственно первого и второго двигателя; $Y_{21} = y_{21}\exp(-\mathrm{j}\varphi_{21})$ и $Y_{22} = y_{22}\exp(-\mathrm{j}\varphi_{22})$ — комплексы проводимостей обратной последовательности соответственно первого и второго двигателя; $Y_n = y_n\exp(-\mathrm{j}\varphi_n)$ комплекс шунтирующей (пусковой) проводимости.

Пусковой момент второго двигателя при работающем первом через пусковой момент в трехфазном режиме включаемого двигателя записывается таким образом:

$$M = M_3(a + by_n)/(c + dy_n + y_n^2), \tag{3}$$

где a и c не зависят от характера шунтирующей проводимости и подсчитываются по равенствам

$$a = y_2^2 - y_1^2 + 2y_k[y_2\cos(\varphi_2 - \varphi_k) - y_1\cos(\varphi_1 - \varphi_k)], \tag{4}$$

$$c = y_1^2 + y_2^2 + 4y_k^2 + 2y_1y_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + 4y_1y_k\cos(\varphi_1 - \varphi_k) + \tag{5}$$

$$+ 4y_2y_k\cos(\varphi_2 - \varphi_k),$$

здесь $y_1 = y_{11}$, $y_2 = y_{21}$, $y_k = y_{22} = y_{12}$; b и d зависят от характера шунтирующей проводимости и подсчитываются по формулам: при чисто активном характере

$$b = 2[y_1\sin(\varphi_1 - 60°) + y_2\sin(\varphi_2 + 60°) + y_k\sin\varphi_k]/\sqrt{3}, \tag{6}$$

$$d = 2(y_1\cos\varphi_1 + y_2\cos\varphi_2 + 2y_k\cos\varphi_k); \tag{7}$$

при чисто реактивном характере

$$b = 2[y_1\cos(\varphi_1 \mp 60°) + y_2\cos(\varphi_2 \pm 60°) + y_k\cos\varphi_k]/\sqrt{3}, \tag{8}$$

$$d = \mp 2(y_1\sin\varphi_1 + y_2\sin\varphi_2 + 2y_k\sin\varphi_k), \tag{9}$$

здесь первый из двух знаков относится к емкостному, второй к индуктивному характеру шунтирующей проводимости. Если емкость шунтирует фазу C, то индуктивность должна шунтировать фазу B.

Из формулы (3) следует, что пусковой момент двигателя достигает максимальной величины при некотором значении шунтирующей проводимости. Эта критическая проводимость определяется по выражению

$$y_{nk} = [-a + \sqrt{a^2 + b^2c - abd}]/b, \tag{10}$$

а максимальная величина пускового момента по формуле

$$M_{max} = M_3 b/(d + 2y_{nk}). \quad (11)$$

Из общего выражения пускового момента (3) при частных условиях получаются более простые формулы: если $y_n = 0$, то

$$M = M_3 a/c, \quad (12)$$

если $y_1 = 0$ и $y_2 = 0$, то получаем известные выражения: при чисто активном характере шунтирующей проводимости

$$M = 2M_3 y_k y_n \sin\varphi_k / [\sqrt{3}(y_n^2 + 4y_k^2 + 4y_k y_n \cos\varphi_k)], \quad (13)$$

и при чисто реактивном характере

$$M = \pm 2M_3 y_k y_n \cos\varphi_k / [\sqrt{3}(y_n^2 + 4y_k^2 \mp 4y_k y_n \sin\varphi_n)]. \quad (14)$$

Если один или оба двигателя соединены звездой, то в формулах (4)...(9) проводимости, относящиеся к двигателю (или двигателям) по схеме звезда, нужно уменьшить в три раза.

Если допустить, что проводимость обратной последовательности двигателя примерно равна проводимости короткого замыкания, мощность двигателя пропорциональным проводимости короткого замыкания, а фазные углы не зависят от мощности, то формула (12) принимает вид

$$M = M_3 k_p [k_i(k_p+2) - 2\cos(\varphi_1 - \varphi_k)]/[k_i(k_p+2)^2 + 2k_p(k_p+2)\cos(\varphi_1 - \varphi_k)], \quad (15)$$

где k_p — отношение номинальной мощности работающего двигателя к мощности пускаемого двигателя, k_i — кратность пускового тока.

Из формул пусковых моментов можно заключить, что величина момента пускаемого двигателя зависит от степени загрузки работающего двигателя, соотношения их мощностей и параметров, а также от величины и характера шунтирующей проводимости.

3. На рис. 2 представлены зависимости пускового момента от величины и характера шунтирующей проводимости для двигателя А-32-4 при работе его с таким же двигателем вхолостую и при нагрузке. Для сравнения приведены также зависимости для этого двигателя, подсчитанные по формулам (13) и (14) (По паспортным и опытным данным для двигателя А-32-4 найдено: $Y_k = 0{,}052\exp(-j51°)$, $Y_{1xx} = 0{,}00494\exp(-j\,82{,}5°)$, $Y_{1нагр} = 0{,}0109\exp(-j\,36{,}6°)$.

С увеличением нагрузки фазорасщепляющих двигателей пусковой момент включаемого двигателя несколько уменьшается, так как с ростом нагрузки система трехфазных напряжений фазорасщепителя искажается более сильно.

На рис. 3 вычерчены опытные механические характеристики двигателя А-32-4 при разных фазорасщепляющих двигателях, работающих вхолостую. Для сравнения здесь же представлены механические характеристики двигателя в обычном трехфазном режиме и при однофазном пуске без расщепителей при соответствующем критическом пусковом сопротивлении. Последняя характеристика во всех отношениях хуже, чем характеристика при использовании фазорасщепителя мощностью даже меньше пускаемого двигателя. На рис. 4 те же

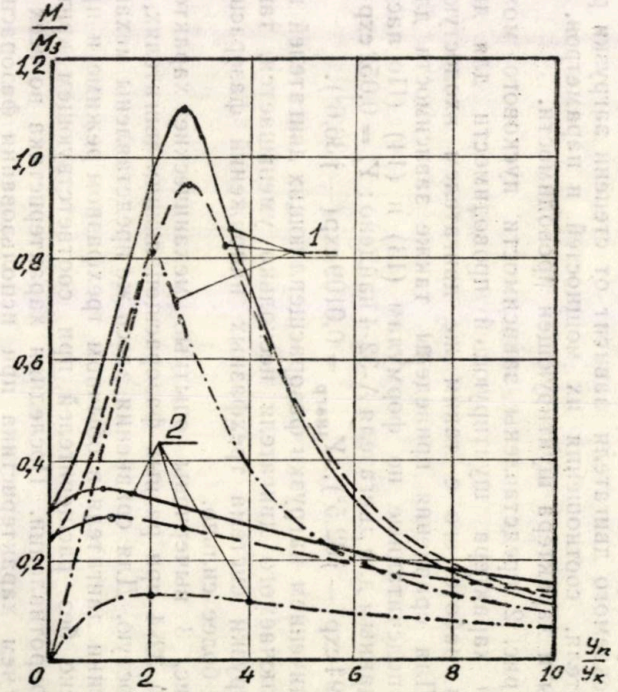


Рис. 2. — Зависимости пускового момента двигателя А-32-4 от шунтирующей проводимости. *1* — при шунтирующей емкости; *2* — при активной шунтирующей проводимости; —— при работе другого двигателя вхолостую; – – – – – при работе другого двигателя под нагрузкой; –·–·–·– при обычном однофазном пуске.

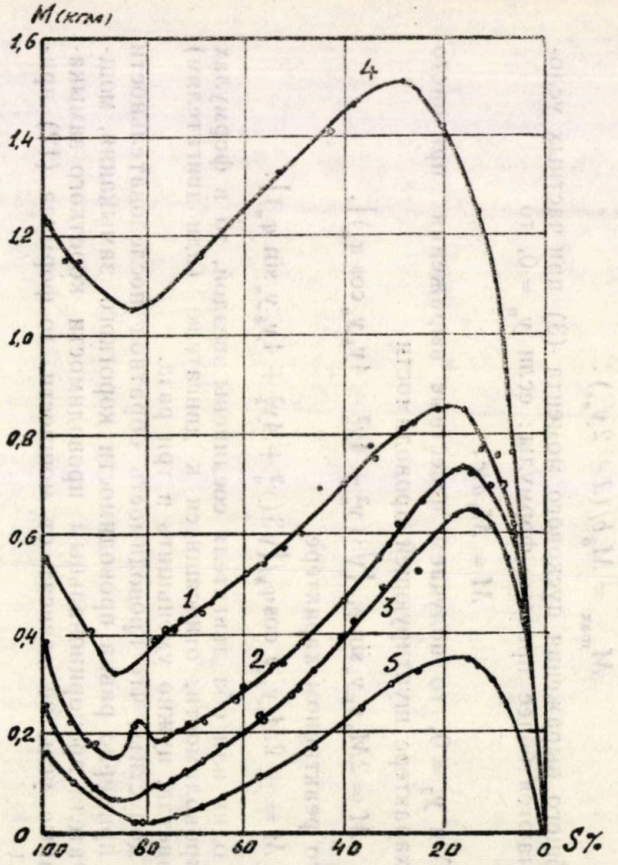


Рис. 3. — Механические характеристики двигателя А-32-4 в однофазной сети. *1* — с фазорасщепителем А-42-4; *2* — с фазорасщепителем А-32-4; *3* — с фазорасщепителем А-31-4; 4 — при трехфазном питании; *5* — в однофазном режиме с пусковым критическим сопротивлением.

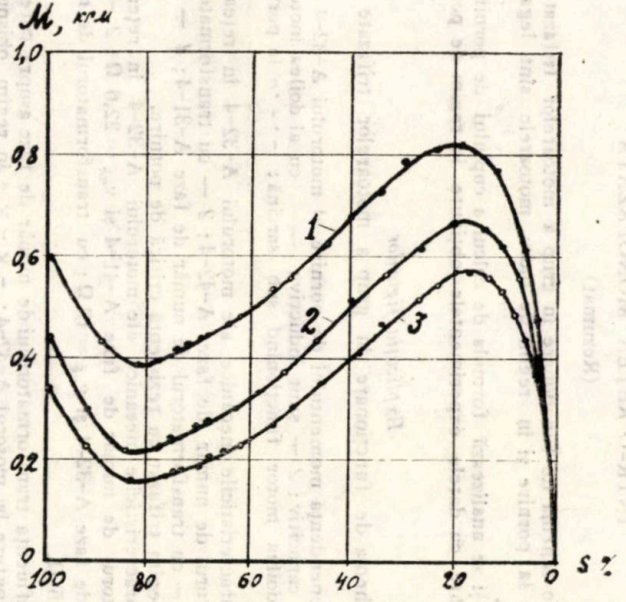


Рис. 4. — Механичеекие характериетики двигателя А-32-4 в однофазной сети. *1* — с фазорасщепителем А-41-4 и y_{nk} = 22,6 ом; *2* — с фазорасщепителем А-32-4 и y_{nk} = = 18 ом; *3* — с фазорасщепителем А-31-4 и y_{nk}=16,5 ом.

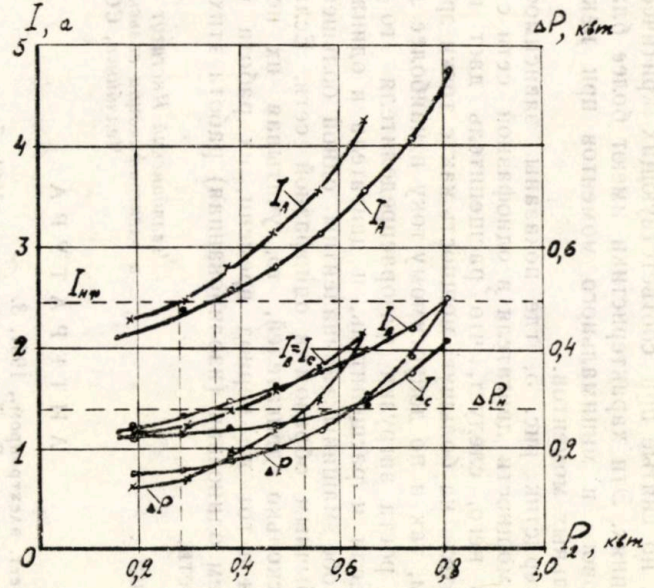


Рис. 5. — Зависимоеть фазных токов и потерь мощноети в двигателе А-32-4. -×-×-×- в обычном однофазном режиме; -○-○-○- с фазорасщепителем А-32-4, работающим вхолостую.

характеристики, но снятые при соответствующих критических пусковых сопротивлениях. Эти характеристики имеют более благоприятные величины пускового и минимального моментов при некотором снижении максимальных моментов.

Из характеристик рис. 5, где показаны зависимости фазных токов и потерь мощности двигателя в однофазной сети с расщепителем фаз и без него, следует, что расщепитель дает возможность загрузить двигатель на большую мощность как с точки зрения потерь мощности в нем, так и по допустимому току в наиболее загруженной фазе. По мере роста загрузки фазораспределителя это достоинство уменьшается. Если и расщепитель, и двигатель в одинаковой мере загружены, то обе машины эквивалентны одной большей мощности, работающей обычным образом в однофазной сети. Если в группу объединено несколько двигателей, то, учитывая их неодинаковую загрузку в один и тот же период времени, их работа будет более эффективной, чем одиночная (изолированная) работа этих двигателей в однофазной сети.

Поступила 29 VI 1962 г.

Челябинский Институт механизации и электрификации сельского хозяйства, Челябинск, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Рекус Г. Г., Вест. электропром., 1961, *3*.
2. Фришман, Капленко В., Техн. в сель. хоз., 1961, *7*.

SCHEMĂ DE FUNCŢIONARE ÎN GRUP A MOTOARELOR TRIFAZATE ÎNTR-O REŢEA MONOFAZATĂ

(Rezumat)

Se consideră o schemă de funcţionare în grup a motoarelor trifazate într-o reţea monofazată, în care la pornire şi în regim de lucru motoarele sînt legate electric la toate cele trei faze.

Se stabileşte şi se analizează formula de calcul a cuplului de pornire. Concluziile teoretice sînt ilustrate cu datele experimentale obţinute în regim de pornire şi regim staţionar.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Schema de funcţionare în grup a motoarelor trifazate într-o reţea monofazată.

Fig. 2. — Dependenţa momentului de pornire al motorului A-32-4 de impedanţa şuntului. *1* — şunt capacitiv; *2* — şunt inductiv; ——— cu al doilea motor funcţionînd în gol; - - - cu al doilea motor funcţionînd sub sarcină; - · - · - la pornire obişnuită monofazată.

Fig. 3. — Caracteristicile mecanice ale motorului A-32-4 în reţea monofazată. *1* — cu transformatorul de număr de faze A-42-4; *2* — cu transformatorul de număr de faze A-32-4; *3* — cu transformatorul de număr de faze A-31-4; *4* — cu alimentare trifazată; *5* — în regim trifazat cu rezistenţă critică de pornire.

Fig. 4. — Caracteristicile mecanice ale motorului A-32-4 în reţea monofazată. *1* — cu transformatorul de număr de faze A-41-4 şi $y_{nk} = 22{,}6\ \Omega$; *2* — cu transformatorul de număr de faze A-32-4 şi $y_{nk} = 18\ \Omega$; cu transformatorul de număr de faze A-31-4 şi $y_{nk} = 16{,}5\ \Omega$.

Fig. 5. — Influenţa transformatorului de număr de faze asupra curenţilor pe faze şi a pierderilor de putere la motorul A-32-4: - × - × - în regim obişnuit monofazat; - ∘ - ∘ - cu transformatorul de număr de faze A-32-4 funcţionînd în gol.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C.Z. 621.3.015.33 ; 621.314.2

MODELAREA TRANSMISIEI TENSIUNII DE IMPULS ÎN TRANSFORMATORUL CU DOUĂ ÎNFĂŞURĂRI[1])

DE

N. GAVRILAŞ

1. Introducere

Studiul analitic al fenomenelor ce au loc în înfăşurările transformatorului supus la tensiunea de impuls are importanţă pentru interpretarea principială a naturii fizice a acestor fenomene. Deoarece studiul analitic nu e posibil de efectuat decît în ipoteze simplificatoare, utilizarea rezultatelor teoretice în anumite cazuri practice duce la erori. Din acest motiv se impune în fiecare caz concret un studiu experimental al acestor fenomene. Experimentarea directă pe transformatorul construit fiind foarte scumpă, s-a ntrodus în practică experimentarea pe modele de dimensiuni reduse.

Pentru modelarea fenomenelor de impuls în transformatoare Abetti [1] a propus o metodă de modelare cu ajutorul aşa-numitului model electromagnetic combinat, care se compune din două părţi :

a) un model geometric al părţii electromagnetice a transformatorului, care ţine seama de inductanţele proprii şi mutuale ; această parte este asemenea transformatorului original atît cît priveşte dimensiunile miezului magnetic, cît şi aranjarea şi dimensiunile înfăşurărilor ;

b) o reţea suplimentară de capacităţi care modelează partea dielectrică a transformatorului şi care e conectată la modelul geometric.

Dacă schema echivalentă a originalului reprezintă un circuit cu constante uniform repartizate, schema echivalentă a modelului, ca urmare a adăugării reţelei suplimentare de capacităţi, reprezintă un circuit cu constante concentrate şi anume un lanţ de cuadripoli. Se impune deci determinarea numărului de elemente ale lanţului de cuadripoli pentru care se obţin erori admisibile în raport cu circuitul cu constante uniform repartizate; aceasta constituie problema preciziei modelării.

În [2] se studiază precizia modelării fenomenelor de impuls în cazul prezenţei unei singure înfăşurări a transformatorului.

În lucrarea de faţă se studiază precizia modelării transmisiei fenomenelor de impuls dintr-o înfăşurare în alta a transformatorului cu două înfăşurări. Se utilizează rezultatele obţinute în [3] pentru o schemă echivalentă în care se neglijează, printre altele, capacităţile dintre elementele în serie ale înfăşurărilor.

În [3] s-au obţinut pentru oscilaţiile proprii de tensiune în cele două înfăşurări, considerînd că la borna de întrare a înfăşurării primare se aplică saltul unitar de tensiune, următoarele expresii :

---

[1]) Extras din dizertaţia *Transmisia tensiunii de impuls în transformatoare şi modelarea ei,* susţinută la Şcoala superioară tehnică cehă din Praga la 29 octombrie 1963, în vederea obţinerii titlului de candidat în ştiinţe tehnice.

a) pentru transformatorul cu secundarul în scurtcircuit, neutrul ambelor înfăşurări fiind pus la pământ,

$$(1)\quad u_1(x,t) = 1 - \frac{x}{l} - \frac{2}{D_2 - D_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi x/l)}{n\pi} (D_2 \cos \omega_n t - D_1 \cos \Omega_n t),$$

$$(2)\quad u_2(x,t) = \frac{2 D_1 D_2}{D_2 - D_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi x/l)}{n\pi} (\cos \Omega_n t - \cos \omega_n t);$$

b) pentru transformatorul cu secundarul deschis, neutrul ambelor înfăşurări fiind pus la pământ,

$$u_{1,1}(x,t) = 1 - \frac{x}{l} +$$

$$(3)\quad + 2 \frac{\{\sin[\omega N_1 (l-x)]\}/\cos(\omega N_1 l) - \eta \{\sin[\omega N_2 (l-x]\}/\cos(\omega N_2 l)}{\omega [N_1 l/\cos^2(\omega N_1 l) - \eta N_2 l/\cos^2(\omega N_2 l)]} \cos \omega t,$$

$$u_{2,1}(x,t) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) \frac{M}{L_1} +$$

$$(4)\quad + 2 \frac{D_1 \{\sin[\omega N_1 (l-x)]\}/\cos(\omega N_1 l) - \eta D_2 \{\sin[\omega N_2 (l-x)]\}/\cos(\omega N_2 l)}{\omega [N_1 l/\cos^2(\omega N_1 l) - \eta N_2 l/\cos^2(\omega N_2 l)]} \cos \omega t$$

(în acest caz sînt date doar armonicele fundamentale de tensiune).

Pulsaţiile oscilaţiilor sînt:

$$(5)\quad \omega_n = n\pi/(lN_1), \qquad (6)\quad \Omega_n = n\pi/(lN_2), \qquad (7)\quad \omega = k\pi/(lN_1),$$

unde $0{,}5 < k < 1$, iar

$$(8)\quad N_1 = (1/\sqrt{2}) \{L_1 (C_1 + C_{12}) + L_2 (C_2 + C_{12}) - 2MC_{12} + \{[L_1 (C_1 + C_{12}) + L_2 (C_2 + C_{12}) - 2MC_{12}]^2 - 4 (L_1 L_2 - M^2)(C_1 C_2 + C_1 C_{12} + C_2 C_{12})\}^{1/2}\}^{1/2},$$

$$(9)\quad N_2 = (1/\sqrt{2}) \{L_1 (C_1 + C_{12}) + L_2 (C_2 + C_{12}) - 2MC_{12} - \{[L_1 (C_1 + C_{12}) + L_2 (C_2 + C_{12}) - 2MC_{12}]^2 - 4 (L_1 L_2 - M^2)(C_1 C_2 + C_1 C_{12} + C_2 C_{12})\}^{1/2}\}^{1/2},$$

$$(10)\quad D_1 = [L_1 (C_1 + C_{12}) - MC_{12} - N_1^2]/[L_1 C_{12} - M(C_2 + C_{12})],$$

$$(11)\quad D_2 = [L_1 (C_1 + C_{12}) - MC_{12} - N_2^2]/[L_1 C_{12} - M(C_2 + C_{12})],$$

$$(12)\quad \eta = [N_1 (L_1 D_1 - M)]/[N_2 (L_1 D_2 - M)],$$

unde: L_1, L_2 reprezintă inductanţele proprii ale înfăşurării primare, respectiv secundare; M — inductanţa mutuală între cele două înfăşurări; C_1, C_2 — capacităţile faţă de pământ ale înfăşurării primare, respectiv se-

cundare; C_{12} — capacitatea între cele două înfăşurări, toţi parametrii fiind consideraţi pe unitatea de lungime axială l a înfăşurărilor.

2. Legile de modelare

Legile de modelare pentru fenomenele electrice se pot obţine cu ajutorul metodei argumenţilor adimensionali [4], [5] sau din analiza ecuaţiei diferenţiale a fenomenului de modelat [2]. În cele ce urmează se utilizează a doua metodă.

În [3] s-a obţinut ecuaţia diferenţială generală valabilă atît pentru tensiunea în primar, cît şi în secundar:

$$\partial^4 u/\partial x^4 - [L_1(C_1 + C_{12}) + L_2(C_2 + C_{12}) - 2MC_{12}](\partial^4 u/\partial x^2 \partial t^2) + \\ + (L_1 L_2 - M^2)(C_1 C_2 + C_1 C_{12} + C_2 C_{12})(\partial^4 u/\partial t^4) = 0. \tag{13}$$

Introducînd în (13) capacităţile totale faţă de pămînt $C'_1 = C_1 l$, $C'_2 = C_2 l$ şi între înfăşurări $C'_{12} = C_{12} l$, inductanţa proprie totală $L' = Ll$ şi inductanţa mutuală totală $M' = Ml$ se obţine pentru original ecuaţia:

$$\partial^4 u/\partial x^4 - (1/l^2)[L'_1(C'_1 + C'_{12}) + L'_2(C'_2 + C'_{12}) - 2M' C'_{12}](\partial^4 u/\partial x^2 \partial t^2) + \\ + (1/l^4)(L'_1 L'_2 - M'^2)(C'_1 C'_2 + C'_1 C'_{12} + C'_2 C'_{12})(\partial^4 u/\partial t^4) = 0. \tag{14}$$

Dacă se notează cu p factorii de similitudine între original şi model, mărimile corespunzătoare originalului fiind afectate de indicele o, iar cele corespunzătoare modelului de indicele m, se obţin pentru lungimi relaţiile:

$$l_m = p_l l_o, \quad x_m = p_l x_o. \tag{15}$$

Pentru numărul de spire w şi timpul t sînt valabile relaţiile:

$$w_m = p_w w_o, \quad t_m = p_t t_o. \tag{16}$$

Pentru ca influenţa proprietăţilor neliniare ale miezului magnetic să fie aceeaşi pe model şi pe original, se aplică pe model o tensiune de mărime astfel încît inducţia magnetică în punctele şi momentele corespunzătoare să fie aceeaşi pe model şi original. De aici condiţia:

$$\Phi_m = p_l^2 \Phi_o, \tag{17}$$

cu ajutorul căreia se obţine:

$$u_m = p_l^2 p_w u_o / p_t. \tag{18}$$

Pentru inductanţe şi capacităţi sînt valabile în general relaţiile:

$$L_m = p_L L_o, \quad C_m = p_c C_o. \tag{19}$$

Dacă se scrie ecuaţia (14) pentru model, exprimînd parametrii modelului în funcţie de parametrii originalului după (15)...(19) şi se impune condiţia ca coeficienţii ecuaţiei scrise pentru model să fie identici cu cei ai ecuaţiei pentru original, se obţine:

(20) $$p_L p_c / p_t^2 = 1.$$

Din (17) rezultă condiţia

(21) $$p_L = p_l p_w^2,$$

care înlocuită în (20) dă

(22) $$p_c = p_t^2/(p_l p_w^2).$$

Pentru a obţine o bună asemănare geometrică a părţii electromagnetice a modelului cu originalul se alege $p_w = 1$; de asemenea, pentru a căpăta aceeaşi scară de timp pentru model şi original se alege $p_t = 1$. Ca urmare din (22) rezultă factorul de similitudine al capacităţilor de pe model şi original

(23) $$p_c = 1/p_l.$$

Tabelul 1

Mărimea	Simbol	Factor de similitudine
Lungime	l	p_l
Timp	t	$p_t = 1$
Număr de spire	w	$p_w = 1$
Flux magnetic	Φ	$p_\Phi = p_l^2$
Inductanţă	L	$p_L = p_l$
Capacitate	C	$p_c = 1/p_l$
Tensiune	u	$p_u = p_l^2$

Astfel se obţin factorii de similitudine daţi în tabelul 1.

3. Precizia de modelare

În continuare se studiază influenţa numărului de elemente ale lanţului de cuadripoli, care reprezintă schema echivalentă a modelului (fig. 1), asupra preciziei de modelare.

În fig. 1 $C_1 \Delta l, L_1 \Delta l$ etc. sînt mărimile capacităţilor şi inductanţelor corespunzătoare unui element al lanţului de cuadripoli, C_1, L_1 etc. fiind mărimile respective considerate pe unitatea de lungime a înfăşurărilor; fiecare element al lanţului reprezintă o porţiune de înfăşurare cu lungimea axială $\Delta l = l/m$, m fiind numărul total de elemente al lanţului de cuadripoli.

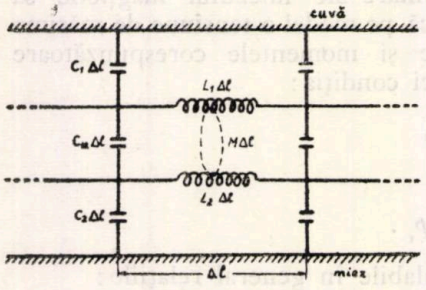


Fig. 1. — Schema echivalentă a modelului.

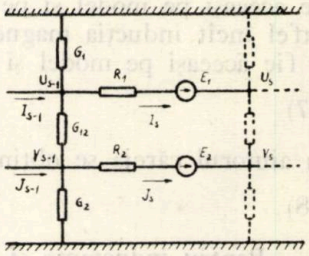


Fig. 2. — Schema elementului lanţului de cuadripoli cu numărul de ordine s.

Pentru calcul se utilizează schema elementului lanţului de cuadripoli avînd numărul de ordine s (fig. 2) unde, sub formă operaţională (transformarea Wagner-Carson), parametrii din schemă reprezintă:

(24) $R_1 = pL_1\,\Delta l, \quad R_2 = pL_2\,\Delta l, \quad G_1 = pC_1\,\Delta l, \quad G_2 = pC_2\,\Delta l, \quad G_{12} = pC_{12}\,\Delta l,$

(25) $E_1 = -R\mathcal{J}_s, \quad E_2 = -RI_s, \quad R = pM\Delta l.$

Pentru circuitul din fig. 2 se pot scrie următoarele ecuații:

(26) $$I_s = I_{s-1} - (G_1 + G_{12})\,U_{s-1} + G_{12}\,V_{s-1},$$

(27) $$\mathcal{J}_s = \mathcal{J}_{s-1} - (G_2 + G_{12})\,V_{s-1} + G_{12}\,U_{s-1},$$

(28) $$U_s = [1 + R_1(G_1 + G_{12}) - RG_{12}]\,U_{s-1} + [R(G_2 + G_{12}) - R_1 G_{12}]\,V_{s-1} - R_1 I_{s-1} - R\mathcal{J}_{s-1},$$

(29) $$V_s = [1 + R_2(G_2 + G_{12}) - RG_{12}]\,V_{s-1} + [R(G_1 + G_{12}) - R_2 G_{12}]\,U_{s-1} - R_2\mathcal{J}_{s-1} - RI_{s-1}.$$

Dacă se presupun soluțiile lui U_s, I_s, V_s și $\mathcal{J}_s$ de forma:

(30) $U_s = A\exp(\nu s), \quad I_s = B\exp(\nu s), \quad V_s = P\exp(\nu s), \quad \mathcal{J}_s = Q\exp(\nu s),$

unde A, P, B și Q sînt constante de integrare și se înlocuiesc în (26)...(29), se obțin patru ecuații; prin eliminarea constantelor A, B, P și Q rezultă:

(31) $$(\exp\nu - 1)^4 - [R_1(G_1 + G_{12}) + R_2(G_2 + G_{12}) - 2RG_{12}]\,(\exp\nu)\,(\exp\nu - 1)^2 + (R_1 R_2 - R^2)\,(G_1 G_2 + G_1 G_{12} + G_2 G_{12})\exp(2\nu) = 0.$$

Înmulțind (31) cu $\exp(-2\nu)$ și avînd în vedere că $(\exp\nu - 1)^2\exp(-\nu) = 2(\operatorname{ch}\nu - 1)$, se obține:

(32) $$(\operatorname{ch}\nu - 1)^2 - [R_1(G_1 + G_{12}) + R_2(G_2 + G_{12}) - 2RG_{12}]\,(\operatorname{ch}\nu - 1)/2 + (R_1 R_2 - R^2)\,(G_1 G_2 + G_1 G_{12} + G_2 G_{12})/4 = 0.$$

Soluțiile ecuației (32) în $\operatorname{ch}\nu$ sînt:

(33) $$\operatorname{ch}\nu_1 = 1 + \{R_1(G_1 + G_{12}) + R_2(G_2 + G_{12}) - 2RG_{12} + \sqrt{[R_1(G_1+G_{12}) + R_2(G_2+G_{12}) - 2RG_{12}]^2 - 4(R_1R_2 - R^2)(G_1G_2 + G_1G_{12} + G_2G_{12})}\}/4,$$

(34) $$\operatorname{ch}\nu_2 = 1 + \{R_1(G_1 + G_{12}) + R_2(G_2 + G_{12}) - 2RG_{12} - \sqrt{[R_1(G_1+G_{12}) + R_2(G_2+G_{12}) - 2RG_{12}]^2 - 4(R_1R_2 - R^2)(G_1G_2 + G_1G_{12} + G_2G_{12})}\}/4,$$

sau înlocuind pe (24) și (25) rezultă:

(35) $\operatorname{ch}\nu_1 = 1 + p^2(\Delta l)^2 N_1^2/2,$ (36) $\operatorname{ch}\nu_2 = 1 + p^2(\Delta l)^2 N_2^2/2,$

unde N_1 și N_2 sînt dați de (8) și (9).

Se obțin soluțiile $\pm\nu_1$ și $\pm\nu_2$. Deci soluțiile lui U_s, I_s, V_s, și $\mathcal{J}_s$ au forma:

(37) $$U_s = A_1\exp(\nu_1 s) + A_2\exp(-\nu_1 s) + A_3\exp(\nu_2 s) + A_4\exp(-\nu_2 s),$$

(38) $I_s = B_1 \exp(\nu_1 s) + B_2 \exp(-\nu_1 s) + B_3 \exp(\nu_2 s) + B_4 \exp(-\nu_2 s)$,

(39) $V_s = P_1 \exp(\nu_1 s) + P_2 \exp(-\nu_1 s) + P_3 \exp(\nu_2 s) + P_4 \exp(-\nu_2 s)$,

(40) $\mathcal{J}_s = Q_1 \exp(\nu_1 s) + Q_2 \exp(-\nu_1 s) + Q_3 \exp(\nu_2 s) + Q_4 \exp(-\nu_2 s)$.

Înlocuind (37...(40) în (26)...(29) prin identificarea coeficienţilor se obţine o serie de ecuaţii pentru constantele de integrare, din care se deduc relaţiile dintre constantele P şi A:

(41) $$P_1 = D_1 A_1, \quad P_2 = D_1 A_2, \quad P_3 = D_2 A_3, \quad P_4 = D_2 A_4,$$

unde

(42) $$D_1 = [2(\operatorname{ch}\nu_1 - 1) - R_1(G_1 + G_{12}) + RG_{12}]/[R(G_2 + G_{12}) - R_1 G_{12}],$$

(43) $$D_2 = [2(\operatorname{ch}\nu_2 - 1) - R_1(G_1 + G_{12}) + RG_{12}]/[R(G_2 + G_{12}) - R_1 G_{12}],$$

sau înlocuind $\operatorname{ch}\nu_1$ şi $\operatorname{ch}\nu_2$ din (35) şi (36) şi apoi utilizînd (24) şi (25) se obţin pentru D_1 şi D_2 aceleaşi expresii (10) şi (11) ca şi în cazul circuitului cu constante uniform repartizate.

Soluţiile pentru U_s şi V_s au deci forma:

(44) $$U_s = A_1 \exp(\nu_1 s) + A_2 \exp(-\nu_1 s) + A_3 \exp(\nu_2 s) + A_4 \exp(-\nu_2 s),$$

(45) $$V_s = A_1 D_1 \exp(\nu_1 s) + A_2 D_1 \exp(-\nu_1 s) + A_3 D_2 \exp(\nu_2 s) + A_4 D_2 \exp(-\nu_2 s).$$

Constantele de integrare A_1, A_2, A_3 şi A_4 pot fi determinate punînd condiţiile la limită la extremităţile înfăşurărilor. Se determină aceste constante pentru cazul înfăşurării secundare scurtcircuitate şi pentru cel al înfăşurării secundare deschise, neutrul înfăşurărilor fiind în ambele cazuri pus la pămînt.

a) *Înfăşurarea secundară scurtcircuitată*

Dacă se consideră că la borna de intrare a înfăşurării primare se aplică saltul unitar de tensiune, condiţiile la limită la extremităţile înfăşurărilor sînt:

$$s = 0, \; U_s = 1, \; V_s = 0; \qquad s = m, \; U_s = 0, \; V_s = 0.$$

Înlocuind aceste condiţii în (44) şi (45) se obţin patru ecuaţii din care se determină constantele de integrare; înlocuirea lor în (44) şi (45) conduce la:

(46) $$U_s = [D_2/(D_2 - D_1)][\operatorname{sh}\nu_1(m - s)]/\operatorname{sh}\nu_1 m - [D_1/(D_2 - D_1)][\operatorname{sh}\nu_2(m - s)]/\operatorname{sh}\nu_2 m,$$

(47) $$V_s = [D_1 D_2/(D_2 - D_1)]\{[\operatorname{sh}\nu_1(m - s)]/\operatorname{sh}\nu_1 m - [\operatorname{sh}\nu_2(m - s)]/\operatorname{sh}\nu_2 m\}.$$

Pentru a obţine originalele expresiilor (46) şi (47) se utilizează formula de dezvoltare a lui Heaviside, care necesită cunoaşterea rădăcinilor ecuaţiilor

(48) $$\operatorname{sh}\nu_1 m = 0 \quad \text{şi} \quad \operatorname{sh}\nu_2 m = 0;$$

ele sînt

(49) $$\nu_1, \; \nu_2 = \pm j(n\pi/m), \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Dezvoltarea funcţiilor $[\mathrm{sh}\,\nu_1(m-s)]/\mathrm{sh}\,\nu_1 m$ sau $[\mathrm{sh}\,\nu_2(m-s)]/\mathrm{sh}\,\nu_2 m$ în raport cu ν_1, respectiv ν_2 pentru $n=0$ şi $n=m$, adică în jurul lui $\nu_1, \nu_2 = 0$ şi $\nu_1, \nu_2 = \pm\pi$, nu este posibilă, deoarece pentru aceste valori ele nu prezintă poli (tind către limita $(m-s)/m$). Pentru $n>m$ se repetă valorile lui $\cos\nu_1$, $\cos\nu_2 = \cos(n\pi/m)$ din cazul $n<m$ şi ca urmare ecuaţiile (35) şi (36) nu dau rădăcini noi pentru p. Rezultă că soluţiile (49) sînt valabile numai pentru $n=1, 2, \ldots, (n-m)$. Înlocuindu-le în (35) şi (36) se obţin rădăcinile ecuaţiilor (48) în p:

$$(50)\quad p_{n1} = \pm\,\mathrm{j}\,[2m\sin(n\pi/2m)]/(lN_1), \qquad p_{n2} = \pm\,\mathrm{j}\,[2m\sin(n\pi/2m)]/(lN_2).$$

Utilizîndu-le în formula de dezvoltare a lui Heaviside se obţin originalele:

$$(51)\quad u_s = \frac{m-s}{m} - \frac{1}{D_2 - D_1}\sum_{n=1}^{m-1}\frac{\sin(n\pi s/m)}{m\,\mathrm{tg}\,(n\pi/2m)}(D_2\cos\omega_n' t - D_1\cos\Omega_n' t),$$

$$(62)\quad v_s = \frac{D_1 D_2}{D_2 - D_1}\sum_{n=1}^{m-1}\frac{\sin(n\pi s/m)}{m\,\mathrm{tg}\,(n\pi/2m)}(\cos\Omega_n' t - \cos\omega_n' t),$$

unde pulsaţiile sînt:

$$(53)\quad \omega_n' = [2m\sin(n\pi/2m)]/(lN_1), \qquad (54)\quad \Omega_n' = [2m\sin(n\pi/2m)]/(lN_2).$$

Din datele obţinute rezultă că schemei echivalente constituită dintr-un lanţ de cuadripoli cu m elemente îi corespund maximum $m-1$ armonici de spaţiu, în timp ce schemei cu constante uniform repartizate îi corespunde un număr nelimitat de armonici. Deci pentru ca pe model să se obţină armonica de spaţiu de ordin n trebuie ca lanţul de cuadripoli să aibă numărul de elemente $m \geqslant n+1$. Bineînţeles că nici în aceste condiţii modelarea nu este fidelă pentru toate armonicile, după cum rezultă din fig. 3, care reprezintă variaţia erorilor relative ale pulsaţiilor şi amplitudi-

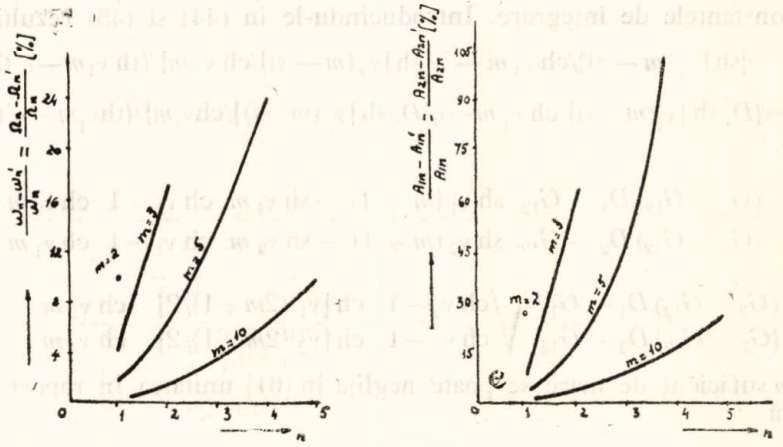


Fig. 3. — Erorile relative ale pulsaţiilor *a)* şi amplitudinilor *b)*, funcţie de ordinul armonicii de spaţiu n, şi numărul elementelor m ale lanţului de cuadripoli, în cazul înfăşurării secundare în scurtcircuit.

nilor pentru schema cu constante concentrate în raport cu schema cu constante uniform repartizate, funcţie de ordinul armonicilor şi numărul de elemente ale lanţului de cuadripoli:

$$(55)\qquad (\omega_n - \omega'_n)/\omega_n = (\Omega_n - \Omega'_n)/\Omega_n = 1 - [\sin(n\pi/2m)]/(n\pi/2m),$$

$$(56)\qquad (A_{1n} - A'_{1n})/A_{1n} = (A_{2n} - A'_{2n})/A_{2n} = 1 - (n\pi/2m)/\mathrm{tg}\,(n\pi/2m).$$

b) *Înfăşurarea secundară deschisă*

În acest caz condiţiile la limită sînt:

$$(57)\qquad s = 0,\ U_s = 1,\ \mathcal{J}_s = 0;\qquad s = m,\ U_s = 0,\ V_s = 0.$$

Înlocuind (37)...(40) în (26)...(29) se obţine prin identificarea coeficienţilor o serie de ecuaţii din care se deduc relaţiile între constantele Q şi A, $\mathcal{J}_s$:

$$\begin{aligned}(58)\qquad \mathcal{J}_s = {} & \{[G_{12} - (G_2 + G_{12})D_1]A_1 \exp(\nu_1 s)\}/(\exp\nu_1 - 1) + \\ & + \{[G_{12} - (G_2 + G_{12})D_1]A_2 \exp(-\nu_1 s)\}/[\exp(-\nu_1) - 1] + \\ & + \{[G_{12} - (G_2 + G_{12})D_2]A_3 \exp(\nu_2 s)\}/(\exp\nu_2 - 1) + \\ & + \{[G_{12} - (G_2 + G_{12})D_2]A_4 \exp(-\nu_2 s)\}/[\exp(-\nu_2) - 1].\end{aligned}$$

Înlocuind (57) în (44), (45) şi (58) rezultă patru ecuaţii din care se deduc constantele de integrare. Introducîndu-le în (44) şi (45) rezultă:

$$(59)\quad U_s = \{\mathrm{sh}[\nu_1(m-s)]/\mathrm{ch}\,\nu_1 m - \eta'\,\mathrm{sh}[\nu_2(m-s)]/\mathrm{ch}\,\nu_2 m\}/(\mathrm{th}\,\nu_1 m - \eta'\mathrm{th}\nu_2 m),$$

$$(60)\quad V_s = \{D_1\,\mathrm{sh}[\nu_1(m-s)]/\mathrm{ch}\,\nu_1 m - \eta' D_2\,\mathrm{sh}[\nu_2(m-s)]/\mathrm{ch}\nu_2 m\}/(\mathrm{th}\nu_1 m - \eta'\mathrm{th}\nu_2 m),$$

unde

$$(61)\qquad \begin{aligned}\eta' &= \frac{(G_2 + G_{12})D_1 - G_{12}}{(G_2 + G_{12})D_2 - G_{12}}\ \frac{\mathrm{sh}\,\nu_1(m+1) - \mathrm{sh}\,\nu_1 m}{\mathrm{sh}\,\nu_2(m+1) - \mathrm{sh}\,\nu_2 m}\ \frac{\mathrm{ch}\,\nu_2 - 1}{\mathrm{ch}\,\nu_1 - 1}\ \frac{\mathrm{ch}\,\nu_2 m}{\mathrm{ch}\,\nu_1 m} = \\ &= \frac{(G_2 + G_{12})D_1 - G_{12}}{(G_2 + G_{12})D_2 - G_{12}}\sqrt{\frac{\mathrm{ch}\,\nu_2 - 1}{\mathrm{ch}\,\nu_1 - 1}}\ \frac{\mathrm{ch}[\nu_1(2m+1)/2]}{\mathrm{ch}[\nu_2(2m+1)/2]}\ \frac{\mathrm{ch}\,\nu_2 m}{\mathrm{ch}\,\nu_1 m}.\end{aligned}$$

Pentru m suficient de mare se poate neglija în (61) unitatea în raport cu $2m$ şi rezultă

$$(62)\qquad \eta' = [(G_2 + G_{12})D_1 - G_{12}]\sqrt{\mathrm{ch}\,\nu_2 - 1}/\{[(G_2 + G_{12})D_2 - G_{12}]\sqrt{\mathrm{ch}\,\nu_1 - 1}\}$$

Înlocuind $\mathrm{ch}\,\nu_1$ şi $\mathrm{ch}\,\nu_2$ din (33) şi (34) în (62) şi ţinînd seama de (8) şi (9) se obţine

$$(63)\qquad \eta' = \eta,$$

η fiind dat de expresia (12) obţinută în cazul schemei cu constante uniform repartizate.

Pentru a obţine originalele expresiilor (59) şi (60) trebuie găsite soluţiile ecuaţiei

(64) $$\operatorname{th} \nu_1 m - \eta \operatorname{th} \nu_2 m = 0.$$

Se obţin procese oscilatorii numai pentru p pur imaginar; deci se poate pune $p = j\omega'$ şi înlocuind în (35) şi (36) se obţine:

(65) $$\nu_1 = j\alpha_1, \quad \nu_2 = j\alpha_2,$$

unde

(66) $$\alpha_1 = \arccos [1 - \omega^2 (\Delta l)^2 N_1^2/2], \qquad (67)\ \alpha_2 = \arccos [1 - \omega^2 (\Delta l)^2 N_2^2/2].$$

Înlocuind (65) în (64) se obţine ecuaţia:

(68) $$\operatorname{tg} \alpha_1 m - \eta \operatorname{tg} \alpha_2 m = 0,$$

a cărei rezolvare grafică este identică cu a ecuaţiei (43) din [3]. Ea dă pentru fundamentală

(69) $$\alpha_1 = \pm k\pi/m,$$

unde $0{,}5 < k < 1$. Înlocuind această valoare în (66) se obţine pentru pulsaţie expresia:

(70) $$\omega' = [2m/(lN_1)] \sin (k\pi/2m).$$

Notînd în (59)

(71) $$f(p) = \operatorname{sh} [\nu_1 (m - s)]/\operatorname{ch} \nu_1 m - \eta \operatorname{sh} [\nu_2 (m - s)]/\operatorname{ch} \nu_2 m$$

şi

(72) $$F(p) = \operatorname{th} \nu_1 m - \eta \operatorname{th} \nu_2 m,$$

rezultă

(73) $$U_s = f(p)/F(p),$$

originalul acestei expresii fiind:

(74) $$u_s(s, t) = \frac{f(0)}{F(0)} + \sum_n \frac{f(p_n)}{p_n F'(p_n)} \exp (p_n t).$$

Pentru p_n se dispune de două valori corespunzînd lui $+\alpha_1$ şi $-\alpha_1$, adică $p = j\omega'$ şi $p = -j\omega'$.

Punînd (35) şi (36) sub forma

(75) $$\operatorname{sh} (\nu_1/2) = plN_1/(2m), \qquad (76)\ \operatorname{sh} (\nu_2/2) = plN_2/(2m),$$

prin derivare se obţin $d\nu_1/dp$ şi $d\nu_2/dp$ care introduse în derivata expresiei (72) dau:

(77) $$F'(p) = lN_1/[\operatorname{ch}^2 \nu_1 m \ \operatorname{ch} (\nu_1/2)] - \eta lN_2/[\operatorname{ch}^2 \nu_2 m \ \operatorname{ch} (\nu_2/2)].$$

Pentru $p = j\omega'$ se obţine:

(78) $$p_1 F'(p_1) = j \frac{2m \sin (k\pi/2m)}{\cos (k\pi/2m)} \left[\frac{1}{\cos^2 k\pi} - \eta \frac{N_2}{N_1} \frac{1}{\cos^2 \alpha_2 m} \frac{\cos (k\pi/2m)}{\cos (\alpha_2/2)} \right],$$

unde α_2 rezultă din (67) şi (70):

(79) $\alpha_2 = \arccos \{1 - [N_2^2 \sin^2 (k\pi/2m)]/N_1^2\} = 2 \arcsin \{[N_2 \sin (k\pi/2m)]/N_1\}.$

Deoarece, după cum rezultă din (8) și (9), $N_1 > N_2$, are loc inegalitatea:

(80) $$|[N_2 \sin (k\pi/2m)]/N_1| < 1$$

și pentru $k\pi/2m$ suficient de mic se poate scrie:

(81) $\alpha_2 \cong (2N_2/N_1) \sin (k\pi/2m)$ și (82) $\sin (k\pi/2m) \cong k\pi/2m$;

deci

(83) $$\alpha_2 \cong (N_2/N_1)(k\pi/m).$$

Înlocuind (83) în (78) și considerînd că pentru $k\pi/2m$ mic are loc

(84) $$[\cos (k\pi/2m)]/\cos (N_2 k\pi/N_1 2m) \cong 1,$$

se obține:

(85) $$p_1 F'(p_1) = \mathrm{j} \frac{2m \sin (k\pi/2m)}{\cos (k\pi/2m)} \left\{ \frac{1}{\cos^2 k\pi} - \frac{\eta N_2}{N_1 \cos^2 (N_2 k\pi/N_1)} \right\}.$$

Făcînd aceleași simplificări ca mai sus se obține:

(86) $$f(p_1) = \mathrm{j} \left\{ \frac{\sin [k\pi/(1 - s/m)]}{\cos k\pi} - \eta \frac{\sin [(N_2/N_1) k\pi (1 - s/m)]}{\cos [(N_2/N_1) k\pi]} \right\}.$$

Final, pentru originalele expresiilor (59) și (60), luînd în considerare numai oscilația fundamentală de tensiune, rezultă:

$$u_{s,1}(s,t) = 1 - \frac{s}{m} +$$

(87) $$+ \frac{\{\sin [k\pi(1-s/m)]\}/\cos k\pi - \eta\{\sin [(N_2/N_1)k\pi (1-s/m)]\}/\cos[(N_2/N_1)k\pi]}{[m \operatorname{tg} (k\pi/2m)] \{1/\cos^2 k\pi - \eta (N_2/N_1)/\cos^2 [(N_2/N_1)k\pi]\}} \times$$

$$\times \cos \omega' t,$$

$$v_{s,1}(s,t) = \left(1 - \frac{s}{m}\right) \frac{M}{L_1} +$$

(88) $$+ \frac{D_1\{\sin[k\pi(1-s/m)]\}/\cos k\pi - \eta D_2\{\sin[(N_2/N_1)k\pi(1-s/m)]\}/\cos[(N_2/N_1)k\pi]}{[m \operatorname{tg} (k\pi/2m)] \{1/\cos^2 k\pi - \eta (N_2/N_1)/\cos^2 [(N_2/N_1) k\pi]\}} \times$$

$$\times \cos \omega' t.$$

Comparînd expresiile (70), (87) și (88) corespunzătoare circuitului cu constante concentrate cu expresiile (7), (3) și (4) corespunzătoare circuitului cu constante uniform repartizate, rezultă pentru raportul pulsațiior:

(89) $$\omega'/\omega = [\sin (k\pi/2m)]/(k\pi/2m),$$

iar pentru raportul amplitudinilor, atît pentru tensiunea primară, cît și pentru cea secundară:

(90) $$A'/A = (k\pi/2m)/\operatorname{tg} (k\pi/2m).$$

În fig. 4 s-a reprezentat variația erorii relative pentru pulsație $(\omega - \omega')/\omega$ și amplitudine $(A - A')/A$, funcție de numărul elementelor m ale lanțului de cuadripoli, pentru valorile limită 0,5 și 1 ale lui k.

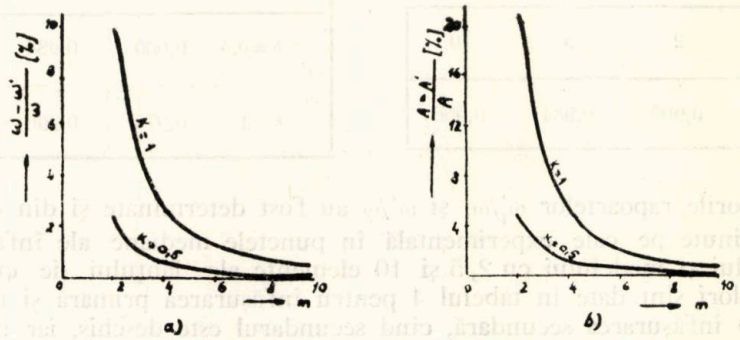


Fig. 4. — Erorile relative ale pulsațiilor *a)* și amplitudinilor *b)*, funcție de numărul elementelor m ale lanțului de cuadripoli, pentru valorile limită ale lui k, înfășurarea secundară fiind deschisă.

4. Verificări experimentale

Experimentarea s-a efectuat atît pe original cît și pe model, precizia de modelare urmărindu-se prin compararea oscilogramelor obținute.

Pentru original s-a folosit un miez de transformator cu trei coloane, avînd pe coloana centrală două înfășurări concentrice într-un strat, ambele cu 1700 spire, împărțite în 10 secțiuni a cîte 170 spire.

Pentru model s-a ales factorul de similitudine $p = 1/3$, ceilalți factori de similitudine rezultînd din tabelul 1. Rețeaua suplimentară de capacități a modelului s-a executat cu $m = 10$ elemente.

La efectuarea măsurătorilor pe original și model s-au utilizat impulsuri de tensiune de formă apropiată de cea dreptunghiulară, obținute de la un generator de impulsuri repetate.

Factorul de similitudine a tensiunilor rezultă din tabelul 1, $p = 1/9$. Raportul nu a fost respectat în experimentare, considerînd că pentru amplitudinea aleasă a impulsurilor (500 V) nu putea avea loc saturația circuitului magnetic nici la original și nici la model. Ca urmare, atît pe original cît și pe model s-au aplicat impulsuri de aceeași amplitudine.

Pentru ridicarea oscilogramelor în diverse puncte ale înfășurărilor pe original și model s-au prevăzut prize în înfășurare după fiecare 10% din numărul total de spire.

În fig. 5...8 sînt reproduse oscilogramele de tensiune ridicate pe original și pe modelul cu 10 elemente ale lanțului de cuadripoli, în cazul secundarului scurtcircuitat, respectiv deschis. Procentul numărului de spire este indicat de la neutru către borna de intrare a înfășurării.

Din compararea oscilogramelor obținute pe original și model se observă o bună corespondență atît relativ la pulsații cît și la amplitudini.

În tabelul 2 sînt date valorile raportului ω_1'/ω_1 calculate cu relația (55) pentru oscilația fundamentală, în cazul secundarului scurtcircuitat, iar în tabelul 3 — valorile raportului ω'/ω calculate cu relația (89) în cazul secundarului deschis, ambele pentru numărul de elemente ale lanțului de cuadripoli $m = 2$, 5 și 10.

Tabelul 2

m	2	5	10
ω_1'/ω_1	0,900	0,984	0,996

Tabelul 3

m		2	5	10
$\frac{\omega'}{\omega}$	$k=0,5$	0,900	0,984	0,996
	$k=1$	0,975	0,996	0,999

Valorile rapoartelor ω_1'/ω_1 şi ω'/ω au fost determinate şi din oscilogramele obţinute pe cale experimentală în punctele mediane ale înfăşurărilor originalului şi modelului cu 2, 5 şi 10 elemente ale lanţului de cuadripoli. Aceste valori sînt date în tabelul 4 pentru înfăşurarea primară şi în tabelul 5 pentru înfăşurarea secundară, cînd secundarul este deschis, iar în tabelul 6 pentru înfăşurarea primară cînd secundarul este scurtcircuitat.

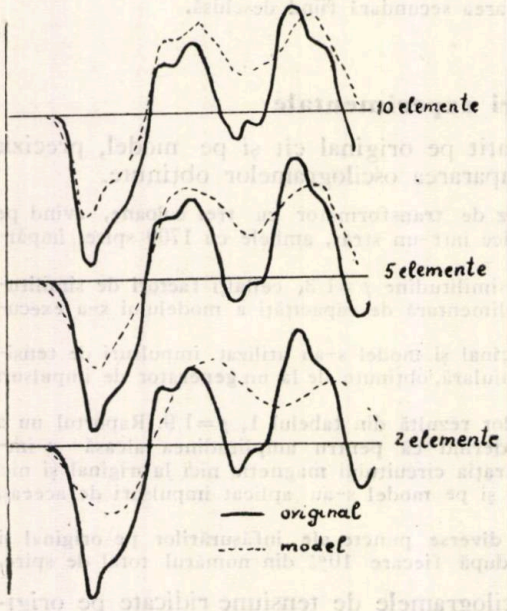


Fig. 9. — Oscilogramele de tensiune ridicate în punctele mediane ale înfăşurărilor secundare ale originalului şi modelului cu 2, 5 şi 10 elemente, secundarul fiind scurtcircuitat.

Tabelul 4

m	2	5	10
ω'/ω	0,956	0,1	1

Tabelul 5

m	2	5	10
ω'/ω	0,965	1	1

Tabelul 6

m	2	5	10
ω_1'/ω_1	0,968	1	1

În fig. 9 sînt reproduse oscilogramele ridicate în punctele mediane ale înfăşurărilor secundare ale originalului şi modelului cu 2, 5 şi 10 elemente, cînd secundarul este scurtcircuitat.

Din compararea tabelelor 4 şi 5 cu 3 şi a lui 6 cu 2, cît şi din fig. 9 rezultă pentru oscilaţiile fundamentale o bună concordanţă între rezultatele teoretice şi cele experimentale. Analiza tabelelor 2...6 şi fig. 9 arată că

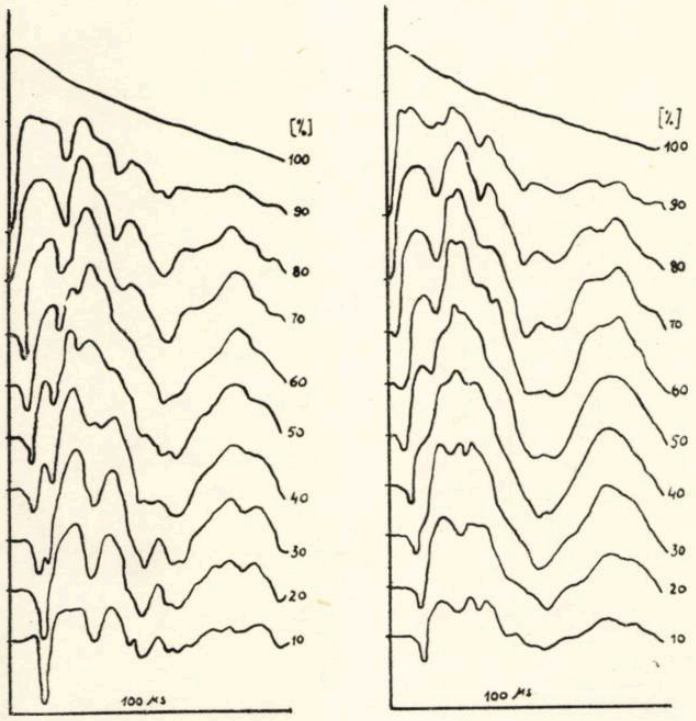


Fig. 5. — Oscilogramele de tensiune ridicate pe înfăşurarea primară a originalului *a*) şi modelului *b*), secundarul fiind scurt-circuitat.

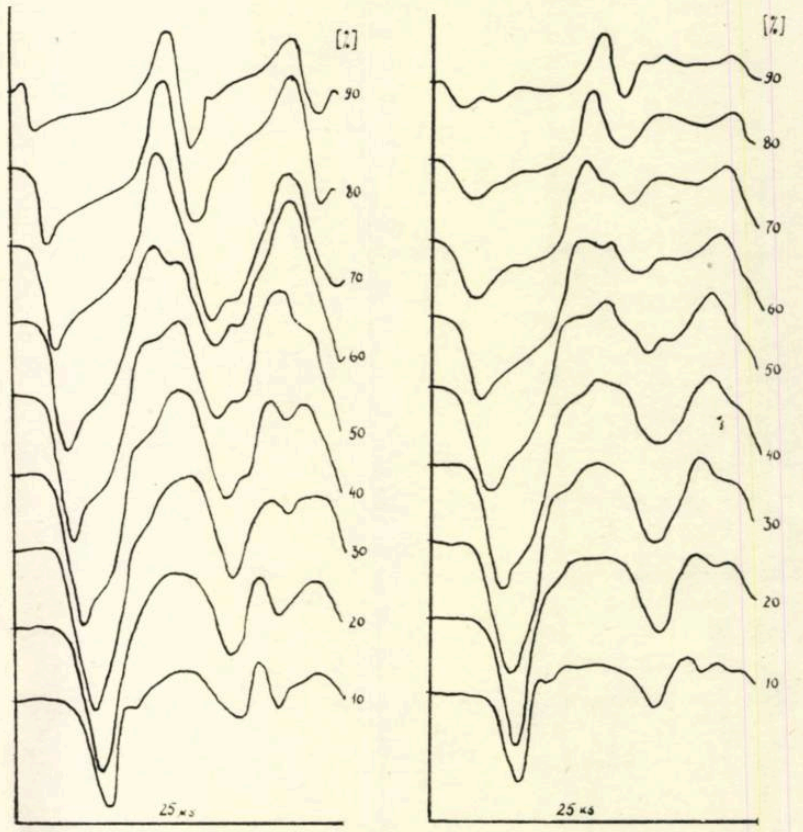


Fig. 6. — Oscilogramele de tensiune ridicate pe înfăşurarea secundară a originalului *a*) şi modelului *b*), secundarul fiind scurtcircuitat.

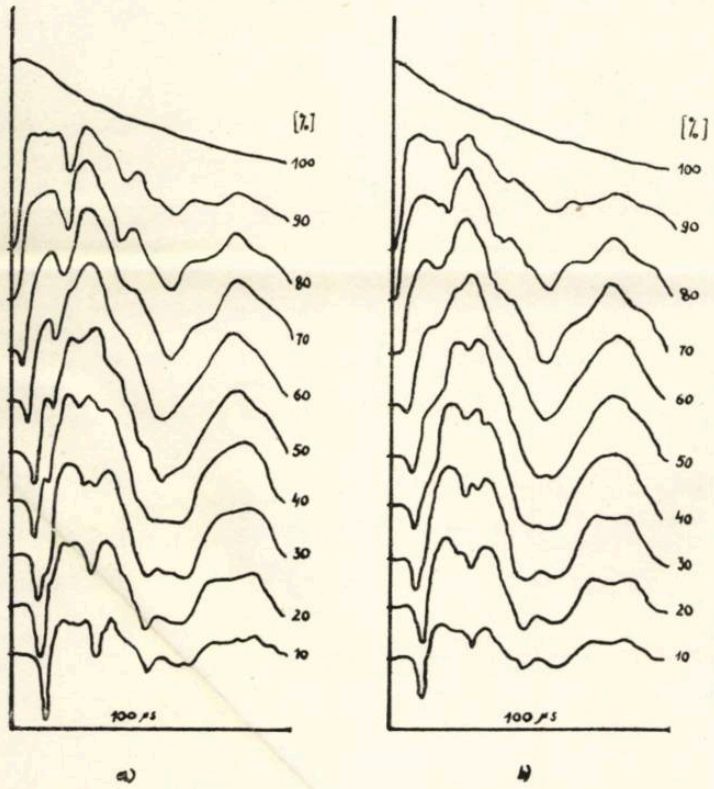


Fig. 7. — Oscilogramele de tensiune ridicate pe înfăşurarea primară a originalului *a*) şi modelului *b*), secundarul fiind deschis.

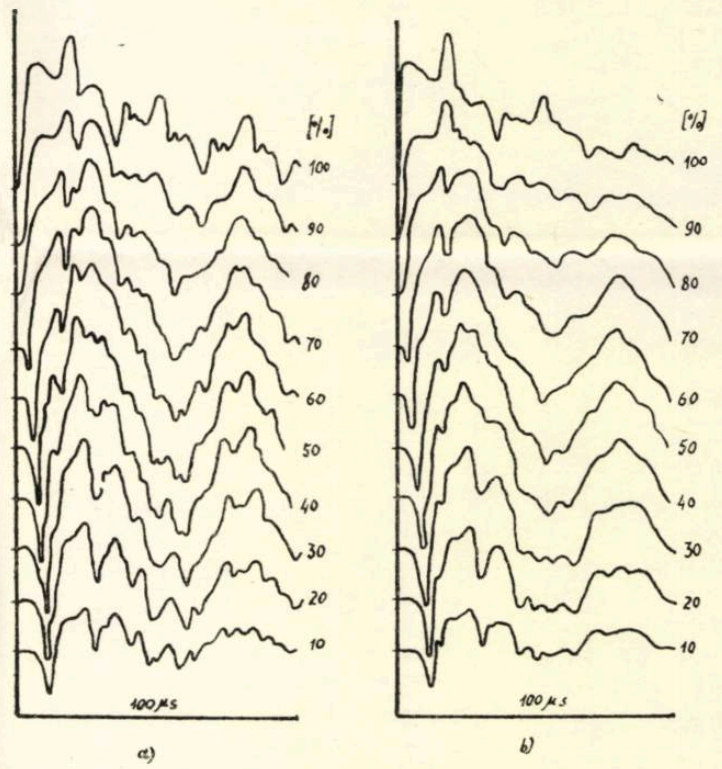
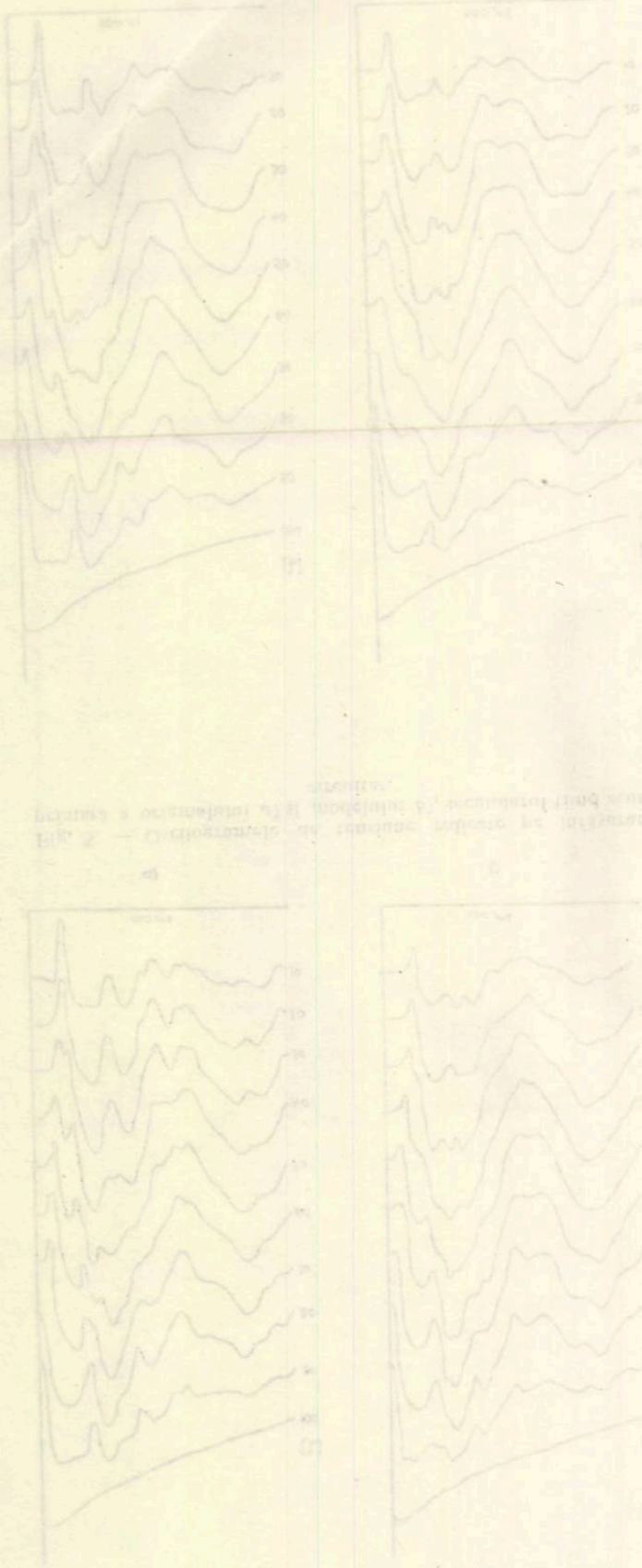
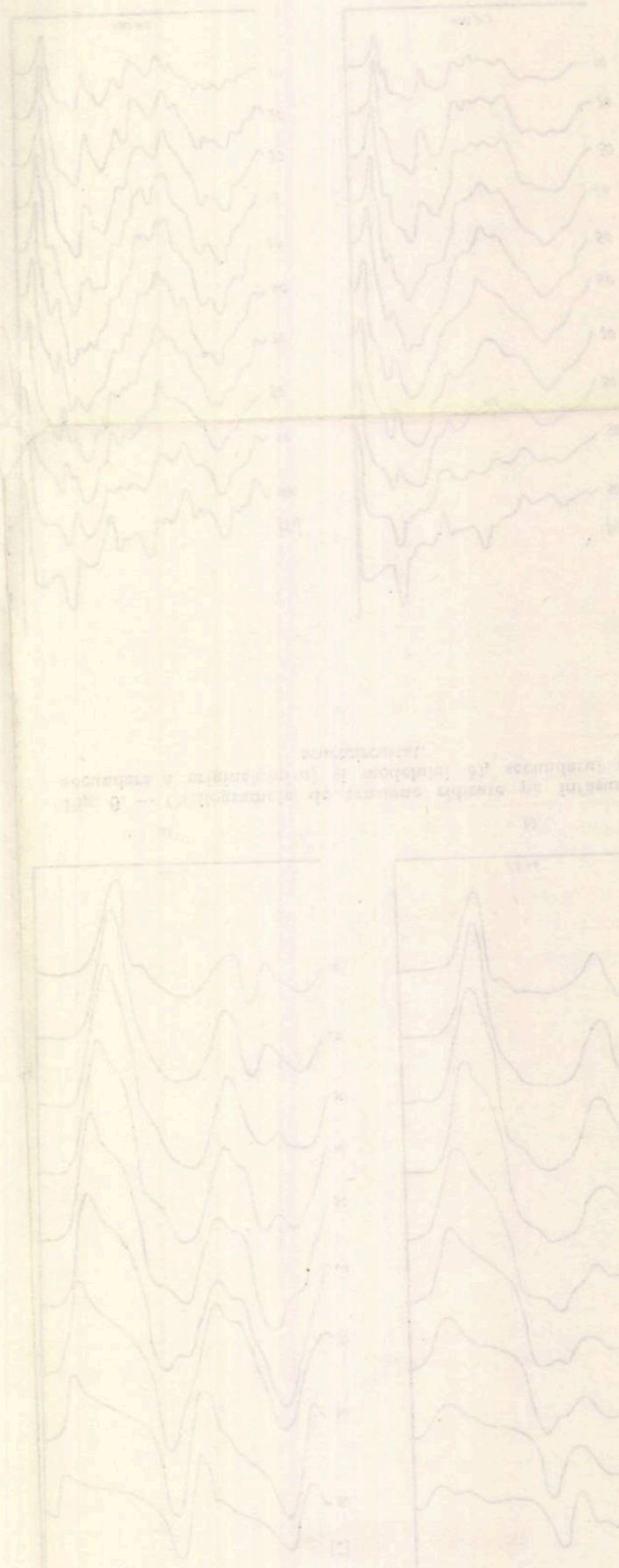


Fig. 8. — Oscilogramele de tensiune ridicate pe înfăşurarea secundară a originalului *a*) şi modelului *b*), secundarul fiind dechis.





pentru a se asigura o precizie de modelare corespunzătoare este suficient ca reţeaua suplimentară de capacităţi a modelului să aibă cel puţin 5 elemente.

Din cercetarea fig. 5...9 rezultă o corespondenţă satisfăcătoare şi între amplitudinile oscilaţiilor din original şi model. O analiză mai amănunţită nu se întreprinde în acest cadru. Pentru aceasta ar fi necesar de studiat amortizarea oscilaţiilor pe original şi model.

Şcoala superioară tehnică cehă, Praga,
R. S. Cehoslovacă

BIBLIOGRAFIE

1. Abetti P. A., Trans. A. I. E. E., 1953, **72**, *III*, p. 468.
2. Veverka A., Rozpravy Cesk. akad. ved, Rada techn. ved, 1962, **72**, *1*.
3. Gavrilaş N., Bulet. Inst. polit. Iaşi, 1963, **IX (XIII)**, *3—4*, p. 211.
4. Langhaar H. L., *Dimensional Analysis and Theory of Models*. John Wiley and Sons. Inc., N. Y., 1952.
5. Chládek J., Elektr. obzor, 1950, **39**, p. 73.

SIMULATION DE LA TRANSMISSION DES PHÉNOMÈNES DE CHOC DANS LE TRANSFORMATEUR À DEUX ENROULEMENTS

(Résumé)

En utilisant le schéma équivalent simplifié adopté en [3] pour le transformateur à deux enroulements, soumis à l'action d'une onde de choc, on étudie la précision de simulation de la transmission des phénomènes de choc d'un enroulement à l'autre.

On utilise la méthode de simulation à modèle électromagnetique combiné.

On déduit les conditions de simulation par l'analyse de l'équation diférentielle générale du phénomène étudié.

On compare les expressions des fréquences et des amplitudes des oscillations pour le cas du schéma equivalent, ayant les paramètres uniformément repartisés (qui représente l'original) et pour le cas du schéma equivalent à paramètres localisés (qui représente le modèle) et on déduit les erreurs qui y interviennent par simulation.

Les conclusions théoriques on été confirmées par voie expérimentale. On constate que les erreurs qui interviennent par simulation sont admissibles pour les premières harmoniques des oscillations et que la précision de simulation peut être assurée en utilisant un réseau supplémentaire de capacités ayant au moins 5 éléments.

Explication des figures

Fig. 1. — Schéma équivalent du modèle.

Fig. 2. — Schéma de l'élément *s* de la chaîne de quadripôles.

Fig. 3. — Erreurs relatives des fréquences angulaires *a*) et des amplitudes *b*) en fonction de l'ordre de l'harmonique spatiale *n* et du nombre *m* des éléments de la chaîne des quadripôles, lorsque l'enroulement secondaire est court-circuité.

Fig. 4 — Erreurs relatives des fréquences angulaires *a*) et des amplitudes *b*) en fonction du nombre *m* des éléments de la chaîne de quadrilôles *m*, pour les valeurs extrêmes du facteur *k*, lorsque le circuit de l'enroulement secondaire est ouvert.

Fig. 5. — Oscillogrammes des tensions pour l'enroulement primaire de l'original *a*) et du modèle *b*), le secondaire étant court-circuité.

Fig. 6. — Oscillogrammes des tensions pour l'enroulement secondaire de l'original *a*) et du modèle *b*), le secondaire étant court-circuité.

Fig. 7. — Oscillogrammes des tensions pour l'enroulement primaire de l'original *a*) et du modèle *b*), le secondaire étant ouvert.

Fig. 8. — Oscillogrammes des tensions pour l'enroulement secondaire de l'original *a*) et du modèle *b*), le secondaire étant ouvert.

Fig. 9. — Oscillogrammes des tensions dans les points médians des enroulements secondaires de l'original et du modèle avec 2, 5 et 10 éléments, le secondaire étant court-circuité.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 621.317.361

CONSIDERAŢII ASUPRA MĂSURĂRII FRECVENŢEI PRIN ADUCEREA A DOI CURENŢI ÎN CAUDRATURĂ

DE

GH. SAVIN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Metoda ce se descrie mai jos se bazează pe aducerea a două tensiuni în cuadratură şi prin aceasta se deosebeşte de metoda în punte [1]. În schema de principiu din fig. 1 se aleg parametrii pentru ca cei doi curenţi I_A, I_B să fie aduşi în cuadratură. În aceste condiţii tensiunea U_1 luată potenţiometric pe rezistenţele R şi R_B se aduce în cuadratură cu tensiunea de alimentare U.

După cum este cunoscut [2] relaţia între parametrii schemei, cînd cei doi curenţi sînt în cuadratură, este independentă de frecvenţă:

$$L = C R_A R_b, \tag{1}$$

unde

$$R_A = R + r_0 .$$

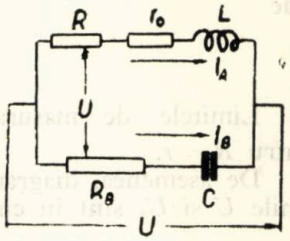


Fig. 1

În schimb relaţia care exprimă cuadratura dintre tensiunile U şi U_1 este funcţie de frecvenţă. Schema de principiu din fig. 1 poate fi realizată ca în fig. 2 în scopul măsurării frecvenţelor coborîte, sau ca în fig. 3, în scopul măsurării frecvenţelor ridicate.

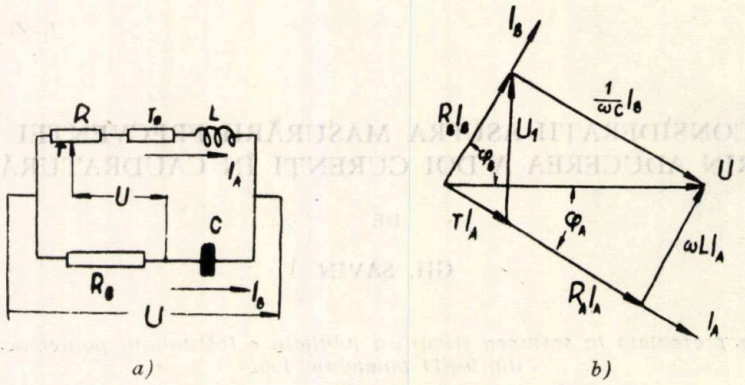
2. Diagrama de funcţionare din fig. 2 arată că dacă tensiunile U şi U_1 sînt în cuadratură se pot scrie relaţiile:

$$[r I_A + I_B/(\omega C)] \cos \varphi_A = U, \tag{2}$$

(3) $$r I_A \cos \varphi_A = R_B I_B \cos \varphi_B .$$

De asemenea:

(4) $$\begin{cases} I_A = U/\sqrt{R_A^2 + \omega^2 L^2}, \quad I_B = U/\sqrt{R_B^2 + 1/(\omega^2 C^2)^2}, \\ \cos \varphi_A = R_A/\sqrt{R_A^2 + \omega^2 L^2}, \quad \cos \varphi_B = R_B/\sqrt{R_B^2 + 1/(\omega^2 C^2)^2}, \end{cases}$$



a) *b)*

Fig. 2

Înlocuind în (2) sau (3) expresiile (4) şi (1) se obţine

(5) $$\omega = \sqrt{R_A r}/L,$$

şi deci:

(6) $$f = k\sqrt{r},$$

unde

$$k = \sqrt{R_A}/(2\pi L).$$

Limitele de măsurare sînt: $f_{\min} = 0$ pentru $r = 0$, $f_{\max} = k\sqrt{R}$ pentru $R = r$.

De asemenea, diagrama de funcţionare din fig. 3 b arată că dacă tensiunile U şi U_1 sînt în cuadratură se poate scrie relaţia:

(7) $$r_1 I_B \cos \varphi_B = R I_A \cos \varphi_A .$$

Utilizînd expresiile (4) şi (1) se obţine:

(8) $$\omega = \sqrt{R_A R_B R}/(L\sqrt{r_1})$$

deci:

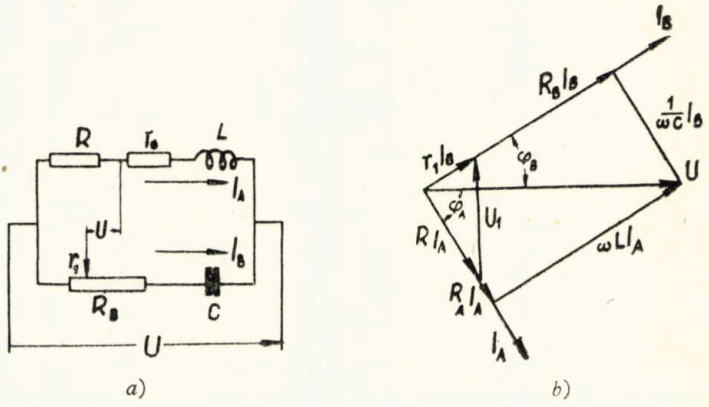
(9) $$f = k_1/\sqrt{r_1},$$

unde

$$k_1 = \sqrt{R_A R_B R/(2\pi L)}.$$

Limitele de măsurare sînt: $f_{min} = k/\sqrt{R_B}$ pentru $r_1 = R_B$, $f_{max} = \infty$ pentru $r_1 = 0$.

Se poate arăta uşor că frecvenţa maximă ce se poate măsura cu schema din fig. 2 este aceeaşi cu frecvenţa minimă ce se poate măsura cu schema din fig. 3.



a) *b)*

Fig. 3

În consecinţă, teoretic este posibil ca folosind schema din fig. 1 să se măsoare frecvenţe în domeniul de valori 0...∞.

3. Depistarea momentului cuadraturii tensiunilor U şi U_1 se face cu indicatoare sensibile la fază pentru 90°. Întrucît există indicatoare sensibile la fază care nu acţionează decît sub influenţa oscilaţiei fundamentale [3], măsurarea frecvenţei se poate face şi în cazul cînd tensiunea de alimentare nu este perfect sinusoidală.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de bazele electrotehnicii

BIBLIOGRAFIE

1. Krönert I., *Messbrücken und Kompensatoren.* Band 1., R. Oldenbourg, Berlin, 1935.
2. Savin Gh., Autoreferatul dizertaţiei de candidat în ştiinţe tehnice, Iaşi, 1961.
3. Карандеев К. Б., ВАИТ, 2, ИМА, АН УССР, Киев, 1954, Т. III, стр. 5.

ОБ ИЗМЕРЕНИИ ЧАСТОТЫ ПРИВЕДЕНИЕМ ДВУХ ТОКОВ В КВАДРАТУРУ

(Резюме)

При пользовании схемы-деривации, содержащей в одной из ветвей индуктивность и сопротивление, а в другой емкость и сопротивление, токи из ветвей могут быть приведены в квадратуру.

В этом случае между параметрами цепи существует отношение $L = C R_A R_B$.

В учитываемой цепи реализуется квадратура между напряжением U питания схемы и напряжением U_1 взятым потенциометрически на сопротивлениях R_A и R_B.

Отношение квадратуры напряжений U и U_1 зависит от частоты и, следовательно, она может быть измеряема.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 621.317.734

OHMMETRU ELECTROSTATIC DE TIP LOGOMETRU

DE

M. ANTONIU

1. Introducere

Pentru măsurarea rezistențelor foarte mari sînt larg utilizate metodele electrometrice, pe baza cărora s-au construit și instrumente cu citire directă, așa numitele ohmmetre electrostatice [1]. Principalele inconveniente ale acestor instrumente sînt necesitatea unei surse de alimentare cu tensiunea stabilizată și necesitatea unei operații suplimentare — de măsurare precisă a unui interval de timp. Pentru a le evita ne-am gîndit la un instrument electrostatic cu mecanismul de măsură de tip logometric.

De la apariția primului instrument de măsură logometric (T. Bruger, 1894) și pînă în prezent s-au construit multiple variante de logometre — magnetoelectrice, electromagnetice, electrodinamice și de inducție — care se utilizează în cele mai variate domenii ale tehnicii. În literatura de specialitate au apărut numeroase lucrări consacrate acestui gen important de instrumente [2]...[5] dintre care una de mari proporții [5]; nici una însă nu se ocupă de logometrele electrostatice, ci doar afirmă numai posibilitatea realizării lor [1], [5].

Instrumentele de măsură electrostatice, în comparație cu cele neelectrostatice, prezintă ca avantaje principale un consum extrem de mic în c. a. și practic nul în c. c., independența indicațiilor de forma curbei tensiunii, posibilitatea lucrului la tensiuni și frecvențe ridicate, influență redusă a factorilor externi (cu excepția cîmpurilor electrice), simplitate în construcție și potrivit criteriilor din [6], „randament cibernetic" mare. Dezavantajele esențiale ale acestor instrumente sînt cuplu motor mic și robustețe redusă. Cu toate acestea, instrumentele de măsură electrostatice se folosesc din ce în ce mai mult ca instrumente de laborator, la bancurile de probă și limitat ca instrumente de tablou. De altfel în ultima vreme se observă o anumită tendință de revenire la acest tip de instrumente, fie pentru conectare directă sau prin reductori de tensiune, fie chiar în scheme electronice cu amplificare, pentru utilizarea lor la tensiuni foarte mici [7].

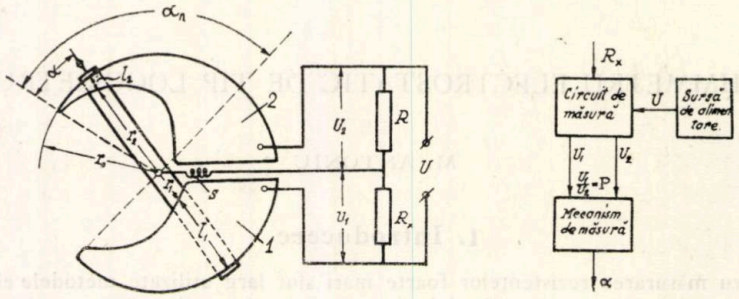
Conform definiției logometrului din [5] rezultă că din mulțimea instrumentelor electrostatice, numai tipul cu electrod mobil rotitor montat pe ax cu lagăre (reprezentativ pentru această categorie fiind voltmetrul electrostatic de medie tensiune) poate servi ca punct de plecare pentru construcția unui logometru electrostatic.

În cele ce urmează prezentăm calea urmată în vederea realizării unui ohmmetru electrostatic de tip logometru.

2. Mecanismul de măsură

Dacă la mecanismul de măsură al unui voltmetru electrostatic se înlocuiește cuplul oponent creat de resortul antagonist printr-un cuplu obținut pe cale electrică cu un dispozitiv similar celui care generează cuplul

motor, se obţine în principiu un mecanism de măsură electrostatic de tip logometru. Din mulţimea variantelor constructive ale mecanismelor de măsură folosite la voltmetrele electrostatice, am ales pe cea cu electrod mobil în formă de „ac" deoarece este simplă şi permite o mare supleţe la modificarea caracteristicii scalei instrumentului. Plecînd de la acest tip de mecanism am alcătuit schema de principiu a ohmmetrului electrostatic de tip logometru (fig. 1 a). In fig. 1 b se indică schema bloc a acestuia.



a) b)

Fig. 1

Aici electrozii ficşi (*1*) şi porţiunea l_1 a electrodului mobil cuprinsă între ei, formează partea mecanismului care generează cuplul motor iar electrozii ficşi (*2*) împreună cu porţiunea corespunzătoare l_2 a electrodului mobil formează partea care generează cuplul oponent; r_0 este raza cercului care defineşte conturul exterior pentru ambele perechi de electrozi ficşi, iar r_1 şi r_2 definesc conturul lor interior; U_1 şi U_2 — tensiunile la bornele părţii motoare, respectiv oponente, ale mecanismului de măsură; R_x — rezistenţa de măsurat; R — rezistenţă etalonată cunoscută; s — conductor flexibil care la rotirea părţii mobile dă un cuplu neglijabil.

a) *Ecuaţia de echilibru, cuplul stabilizant*

Notînd cu M_1 cuplul motor şi cu M_2 cuplul oponent şi ţinînd seama de sensul de rotaţie al electrodului mobil (fig. 1 a) putem scrie:

$$M_1 = -(U_1^2/2)(\mathrm{d}C_1/\mathrm{d}\alpha) \quad \text{şi} \quad M_2 = (U_2^2/2)(\mathrm{d}C_2/\mathrm{d}\alpha), \tag{1}$$

unde C_1 şi C_2 sînt capacităţile variabile dintre electrodul mobil şi cei ficşi.

Neglijînd cuplurile parazite, la echilibru $M_1 + M_2 = 0$ sau

$$(U_1/U_2)^2 = (\mathrm{d}C_2/\mathrm{d}\alpha)/(\mathrm{d}C_1/\mathrm{d}\alpha). \tag{2}$$

Cu notaţiile:

$$\mathrm{d}C_1/\mathrm{d}\alpha = C_1', \quad \mathrm{d}C_2/\mathrm{d}\alpha = C_2', \quad U_1/U_2 = P, \tag{3}$$

ecuaţia (2) devine:

(4) $$P^2 = C_2'/C_1' = f(\alpha),$$

din care rezultă că pentru a obține dependența raportului de măsurat P de unghiul de deviație α al părții mobile este obligatorie condiția $C_1' \neq C_2'$ pentru orice α și că la mecanismul cu electrod mobil „ac", caracterul scalei, în unități ale raportului P, este în întregime determinat de forma electrozilor ficși.

Precizia de așezare a organului mobil în poziția de echilibru depinde de mărimea cuplului stabilizant specific. El se definește ca:

(5) $$M_s' = \partial (M_1 - M_2)/\partial\alpha.$$

Pentru echilibru stabil este obligatorie condiția $M_s' < 0$, sau după (5), $\partial M_1/\partial\alpha < \partial M_2/\partial\alpha$; în cazul din fig. 1 a, la deplasarea electrodului mobil în sensul acelor ceasornicului, cuplul motor trebuie să scadă iar cel oponent să crească. Inlocuind în (5) pe M_1 și M_2 din (1) și ținînd seama de (3) se obține:

$$M_s' = (U_1^2 C_1'')/2 - (U_2^2 C_2'')/2 = M_1 [C_1''/C_1' - C_2'' M_2/(C_2' M_1)].$$

Deoarece la echilibru $(\alpha = \alpha_e)$, $M_1 = M_2$, $M_s' = M_1 (C_1''/C_1' - C_2''/C_2')_{(\alpha=\alpha_e)}$ sau după transformări simple

(6) $$M_s' = -2 M_1 (\ln P)'.$$

b) *Factorul de calitate*

Ca și la celelalte instrumente de măsură care au organul mobil pe lagăre, calitățile mecanismului de măsură la un logometru electrostatic pot fi caracterizate aproximativ prin așa numitul factor de calitate Keinath:

(7) $$F_c = 10 M_s' \alpha_n / G^{1,5},$$

unde M_s' este cuplul stabilizant specific (în g cm/grad) iar G — greutatea părții mobile în gf. Din (1), (6) și (7) rezultă că la creșterea tensiunii U de alimentare, cu menținerea constantă a parametrilor constructivi ai mecanismului și a intensității cîmpului electric dintre electrozi, factorul de calitate crește proporțional cu tensiunea.

În lucrarea [8] se arată că la mecanismul de măsură cu ax vertical unghiul erorii de frecare reprezintă 1/10...1/40 din valoarea celui corespunzător mecanismului cu ax orizontal. Deci pentru logometrul electrostatic, la care cuplurile motor și oponent au valori mici, trebuie preferată poziția verticală a axului de susținere al electrodului mobil. In cazul cînd se impune folosirea mecanismului cu ax orizontal, trebuie luată în considerație poziția

electrozilor ficşi faţă de carcasa instrumentului, precum şi a acesteia, la fixare pe tablou, în raport cu verticala. Cînd dispunerea are loc corect, forţa rezultantă care determină presiunea în lagăre este

$$F = G - (F_1 + F_2), \tag{8}$$

unde F_1 şi F_2 sînt forţele care dau naştere cuplului motor şi oponent; în cazul contrar, contraindicat,

$$F = G + (F_1 + F_2). \tag{9}$$

Dispunerea corectă conduce la o oarecare reducere a presiunii pe lagăre.

c) *Sensibilitatea şi limitele de măsură*

Din schema bloc (fig. 1b) rezultă că sensibilitatea mecanismului de măsură faţă de raportul de măsurat P, se poate exprima prin $S_p = d\alpha / dP$. Ţinînd seama de (4)

$$S_P = 2(C_1' C_2')^{1/2} / (C_1' C_2'' - C_1'' C_2'), \tag{10}$$

din care rezultă că la tipul de mecanism adoptat, sensibilitatea depinde numai de forma electrozilor ficşi.

Sensibilitatea relativă a acestui tip de mecanism se poate pune sub forma:

$$S_{P_0} = (d\alpha / \alpha)/(dP / P), \tag{11}$$

care, ţinînd seama şi de (6), conduce la

$$S_{P_0} M_s = -2M_1. \tag{12}$$

Se conchide că mecanismul prezintă calităţi bune cînd dependenţa dintre deviaţia α şi raportul de măsurat P este liniară ($S_{P_0} = 1$), deoarece atunci cuplul stabilizant ($M_s = M_s' \alpha$) rămîne constant pentru orice deviaţie a părţii mobile. (Mecanismul la care $f(\alpha)$ este liniară va fi denumit mecanism liniar.) La mărirea sensibilităţii relative cu păstrarea calităţilor mecanice (factor de calitate etc.) se impune majorarea în aceeaşi proporţie a cuplului motor care se realizează fie prin mărirea lui U_1 (adică a tensiunii U a sursei de alimentare) fie prin creşterea valorii numerice a lui C_1' (deci sporirea dimensiunilor mecanismului).

După [5] posibilităţile mecanismului de măsură logometric în ce priveşte gama rapoartelor de măsurat, pot fi exprimate prin aşa numita limită relativă de măsură, definită ca:

$$L_P = P_n / P_0, \tag{13}$$

unde P_0 şi P_n sînt valorile raportului de măsurat la începutul ($\alpha = 0$) şi respectiv sfîrşitul ($\alpha = \alpha_n$) scalei. Cînd $P_0 \neq 0$ şi $P_n \neq 0$ logometrul se numeşte cu limite de măsură finite. Cînd $P_0 = 0$ şi $P_n = \infty$ sau invers, se obţin logometre cu limite de măsură infinite. Ţinînd seama de (4)

(14) $$L_P = (q_1/q_2)^{1/2},$$

în care s-au introdus notaţiile:

(15) $$q_1 = C'_{10}/C'_{1n} \text{ şi } q_2 = C'_{20}/C'_{2n}.$$

Din (14) se constată că schimbarea limitei relative de măsură L_P a mecanismului se poate obţine numai prin modificarea valorii termenilor q_1 şi q_2, adică în ultima instanţă numai prin modificarea raportului dintre capacitatea iniţială şi finală atît pentru ansamblul care generează cuplul motor cît şi pentru cel ce generează cuplul oponent.

3. Circuitul de măsură

Din punctul de vedere al tensiunii sursei de alimentare logometrele electrostatice s-ar putea împărţi în:

a) logometre de înaltă tensiune (peste 6 kV) cînd este raţională introducerea unui reductor de tensiune pe canalul sursă-circuit de măsură (vezi fig. 1 a);

b) logometre de medie tensiune (între 1 şi 6 kV) cu conectare directă la sursa de tensiune;

c) logometre de joasă şi foarte joasă tensiune, cînd este obligatorie amplificarea tensiunii, fie pe canalul sursă-circuit de măsură, fie pe canalul mecanism de măsură-circuit de măsură, fie chiar simultan pe ambele canale.

În lucrarea de faţă ne ocupăm numai de logometrele cu conectare directă. Deoarece în cazul acestui tip de ohmmetre tensiunea de lucru este ridicată şi rezistenţele de înaltă tensiune cu calităţi metrologice sînt scumpe, vom adopta circuitul de măsură sub forma din fig. 1 a, cea mai simplă întrucît conţine numai două rezistenţe, de măsurat (R_x) şi de referinţă (R). Din fig. 1 a rezultă că păstrînd sensul pozitiv de rotaţie al electrodului mobil (la creşterea lui R_x), rămîne posibilă numai o singură variantă a acestui circuit, reprezentată în fig. 2.

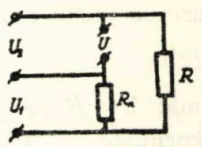


Fig. 2

În lucrarea de faţă vom numi circuit de specia I pe cel din fig. 1 a şi circuit de specia II pe cel din fig. 3.

Pentru circuitul de specia I se pot scrie relaţiile:

(16) $$U_1 = R_x U/(R_x + R), \quad U_2 = UR/(R_x + R)$$

şi atunci

(17) $$P = R_x/R.$$

Dependenţa dintre mărimile de intrare şi de ieşire ($P = U_1/U_2$) este deci liniară la circuitul de specia I, care are sensibilitatea:

(18) $$S_c = \mathrm{d}P/\mathrm{d}R_x = 1/R$$

constantă; aceasta îl face indicat pentru ohmmetrele cu scală liniară. În cazul circuitului de specia II (fig. 3) avem:

(19) $$U_1 = UR_x/(R_x + R)\ ,\ U_2 = U$$

şi deci:

(20) $$P = R_x/(R_x + R).$$

Sensibilitatea sa

(21) $$S_c = \mathrm{d}P/\mathrm{d}R_x = R/(R_x + R)^2$$

scade cu creşterea lui R_x, fapt care-l face avantajos pentru ohmmetrele destinate măsurării rezistenţelor foarte mari şi care variază în limite foarte largi (de ex. rezistenţe de izolaţie).

4. Determinarea caracteristicilor mecanismului de măsură din condiţiile impuse ohmmetrului

Condiţiile impuse ohmmetrului — din cerinţele exploatării — se exprimă de obicei prin forma scalei (în unităţi de R_x), precizia şi limitele de măsură ale instrumentului. Din (4) şi (14) rezultă că atît caracteristica scalei cît şi limitele de măsură depind de forma funcţiilor C_1' şi C_2'. Precizia instrumentului depinde de cuplul stabilizant specific M_s' care după (6) este condiţionat de asemenea de C_1' şi C_2'. Deci obţinerea caracteristicilor de bază ale mecanismului de măsură revine la determinarea funcţiilor C_1' şi C_2'.

Caracterul scalei ohmmetrului se poate exprima prin

(22) $$R_x = F(\alpha),$$

care se poate pune sub forma:

(22′) $$\lambda = \psi(\eta),$$

unde $\lambda = R_x/R_{xn}$ şi $\eta = \alpha/\alpha_n$ sînt valorile relative ale mărimilor R_x şi α, exprimate în fracţiuni din valorile lor nominale (R_{xn} şi respectiv α_n).

Din circuitul de măsură se poate în general stabili $U_1 = \varphi_1(\lambda)$ şi $U_2 = \varphi_2(\lambda)$ sau în conformitate cu (22′):

(23) $$U_1 = \varphi_1(\lambda(\eta)) = Q_1(\eta),\quad U_2 = \varphi_2(\lambda(\eta)) = Q_2(\eta)\quad \text{şi}\quad P = Q_1/Q_2.$$

Pe de altă parte din (6), (în ipoteza constanţei cuplului stabilizant în lungul scalei) deducem:

(24) $$M_1 = -M_s'/[2(\ln P)'] = M_2.$$

Ţinînd seama acum de (1) şi de substituţiile (23) rezultă:

(25) $$C_1' = (M_s'/Q_1^2)(P/P')\ \text{şi}\ C_2' = -(M_s'/Q_2^2)(P/P'),$$

care reprezintă ecuaţiile diferenţiale fundamentale pentru ohmmetrul electrostatic, deoarece definesc mecanismul de măsură în funcţie de cerinţele impuse instrumentului. În continuare vom cerceta tipurile de mecanisme de măsură cerute de ohmmetrele cu scală liniară cu limite de măsură infinite şi de cele cu scală logaritmică.

a) *Ohmmetrul cu scală liniară*

Aici (22′) devine:

(26) $$\lambda = \eta.$$

1. Circuit de specia I.

În acest caz expresiile (16) se pot scrie $U_1 = U\lambda/(\lambda + b)$ şi $U_2 = Ub/(\lambda + b)$, unde $b = R/R_{xn}$ este raportul dintre valoarea rezistenţei de referinţă şi valoarea nominală a rezistenţei de măsurat; ţinînd seama de (26):

(27) $$Q_1 = U\eta/(\eta + b), \quad Q_2 = Ub/(\eta + b) \quad \text{şi deci} \quad P = Q_1/Q_2 = \eta/b.$$

Substituind expresiile (27) în (25) se obţine:

(28) $$C_1' = (M_s'/U^2)\,[(\eta + b)^2/\eta] \quad \text{şi} \quad C_2' = -(M_s'/U^2 b^2)\,\eta(\eta + b)^2.$$

Deoarece $M_s' < 0$, C_1 scade iar C_2 creşte cu η; se respectă astfel condiţiile din fig. 1 a. Trebuie observat că prima expresie (28) îşi pierde sensul pentru $\eta = 0$. Pentru a evita acest lucru se introduce un parametru suplimentar η_0 $(1 > \eta_0 > 0)$. Atunci expresiile (28) devin:

(28′) $$C_1' = -A\,(\theta + b)^2/\theta \quad \text{şi} \quad C_2' = (A/b^2)\,\theta(\theta + b)^2,$$

în care s-au introdus notaţiile:

(29) $$\theta = \eta + \eta_0 \qquad \text{şi} \qquad (30) \quad A = -M_s'/U^2 = \text{const.}$$

Din (28′), ţinînd seama de (4), se deduce $P = (C_2'/C_1')^{1/2} = \theta/b = (\eta + \eta_0)/b$ din care se rezultă că mecanismul definit de ecuaţiile (28′) este liniar; el poate măsura rapoarte cuprinse între $P_0 = \eta_0/b$ şi $P_n = (1+\eta_0)/b$ şi deci are limita relativă de măsură:

(31) $$L_P = P_n/P_0 = (1 + \eta_0)/\eta_0.$$

Din cele expuse se poate conchide că *la un ohmmetru cu scală liniară, cu circuitul de măsură de specia I, mecanismul de măsură trebuie să fie obligatoriu liniar.*

Ohmmetrul construit pe baza mecanismului (28′) şi circuit de specia I-a măsoară rezistenţe cuprinse între $R_{xo} = R\eta_0/b$ şi $R_{xn} = (R/b)(1 + \eta_0)$ şi are limita relativă de măsură (definită prin analogie cu L_P):

(32) $$L_Q = R_{xn}/R_{xo} = (1 + \eta_0)/\eta_0.$$

2. Circuit de specia II.

Aici (v. (18)) $Q_1 = U\eta/(\eta + b)$ şi $Q_2 = U$; substituind aceste expresii în (25) şi notînd ca mai sus $\theta = \eta + \eta_0$,

(33) $$C_1' = -(A/b)[(\theta + b)^3/\theta] \quad \text{şi} \quad C_2' = (A/b)\,\theta(\theta + b).$$

Pe baza expresiilor (4) şi (33) se poate scrie $P = \theta/(\theta + b)$, din care rezultă că mecanismul de măsură descris de ecuaţiile (33) este neliniar. Limitele ohmmetrului corespunzător vor fi $R_{xo} = R\eta_0/b$, $R_{xn} = R(1 + \eta_0)/b$, $L_Q =$

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

$= (1 + \eta_0)/\eta_0$, adică identice cu ale ohmmetrului cercetat mai sus. Cu toate acestea, ţinînd seama de cele menţionate la discuţia expresiei (12), putem trage concluzia *că nu este avantajoasă folosirea circuitelor de specia II pentru obţinerea ohmmetrelor cu scală liniară.*

b) *Ohmmetrul cu limite de măsură infinite*

Caracteristica scalei corespunzătoare acestei cerinţe se poate pune sub forma:

$$R = R g \alpha / (h - \alpha), \tag{34}$$

unde g şi h sînt constante. Pentru $\alpha = 0$, $R_x = 0$ iar pentru $\alpha \to h$, $R_x \to \infty$. Înainte de a trece la mărimi relative, trebuie observat că în acest caz nu se mai poate folosi expresia $\lambda = R_x / R_{xn}$ deoarece $R_{xn} \to \infty$; vom raporta acum rezistenţa de măsurat la cea de referinţă, scriind

$$\lambda = R_x / R. \tag{35}$$

Atunci (34) devine

$$\lambda = g\,(\alpha/\alpha_n)/(h/\alpha_n - \alpha/\alpha_n) = g\,\eta/(d - \eta), \tag{36}$$

în care s-a introdus notaţia $d = h/\alpha_n$.

Din analiza expresiilor (17), (20) şi (21) rezultă că pentru obţinerea ohmmetrului cu limite de măsură infinite este mai avantajos circuitul de specia II şi ca atare vom cerceta numai acest circuit. Substituind în (19) pe λ din (36), utilizînd (25) precum şi notaţiile (29) şi (30), obţinem:

$$C_1' = -(A/dg^2)\{[d + (g-1)\theta]/\theta\}, \quad C_2' = (A/d)\theta\,[d + (g-1)\theta]. \tag{37}$$

Se observă că acest mecanism este neliniar şi are limitele de măsură finite. Constantele d şi g se determină din (36) impunînd două condiţii în succesiunea diviziunilor de pe scală. De exemplu, dacă se impune ca la $\eta = 0{,}1$ să corespundă $\lambda = 1$ iar la $\eta = 0{,}9$ să corespundă $\lambda = 1000$ se obţine $g = 8{,}1$ şi $d = 0{,}91$.

Din analiza expresiei (34) se poate deduce că *ohmmetrul cu limite de măsură infinite este indicat pentru măsurarea rezistenţelor foarte mari şi care variază în limite largi.*

c) *Ohmmetrul cu scală logaritmică*

Caracteristica scalei în acest caz poate fi exprimată prin:

$$R_x = R \exp(v\alpha) \quad (v = const. > 0). \tag{38}$$

De observat că şi aici, la transcrierea în mărimi relative, trebuie folosită forma (35) (deoarece $R_x/R_{xn} \leqslant 1$ şi deci $\log(R_x/R_{xn}) \leqslant 0$, ceeace ar duce la $\alpha \leqslant 0$). Trecînd la mărimi relative, (38) devine:

$$\lambda = \exp(k\eta), \tag{39}$$

unde s-a introdus notaţia $k = v\alpha_n$.

1. Circuit de specia I.

Utilizarea lui (16), (23) şi (35) conduce la:

$$(40)\qquad C'_1 = -(A/k)\exp(-2k\eta)[1+\exp(k\eta)]^2,\quad C'_2 = (A/k)[1+\exp(k\eta)]^2.$$

Se vede că dependenţa dintre deplasarea părţii mobile şi raportul de măsurat este logaritmică. Acest tip de mecanism va fi denumit logaritmic. Limitele sale de măsură sînt $P_0 = 1$, $P_n = \exp k$ şi $L_P = \exp k$, iar ale ohmmetrului corespunzător $R_{xo} = R$, $R_{xn} = R\exp k$ şi $L_\Omega = \exp k$.

2. Circuit de specia II.

Făcînd substituţiile şi calculele ca mai sus obţinem:

$$(41)\quad C'_1 = -(A/k)\exp(k\eta)[1+\exp(-k\eta)]^3,\quad C'_2 = (A/k)\exp(k\eta)[1+\exp(-k)].$$

Limitele de măsură ale acestui tip de mecanism sînt: $P_0 = 1/2$, $P_n = 1/[1+\exp(-k)]$ şi $L_p = 2/[1+\exp(-k)]$, iar ale ohmmetrului corespunzător $R_{xo} = R$ şi $R_{xn} = \exp k$.

5. Erori

Vom analiza pe scurt numai acele erori care sînt specifice sau se reflectă în mod specific asupra mecanismului de măsură electrostatic de tip logometric. Printre acestea menţionăm erorile datorite variaţiei tensiunii de alimentare, prezenţei cîmpurilor electrice străine şi variaţiei umidităţii mediului ambiant.

a) *Eroarea datorită variaţiei tensiunii sursei de alimentare*

La logometrul electrostatic unghiul erorii absolute, datorit cuplurilor parazite de sumă M_π, prin analogie cu unghiul erorii absolute datorit frecării în lagăre [9], se poate defini ca:

$$(42)\qquad \alpha_\pi = M_\pi / M'_s,$$

unde M'_s este cuplul stabilizant specific.

În timp ce M_π rămîne constant în raport cu tensiunea U a sursei de alimentare, M'_s variază cu aceasta (după cum rezultă din (6), (1) şi (16)) producînd o variaţie a unghiului α_π

$$(43)\qquad \Delta\alpha = \alpha_\pi - \alpha_{\pi n},$$

unde $\alpha_{\pi n}$ corespunde valorii nominale U_n a tensiunii de alimentare. Notînd cu M'_{sn} cuplul stabilizant specific corespunzător lui U_n, din (6) şi (16), ţinînd seama de (1), se deduce $M'_s/M'_{sn} = (U/U_n)^2 = m^2$ iar egalitatea (43) devine:

$$(43')\qquad \Delta\alpha = (M_\pi/M'_{sn})[(1-m)^2/m^2].$$

Admiţînd acum o variaţie a lui U, de exemplu $\pm$ 10 % faţă de U_n, obţinem valorile $m = 1{,}1$ şi $m = 0{,}9$. Evident, situaţia cea mai defavorabilă are loc pentru $m = 0{,}9$ cînd $\Delta\alpha = 0{,}234\ M_\pi/M'_{sn}$.

b) *Influenţa cîmpurilor electrice străine*

La o examinare mai amănunţită se poate constata că mecanismul de măsură electrostatic de tip logometric prezintă un anumit grad de „astatism" faţă de cîmpurile electrice străine; cu toate acestea, reducerea — la valori admisibile — a erorilor cauzate de aceste cîmpuri impune ecranarea electrostatică a mecanismelor de măsură. În fig. 5 b se dă schema unei astfel de ecranări care a dat rezultate satisfăcătoare la un instrument electrostatic de tip logometric.

c) *Influenţa variaţiei umidităţii mediului înconjurător*

Aceasta se traduce printr-o variaţie a permitivităţii ε a aerului, deci printr-o variaţie a funcţiilor C'_1 şi C'_2. Deoarece C'_1 şi C'_2 depind în acelaşi mod de ε, din (4) rezultă că variaţia permitivităţii aerului nu influenţează indicaţiile logometrului. Din (6) se poate deduce că o creştere a lui ε (ca urmare a creşterii umidităţii) conduce la majorarea cuplului stabilizant specific.

6. Exemplu de calcul

Vom schiţa mersul calculelor, în măsura în care acestea sînt specifice ohmmetrelor electrostatice, numai pentru cazul scalei liniare, metoda de calcul fiind asemănătoare şi pentru celelalte tipuri de scală. Pentru cazul ales vom calcula numai mecanismul de măsură; circuitul de măsură fiind foarte simplu nu cere procedee aparte de calcul. Din cele menţionate rezultă că trebuie adoptat mecanismul de măsură liniar.

Fie de calculat mecanismul de măsură pentru un megohmmetru electrostatic (cu scală liniară) avînd tensiunea de alimentare $U = 3$ kV şi limita relativă $L_Q = 10$.

La tipul de mecanism cu electrod mobil „ac" (adoptat) calculul se reduce în fond la obţinerea formei electrozilor ficşi şi a caracteristicii scalei, condiţionată de forma lor.

a) *Determinarea formei şi dimensiunilor electrozilor ficşi*

Din fig. 1 a se deduce că putem admite proporţionalitatea între C_1 şi l_1, respectiv între C_2 şi l_2. Deoarece conturul exterior este definit mai rămîne de determinat conturul interior al acestor electrozi. Pentru aceasta se utilizează ecuaţiile (28') care prin integrare dau:

$$C_1 = -A\,(\theta^2/2 + 2b\theta + b^2 \ln\theta) + K_1, \quad C_2 = (A/b^2)\,(\theta^4/4 + 2b\theta^3/3 + b^2\theta^2/2) + K_2,$$

care după determinarea constantelor de integrare K_1 şi K_2 devin:

$$(44)\quad \begin{cases} C_1 = A\{(1+\eta_0)^2/2 + 2b\,(1+\eta_0) - b^2 \ln[(\eta+\eta_0)/(1+\eta_0)] - \\ \qquad - (\eta+\eta_0)^2/2 - 2b\,(\eta+\eta_0)\} + C_{1n}, \\ C_2 = (A/b^2)\,[(\eta+\eta_0)^4/4 + 2b\,(\eta+\eta_0)^3/3 + b^2\,(\eta+\eta_0)^2/2 - \eta_0^4 - \\ \qquad - 2b\,\eta_0^3/3 - b^2\,\eta_0^2/2] + C_{20}. \end{cases}$$

Aici C_{1n} şi C_{20} sînt valorile finală ($\eta = 1$) şi respectiv iniţială ($\eta = 0$) ale lui C_1 şi C_2. Adoptînd un coeficient de utilizare electrostatică de 90% ele devin:

$$C_{1n} = 0{,}1\, C_{10} \quad \text{şi} \quad C_{20} = 0{,}1\, C_{2n}. \tag{45}$$

Din (32) putem scrie $L_Q = (1 + \eta_0)/\eta_0 = 10$ din care rezultă $\eta_0 \cong 0{,}1$. La această valoare a lui η_0 se pot neglija ultimii trei termeni din paranteza celei de a doua expresii (44).

Pentru determinarea termenului $b = R/R_{xn}$ trebuie observat că din punctul de vedere al economiei rezistenţei de referinţă R, el trebuie să fie cît mai mic. Din (44) rezultă că o valoare prea mică a lui b poate duce la creşterea exagerată a lui C_{2n} şi deci a dimensiunilor mecanismului. Pentru instrumentele de tablou, care trebuie să aibă dimensiuni cît mai mici, b se impune de calculat pentru dimensiunile minime ale mecanismului de măsură. Din fig. 1 a se observă că dimensiunile mecanismului vor fi minime cînd $l_{10} = l_{2n}$, adică pentru $C_{10} = C_{2n}$. Impunînd această condiţie în expresiile (44) şi ţinînd seama de (45) se obţine o ecuaţie de gradul patru în b, din care rezultă $b \cong 0{,}6$. Pentru $\eta_0 = 0{,}1$ şi $b = 0{,}6$ din (44) se obţine:

$$C_{10} = 3A, \quad C_{2n} = 3{,}22A. \tag{46}$$

Cu aceste precizări expresiile (44) devin:

$$\begin{cases} C_1 = A\,[2{,}25 - 0{,}36 \ln [(\eta + \eta_0)/(1 + \eta_0)] - 0{,}5\,(\eta + \eta_0)^2 - 1{,}2\,(\eta + \eta_0)], \\ C_2 = 2{,}78\,A\,[0{,}25\,(\eta + \eta_0)^4 + 0{,}4\,(\eta + \eta_0)^3 + 0{,}18\,(\eta + \eta_0)^2 + 0{,}12], \end{cases} \tag{47}$$

sau trecînd la mărimi relative şi ţinînd seama de proporţionalitatea dintre l_1 şi C_1, respectiv l_2 şi C_2:

$$\begin{cases} l_1/l_{10} \cong C_1/C_{10} = 0{,}75 - 0{,}12 \ln [(\eta + \eta_0)/(1 + \eta_0)] - 0{,}17\,(\eta + \eta_0)^2 - 0{,}4\,(\eta + \eta_0), \\ l_2/l_{2n} \cong C_2/C_{2n} = 0{,}22\,(\eta + \eta_0)^4 + 0{,}34\,(\eta + \eta_0)^3 + 0{,}18\,(\eta + \eta_0)^2 + 0{,}1. \end{cases} \tag{48}$$

Tabelul 1 cuprinde valorile termenilor l_1/l_{10} şi l_2/l_{2n} calculaţi cu (48).

Tabelul 1

η	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
l_1/l_{10}	1	0,75	0,61	0,44	0,30	0,1
l_2/l_{2n}	0,1	0,15	0,21	0,30	0,53	1

În fig. 3 se reprezintă forma electrozilor ficşi trasată pe baza acestor date pentru $\alpha_n = 90°$ şi $r_0 = 1{,}1\, l_{2n}$ ($0{,}1\, l_{2n}$ ţine seama de spaţiul la centru necesar amplasării axului de susţinere al electrodului mobil); deci pentru $l_{2n} = 0{,}91\, r_0$ şi (în conformitate cu (47)) $l_{10} = 0{,}84\, r_0$.

Pentru determinarea dimensiunilor electrozilor ficşi (l_{10} şi l_{2n}) mai trebuie de calculat A şi capacitatea pe unitatea de lungime a electrodului mobil. Prin analogie cu voltmetrele electrostatice cu ax pe lagăre [10] adoptăm greutatea părţii mobile $G = 1$ gf şi factorul de calitate $F_c = 1{,}2$. Atunci din (7) se deduce $M_s' = F_c\, G 1{,}5/(10\, \alpha_n) = -0{,}12/\alpha_n$ gr cm $= -11{,}8/\alpha_n$ μNm, care introdusă în (30) dă:

$$A = -M_s'/U^2 = -1{,}32 \cdot 10^{-12}/\alpha_n \text{ F}. \tag{49}$$

După calculele noastre lăţimea electrodului mobil poate fi cuprinsă între $r_0/10$ şi $r_0/5$; o valoare mai mică decît $r_0/10$ este neeconomică iar una mai mare decît $r_0/5$ poate duce la nerespectarea proporţionalităţii dintre l_1 şi C_1, respectiv l_2 şi C_2.

După [1] intensitatea cîmpului electric de lucru trebue aleasă 50% pînă la 75% din rigiditatea dielectrică a aerului, aceasta dln urmă fiind [11] $E_{str} \cong 30$kV/cm. Adoptînd $E = 0{,}5\,E_{str}$ obţinem $E = 15$ kV/cm. Distanţa dintre electrodul fix şi cel mobil rezultă $d = U/E = 2$ mm. La aceasta se mai adaugă 0,5 mm pentru a ţine seama de jocul în lagăre şi final se adoptă $d = 2{,}5$ mm. Lăţimea electrodului mobil se adoptă de 8 mm. Cu aceste precizări capacitatea corespunzătoare unui centimetru din lungimea electrodului mobil cuprins între electrozii ficşi va fi:

$$c = 2\,\varepsilon s/d \cong 0{,}57.10^{-12}\ \text{F}. \tag{49'}$$

Dintre cei doi termeni C_{10} şi C_{2n} care fixează dimensiunile mecanismului, cel mai mare este $C_{2n} = 3{,}22\,A$. Ţinînd seama că C_{10} şi C_{2n} provin din expresii în care s-a folosit substituţia $\eta = \alpha/\alpha_n$, atunci (v. (48)) $C_{2n} = 3{,}22\,\alpha_n A = 4{,}28$ pF şi $C_{10} \cong 4$ pF iar $l_{2n} = C_{2n}/c = 7{,}55$ cm.

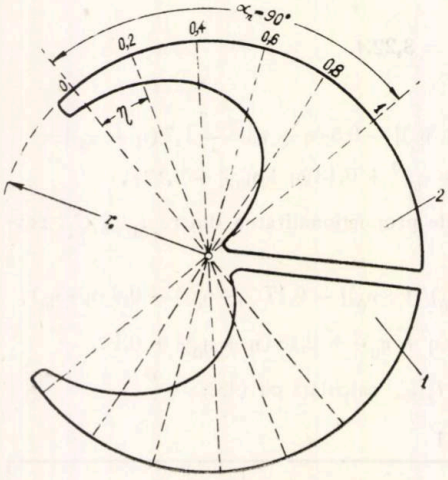


Fig. 3

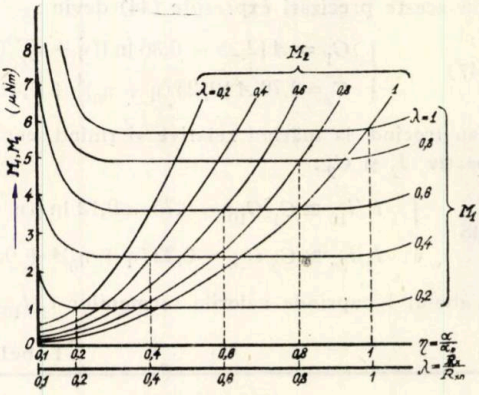


Fig. 4

Alegînd de exemplu $r_0 = 1{,}1\,l_{2n}$ se obţine $r_0 = 8{,}32$ cm. În cazul cînd r_0 rezultă prea mare trebuie adoptată construcţia multicelulară, adică C_n trebue fracţionat în două sau mai multe părţi. De exemplu în cazul de faţă adoptînd construcţia bicelulară $r_0 = 4{,}16$ cm, iar în cazul construcţiei tricelulare $r_0 = 2{,}76$ cm.

b) *Cuplul motor şi oponent, caracteristica (rezultată) a scalei ohmmetrului*

Înlocuind pe A din (49) în expresiile (47) se obţine

$$\begin{cases} C_1 = [3 - 0{,}48\ \ln[(0{,}1+\eta)/1{,}1] - 0{,}68\,(0{,}1+\eta)^2 - 1{,}6\,(0{,}1+\eta)]\,10^{-12}\ \text{F}, \\ C_2 = \{0{,}94\,(0{,}1+\eta)^4 + 1{,}5\,(0{,}1+\eta)^3 + 0{,}68\,(0{,}1+\eta)^2 + 0{,}43\}\,10^{-12}\ \text{F}, \end{cases} \tag{50}$$

prin derivarea cărora se obţin C_1' şi C_2'. Utilizînd acum expresiile tensiunilor U_1 şi U_2 din (16) (în prealabil transcrise în mărimi relative) se pot scrie expresiile cuplului motor şi oponent:

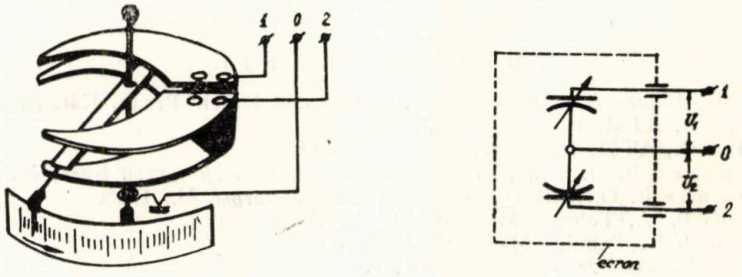
$$M_1 = 0{,}5\,U^2\,[\lambda^2/(\lambda + b)^2]\,C_1' = -4{,}5\,[\lambda^2/(\lambda + b)^2]\,[1{,}36\,(0{,}1 + \eta) + 0{,}48/(0{,}1 + \eta) + 1{,}6]\ \mu\text{Nm},$$

$$M_2 = 0{,}5\,U^2\,[b^2/(\lambda + b)^2]\,C_2' = [1{,}62/(\lambda + b)^2]\,[3{,}74\,(0{,}1 + \eta)^3 + 5{,}50\,(0{,}1 + \eta)^2 + 1{,}36\,(0{,}1 + \eta)]\ \mu\text{Nm}.$$

Se observă că la creşterea lui η, atît M_1 cît şi M_2 respectă sensul de rotaţie indicat în fig. 1 a. În fig. 4 sînt reprezentate curbele cuplului motor şi ale celui oponent precum şi caracteristica scalei ohmmetrului în unităţi λ.

Calculul instumentului în continuare devenind clasic, se poate face după [9], iar alegerea lungimii scalei ohmmetrului e recomandabil să respecte indicaţiile din [12].

Pe baza studiilor şi calculelor de mai sus s-a construit un megohmmetru de tablou, la $U = 3$ kV, cu ax vertical, avînd următoarele caracteristici: greutatea organului mobil 0,85 gf; capacitatea maximă 4 pF; limita superioară de măsură $5...5.10^8$ MΩ; clasa de precizie a primei trepte de sensibilitate 1,5; rezistenţa de izolaţie 10^9 MΩ (izolaţia părţilor sub tensiune din teflon).



a) *b)*

Fig. 5

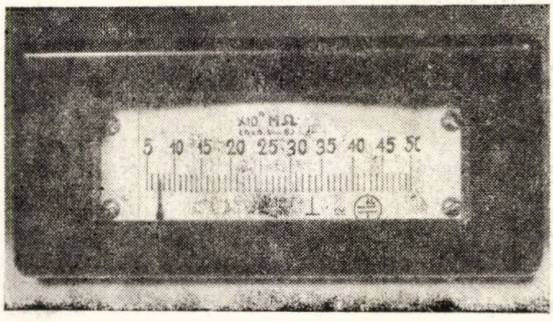


Fig. 6

În fig. 5 a se dă schema dispoziţiei interioare iar în fig. 5 b — cea a ecranării instrumentului. Fig. 6 reprezintă aspectul său exterior (fără cutia rezistenţelor de referinţă R).

Instrumentul a fost construit de autor la uzina „Electromagnetica"-Bucureşti şi el mulţumeşte conducerii uzinii pentru înlesnirile acordate.

Concluzii

1. Plecînd de la teoria generală a logometrelor şi a voltmetrelor electrostatice cu electrod mobil pe ax şi lagăre, în această lucrare se expune un punct de plecare pentru calculul ohmmetrelor electrostatice de tip logometru, pe baza căruia s-a calculat şi construit un megohmmetru logometru electrostatic de tablou pentru tensiunea de 3 kV. Instrumentul este simplu şi dă rezultate bune la măsurarea rezistenţei de izolaţie la maşinile de c. c. — în timpul funcţionării acestora — făcînd posibilă, astfel, cunoaşterea stării izolaţiei lor electrice, chiar în timpul exploatării.

2. Mecanismul de măsură electrostatic de tip logometric descris aici poate căpăta numeroase aplicaţii; în particular, el este propriu pentru construirea capacimetrelor şi mai ales a frecvenţmetrelor de tensiune ridicată şi înaltă frecvenţă.

Primit la 22 X 1964

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de măsuri şi maşini electrice,
Laboratorul de măsuri electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Palm A., *Elektrostatische Messgeräte.* Verlag und Druck Braun, Karlsruhe, 1951.
2. Lorenz I., ATM, 1939, *100, 101.*
3. Mörder C., ATM, 1955, *237, 238* ; 1956, *244.*
4. Сигорский В. П. и др., *Магнитоэлектрические логометры.* Киев, 1957.
5. Арутюнов В. О., *Электромеханические логометры.* М., 1956.
6. Noviţki P. V., Tehnica Măsurării, 1962, *6.*
7. Averbuch I., Tehnica Măsurării, 1961, *1.*
8. Bubert I., Tehnica Măsurării, 1961, *1.*
9. Arutiunov V. O., *Instrumente şi aparate electrice de măsurat.* Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
10. Keinath G., *Die Technik elektrischer Messgeräte.* Berlin, 1928.
11. Богородицкий Н. П. и др., *Электрические материалы.* М., 1961.
12. Bubert I., Tehnica Măsurării, 1962, *4.*

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЙ ОМЕТР ЛОГОМЕТРИЧЕСКОГО ТИПА

(Резюме)

1. Основываясь на общей теории логометров и электростатических вольтметров с подвижным электродом, формулируется новый подход для расчета электростатических ометров логометрического типа. При помощи этого сделан расчет и построение пультового электростатического мегометра-логометра для напряжения в 3 kV.

2. Прибор прост и дает хорошие результаты при измерении сопротивления изоляции работающих электрических машин постоянного тока. Это позволяет определение состояния их электрической изоляции непосредственно в процессе эксплуатации.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 621.3.088 ; 621.396.641

CONTRIBUŢIUNI PRIVIND ERORILE DE MĂSURĂ DATORITĂ HISTEREZISULUI ÎN MODULATOARELE MAGNETICE, LA VARIAŢIA FRECVENŢEI

DE

I. BEJAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Timişoara, din 16—17 mai 1964

1. Introducere

1. După cum este cunoscut [1], în urma magnetizării în curent continuu a amplificatoarelor magnetice normale, mărimea de ieşire, măsurată în curent alternativ, prezintă fenomenul de histerezis.

În prezenţa curentului alternativ, funcţie de amplitudinea cîmpului H_p, lăţimea buclei ciclului de histerezis ridicat în curent continuu se micşorează, ceea ce face ca erorile introduse de fenomenul de histerezis să fie mici, chiar apropiate de zero.

În fig. 1 s-a reprezentat procesul de îngustare a buclei ciclului de histerezis, *ABCDA*, ridicat în curent continuu, prin aplicarea unui cîmp alternativ de excitaţie H_p. În lipsa cîmpului alternativ H_p, la o anumită valoare a cîmpului continuu H_c, corespund două valori ale inducţiei magnetice: B_{co}, la creşterea cîmpului continuu (punctul *M*) şi B'_{co}, la micşorarea sa. Corespunzător inducţiilor B_{co} şi B'_{co}, mărimea de ieşire a amplificatorului magnetic ia valori diferite şi anume este mai mare cînd cîmpul continuu se micşorează (ramura *CNB*).

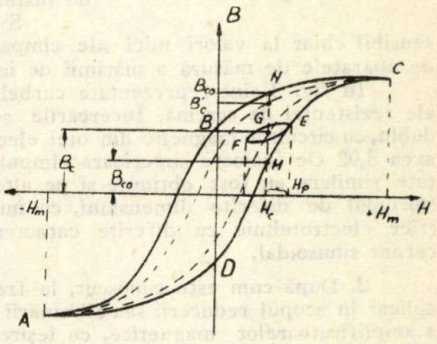


Fig. 1

Dacă peste cîmpul continuu se aplică un cîmp alternativ de amplitudine H_p, situaţie normală în funcţionarea amplificatoarelor magnetice, materialul se magnetizează suplimentar după ciclurile parţiale, de exemplu *EF*. În urma acestui fapt, domeniile de magnetizare spontană primesc o energie suplimentară, care favorizează orientarea momentelor magnetice la creşterea cîmpului şi dezorganizarea lor la micşorarea acestuia [2].

Pentru aceeaşi valoare a cîmpului continuu H_c, inducţia măsurată în curent continuu nu mai este cea corespunzătoare punctului *M*, ci va fi situată pe curba medie a ciclurilor parţiale, în punctul *G*, avînd B_c (pe ramura *CNB* a ciclului ea este B'_c). Ca urmare, aria închisă de histerezis se micşorează şi deci diferenţele (erorile) între valorile

mărimii de ieşire la creşterea şi scăderea cîmpului continuu, se micşorează şi ele. Dacă amplitudinea cîmpului alternativ este suficient de mare, aria buclei ciclului de histerezis ridicat în curent continuu poate fi redusă pînă la curba de primă magnetizare. În acest fel magnetizarea decurge reversibil după o curbă anisteretică.

În cazul modulatoarelor magnetice cu mărimea de ieşire la frecvenţă dublă frecvenţei cîmpului de excitaţie, cercetările efectuate [3] au stabilit condiţii identice pentru eliminarea fenomenului de histerezis din mărimea de ieşire, care constituie sursa principală de erori la acest tip de amplificator magnetic. Lucrarea menţionată [3] stabileşte că *în cazul modulatoarelor magnetice, erorile datorită fenomenului de histerezis pot fi complet îndepărtate* printr-o alegere corespunzătoare a cîmpului de excitaţie H_p.

Într-o lucrare anterioară [4], plecînd de la faptul că în cazul modulatoarelor magnetice procesul de magnetizare este mai complex (magnetizare concomitentă în curent continuu, curent alternativ de frecvenţă f, curent alternativ de frecvenţă $2f$, $4f$ etc. şi o componentă continuă, datorită fenomenului de redresare magnetică) s-a stabilit că pentru limitarea fenomenului de histerezis *nu trebuie luat în consideraţie numai cîmpul de excitaţie ci şi cîmpul de reacţie determinat de armonicile pare.*

De asemenea s-a arătat că în anumite condiţii de funcţionare a modulatorului magnetic pot apărea şi erori negative în mărimea de ieşire, ce corespund unui fenomen de histerezis răsturnat.

În acest caz curba de variaţie a mărimii de ieşire A_2 la creşterea şi respectiv A_2' la scăderea cîmpului continuu, funcţie de cîmpul continuu, are alura din fig. 2; pentru valori mici ale cîmpului continuu $A_2 < A_2'$, (fenomenul de histerezis se manifestă normal) în timp ce pentru valori mari ale cîmpului continuu $A_2 > A_2'$, apărînd astfel o răsturnare a fenomenului de histerezis corespunzător armonicilor (inducţiilor) de ordin par.

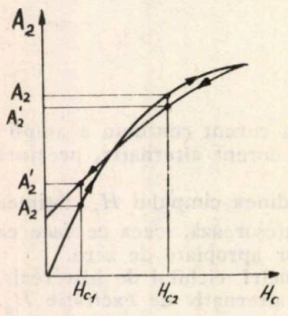


Fig. 2

În lucrarea citată s-a stabilit că pentru valori mici ale rezistenţei de sarcină, deci pentru valori mari ale cîmpului de reacţie H_m, determinat de armonicile pare, fenomenul de histerezis se manifestă normal, $a_2\%$ [1]) > 0, în timp ce pentru valori mari ale rezistenţei de sarcină $a_2\% < 0$, mărimea de ieşire prezentînd un fenomen de histerezis răsturnat.

De asemenea s-a constatat că fenomenul de răsturnare are loc pentru valori ale cîmpului de excitaţie situate deasupra permeabilităţii maxime măsurate în curent alternativ (permeabilitatea diferenţială), în timp ce pentru valori mici ale cîmpului de excitaţie fenomenul de histerezis se manifestă normal.

S-a observat că fenomenul de răsturnare este sensibil chiar la valori mici ale cîmpului de reacţie, determinat de curentul absorbit de aparatele de măsură a mărimii de ieşire.

În fig. 3 sînt reprezentate curbele de variaţie ale erorii $u_2\%$ pentru diverse valori ale rezistenţei de sarcină. Încercările s-au efectuat pe un modulator de tipul cu miez dublu, cu circuitul magnetic din oţel electrotehnic. Cîmpul de excitaţie la care s-a lucrat avea 3,02 Oe (valoare superioară cîmpului corespunzător permeabilităţii maxime). Rezultate similare au fost obţinute şi pe alte tipuri constructive de modulatoare magnetice (toroidal de diferite dimensiuni, cu miez dublu U I) şi alte materiale feromagnetice (fier electrotehnic cu diferite caracteristici şi mumetal), alimentate cu tensiune sau curent sinusoidal.

2. După cum este cunoscut, la frecvenţe mai ridicate, eficienţa cîmpului alternativ aplicat în scopul reducerii sau eliminării fenomenului de histerezis din mărimea de ieşire a amplificatoarelor magnetice, cu ieşirea la frecvenţa de bază, este mai mică. Aceasta datorită faptului că în urma efectului de suprafaţă, adîncimea de pătrundere z a fluxului alternativ este mai mică la frecvenţa mai mari [5], conform relaţiei $z = 1/(2\pi\sqrt{2\,\mu\sigma f})$, unde μ este permeabilitatea magnetică statică determinată pe curba de primă magnetizare, pentru un cîmp magnetic egal cu cîmpul de la suprafaţa tolei, σ — conductibilitatea electrică a materialului feromagnetic iar f — frecvenţa cîmpului alternativ.

---

[1]) Eroarea s-a calculat ca diferenţă relativă $a_2\% = 100(A_2' - A_2)/A_2'$; mărimea de ieşire poate fi tensiunea (U_2, U_2'), f. e. m. (E_2, E_2') sau curentul (I_2, I_2').

Aceeaşi observaţie este valabilă şi pentru modulatoarele magnetice cu ieşire la frecvenţă dublă frecvenţei cîmpului de excitaţie; condiţiile de eliminare a fenomenului de histerezis din mărimea de ieşire în urma magnetizării în curent continuu fiind întru totul identice cu cele stabilite pentru amplificatoarele magnetice cu ieşirea la frecvenţa de bază [6].

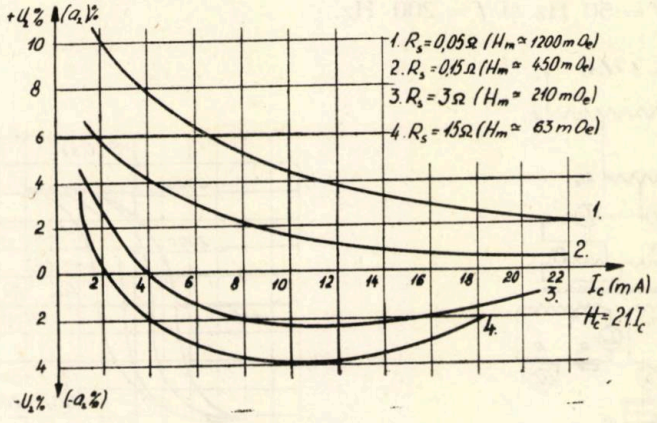


Fig. 3

3. În lucrarea de faţă se prezintă rezultatele experimentale obţinute pe un modulator magnetic cu circuitul magnetic din mumetal.

Încercările experimentale au urmărit să pună în evidenţă influenţa frecvenţei cîmpului de excitaţie asupra procesului de răsturnare a fenomenului de histerezis din mărimea de ieşire, care după cum s-a menţionat introducere erori negative la măsurarea acesteia. De asemenea s-a cercetat dacă în situaţia cînd fenomenul de histerezis apare ca răsturnat, anumite armonici din curba mărimii de ieşire nu se modifică mai mult la scăderea cîmpului continuu decît la creşterea sa.

2. Rezultatele experimentale

4. Schema folosită pentru efectuarea încercărilor experimentale este reprezentată în fig. 4. Tensiunea U a fost menţinută constantă cu ajutorul autotransformatoarelor At_1 şi At_2, înfăşurarea de intrare (comandă) n_c fiind alimentată prin sistemul potenţiometric R_p.

Pentru a face eroarea $a_2\%$ sensibilă numai la frecvenţa cîmpului de excitaţie, s-a impus cîmpului de reacţie o variaţie identică cu a curentului de comandă. Aceasta s-a obţinut prin variaţia rezistenţei R_v legată în serie cu o rezistenţă fixă R, la capetele căreia s-a măsurat mărimea de ieşire U_2 cu un voltmetru electrostatic. În acest fel, pentru o valoare a curentului de comandă şi a cîmpului de excitaţie, oricare era frecvenţa, valoarea curentului (cîmpului) de reacţie I_m (H_m) rămînea aceeaşi, fiind practic neglijabilă [2]).

[2]) $R_t = R + R_v = 0{,}48...1{,}62$ MΩ; cîmpul de reacţie maxim în acest caz este $H_m = 0{,}073$ Oe.

Încercările experimentale au fost efectuate la tensiune sinusoidală, pentru trei valori ale frecvenţei cîmpului de alimentare: $f = 50$ Hz, $f = 100$ Hz, $f = 200$ Hz şi pentru diverse valori ale amplitudinii cîmpului de excitaţie.

În fig. 5 s-au reprezentat ciclurile dinamice ridicate cu ajutorul osciloscopului catodic pentru modulatorul cercetat şi pentru două valori ale frecvenţei: $f = 50$ Hz şi $f = 200$ Hz.

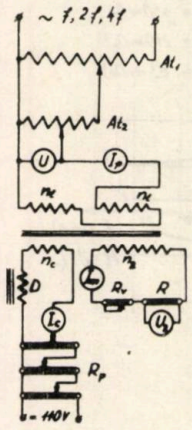


Fig. 4

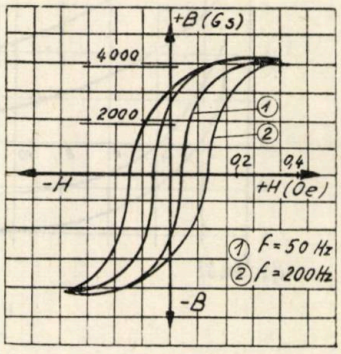


Fig. 5

În urma ridicării frecvenţei cîmpului de excitaţie are loc o mărire a ariei ciclului dinamic de histerezis datorită creşterii pierderilor prin curenţi turbionari.

Acţiunea curenţilor turbionari în procesul de magnetizare a substanţei feromagnetice se traduce printr-un efect demagnetizant, adică printr-o micşorare a adîncimii de pătrundere a cîmpului alternativ în materialul feromagnetic şi deci printr-o creştere a erorilor introduse de fenomenul de histerezis.

În cazul modulatoarelor magnetice la care mărimea de ieşire poate prezenta şi un histerezis răsturnat, adîncimea de pătrundere a cîmpului alternativ, variabilă cu frecvenţa, trebuie să influenţeze fenomenul de histerezis în acelaşi mod *atît în domeniul unde fenomenul de histerezis se manifestă normal cît şi în cel în care apare ca răsturnat.* Apreciind fenomenul de histerezis prin erorile pe care le introduce în mărimea de ieşire, trebuie ca la frecvenţe mai ridicate acestea să prezinte valori pozitive sau valori negative mici, iar la frecvenţe coborîte să prezinte valori negative mai mari (pentru aceeaşi valoare a cîmpurilor de excitaţie, comandă şi reacţie).

In fig. 6...9 sînt reprezentate curbele de variaţie a erorii $u_2\%$ funcţie de curentul de comandă pentru patru valori ale cîmpului de excitaţie: $H_p = 0{,}223$ Oe (fig. 6), $H_p = 0{,}446$ Oe (fig. 7), $H_p = 0{,}892$ Oe (fig. 8) şi $H_p = 1{,}784$ Oe (fig. 9).

Intensitatea cîmpului s-a ales astfel încît să depăşească pe cea corespunzătoare permeabilităţii maxime (fig. 5) cînd, după cum s-a mai amintit, mărimea de ieşire prezintă un fenomen de histerezis răsturnat.

Din cercetarea fig. 6...9 rezultă că variaţia frecvenţei, prin modificarea adîncimii de pătrundere, duce la modificarea procesului de răsturnare a histerezisului pe care-l prezintă mărimea de ieşire. Pentru un acelaşi cîmp de excitaţie H_p, erorile negative se micşorează la creşterea frecvenţei. Pentru anumite valori ale cîmpului de excitaţie (în cazul de faţă $H_p = 0{,}892$ Oe şi $H_p = 1{,}784$ Oe), la aceeaşi valoare a curentului de comandă, eroarea este pozitivă pentru frecvenţa cea mai ridicată (histerezis normal), în timp ce pentru frecvenţele mai coborîte devine negativă (histerezis răsturnat).

De asemenea se constată că pentru valori mari ale curentului de comandă, la frecvenţe diferite, erorile sînt foarte apropiate. Aceasta înseamnă că la intensităţi ale cîmpului continuu mai mari decît cea de saturaţie (pentru care are loc fenomenul de *rotire a domeniilor elementare* [7] şi procesul de magnetizare este reversibil) frecvenţa are influenţă mică. Aceeaşi constatare este valabilă şi în cazul variaţiei erorilor pentru diverse valori ale cîmpului de reacţie (fig. 3).

Din analiza curbelor reprezentate în fig. 6...9 se deduce că variaţia cu frecvenţa a procesului de modificare a fenomenului de histerezis răsturnat este aceeaşi ca şi în cazul histerezisului normal: *cu creşterea frecvenţei, erorile determinate de fenomenul de histerezis cresc* (cele negative se micşorează în valoare absolută).

Încercările efectuate pentru diferite valori ale frecvenţei, în prezenţa unui cîmp de reacţie ridicat, au arătat că variaţia frecvenţei are o influenţă practic neglijabilă asupra fenomenului de histerezis. Pentru acelaşi cîmp de reacţie, la frecvenţă coborîtă ($f = 50$ Hz), erorile sînt negative şi de valoare absolută mică; la frecvenţa cea mai ridicată la care s-a lucrat ($f = 200$ Hz), marea majoritate a erorilor sînt pozitive, foarte mici şi chiar egale cu zero [3]).

5. Pentru a se cerceta dacă în situaţia cînd fenomenul de histerezis apare ca răsturnat, anumite armonici din curba mărimii de ieşire nefiltrată prezintă modificări la scăderea cîmpului continuu în raport cu cazul cînd el creşte (pentru aceeaşi valoare a cîmpului continuu), s-au efectuat o serie de măsurători pentru a pune eventual în evidenţă acest fapt.

În fig. 10 şi 11 sînt reproduse oscilogramele curbei mărimii de ieşire nefiltrată, pentru $H_p = 0{,}223$ Oe, la creşterea cîmpului continuu (fig. 10) şi la micşorarea acestuia (fig. 11), ridicate pentru aceeaşi valoare a cîmpului continuu ($H_c = 386$ mOe). Se constată că forma curbei mărimii de ieşire este aceeaşi, atît la creşterea cît şi la micşorarea cîmpului continuu.

Analiza armonică efectuată (grafic) [8] nu a pus în evidenţă nici o deosebire în valorile amplitudinilor şi defazajelor armonicilor componente ale mărimii de ieşire; pe această cale nu au putut fi apreciate pe oscilograme diferenţe în valoarea mărimii de ieşire, la creşterea şi micşorarea cîmpului continuu.

De aceea s-a calculat valoarea factorului de formă al curbei, notat cu k_f la creşterea cîmpului şi k'_f la scăderea cîmpului continuu. *Forma curbelor fiind aceeaşi, factorul de formă poate furniza informaţii dacă armonicile componente se modifică de la o curbă la alta.*

[3]) Cîmpul determinat de armonicile pare de curent are valoarea $H_m \approx 0{,}7$ Oe.

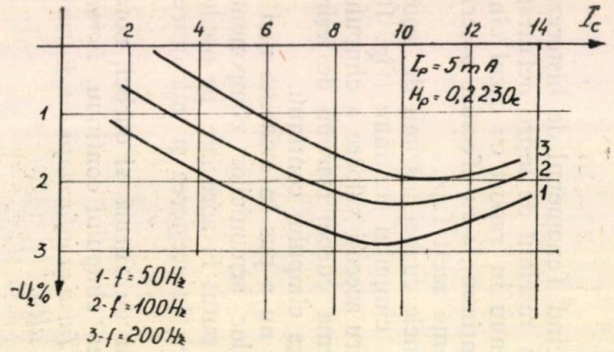


Fig. 6

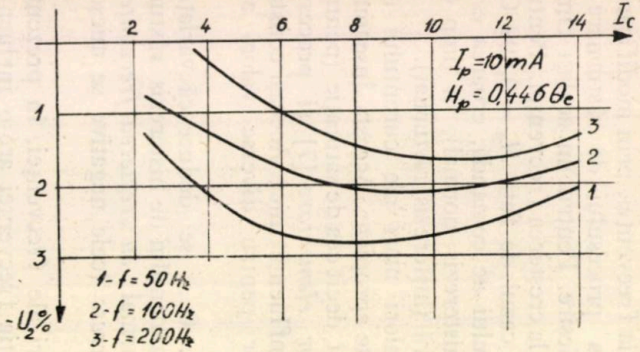


Fig. 7

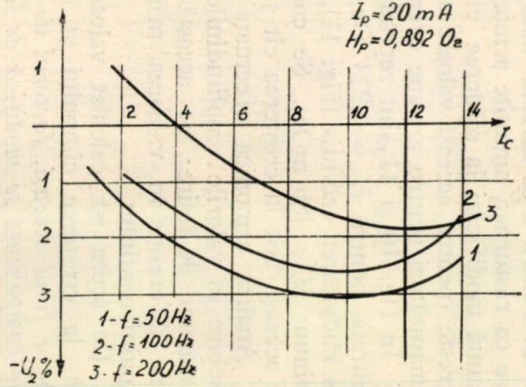


Fig. 8

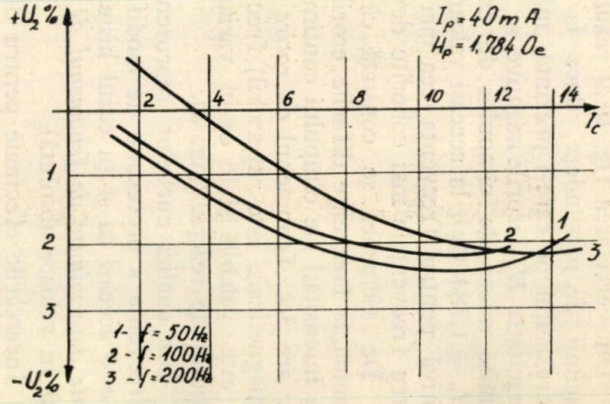


Fig. 9

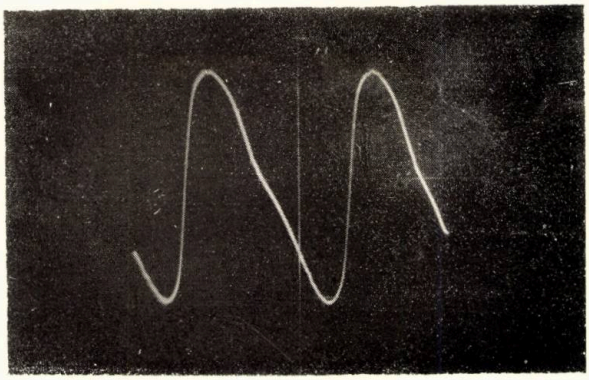


Fig. 10

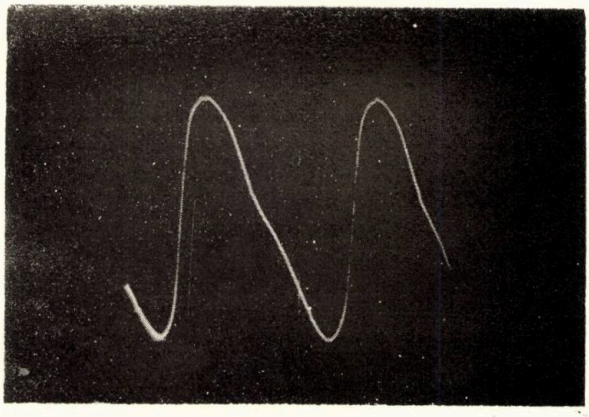


Fig. 11

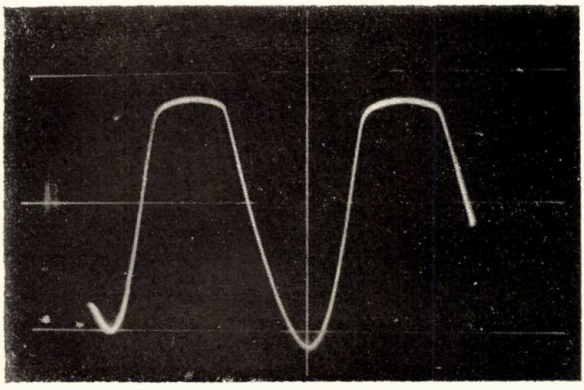


Fig. 12

În tabelul 1 sînt înscrise valorile medii ale factorilor de formă k_{fm} şi k'_{fm} precum şi valorile adevărate k_{fa} şi k'_{fa} [9], pentru $H_p = 0{,}892$ Oe şi pentru trei valori ale curentului de comandă; din tabel rezultă că factorii de formă rămîn practic nemodificaţi. Aceasta denotă că toate armonicile componente ale mărimii de ieşire (nefiltrată) se modifică în aceeaşi măsură, atît la scăderea cît şi la creşterea cîmpului continuu. Ele influenţează fenomenul de histerezis prin valoarea globală.

Tabelul 1

$I_p = 20$ mA, $H_p = 0{,}892$ Oe, $f = 50$ Hz

I_c mA	k_{f_m}	k_{f_m}	S	S'	k_{f_a}	k'_{f_a}
6	1,2225	1,2235	0,00117	0,00162	1,2225 ± 0,00117	1,2235 ± 0,00162
9	1,1880	1,1888	0,00102	0,000605	1,1880 ± 0,00102	1,1888 ± 0,000605
12	1,1730	1,1750	0,000409	0,000233	1,173 ± 0,000409	1,173 ± 0,0002333

Rezultate cu totul similare s-au obţinut şi în cazul cînd mărimea de ieşire se măsura în prezenţa unui cîmp de reacţie de valoare ridicată ($H_m \approx 0{,}7$ Oe); în această situaţie fenomenul de histerezis se manifestă în mod normal, introducînd erori pozitive, de valoare mică.

În fig. 12 este reprezentată oscilograma obţinută pentru $H_p = 0{,}223$ Oe, $H_c = 0{,}386$ Oe şi $H_m = 0{,}7$ Oe, la creşterea cîmpului continuu.

Facem menţiunea că datorită formei identice a mărimii de ieşire a modulatorului magnetic (la creşterea şi micşorarea cîmpului de comandă), dacă modificările introduse de fenomenul de histerezise se apreciază prin erorile $a_2\%$ ale mărimii de ieşire, se obţin aceleaşi rezultate, indiferent de tipul aparatului folosit pentru măsurarea mărimii de ieşire, deoarece valoarea reală a factorului de formă rămîne aceeaşi.

3. Concluzii

1. Datorită procesului complex de magnetizare în modulatoarele magnetice, în urma magnetizării în curent continuu, fenomenul de histerezis poate introduce în mărimea de ieşire erori atît pozitive cît şi negative (fig. 2). Erorile pozitive, cînd $A'_2 > A_2$, corespund unui histerezis răsturnat inversat. Deci în cazul modulatoarelor magnetice nu poate fi vorba de un anumit cîmp de excitaţie H_p pentru care erorile introduse de fenomenul de histerezis să fie *complet îndepărtate,* aşa cum a stabilit M. A. Rozenblat [3].

2. În cazul modulatoarelor magnetice procesul de îndepărtare a histerezisului din mărimea de ieşire este condiţionat în afară de valoarea cîmpului de excitaţie H_p (care, aşa cum se menţionează în literatură [3], trebuie ales în mod potrivit (ridicat)) şi de valoarea cîmpului determinat de armonicile pare [4] (fig. 3), precum şi de frecvenţa cîmpului de excitaţie (fig. 6...9).

3. Ca şi în cazul cînd fenomenul de histerezis se manifestă normal, factorul principal care influenţează fenomenul de histerezis răsturnat îl constituie modificarea adîncimii de pătrundere a fluxului alternativ [5], [6], [10].

Pentru valori mai mari ale adîncimii de pătrundere a fluxului alternativ, determinate de frecvenţe mici ale acestuia, fenomenul de histerezis pe care-l prezintă mărimea de ieşire a modulatorului magnetic se manifestă ca răsturnat.

4. La acelaşi cîmp de comandă H_c şi pentru aceleaşi valori ale cîmpului de excitaţie, dar de frecvenţe diferite, la frecvenţa cea mai coborîtă a cîmpului de excitaţie, fenomenul de histerezis apare ca răsturnat; la frecvenţe mai ridicate acest fenomen apare atenuat sau dispare cu totul. În ultimul caz fenomenul de histerezis se manifestă normal (fig. 8 şi 9).

5. La valori mai mari ale cîmpului de comandă, pentru care fenomenul de histerezis în procesul de magnetizare a substanţei se manifestă mai slab, mărimea erorilor negative variază foarte puţin cu frecvenţa şi intensitatea cîmpului de reacţie.

6. Forma curbelor mărimii de ieşire, analiza lor armonică precum şi valorile factorilor de formă pentru diferite valori ale cîmpului de comandă denotă că armonicile componente ale mărimii de ieşire nefiltrate se modifică toate în aceeaşi măsură, atît la scăderea cît şi la creşterea cîmpului continuu; ele influenţează fenomenul de histerezis prin valoarea globală.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de utilizări electrice,
Laboratorul de acţionări
electromecanice şi automatizări

BIBLIOGRAFIE

1. Сторм Г. Ф., Магнитые усилители, ИЛ, М., 1957, стр. 124—126.
2. Cişman A., *Fizică generală.* Vol. **II**, Ed. Tehn., Buc., 1960.
3. Розенблат М. А., Радиотехника, 1955, **11**, *8*, стр. 36—51.
4. Bejan I., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1964, **X (XIV)**, *1—2*, pp. 203—220.
5. Розенблат М. А., *Магнитные усилители.* Том **I**, Сов. Радио, М., 1960, стр. 100—103.
6. — Idem, Том **II**, стр. 167.
7. Zaimovski A. S., Usov V. V., *Metale şi aliaje electrotehnice.* EES, Buc., 1954, (trad. din l. rusă).
8. Antoniu I. S., *Electrotehnică şi măsuri electrice.* Vol. **II**, Lit. şi tip. înv., Buc., 1957, p. 291.
9. * * * *Manualul inginerului electrician.* Vol. **I**, Ed. Tehn., 1953.
10. Kalantarov P. L., Neiman P. L., *Bazele teoretice ale electrotehnicii.* Vol. **III**, Ed. Tehn., Buc., 1956, pp. 234—243 (trad. din l. rusă).

CONTRIBUTIONS CONCERNING THE ERRORS OF MEASURE INTRODUCED AT VARIABLE FREQUENCY BY THE HYSTERESIS IN MAGNETIC MODULATORS

(Summary)

Studying the errors introduced by hysteresis in magnetical modulators at frequency variation, the author established:

1. The hysteresis elimination process from the output entity in magnetical modulators is conditioned beside the excitation fields value H_p by the value of the reaction field, the volume of the magnetic circuit and the frequency of the excitation field (fig. 6...9).

2. The principal factor influencing the inversed hysteresis phenomenon is the penetration depth value of the alternating excitation field.

3. At high values of the penetration depth of the alternating field, determinated by its small frequencies, the hysteresis phenomenon in the output entity of the magnetic modulator appears inversed.

4. At higher frequencies, when the penetration depth is smaller, the inversed hysteresis phenomenon may appear reduced, inexistent or normal.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 621.392.5

REZONANŢA ÎN SISTEMELE DE TIP CUADRIPOL (I)

DE

HUGO ROSMAN, ALFRED BRAIER şi CAROL SAAL

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Braşov, din 8—9 februarie 1964

I. Introducere

1. Analiza particularităţilor de funcţionare la una din perechile de borne ale unui sistem diport oarecare permite caracterizarea unora din performanţele sale. Prezintă o importanţă deosebită clarificarea condiţiilor în care are loc rezonanţa la bornele unui astfel de sistem, funcţionînd în regim permanent sinusoidal.

În cele ce urmează se rezolvă această problemă pentru sisteme de tip foarte general (electric, mecanic, electromecanic, acustic etc.), reprezentabile prin cuadripoli liniari neautonomi [1]. Astfel se stabilesc condiţiile de realizare a rezonanţei fie la perechea de borne primare, fie la perechea de borne secundare, fie simultan la ambele perechi de borne, funcţie de tipul cuadripolului (reciproc sau nereciproc), de caracterul sarcinii (pasivă sau activă, inductivă sau capacitivă) etc. Informaţiile furnizate de literatura de specialitate în legătură cu această problemă sînt extrem de sumare şi se referă în special la cazuri particulare (de exemplu rezonanţa în circuite cuplate [2], rezonanţa în linii de transport de energie [3] etc.).

Pentru conciziune ne vom referi numai la cazul cuadripolilor electrici, rezultatele ce se obţin în legătură cu cuadripolii mecanici, electromecanici etc. fiind similare.

2. Fie un cuadripol liniar neautonom, alimentat pe la perechea de borne primare, funcţionînd în regim permanent sinusoidal, avînd ecuaţiile:

$$(1) \qquad \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \text{cu} \quad \delta = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}.$$

Cuadripolul fiind alimentat pe la perechea de borne primare, se poate scrie relaţia dintre impedanţa echivalentă la perechea de borne primare

$\underline{Z}_1=\underline{U}_1/\underline{I}_1=r_1+jx_1$ şi impedanţa receptorului $\underline{Z}_2=\underline{U}_2/\underline{I}_2=r_2+jx_2$, anume:

$$\underline{Z}_1=(\underline{A}\underline{Z}_2+\underline{B})/(\underline{C}\underline{Z}_2+\underline{D}) \quad \text{sau} \quad \underline{Z}_2=(\underline{B}-\underline{D}\underline{Z}_1)/(\underline{C}\underline{Z}_1-\underline{A}). \tag{2}$$

Pentru $\delta\neq 0$ relaţiile (2) reprezintă transformări liniare [4] care transformă conform cercuri din planul variabilei complexe $\underline{Z}_1$ în cercuri din planul variabilei complexe $\underline{Z}_2$ şi reciproc, dreptele fiind considerate drept cercuri particulare.

Studiul rezonanţei cuadripolului revine atunci la cercetarea în primul rînd a curbelor $x_1=0$ (rezonanţă la perechea de borne primare) şi $x_2=0$ (rezonanţă la perechea de borne secundare).

3. După separarea părţilor reală şi imaginară în relaţiile (2) se obţin următoarele expresii ce permit calculul rezistenţei echivalente r_1 şi reactanţei echivalente x_1 la perechea de borne primare funcţie de rezistenţa r_2 şi reactanţa x_2 a receptorului şi reciproc:

$$r_2=\frac{1}{|\underline{C}\underline{Z}_1-\underline{A}|^2}[-\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*)\,(r_1^2+x_1^2)+\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{D}^*+\underline{B}\underline{C}^*)\,r_1+ \\ +\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{D}^*+\underline{B}\underline{C}^*)\,x_1-\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{B}^*)], \tag{3}$$

$$x_2=\frac{1}{|\underline{C}\underline{Z}_1-\underline{A}|^2}[\mathcal{I}m\,(\underline{C}\underline{D}^*)\,(r_1^2+x_1^2)-\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{D}^*-\underline{B}\underline{C}^*)\,r_1+ \\ +\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{D}^*-\underline{B}\underline{C}^*)\,x_1+\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{B}^*)], \tag{4}$$

$$r_1=\frac{1}{|\underline{C}\underline{Z}_2+\underline{D}|^2}[\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{C}^*)\,(r_2^2+x_2^2)+\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{D}^*+\underline{B}^*\underline{C})\,r_2- \\ -\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{D}^*+\underline{B}^*\underline{C})\,x_2+\mathcal{R}e\,(\underline{B}\underline{D}^*)], \tag{5}$$

$$x_1=\frac{1}{|\underline{C}\underline{Z}_2+\underline{D}|^2}[\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{C}^*)\,(r_2^2+x_2^2)+\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{D}^*-\underline{B}^*\underline{C})\,r_2+ \\ +\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{D}^*-\underline{B}^*\underline{C})\,x_2+\mathcal{I}m\,(\underline{B}\underline{D}^*)]. \tag{6}$$

4. Pentru cele ce urmează interesează de menţionat un număr de identităţi, valabile pentru orice grup de patru numere complexe, ce satisfac o relaţie de forma $\underline{A}\underline{D}-\underline{B}\underline{C}=\delta$, cum e cazul cu coeficienţii cuadripolului avînd ecuaţiile (1). Acestea sînt:

$$[\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{D}^*+\underline{B}\underline{C}^*)]^2+[\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{D}^*+\underline{B}\underline{C}^*)]^2-4\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{B}^*)\,\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*)=\delta^2, \tag{7}$$

$$[\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{D}^*-\underline{B}\underline{C}^*)]^2+[\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{D}^*-\underline{B}\underline{C}^*)]^2-4\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{B}^*)\,\mathcal{I}m\,(\underline{C}\underline{D}^*)=\delta^2, \tag{8}$$

$$[\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{D}^*+\underline{B}^*\underline{C})]^2+[\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{D}^*+\underline{B}^*\underline{C})]^2-4\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{C}^*)\,\mathcal{R}e\,(\underline{B}\underline{D}^*)=\delta^2, \tag{9}$$

$$[\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{D}^*-\underline{B}^*\underline{C})]^2+[\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{D}^*-\underline{B}^*\underline{C})]^2-4\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{C}^*)\,\mathcal{I}m\,(\underline{B}\underline{D}^*)=\delta^2, \tag{10}$$

care se stabilesc utilizînd procedeul folosit în [5].

II. Rezonanța la perechea de borne primare

5. Regimurile corespunzătoare rezonanței la perechea de borne primare, în cazul cînd acestea există, au punctele figurative situate pe axa O_1r_1 a planului $r_1O_1x_1$ al impedanței $\underline{Z}_1$, adică pe dreapta $x_1 = 0$, fiecare regim corespunzînd unei anumite impedanțe $\underline{Z}_2$ a receptorului. Este posibil de apreciat caracterul pasiv ($r_2 > 0$) sau activ ($r_2 < 0$) al rezistenței și caracterul inductiv ($x_2 > 0$) sau capacitiv ($x_2 < 0$) al reactanței receptorului ce corespund regimurilor de rezonanță la perechea de borne primare ($\cos\varphi_1 = 1$). Aceasta revine la a separa pe axa O_1x_1 intervalele cărora le corespund rezistențe sau reactanțe la perechea de borne secundare, de același semn, utilizînd transformatele în planul $r_1O_1x_1$ ale curbelor $r_2 = 0$ și $x_2 = 0$.

A. Curba $r_2 = 0$

6. Ținînd seama de expresia (3) a rezistenței receptorului rezultă că, pentru $\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*) \neq 0$, dreapta $r_2 = 0$ din planul $\underline{Z}_2$ se transformă în cercul:

$$r_1^2 + x_1^2 - [\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)/[\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*)]\,r_1 - \\ - [\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)/\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*)]\,x_1 + \mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{B}^*)/\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*) = 0 \tag{11}$$

din planul $\underline{Z}_1$. Cercul (11) corespunde tuturor regimurilor de transmisie a puterii active prin cuadripol cu randament nul [6], adică regimurilor în care puterea activă transferată receptorului este nulă. Coordonatele centrului cercului (11) precum și raza sa sînt:

$$r_{1c} = \mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)/[2\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*)], \quad x_{1c} = \mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)/[2\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*)], \tag{12}$$

$$R_1 = \delta/[2\,|\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*)|], \tag{13}$$

unde s-a ținut seama de (7).

Ca observație este interesant de semnalat că x_{1c} coincide cu reactanța impedanței echivalente la perechea de borne primare care asigură transferul puterii active prin cuadripol cu randament maxim [7].

Substituind în (3) coordonatele (12) ale centrului cercului și ținînd seama de (7) se obține:

$$r_{2\,(r_1 = r_{1c},\, x_1 = x_{1c})} = \{\delta^2/[4\,|\,\underline{C}\underline{Z}_{1c} - \underline{A}\,|^2]\}\,[1/\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*)]. \tag{14}$$

Deci în interiorul cercului (11) se găsesc punctele din semiplanul $r_2 \geqslant 0$ caracterizate prin semn identic cu al mărimii $\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*)$, adică:

$$\operatorname{sign} r_{2\,\mathrm{int}} = \operatorname{sign} \mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*), \quad \operatorname{sign} r_{2\,\mathrm{ext}} = -\operatorname{sign} \mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*). \tag{15}$$

7. Separarea intervalelor de pe axa O_1r_1 ce corespund la sarcini active ($r_2 < 0$) sau pasive ($r_2 > 0$) revine la studierea poziției relative dintre cercul (11) și dreapta $x_1 = 0$ din planul $\underline{Z}_1$.

Din (11), pentru $x_1 = 0$, rezultă ecuația:

$$r_1^2 - [\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)]/\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*)]\,r_1 + \mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{B}^*)/\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{D}^*) = 0, \tag{16}$$

al cărui discriminant, ţinînd seama de identitatea (7), este $\delta^2 - [\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*)]^2$. Atunci:

a) Dacă

$$|\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*)| > \delta, \tag{17}$$

cercul (11) nu intersectează axa $O_1 r_1$ şi deci toate impedanţele receptorului care conduc la rezonanţă la perechea de borne primare a cuadripolului se caracterizează prin rezistenţe de semn contrar lui $\mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*)$.

b) Dacă

$$\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*) = \delta, \tag{18}$$

cercul este tangent axei $O_1 r_1$ în punctul $r_1 = r_{1c}$, în care r_{1c} este dat de prima din relaţiile (12), şi deci concluzia de mai sus rămîne valabilă pentru toate valorile impedanţei receptorului, cu excepţia uneia, care este pur reactivă. Ea se poate calcula cu ajutorul relaţiei (4), pentru $r_1 = r_{1c}$ şi $x_1 = 0$.

c) Dacă

$$\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*) < \delta, \tag{19}$$

cercul intersectează axa $O_1 r_1$ în punctele

$$r_1', r_1'' = \{\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*) \pm \sqrt{\delta^2 - [\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*)]^2}\} / [2\mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*)]. \tag{20}$$

Introducînd notaţiile:

$$r_{1\,m} = \min\,(r_1', r_1''), \quad r_{1\,M} = \max\,(r_1', r_1''), \tag{20'}$$

rezultă că regimurilor de rezonanţă la perechea de borne primare caracterizate prin $r_1 \in (-\infty, r_{1\,m}) \cap (r_{1\,M}, \infty)$ le corespund impedanţe ale receptorului avînd $\operatorname{sign} r_2 = -\operatorname{sign} \mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*)$, în timp ce regimurilor de rezonanţă caracterizate prin $r_1 \in (r_{1\,m}, r_{1\,M})$ le corespund impedanţe ale receptorului avînd $\operatorname{sign} r_2 = \operatorname{sign} \mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*)$. Regimurilor speciale de rezonanţă $r_1 = r_{1\,m}$ şi $r_1 = r_{1\,M}$ le corespund impedanţe ale receptorului pur reactive.

Ţinînd seama de aspectul banal al ecuaţiei (16) se pot preciza în amănunt poziţiile pe axa $O_1 r_1$ ale punctelor figurative corespunzătoare regimurilor de rezonanţă la perechea de borne primare, funcţie de semnele expresiilor ce conţin coeficienţii cuadripolului şi care apar în (3). Rezultatele obţinute sînt grupate în tabelele 1 şi 2.

8. În cazul cuadripolilor la care $\mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*) = 0$ dreapta $O_2 r_2$ din planul Z_2 se transformă în dreapta

$$\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*)\, r_1 + \mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*)\, x_1 - \mathcal{R}e\,(\underline{AB}^*) = 0 \tag{21}$$

în care degenerează cercul (11) şi care are tăieturile:

$$r_1 = \mathcal{R}e\,(\underline{AB}^*)/\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*), \quad x_1 = \mathcal{R}e\,(\underline{AB}^*)/\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*). \tag{22}$$

Cercetînd semnul rezistenţelor receptorului ce corespund în acest caz impedanţelor situate de o parte şi de alta a dreptei $r_2 = 0$ şi ţinînd seama de prima relaţie (20) se ajunge la următoarele concluzii:

Tabelul 1

$\xi \neq 0$, $Re(\dot{C}\dot{D}) > 0$

$\lvert Im(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*)\rvert > \delta$				
	$(r_2<0)$ — 0 — r_1			
$\lvert Im(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*)\rvert = \delta$	$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*) > 0$		$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*) = 0$	$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*) < 0$
	$(r_2<0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ — 0 r_{1c} r_1		$(r_2<0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ — 0 r_1	$(r_2<0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ — r_{1c} 0 r_1
$\lvert Im(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*)\rvert < \delta$	$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*) > 0$		$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*) = 0$	$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*) < 0$
	$Re(\dot{A}\dot{B}^*) > 0$	$(r_2<0)$ $\nu_2=0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ — 0 r_{1m} r_{1M} r_1		$Re(\dot{A}\dot{B}^*) > 0$ $(r_2<0)$ $\nu_2=0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ — r_{1m} r_{1M} 0 r_1
	$Re(\dot{A}\dot{B}^*) = 0$	$(r_2<0)$ $\nu_2=0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ — 0 r_{1m} r_{1M} r_1	$(r_2<0)$ $\nu_2=0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ — $-r_{1M}$ 0 r_{1M} r_1	$Re(\dot{A}\dot{B}^*) = 0$ $(r_2<0)$ $\nu_2=0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ — r_{1m} 0 r_{1M} r_1
	$Re(\dot{A}\dot{B}^*) < 0$	$(r_2<0)$ $\nu_2=0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ — r_{1m} 0 r_{1M} r_1		$Re(\dot{A}\dot{B}^*) < 0$ $(r_2<0)$ $\nu_2=0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ — r_{1m} 0 r_{1M} r_1

Tabelul 2

$\xi \neq 0$, $Re(\dot{C}\dot{D}) < 0$

$\lvert Im(\dot{A}\dot{D}-\dot{B}\dot{C}^*)\rvert > \delta$			
	$(r_2>0)$ — 0 — r_1		
$\lvert Im(\dot{A}\dot{D}-\dot{B}\dot{C}^*)\rvert = \delta$	$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*) > 0$	$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*) = 0$	$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*) < 0$
	$(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2>0)$ — r_{1c} 0 r_1	$(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2>0)$ — 0 r_1	$r_2>0$ $\nu_2=0$ $(r_2>0)$ — r_{1c} 0 r_1
$\lvert Im(\dot{A}\dot{D}-\dot{B}\dot{C}^*)\rvert < \delta$	$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*) > 0$	$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*) = 0$	$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}^*) < 0$
	$Re(\dot{A}\dot{B}^*) > 0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ $(r_2>0)$ — r_{1m} 0 r_{1M} r_1		$Re(\dot{A}\dot{B}^*) > 0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ $(r_2>0)$ — r_{1m} 0 r_{1M} r_1
	$Re(\dot{A}\dot{B}^*) = 0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ $(r_2>0)$ — r_{1m} 0 r_{1M} r_1	$(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ $(r_2>0)$ — r_{1m} 0 r_{1M} r_1	$Re(\dot{A}\dot{B}^*) = 0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ $(r_2>0)$ — r_{1m} 0 r_{1M} r_1
	$Re(\dot{A}\dot{B}^*) < 0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ $(r_2>0)$ — r_{1m} r_{1M} 0 r_1		$Re(\dot{A}\dot{B}^*) < 0$ $(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ $(r_2>0)$ — 0 r_{1m} r_{1M} r_1

Tabelul 3

$\xi \neq 0$, $Re(\dot{C}\dot{D}) = 0$

	$Re(\dot{A}^*\dot{D}+\dot{B}\dot{C}) > 0$	$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}) = 0$	$Re(\dot{A}\dot{D}+\dot{B}\dot{C}) < 0$
$Re(\dot{A}\dot{B}^*) > 0$	$(r_2<0)$ $(r_2=0)$ $(r_2>0)$ — 0 r_1 r_1	$(r_2<0)$ — 0 r_1	$(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ — r_1 0 r_1
$Re(\dot{A}\dot{B}^*) = 0$	$(r_2<0)$ $(r_2=0)$ $(r_2>0)$ — 0 r_1	$(r_2=0)$ — 0 r_1	$(r_2>0)$ $\nu_2=0$ $(r_2<0)$ — 0 r_1
$Re(\dot{A}\dot{B}^*) < 0$	$(r_2<0)$ $(r_2=0)$ $(r_2>0)$ — r_1 0 r_1	$(r_2>0)$ — 0 r_1	$(r_2>0)$ $(r_2=0)$ $(r_2<0)$ — 0 r_1 r_1

d) Dacă

$$\mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*) = 0 \quad \text{şi} \quad \mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*) \neq 0, \tag{23}$$

condiţii care în baza lui (7) implică evident (19), regimurile de rezonanţă la perechea de borne primare avînd $r_1 \in (-\infty, r)$ corespund unor rezistenţe ale receptorului avînd $\operatorname{sign} r_2 = -\operatorname{sign} \mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*)$, în timp ce regimurilor de rezonanţă la perechea de borne primare avînd $r_1 \in (r_1, \infty)$ le corespund rezistenţe ale receptorului de semn opus. Există un singur regim de rezonanţă la perechea de borne primare în acest caz ($r_1 = r_1$), care corespunde unui receptor pur reactiv.

e) Dacă

$$\mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*) = 0 \quad \text{şi} \quad \mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* + \underline{BC}^*) = 0, \tag{24}$$

condiţii care în baza lui (7) implică (18), impedanţele receptorului care realizează rezonanţa la perechea de borne primare a cuadripolului se caracterizează prin rezistenţe de semn contrar lui $\mathcal{R}e\,(\underline{AB}^*)$.

În particular, dacă şi $\mathcal{R}e\,(\underline{AB}^*) = 0$, $r_2 = 0$ coincide cu axa $O_1 r_1$, deci tuturor regimurilor de rezonanţă la perechea de borne primare le corespund receptori pur reactivi. Rezultatele obţinute sînt grupate în tabelul 3.

B. Curba $x_2 = 0$

9. Pentru a putea aprecia caracterul reactanţelor receptorilor care asigură realizarea rezonanţei la perechea de borne primare, se recurge la expresia (4), din care rezultă că pentru $\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*) \neq 0$ axa $O_2 r_2 (x_2 = 0)$ se transformă în cercul:

$$\begin{aligned} &r_1^2 + x_1^2 - [\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*)/\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*)]\, r_1 + \\ &+ [\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*)/\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*)]\, x_1 + \mathcal{I}m\,(\underline{AB}^*)/\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*) = 0. \end{aligned} \tag{25}$$

Coordonatele centrului său sînt:

$$r_{1c}^* = \mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*)/[2\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*)], \quad x_{1c}^* = -\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*)/[2\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*)], \tag{26}$$

iar raza sa este:

$$R_1^* = \delta/[2\,|\,\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*)\,|\,], \tag{27}$$

unde s-a ţinut seama şi de (8).

Substituind expresiile (26) în (4) şi utilizînd identitatea (8), se obţine:

$$x_{2(r_1 = r_{1c}^*, x_1 = x_{1c}^*)} = -\{\delta^2/[4\,|\,\underline{CZ}_{1c}^* - \underline{A}\,|^2]\}\,[1/\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*)], \tag{28}$$

deci semnul reactanţei receptorului corespunzătoare punctelor figurative situate în interiorul, respectiv în exteriorul cercului (25), este:

$$\operatorname{sign} x_{2\,\text{int}} = -\operatorname{sign} \mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*), \quad \operatorname{sign} x_{2\,\text{ext}} = \operatorname{sign} \mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*). \tag{29}$$

Ecuaţia ce rezultă din (25) pentru $x_1 = 0$ are discriminantul $\delta^2 - [\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*)]^2$ şi deci:

a) Dacă

$$|\,\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*)\,| > \delta, \tag{30}$$

impedanţele receptorului care asigură rezonanţa la perechea de borne primare au reactanţele de acelaşi semn cu $\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*)$.

b) Dacă

$$|\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*)| = \delta, \tag{31}$$

rezultatul de la pct. a) este valabil pentru toate punctele situate pe axa $O_1 r_1$, cu excepţia celui caracterizat prin $r_1 = r_{1c}^*$, dat de prima relaţie (26), căruia îi corespunde şi la perechea de borne secundare un regim de rezonanţă ($x_2 = 0$).

c) Dacă

$$|\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*)| < \delta, \tag{32}$$

regimurile care asigură rezonanţa la perechea de borne primare cuprinse în intervalul $r_1 \in (-\infty, r_{1m}^*) \cap (r_{1M}^*, \infty)$ corespund la reactanţe ale receptorului de acelaşi semn cu $\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*)$, în timp ce regimurile de rezonanţă din intervalul $r_1 \in (r_{1m}^*, r_{1M}^*)$ corespund la reactanţe de semn contrar. Regimurile $r_1 = r_{1m}^*, r_{1M}^*$ se caracterizează prin realizarea simultană a rezonanţei la ambele perechi de borne.

În cele de mai sus s-a notat:

$$r_{1m}^* = \min\,(r_1'^*, r_1''^*), \quad r_{1M} = \max\,(r_1'^*, r_1''^*), \tag{33}$$

în care

$$r_1'^*, r_1''^* = \left\{ \mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*) \pm \sqrt{\delta^2 - [\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*)]^2} \right\} / [2\,\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*)] \tag{34}$$

reprezintă punctele în care cercul (25) intersectează axa $O_1 r_1$.

Rezultatele trecerii în revistă a poziţiilor posibile ale diverselor regimuri, pe axa $O_1 r_1$, sînt trecute în tabelele 4 şi 5.

10. În cazul cînd $\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*) = 0$, din (4) rezultă că cercul (25) degenerează în dreapta:

$$\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*)\, r_1 - \mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*)\, x_1 - \mathcal{I}m\,(\underline{AB}^*) = 0, \tag{35}$$

cu tăieturile

$$\bar{r}_1^* = \mathcal{I}m\,(\underline{AB}^*)/\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*), \quad \bar{x}_1^* = -\mathcal{I}m\,(\underline{AB}^*)/\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*). \tag{36}$$

Cercetînd diferitele situaţii posibile rezultă că:

d) Dacă

$$\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*) = 0 \quad \text{şi} \quad \mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*) \neq 0, \tag{37}$$

condiţii care, ţinînd seama de (8), implică (22), atunci regimurile de rezonanţă la perechea de borne primare caracterizate prin $r_1 \in (-\infty, \bar{r}_1^*)$ corespund la reactanţe ale receptorilor cu $\operatorname{sign} x_2 = \operatorname{sign} \mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*)$, în timp ce reactanţele receptorilor avînd $r_1 \in (\bar{r}_1^*, \infty)$ au semn contrar; se pune în evidenţă existenţa unui singur regim de dublă rezonanţă (atît la perechea de borne primare cît şi la perechea de borne secundare).

e) Dacă

$$\mathcal{I}m\,(\underline{CD}^*) = 0 \quad \text{şi} \quad \mathcal{I}m\,(\underline{AD}^* - \underline{BC}^*) = 0, \tag{38}$$

Tabelul 4

$\delta \neq 0$; $Im(\underline{C}\underline{D}) > 0$

$\lvert Re(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*)\rvert > \delta$	$(x_2>0)$ — r_1
$\lvert Re(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*)\rvert = \delta$	$Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) > 0$: $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$; r_{1C} $Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) = 0$: $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$; 0 $Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) < 0$: $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$; r_{1C} 0
$\lvert Re(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*)\rvert < \delta$	$Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) > 0$: $Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) > 0$: $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$; 0 r_{1m}^* r_{1M}^* $Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) = 0$: $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$; 0 r_{1M}^* $Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) < 0$: $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $x_2>0$; r_{1m}^* 0 r_{1M}^* $Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) = 0$: $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$; $-r_{1M}^*$ 0 r_{1M}^* $Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) < 0$: $Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) > 0$: $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$; r_{1m}^* r_{1M}^* 0 $Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) = 0$: $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$; r_{1m} 0 $Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) < 0$: $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$; r_{1m}^* 0 r_{1M}^*

Tabelul 5

$\delta \neq 0$, $Im(\underline{C}^*\underline{D}^*) < 0$

$\lvert Re(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*)\rvert > \delta$	$(x_2<0)$ — r_1
$\lvert Re(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*)\rvert = \delta$	$Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) > 0$: $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $x_2<0$; r_{1C}^* 0 $Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) = 0$: $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$; 0 $Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) < 0$: $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$; 0 r_{1C}^*
$\lvert Re(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*)\rvert < \delta$	$Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) > 0$: $Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) > 0$: $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$; r_{1m}^* 0 r_{1M}^* $Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) = 0$: $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$; r_{1m}^* 0 $Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) < 0$: $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$; r_{1m}^* 0 r_{1M}^* $Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) = 0$: $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$; $-r_{1M}^*$ 0 r_{1M}^* $Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) < 0$: $Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) > 0$: $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$; r_{1m}^* 0 r_{1M}^* $Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) = 0$: $(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$; 0 r_{1m}^* $Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) < 0$: $x_2<0$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$; 0 r_{1m}^* r_{1M}^*

Tabelul 6

$\delta \neq 0$; $Im(\underline{C}^*\underline{D}^*) = 0$

	$Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) > 0$	$Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) = 0$	$Im(\underline{A}^*\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C}^*) < 0$
$Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) > 0$	$(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$; r_1^* r_1	$(x_2>0)$; 0 r_1	$(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$; r_1^* 0 r_1
$Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) = 0$	$(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$; 0 r_1	$(x_2=0)$; 0 r_1	$(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$; 0 r_1
$Im(\underline{A}^*\underline{B}^*) < 0$	$(x_2>0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2<0)$; r_1^* 0 r_1	$(x_2<0)$; 0 r_1	$(x_2<0)$ — $(x_2=0)$ — $(x_2>0)$; 0 r_1^* r_1

condiții care în baza lui (8) implică (31), atunci toate impedanțele receptorului care realizează rezonanța la perechea de borne primare au reactanțele de același semn cu $\mathcal{I}m\,(\underline{AB}^*)$. Dacă și $\mathcal{I}m\,(\underline{AB}^*)=0$, dreapta $x_2=0$ coincide cu O_1r_1 și toate regimurile $(\underline{Z}_1=r_1)$ sînt de rezonanță dublă. Rezultatele sînt date în tabelul 6.

C. Condiții necesare de realizare a rezonanței la perechea de borne primare a unui cuadripol

11. Rezultatele stabilite mai sus permit precizarea și formularea condițiilor în care este posibilă realizarea rezonanței la perechea de borne primare a unui cuadripol liniar neautonom alimentat pe la această pereche de borne. Cînd nu se impun restricții asupra structurii cuadripolului și naturii impedanței receptorului, rezultă că *realizarea rezonanței la perechea de borne primare este totdeauna posibilă.*

Dacă se ia în considerare cazul receptorilor pasivi $(r_2\geqslant 0)$ care sînt capabili să asigure rezonanța la perechea de borne primare a unui astfel de cuadripol, din cercetarea tabelelor 1...3 rezultă:

I. *Condițiile necesare pentru ca un cuadripol liniar neautonom, alimentat pe la perechea de borne primare, să posede regimuri de rezonanță la perechea de borne primare corespunzînd unor receptori pasivi* $(r_2\geqslant 0)$ *sînt:*

a) *fie*

$$(39_1)\qquad \mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*)<0,$$

b) *fie*

$$(39_2)\qquad \mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*)>0 \quad \text{și} \quad |\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^*+\underline{BC}^*)|\leqslant\delta,$$

c) *fie*

$$(39_3)\qquad \mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*)=0 \quad \text{și} \quad \begin{cases} \mathcal{R}e\,(\underline{AD}^*+\underline{BC}^*)\neq 0 \ \text{sau} \\ \mathcal{R}e\,(\underline{AD}^*+\underline{BC}^*)=0 \ \text{și} \ \mathcal{R}e\,(\underline{AB}^*)\leqslant 0. \end{cases}$$

Impunînd alte restricții, de exemplu privind caracterul activ sau pasiv al rezistenței echivalente la perechea de borne primare a cuadripolului, se obțin condiții analoge cu (39), dar evident mai restrictive. De exemplu:

II. *Condițiile necesare pentru ca un cuadripol liniar neautonom, alimentat pe la perechea de borne primare, să posede regimuri de rezonanță la perechea de borne primare, avînd un caracter pasiv* $(r_1\geqslant 0)$ *și corespunzînd unor receptori pasivi* $(r_2\geqslant 0)$ *sînt:*

a) *fie*

$$(40_1)\qquad \mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*)<0,$$

b) *fie*

$$(40_2)\qquad \begin{cases} \mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*)>0 \ \text{și} \\ \mathcal{R}e\,(\underline{AD}^*+\underline{BC}^*)\geqslant 0 \ \text{și} \ |\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^*+\underline{BC}^*)\leqslant\delta \quad \text{sau} \\ \mathcal{R}e\,(\underline{AD}^*+\underline{BC}^*)<0, \ |\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^*+\underline{BC}^*)|<\delta \ \text{și} \ \mathcal{R}e\,(\underline{AB}^*)\leqslant 0, \end{cases}$$

c) *fie*

$$(40_3)\qquad \mathcal{R}e\,(\underline{CD}^*)=0 \ \text{și} \ \begin{cases} \mathcal{R}e\,(\underline{AD}^*+\underline{BC}^*)>0 \ \text{sau} \\ \mathcal{R}e\,(\underline{AD}^*+\underline{BC}^*)\leqslant 0 \ \text{și} \ \mathcal{R}e\,(\underline{AB}^*)\leqslant 0. \end{cases}$$

În cazul particular al cuadripolilor pasivi reciproci ($\delta = 1$), deoarece $\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{D}^*) = P_{20}/U_1^2 > 0$ şi $\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*) > 1$ [8], rezultă (v. şi [9]):

III. *Condiţia necesară de realizare a rezonanţei la perechea de borne primare a unui cuadripol liniar pasiv reciproc, alimentat pe la perechea de borne primare, este:*

$$|\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)| \leqslant 1; \tag{41}$$

regimurile de rezonanţă corespunzătoare au caracter pasiv şi corespund unor receptori pasivi.

12. Rezultatele din §§ **9** şi **10** (v. tabelele 4...6) permit precizarea condiţiilor pe care trebuie să le îndeplinească cuadripolul pentru a fi capabil să realizeze rezonanţa la perechea de borne primare pentru receptori cu reactanţe de un anumit tip (capacitiv sau inductiv). De exemplu:

IV. *Condiţiile necesare ca un cuadripol liniar neautonom, alimentat pe la perechea de borne primare, să posede regimuri de rezonanţă la perechea de borne primare cu caracter pasiv* ($r_1 \geqslant 0$) *corespunzînd la sarcini inductive* ($x_2 > 0$) *sînt:*

a) *fie*

$$\mathcal{I}m(\underline{C}\underline{D}^*) > 0, \tag{42$_1$}$$

b) *fie*

$$\mathcal{I}m(\underline{C}\underline{D}^*) < 0, \quad |\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*)| < \delta \text{ şi}$$

$$\begin{cases} \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*) \leqslant 0 \quad \textit{sau} \\ \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*) > 0 \quad \text{şi} \quad \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{B}^*) > 0, \end{cases} \tag{42$_2$}$$

c) *fie*

$$\mathcal{I}m(\underline{C}\underline{D}^*) = 0 \quad \text{şi} \quad \begin{cases} \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*) < 0 \quad \textit{sau} \\ \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*) \geqslant 0 \quad \text{şi} \quad \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{B}^*) > 0. \end{cases} \tag{42$_3$}$$

Ţinînd seama, în plus, şi de cerinţele (40), rezultă condiţiile necesare care asigură rezonanţa la perechea de borne primare a unui cuadripol liniar neautonom, alimentat pe la această pereche de borne, receptorul fiind pasiv, inductiv. În mod similar se poate pune problema rezonanţei cu receptori pasivi capacitivi.

D. Diagrama loc-geometric a impedanţei receptorului în cazul rezonanţei la perechea de borne primare

13. Tuturor regimurilor de funcţionare corespunzătoare rezonanţei la perechea de borne primare le corespund impedanţe ale receptorului care satisfac ecuaţia $x_1 = 0$, adică

$$r_2^2 + x_2^2 + [\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C})/\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*)]\, r_2 + [\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}^*\underline{C})/\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*)]\, x_2 + \mathcal{I}m(\underline{B}\underline{D}^*)/\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*) = 0, \tag{43}$$

unde s-a ţinut seama de (6). Rezultă că *diagrama loc-geometric a impedanţei receptorului unui cuadripol liniar neautonom, alimentat pe la perechea de borne primare, corespunzătoare regimurilor de rezonanţă la perechea de borne primare, este cercul de ecuaţie* (43), avînd coordonatele centrului:

$$(44)\qquad \begin{cases} r_{2c}^{*} = -\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^{*} - \underline{B}^{*}\underline{C})/[2\,\mathcal{I}m\,(\underline{AC}^{*})], \\ x_{2c}^{*} = -\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^{*} - \underline{B}^{*}\underline{C})/[2\,\mathcal{I}m\,(\underline{AC}^{*})], \end{cases}$$

şi raza

$$(45)\qquad R_{2}^{*} = \delta/[2\,|\,\mathcal{I}m\,(\underline{AC}^{*})\,|\,],$$

unde s-a avut în vedere (10).

Dacă $\mathcal{I}m\,(\underline{AC}^{*}) = 0$, cercul (43) degenerează în dreapta

$$(46)\qquad \mathcal{I}m\,(\underline{AD}^{*} - \underline{B}^{*}\underline{C})\,r_{2} + \mathcal{R}e\,(\underline{AD}^{*} - \underline{B}^{*}\underline{C})\,x_{2} + \mathcal{I}m\,(\underline{BD}^{*}) = 0,$$

cu tăieturile:

$$(47)\qquad r_{2}^{*} = -\mathcal{I}m\,(\underline{BD}^{*})/[\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^{*} - \underline{B}^{*}\underline{C})],\ x_{2}^{*} = -\mathcal{I}m\,(\underline{BD}^{*})/[\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^{*} - \underline{B}^{*}\underline{C})].$$

Impunînd simultan atît coeficienților cuadripolului să satisfacă unul din grupurile de relații (39), (40), (41), (42) etc. cît și parametrilor receptorului să satisfacă ecuația (43), se obțin *condițiile necesare și suficiente de realizare a rezonanței la perechea de borne primare* a unui cuadripol liniar neautonom (în general activ) pentru receptori activi sau pasivi și pentru reactanțe ale receptorului de un anumit tip (inductiv sau capacitiv), cuadripolul fiind alimentat pe la perechea de borne primare, regimul de rezonanță putînd fi la rîndul său activ sau pasiv.

14. Studiul detaliat al poziției cercului (43) în planul Z_2 permite o caracterizare mai amănunțită a naturii receptorului (activ sau pasiv, inductiv sau capacitiv), capabil să realizeze rezonanța la perechea de borne primare a cuadripolului considerat. Rezultă, de exemplu:

V. *Condițiile necesare și suficiente pentru ca un cuadripol liniar neautonom, alimentat pe la perechea de borne primare, să realizeze rezonanța la perechea de borne primare exclusiv cu ajutorul unor receptori pasivi sînt:*

a) *parametrii receptorului să satisfacă ecuația* (43);

b) *coeficienții cuadripolului să satisfacă relațiile* (17) *și*

$$(48_1)\qquad \mathcal{I}m\,(\underline{AC}^{*}) \neq 0 \text{ și } \operatorname{sign}\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^{*} + \underline{BC}^{*}) = -\operatorname{sign}\mathcal{I}m\,(\underline{AC}^{*}) \text{ sau}$$

$$(48_2)\qquad \begin{gathered} \mathcal{I}m\,(\underline{AC}^{*}) = 0,\ \mathcal{R}e\,(\underline{AD}^{*} - \underline{B}^{*}\underline{C}) = 0 \text{ și} \\ \operatorname{sign}\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^{*} + \underline{BC}^{*}) = -\operatorname{sign}\mathcal{I}m\,(\underline{BD}^{*}). \end{gathered}$$

VI. *Condițiile necesare și suficiente pentru ca un cadripol liniar neautonom, alimentat pe la perechea de borne primare, să realizeze rezonanța la perechea de borne primare, exclusiv cu ajutorul unor receptori pasivi, inductivi (capacitivi) sînt:*

a) *parametrii receptorului să satisfacă ecuația* (43);

b) *coeficienții cuadripolului să satisfacă relațiile* (17), (30) *și*

$$(49_1)\qquad \begin{gathered} \mathcal{I}m\,(\underline{AC}^{*}) \neq 0 \text{ și} \\ \operatorname{sign}\mathcal{I}m\,(\underline{AD}^{*} + \underline{BC}^{*}) = \varepsilon \operatorname{sign}\mathcal{R}e\,(\underline{AD}^{*} - \underline{B}^{*}\underline{C}) = -\operatorname{sign}\mathcal{I}m\,(\underline{AC}^{*}), \end{gathered}$$

unde

$$(49_2)\qquad \varepsilon = \begin{cases} +1 \text{ în cazul receptorilor pasivi, inductivi,} \\ -1 \text{ în cazul receptorilor pasivi, capacitivi.} \end{cases}$$

III. Concluzii

Se întreprinde un studiu detaliat al condiţiilor de realizare a rezonanţei la perechea de borne primare a unui cuadripol liniar neautonom, alimentat pe la perechea de borne primare şi funcţionînd în regim permanent sinusoidal, obţinînd o serie de concluzii dintre care cele mai importante sînt următoarele:

1. Realizarea rezonanţei este totdeauna posibilă.

2. Condiţiile necesare pentru ca un cuadripol de tipul studiat să realizeze rezonanţa la perechea de borne primare cu ajutorul unor receptori pasivi, sînt date de grupul de relaţii (39). Dacă se impune în plus condiţia ca regimurile de rezonanţă la perechea de borne primare să aibă un caracter pasiv, condiţiile (39) trebuie substituite cu grupul de relaţii (40).

3. Condiţia necesară de realizare a rezonanţei la perechea de borne primare a unui cuadripol liniar, pasiv, reciproc, alimentat pe la această pereche de borne, este asigurată de satisfacerea relaţiei (41).

4. Diagrama loc-geometric a impedanţei receptorului unui cuadripol din clasa considerată, corespunzătoare regimurilor de rezonanţă la perechea de borne primare, este cercul (43).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică,
Catedra de mecanică teoretică
şi
Institutul politehnic, Braşov

BIBLIOGRAFIE

1. Şora C., *Cuadripolul electric.* Ed. tehn., Buc., 1964, p. 28.
2. Асеев Б. П., *Колебательные цепи.* Связиздат, М., 1950, стр. 130—145.
3. Веников В. А., Сюда И. П., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **VII** (**XI**), *3—4*, pp. 225—242.
4. Stoilow S., *Teoria funcţiilor de o variabilă complexă.* Vol. **I**, Ed. Acad. R. P. R., Buc., 1959, p. 74.
5. Rosman H., Braier A., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, 1952, **III**, *1—4*, pp. 57—70.
6. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **III** (**VII**), *1—2*, pp. 129—136.
7. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1955, **I** (**V**), *1—2*, pp. 159—172.
8. — Rev. Univ. „Al. I. Cuza" şi a Inst. polit. Iaşi, 1955, **II**, *1—2*, pp. 247—252.
9. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **VII** (**XI**), *3—4*, pp. 243—256.

RÉSONANCE DANS LES SYSTÈMES DU TYPE QUADRIPÔLE (I)

(Résumé)

On étudie d'une manière détaillée les conditions de réalisation de la résonance à la paire de bornes primaires d'un quadripôle linéaire, autonome, alimenté par la paire de bornes primaires, en régime permanent sinusoïdal.

On aboutit aux conclusions suivantes: a) la réalisation de la résonance est toujours possible; b) les conditions nécessaires pour qu'un quadripôle du type étudié soit capable de réaliser la résonance à la paire de bornes primaires à l'aide d'un récepteur passif sont données par le groupe de relations (39); si l'on impose par surcroît la condition que les régimes de résonance à la paire de bornes primaires aient un caractère passif, les conditions (39) doivent être substituées par le groupe de relations (40); c) le diagramme de l'impédance du récepteur d'un quadripôle appartenant à la classe considérée, correspondant aux régimes de résonance à la paire de bornes primaires, est le cercle (43).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Mecanică tehnică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 3—4, 1964

Техническая механика

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Mechanical Engineering

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. D. 531.8

TEORIA GENERALE DELLE APPROSSIMAZIONI SUCCESSIVE NELLO STUDIO DEI MECCANISMI E DELLE MACCHINE TRAMITE IL NUOVO METODO MATRICIALE TENSORIALE TRADOTTO NEI LINGUAGGI MATEMATICI ARTIFICIALI (I)

DI

D. MANGERON, CORNELIU DRĂGAN e V. HANGANU

Estratto della communicazione presentata in sessione scientifica dell'Istituto politecnico di Galaţi, di 19—20 aprile 1964

1. Il fatto di aver costatato che il metodo matriciale-tensoriale elaborato dagli autori [1], [2] per lo studio dei meccanismi e delle macchine era stato largamente utilizzato in questi ultimi anni da vari scienziati americani ad esempio John J. Uicker, Jr., [3]; J. S. Beggs [4]; Milton Chace [5]), cinesi (ad esempio Chang Tsy Siang [6]), bulgari (ad esempio G. Kalitzin [7]), russi (ad esempio N. N. Dijeciko e S. G. Kislitzin [8]) ed altri ancora, come pure il fatto che questo metodo occupa un posto onorevole nel recente libro consacrato alla storia della meccanica delle macchine [9], ha condotto gli autori all'elaborazione della teoria generale delle approssimazioni successive nello studio dei meccanismi e delle macchine tramite il suddetto metodo, tradotto nei linguaggi matematici artificiali, avendosi in vista la risoluzione dei problemi di sintesi e di analisi dei meccanismi utilizzando sistematicamente le calcolatrici elettroniche.

In ciò che segue si presentano gli operatori matriciali differenziali corrispondenti alla prima approssimazione nel quadro del metodo matriciale tensoriale elaborato. Si pregano i lettori di rivolgersi per le notazioni utilizzate e per gli sviluppi algoritmici e le considerazioni geometriche corrispondenti alla Nota [2].

2. Consideriamo, per fissare le idee, il caso di un meccanismo piano o spaziale formato da un unico circuito semplice chiuso e dotato da un unico grado di mobilità. Si può scegliere per l'unica coordinata generalizzata la variabile della coppia cinematica che ne associa l'elemento considerato motore all'elemento base. L'equazione matriciale di chiusura del circuito mette in evidenza la dipendenza tra tutte le variabili corrispondendi alle altre coppie cinematiche e la variabile iniziale, si ha cioè

$$T^{(n,0)} = T^{(1,0)} \cdot T^{(2,1)} \ldots T^{(n-1,n-2)} \cdot T^{(n,n-1)} = E, \tag{1}$$

in cui l'elemento n coincide con l'elemento 0. Nel caso in cui, ad esempio, tutte le coppie cinematiche sono di classe quinta ed il meccanismo considerato è spaziale ed appartiene alla famiglia zero, il valore dell' n si determina tramite l'equazione strutturale

(2) $$1 = 6(n-1) - 5p_5,$$

donde si ha $p_5 = (6n-7)/5$. Il valore minimo per n risulta $n = 7$ e per conseguenza si ha $p_5 = 7$. In corrispondenza a ciò l'equazione di chiusura si trascrive

(3) $$T^{(1,0)} \cdot T^{(2,1)} \cdot T^{(3,2)} \dots T^{(6,5)} \cdot T^{(0,6)} = E,$$

non appena gli elementi della catena componente si notano con $I_0, I_1, \dots, I_5, I_6$. Per un meccanismo piano appartenente alla famiglia terza se ne deduce

(4) $$1 = 3(n-1) - 2p_5$$

e per conseguenza si ha $n = 4$, $p_5 = 4$,

(5) $$T^{(1,0)} \cdot T^{(2,1)} \cdot T^{(3,2)} \cdot T^{(0,1)} = E.$$

Poichè tutte le coppie cinematiche sono di classe quinta, le matrici rappresentative dei tensori figuranti nell'equazione (3) (oppure (5)) sono rispettivamente funzioni delle sette oppure quattro coordinate generalizzate $q_1^{(1,0)}$, $q_2^{(2,1)}, q_3^{(3,2)}, \dots, q_6^{(6,5)}, q_0^{(0,6)}$. Tali coordinate possono essere gli angoli θ per le articolazioni, gli spostamenti lineari s per le coppie di traslazione, mentre nel caso di una coppia elicoidale θ oppure s poichè $\theta = \theta(s)$ ovvero $s = s(\theta)$. Tutti gli altri parametri ne fissano elementi caratteristici corrispondenti alla forma degli organi componenti la catena cinematica considerata.

Sia $q_1^{(1,0)}$ la variabile iniziale. Le variabili $q_\nu^{(\nu,\nu-1)}$ possono essere trascritte come somme tra certi valori iniziali estimati e gli errori corrispondenti. Le equazioni (3) e (5) diventano rispettivamente

(6) $$T^{(1,0)}(q_1)\, T^{(2,1)}(\bar{q}_2 + \mathrm{d}q_2) \dots T^{(\nu,\nu-1)}(\bar{q}_\nu + \mathrm{d}q_\nu) \dots T^{(0,6)}(q_0 + \mathrm{d}q_0) = E,$$

(7) $$T^{(1,0)}(q_1)\, T^{(2,1)}(\bar{q}_2 + \mathrm{d}q_2)\, T^{(3,2)}(\bar{q}_3 + \mathrm{d}q_3)\, T^{(0,3)}(\bar{q}_0 + \mathrm{d}q_0) = E,$$

ove con $\bar{q}_\nu$ si è notato il valore di prima approssimazione della q_ν.

In corrispondenza ad una articulazione, la matrice del tensore di posizione si presenta sotto la forma

(8) $$T^{(\nu,\nu-1)}(\bar{\theta}_\nu + \mathrm{d}\theta_\nu) =$$

$$= \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_\nu \cos(\bar{\theta}_\nu + \mathrm{d}\theta_\nu) & \cos(\bar{\theta}_\nu + \mathrm{d}\theta_\nu) & -\sin(\bar{\theta}_\nu + \mathrm{d}\theta_\nu)\cos\eta_\nu & -\sin(\bar{\theta}_\nu + \mathrm{d}\theta_\nu)\sin\eta_\nu \\ a_\nu \sin(\bar{\theta}_\nu + \mathrm{d}\theta_\nu) & \sin(\bar{\theta}_\nu + \mathrm{d}\theta_\nu) & \cos(\bar{\theta}_\nu + \mathrm{d}\theta_\nu)\cos\eta_\nu & \cos(\bar{\theta}_\nu + \mathrm{d}\theta_\nu)\sin\eta_\nu \\ s_\nu & 0 & -\sin\eta_\nu & \cos\eta_\nu \end{Vmatrix},$$

mentre nel caso di una coppia di traslazione si ha

(9) $$T^{(\nu,\nu-1)}(s_\nu + \mathrm{d}s_\nu) = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_\nu \cos\theta_\nu & \cos\theta_\nu & -\cos\eta_\nu \sin\theta_\nu & -\sin\eta_\nu \sin\theta_\nu \\ a_\nu \sin\theta_\nu & \sin\theta_\nu & \cos\eta_\nu \cos\theta_\nu & \sin\eta_\nu \cos\theta_\nu \\ \bar{s}_\nu + \mathrm{d}s_\nu & 0 & -\sin\eta_\nu & \cos\eta_\nu \end{Vmatrix}.$$

Nel caso di una coppia elicoidale si tiene conto della relazione specifica ad una tale coppia tra i parametri s_ν e θ_ν.

In corrispondenza all'ipotesi che è nota la legge di moto dell'elemento motore, si considerano pure noti in ogni momento i valori del parametro q_1 che ne può essere θ_1 ovvero s_1. Supponendo che i valori inizialmente estimati sono abbastanza esatti, si può scrivere, limitandoci qui alla prima approssimazione,

$$(10)\qquad \cos(\bar\theta_\nu + d\theta_\nu) \approx \cos\bar\theta_\nu - \sin\bar\theta_\nu\, d\theta_\nu, \quad \sin(\bar\theta_\nu + d\theta_\nu) \approx \sin\bar\theta_\nu + \cos\bar\theta_\nu\, d\theta_\nu.$$

Con tali approssimazioni si ottiene

$$(11)\qquad T^{(\nu,\nu-1)}(\bar\theta_\nu + d\theta_\nu) \approx$$

$$\approx \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_\nu(\cos\bar\theta_\nu - \sin\bar\theta_\nu d\theta_\nu) & \cos\bar\theta_\nu - \sin\bar\theta_\nu d\theta_\nu & (-\sin\bar\theta_\nu - \cos\bar\theta_\nu d\theta_\nu)\cos\eta_\nu & (-\sin\bar\theta_\nu - \cos\bar\theta_\nu d\theta_\nu)\sin\eta_\nu \\ a_\nu(\sin\bar\theta_\nu + \cos\bar\theta d\theta_\nu) & \sin\bar\theta_\nu + \cos\bar\theta_\nu d\theta_\nu & (\cos\bar\theta_\nu - \sin\theta_\nu d\bar\theta_\nu)\cos\eta_\nu & (\cos\bar\theta_\nu - \sin\bar\theta_\nu d\theta_\nu)\sin\eta_\nu \\ s_\nu & 0 & -\sin\eta_\nu & \cos\eta_\nu \end{Vmatrix},$$

oppure

$$(12)\qquad T^{(\nu,\nu-1)}(\bar\theta_\nu + d\theta_\nu) \approx \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_\nu\cos\bar\theta_\nu & \cos\bar\theta_\nu & -\sin\bar\theta_\nu\cos\eta_\nu & -\sin\bar\theta_\nu\sin\eta_\nu \\ a_\nu\sin\bar\theta_\nu & \sin\bar\theta_\nu & \cos\bar\theta_\nu\cos\eta_\nu & \cos\bar\theta_\nu\sin\eta_\nu \\ s_\nu & 0 & -\sin\eta_\nu & \cos\eta_\nu \end{Vmatrix} +$$

$$+ \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a_\nu\sin\bar\theta_\nu & -\sin\bar\theta_\nu & -\cos\bar\theta_\nu\cos\eta_\nu & -\cos\bar\theta_\nu\sin\eta_\nu \\ a_\nu\cos\bar\theta_\nu & \cos\bar\theta_\nu & -\sin\bar\theta_\nu\cos\eta_\nu & -\sin\bar\theta_\nu\sin\eta_\nu \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix} d\theta_\nu.$$

La prima tra le matrici di cui sopra rappresenta il tensore di posizione valutato per $\theta_\nu = \bar\theta_\nu$. La seconda di esse può essere considerata come derivata parziale del primo ordine del tensore di posizione rispetto a θ_ν, valutata pur essa per $\theta_\nu = \bar\theta_\nu$. In ciò che segue la prima delle matrici sarà notata con $\bar T^{(\nu,\nu-1)}(\theta_\nu)$, epperciò

$$(13)\qquad T^{(\nu,\nu-1)}(\theta_\nu) \approx \bar T^{(\nu,\nu-1)}(\theta_\nu) + [\partial\, T^{(\nu,\nu-1)}(\theta_\nu)/\partial\theta_\nu]_{\theta_\nu=\bar\theta_\nu}\, d\theta_\nu.$$

In seguito a ciò che è stato stabilito, il problema della derivazione può essere facilmente eseguito utilizzando le calcolatrici elettroniche. Basta all'uopo di servirsene dell'operatore matriciale Q_θ, di cui si è servito, come si è mentovato cui sopra John J. Uicker nello studio di certi meccanismi piani e spaziali.

L'operatore Q_θ è definito tramite la relazione

$$(14)\qquad \partial T^{(\nu,\nu-1)}(\theta_\nu)/\partial\theta_\nu\,|_{\theta_\nu=\bar\theta_\nu} = Q_\theta\, \bar T^{(\nu,\nu-1)}(\theta_\nu),$$

ove

$$(15)\qquad Q_\theta = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Per una coppia di traslazione si ottiene in modo analogo

$$(16)\qquad \partial T^{(\nu,\nu-1)}(s_\nu)/\partial s_\nu \big|_{s_\nu=\bar{s}_\nu} = Q_s\, \bar{T}^{(\nu,\nu-1)}(\theta_\nu)$$

e

$$(17)\qquad Q_s = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Di cui ne risulta un procedimento semplificato per ottenere le derivate parziali utilizzando le calcolatrici elettroniche.

BIBLIOGRAFIE

1. Mangeron D., Drăgan C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **III (VII)**, *1—2*, pp. 151-164.
2. — Rev, de Méc. appl., Acad. R.P.R., 1962, **VII**, *3*, pp. 539—552.
3. Uicker J. J., *Velocity and Acceleration Analysis of Spacial Mechanisms using 4×4 Matrices*. Northwestern University, Technological Institute, Evanston, Illinois, September, 1963.
4. Beggs J. S., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI, (X)**, *3—4*, pp. 315—322.
5. Chace M., *On the tetrahedron method in mechanisms*. ASME Publ., Paper nr. 64-Mec.-*23*, 12 pp.
6. Чжан Цы-Сянь, *Исследование механизмов матричным методом*. Труды Ин-та машиноведения, ТММ, 1962, *92 - 93*, pp. 17—27.
7. Калицин Г., *Теорията на механизмите и машините*. Държавно Изд. „Техника", София, 1960, стр. 9.
8. Дижечко Н. Н., Киселцын С. Г., *Аналитические методы исследования сложных пространственных механизмов*. Второй всесоюзный Съезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов, АН СССР, М., 1964, стр. 82.
9. Боголюбов А. Н., *История механики машин*. Наукова Думка, Киев, 1964.

TEORIA GENERALĂ A APROXIMAŢIILOR SUCCESIVE ÎN STUDIUL MECANISMELOR ŞI MAŞINILOR PRIN METODA MATRICIAL-TENSORIALĂ, TRADUSĂ ÎN LIMBI MATEMATICE ARTIFICIALE (I)

(Rezumat)

În ultimii ani metoda matricială-tensorială elaborată de autori [1], [2] a constituit izvor de inspiraţie pentru numeroase teze de doctorat în U.R.S.S., S.U.A., R.P. Bulgaria, R. P. Chineză [3]...[8] ş. a., fiind trecută ca o contribuţie de seamă şi în volumul cu totul recent [9] consacrat istoriei mecanicii maşinilor.

În cele ce urmează autorii reiau teoria elaborată, încadrînd-o în teoria generală a aproximaţiilor succesive în vederea traducerii rezultatelor obţinute în limbile matematice artificiale pentru programarea problemelor de sinteză şi analiză a mecanismelor la maşinile electronice de calcul (MEC). În prezenta Notă se dau, mărginindu-ne la aproximaţia de primul ordin, în scopul indicat mai sus, operatorii matriciali Q_θ şi Q_s.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

D. C. 531.8

A GENERAL SCHEME FOR MECHANISM IDENTIFICATION

BY

LEE HARRISBERGER

1. Introduction

It is the purpose here to present a workable scheme for the clasification of all possible mechanisms. The proposals are a synthesis of the many ideas which have evolved and are certainly subject to debate. However, it is clearly evident that as mechanism technology advances into the realm of the three-dimensional mechanism, a definitive scheme of notation and identification must be adopted.

2. Classification of Pairs

The kinematic pairs of a mechanism are the pairs of contacting elements of two joining links. Since these pairs can have from one to five degrees of freedom, they can be divided into classes labeled according to the number of degrees of freedom as shown in Table 1.

Within each *Class* of pairs there are one or more *Types* of pairs distinguished by the kinds of freedom allowed by the contacting surfaces of the pair. A pair can have a maximum of 3 freedoms of rotation about mutually perpendicular axes, a maximum of 2 freedoms of translation along 2 mutually perpendicular axes in a plane perpendicular to the common normal, and 1 freedom of helical motion along an axis. The number of freedoms of rotation, translation, and helical motion of each *Type* of pair in Table 1 are described by the three-digit number

$$N_R N_T N_H$$

where, N_R — number of rotary freedoms, N_T — number of translation freedoms, N_H — number of helical freedoms.

Each *Type* of pair within a *Class* is determined by the particular pair of basic geometric shapes which define the manner of practical construction of the pair to achieve the defined function. Therefore, it is convenient and useful to identify pair *Type* by the letter symbols suggested in

Table 1

Classification of Kinematic Pairs

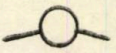
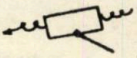
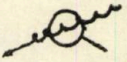
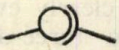
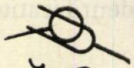
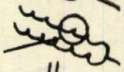
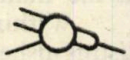
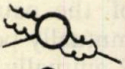
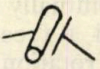
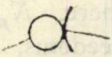
Class	Degre of Freedm	Class Symbol	Type Number $N_R N_T N_H$	Type Symbol	Name	Type of Contact	Contact Classification	Schematic Symbol
I	1	p_1	100	R	Revolute	Surface	Lower	
			010	P	Prism	Surface	Lower	
			001	H	Helix	Surface	Lower	
II	2	p_2	200	T	Torus	Line	Higher	
			110	C	Cylinder	Surface	Lower	
			101	T_H	Torus–Helix	Line	Higher	
			020	—	—	—	—	—
			011	—	—	—	—	—
III	3	p_3	300	S	Sphere	Surface	Lower	
			210	S_S	Sphere–Slotted Cylinder	Line	Higher	
			201	S_{SH}	Sphere–Slotted Helix	Line	Higher	
			120	P_L	Plane	Surface	Lower	
			021	—	—	—	—	—
			111	—	—	—	—	—
IV	4	p_4	310	S_G	Sphere–Groove	Line	Higher	
			301	S_{GH}	Sphere-Grooved Helix	Line	Higher	
			220	C_P	Cylinder–Plane	Line	Higher	
			121	—	—	—	—	—
			211	—	—	—	—	—
V	5	p_5	320	S_P	Sphere–Plane	Point	Higher	
			221	—	—	—	—	—
			311	—	—	—	—	—

Table 1 which define the fundamental geometric shape of the known physically realizable paired elements. Also, a schematic symbol is suggested in Table 1 to identify the *Type* of pair in a kinematic diagram of a mechanism. Each *Type* of pair is further defined as a higher or lower pair by its contact classification. A lower pair is defined as a pair having surface contact and hence, reversibility of its elements. That is, the relative motion of the pairs of elements in a lower pair is independent of the choice of reference element.

Note in Table 1 there are eight types of pairs for which physically realizable geometric shapes are unknown. It is possible that the relative motion between two links described by the unknown pair tipes could be achieved by a *pair mechanism*; that is, a combination of several pairs of elements which would allow the desired relative motion. For example, a Hook's Joint is a pair mechanism which functions as a Class III pair of the 300 Type.

3. Identification of Mechanisms

The type symbols of the physically realizable kinematic pairs can be used to identify a mechanism. For example, a four-link mechanism labeled *R-S-C-R* would be identified as a double-crank mechanism with a spherical pair between the input crank and the coupler and a cylinder pair between a coupler and the output crank. The first type symbol identifies the pair connecting the input link and the fixed link. The last symbol identifies the type of pair connecting the output link, or last link, with the fixed link. Thus, the symbols are ordered from the fixed pair of the input link consecutively around a closed kinematic chain to the fixed pair on the output link.

A multi-loop mechanism would be identified by an array such as

$$R\text{-}S\text{-}C\text{-}R\begin{cases} R\text{-}R\text{-}P \\ R\text{-}R\text{-}R\text{-}R\text{-}R \end{cases}.$$

In this case, the output crank of the driving four-link mechanism is a ternary link having two revolutes connecting the coupler of a slider-crank mechanism and the links of a seven-link space mechanism. The first and last symbol of each branch is a pair coupling on the fixed link.

4. Series and Groups of Mechanisms

For n links in a kinematic chain, each link has a maximum number of degrees of freedom of 6. The total degrees of freedom possible in the chain of n links would be $6n$. When the links are paired by any of the 5 classes of pairs, each pair will destroy 1 or more of the freedoms of relative motion of the links. Each Class I pair in the chain will destroy 5 degrees of freedom, each Class II pair will destroy 4 degrees of freedom, etc. The total remaining freedoms of the kinematic chain would be

$F_c = 6n$ — (total number of freedoms destroyed by all the pairs),

or

$$F_c = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - 1p_5 , \tag{1}$$

where n — total number of links in the chain, p_1 — total number of Class I pairs, p_2 — total number of Class II pairs, etc.

In a mechanism, one link is always fixed and has zero degrees of freedom, that is, six constraints. Therefore, the total number of degrees of freedom possible in a mechanism is $F = F_c - 6$, indicating that the fixed link has destroyed 6 degrees of freedom of the closed mechanism chain. Therefore, for a mechanism, equation (1) becomes:

$$F = 6(n-1) - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - 1p_5 . \tag{2}$$

Equation (2) is known as Kutzbach's Criterion or the Structural Formula of Artobolevsky and Dobrovolsky.

For a plane mechanism, each moving link is required or restricted to have only plane motion. As a result, the maximum number of degrees of freedom of each link is reduced to 3. Also, each kinematic pair can destroy only a maximum of 2 degrees of freedom. Thus the number of freedoms of the links is reduced by 3 and the number of freedoms which each pair can destroy is reduced by 3. On this basis, the degrees of freedom of a plane kinematic chain would be

$$F = 3(n-1) - 2p_1 - p_2 , \tag{3}$$

and only Class I and Class II pairs could be used. A Class III pair in plane motion could destroy no degrees of freedom; that is, it could not maintain plane motion. Equation (3) is the Grubler Criterion (1883) or the Chebishev Formula (1869) for plane mechanisms.

A plane mechanism, therefore, has three General Constraints by its nature. These three General Constraints reduce the freedom of the links of the mechanism and also eliminate three classes of pairs from use in the mechanism.

If a mechanism had one General Constraint, its structural formula would become

$$F = (6-1)(n-1) - (5-1)p_1 - (4-1)p_2 - (3-1)p_3 - (2-1)p_4 ,$$

indicating a link in the mechanism cannot exceed 5 degrees of freedom and showing that a p_5 pair cannot exist.

B. B. Dobrovolsky proposed a general statement of the structural formula for mechanisms which incorporates the existence of General Constraint:

$$F_m = (6-m)(n-1) - \sum_{i=1}^{m-1} (6-i-m)p_i , \tag{4}$$

or

$$F_m = (6-m)(n-1) - (5-m)p_1 - (4-m)p_2 - (3-m)p_3 - (2-m)p_4 - (1-m)p_5 , \tag{5}$$

where m — number of General Constraints restricting the motion of the links ($m = 0, 1, 2, 3, 4$); i — number of the class of the kinematic pairs and indicates the number of freedoms ($i = 5, 4, 3, 2, 1$); n — number of links in the mechanism.

The classification of mechanisms by Series is based on the number of General Constraints, m. For example, the mechanisms of the 0 Series have $m = 0$; that is, a maximum of 6 degrees of freedom of the links.

A 0 Series mechanism is a general space mechanism in which the motion of each link is of a general character. There are no imposed constraints on the movement of any of the links other than those imposed by the constraints of the kinematic pairs. A 1 st Series mechanism has one General Constraint. A 2 nd Series mechanism has two General Constraints, etc.

Kolchin [1] added the idea of passive constraints to the general formula of Dobrovolsky by arranging equation (5) into the form:

$$F_m = 6(n-1) - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5 + \tag{6}$$
$$+ m[(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5) - (n-1)].$$

In a multi-loop mechanism of k closed kinematic chains, the difference between the number of pairs and the number of moving links is k. Therefore, in the general case, k can be defined as $k = (p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5) - (n-1)$. Then, equation (6) can be written in the form:

$$F_m = 6(n-1) - (5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + p_5) + km, \tag{7}$$

where $6(n-1)$ represents the total sum of the maximum available degrees of freedom of all the moving links, $(5p_1 + \cdots + p_5)$ — the total number of constraints imposed on the mechanism by the kinematic pairs, km — the total number of General Constraints put on the mechanism.

In a plane six-link mechanism ot the form *RRRR-RRR*, there are $(6-1)$ moving links, $p_1 = 7$ pairs, and $k = 2$ closed kinematic loops. From equation (7) when $m = 3$, $F_3 = 6(6-1) - 5(7) + 2(3) = 1$.

The term km in equation (7) actually represents the total number of passive constraints in the kinematic pairs. Since it is a positive number, it signifies the addition of freedom to the total mechanism.

The general definition of the General Constraints implies that these „constraints" are geometric conditions imposed on the entire mechanism which have the total effect of idling some of the basic constraints of the kinematic pairs as well as limiting the maximum number of degrees of freedom of the links. The term H is used to represent the number of idle or passive constraints in a mechanism. This distinction is made because it is entirely possible for mechanisms to have a greater or lesser number of idle constraints in the pairs than the General Constraints would create. That is, it is possible that $H < km$ or $H > km$. This accounts for the differences in the causes of the idle constraints.

The term m accounts for the number of general geometric conditions in the mechanism that restrict the maximum number of degrees of freedom of the links. To say that $m = 4$ is to imply that the geometry of the mechanism, regardless of the kinds of pairs, will not allow any link to exceed 2 degrees of freedom. $H \neq m$ implies that special geometric conditions may exist to increase or decrease the number of idle constraints in the pairs. Such conditions could result from special construction of the pairs or orientation of specific pair axes within the mechanism.

The Bennett mechanism is an example of the case where $H > km$. This mechanism is basically a 0 Series mechanism ($m = 0$) since the coupler is capable of 6 degrees of freedom. It is a single loop mechanism ($k = 1$), having one degree of freedom ($F_0 = 1$), four revolute pairs ($p_1 = 4$), and four links ($n = 4$). From equation (7), $F_0 = 6(n - 1) - 5p_1 + H$ or $1 = 6(4-1) - -5(4) + H$, then $H = 3$. Thus, there are $H = 3$ idle constraints in the pairs of the mechanism which are not imposed by any General Constraints. These idle constraints occur due to the special orientation of the twist angles and the lengths of the links.

On the other hand, an *R-S-T-R* space four-link mechanism can be an example of the case where $H < km$. This mechanism is an 0 Series mechanism with 1 degree of freedom, two p_1 pairs, one p_3 pair, and one p_2 pair. Since $k = 1$ and $m = 0$, then, from equation (7), $1 = 6(4-1) - 5(2) - -4(1) - 3(1) + H$, or $H = 0$. Since $H = 0$, there are no special conditions which alter the number of constraints of the pairs. If this mechanism were subjected to the General Constraints of a plane mechanism, it would then function as a 3rd Series mechanism since the coupler is restricted to 3 degrees of freedom. This can be achieved by setting the axes of the two revolutes parallel to each other. The mechanism still has 1 degree of freedom since plane motion is a special case of space motion. As a 3rd Series mechanism, $F_3 = (6-3)(4-1) - (5-3)(2) - (4-3)(1) - (3-3)(1) = 4$, but basically, $F_0 = F_3 = 1$. This indicates that the mechanism hat 3 idle degrees of freedom in its pairs when it functions as a plane mechanism. Therefore, since $km = 3$ and $H = 0$, $H < km$. It can be seen that all mechanisms having $H < km$ have $(km - H)$ idle degrees of freedom in its pairs. These mechanisms are defined by Kolchin as *Unlimited Mechanisms*.

The introduction of the H factor in place of km in the general structural formula is a means of detecting the nature of the constraints imposed on a mechanism. For example, in each mechanism series there are groups of mechanisms for $km < H \leqslant km$. In equation (7), if we let $m = H/k$, then H/k could be greater or lesser than m depending on whether $H > km$ or $H < km$. On this basis, Kolchin has suggested a classification scheme for mechanisms by designating a group of mechanisms within each Series by the ratio $(6 - H/k)/m$. Thus, in the 0 Series, there could be five groups of mechanisms where $H/k = 0, 1, 2, 3, 4$. These groups are identified by the ratios $(6-0)/0$, $(6-1)/0$, $(6-2)/0$, $(6-3)/0$ and $(6-4)/0$, or 6/0, 5/0, 4/0, 3/0 and 2/0. In a similar manner the groups in each Series are identified and listed in Table 2.

The diagonal set in Table 2 are the groups of mechanisms in each Series having $H/k = m$ and are defined as *Basic Mechanisms*; that is, mechanisms whose number of idle constraints of the pairs equals km. All groups above the diagonal are mechanisms having $H/k < m$ or $H < km$. These mechanism will have fewer idle constraints in the pairs than imposed by the General Constraints. These are the *Unlimited Mechanisms* having idle degrees of freedom in the pairs. All groups below the diagonal are mechanisms having $H/k > m$ or $H > km$. These are the *Special Mechanisms* having more idle constraints in the pairs than are imposed by the General Constraints.

Table 2

Mechanism Series and Groups [1])

	0 Series	1st Serie	2 nd Series	3 rd Series	4 th Series	
		6/1	6/2	6/3	6/4	Unlimited Mechanisms $H < km$
	6/0		5/2	5/3	5/4	
		5/1		4/3	4/4	Passive Freedoms
Special Mechanisms $H > km$	5/0		4/2		3/4	
	4/0	4/1		3/3		
Idle Constraints	3/0	3/1	3/2		2/4	Basic Mechanisms $H = km$
	2/0	2/1	2/2	2/3		

The 6/0 Group of the 0 Series can be regarded as the basic group of all space mechanisms. This group has no General Constraints ($m = 0$) restricting the freedom of the links and no special geometric conditions creating idle constraints or passive freedoms of the pairs ($H = 0$). The motion of the 6/0 Group of mechanisms is determined entirely by the constraints of the basic kinematic pairs.

Little is known of the specific physical conditions required to obtain a non-6/0 Group in Table 2. There have been isolated discoveries of certain physical relationships which will create a particular kind of mechanism which falls in one of the groups other than the 6/0 Group, for example, the Bennett Mechanism (3/0). However, there is no rational procedure for determining the necessary and sufficient conditions required of a mechanism to be in a group other than the 6/0 Group.

5. Types and Kinds of Mechanisms

Each *Group* of mechanisms in Table 2 can be subdivided into *Types* of mechanisms identified by the particular combination of *Classes* of kinematic pairs. For example, a mechanism containing theree p_1 pairs and two p_2 pairs is a particular *Type* of mechanism. But, each *Class* of kinematic pairs contains several physically realizable *Types* of pairs. This gives rise to a large number of *Kinds* of mechanisms each identified by a particular combination of pair *Types*. A mechanism of the $3p_1 + 2p_2$ *Type* can be one of 60 different *Kinds*; for example, *R-R-R-C-C*, *R-R-P-C-T*, etc.

Since the 6/0 Group has no general or special constraints it is possible, by equation (7), to identify the Types and Kinds of all 6/0 mechanisms which could theoretically exist. Within a group there are subgroups of mechanisms for each allowed number of degrees of freedom. Thus, for any given degree of freedom there are mechanisms identified by Type and Kinds. Table 3 is a summary of a survey of the types and kinds of only the single degree of freedom mechanisms that can exist in the 6/0 Group based on the known physically realizable pairs. The maximum number of

[1]) The Special Mechanisms Groups contain all mechanisms which have fewer links and pairs than the Basic Group for the same degree of freedom in each Series.

The Unlimited Mechanisms are all mechanisms which have a lower degree of freedom than its counterpart in the Basic Group in each Series.

The Basic Mechanisms have equal reduction of freedom and constraint in the links and pairs.

Table 3

Summary of the Types and Kinds of Single Degree of Freedom Mechanisms in the 6/0 Group

Number of Links	Types of Mechanisms	Number of Types	Number of Kinds
7	$7p_1$	1	36
6	$5p_1 + 1p_2$	1	63
5	$3p_1 + 2p_2$, $4p_1 + 1p_3$	2	105
4	$3p_1 + 1p_4$, $2p_1 + 1p_2 + 1p_3$, $1p_1 + 3p_2$	3	132
3	$2p_1 + 1p_5$, $1p_1 + 2p_3 + 1p_3$	3	60
2	$1p_3 + 1p_4$, $1p_2 + 1p_5$	2	15
	Total	12	411

links is 7, there are 12 different Types of mecanisms, and 411 different Kinds. It should be noted that each of the 411 Kinds of mechanisms from the 6/0 Group could possibly have up to seven inversions.

Received the 13 I 1964

Oklahoma State University,
School of Mechanical Engineering,
Stillwater, Oklahoma, USA

BIBLIOGRAPHY

1. Kolchin N. I., *Experiment in the Construction of an Expanded Structural Classification of Mechanisms and a Structural Table Based on it.* Trans. of the Sec. All-Union Conf. on the Basic Probl. of the Theory of Machines and Mechanisms, Moscow, 1960.
2. Hunt K. H., *Mechanisms and Motion.* John Wiley and Sons, New York, 1959.
3. Harrisberger L., *Gross Motions of a Space Mechanism.* Ph. D. Thesis, Purdue Univ., 1963.

O SCHEMĂ GENERALĂ DE IDENTIFICARE A MECANISMELOR

(Rezumat)

Se face încercarea de a prezenta un rezumat al unora din ideile curente privind organizarea sistematică a mecanismelor. Aceasta include o propunere pentru generalizarea clasificării mecanismelor, o extindere a clasificării perechilor cinematice fizic realizabile şi o nouă schemă de notare şi reprezentare schematică a perechilor şi mecanismelor. De asemenea se cercetează parţial numărul şi tipul de mecanisme spaţiale cu un grad de libertate ce pot fi identificate cu criteriile propuse.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 531.31

ASUPRA UNEI NOI FORME DE PREZENTARE A MECANICII ANALITICE PENTRU SISTEME MECANICE SUPUSE LA LEGĂTURI OLONOME

DE

N. IRIMICIUC

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutullui politehnic din Timişoara, din 16—17 mai 1964

1. Introducere

1.1. Mecanica analitică, construită pe noţiunea newtoniană de „punct material", pe lîngă că are la bază cunoscutul cerc vicios — definiţia punctului material ca un solid rigid satisfăcînd anumitor condiţii şi definiţia solidului rigid ca un sistem de puncte materiale — prezintă şi o serie de lipsuri care crează serioase dificultăţi celora care, fără o bogată experienţă în acest domeniu, caută să extindă această metodă, elaborată pentru sisteme de puncte materiale, la sistemele de solide rigide întîlnite în realitate în aplicaţiile tehnice. Astfel, structurii obişnuite a Mecanicii analitice, bazată pe sisteme de puncte materiale, i se pot aduce următoarele critici:

1. Generalizarea, pentru cazul sistemelor de solide rigide, a concluziilor şi rezultatelor obţinute plecînd de la sisteme de puncte materiale, necesită o argumentare riguroasă, uneori destul de complicată.

2. Considerarea unui solid ca un sistem de puncte materiale provoacă, de cele mai multe ori, nedumeriri în legătură cu numărul de puncte care trebuie luate în consideraţie.

3. Determinarea numărului de grade de libertate la sistemele de puncte materiale se face printr-o relaţie folosită numai în Mecanica teoretică şi care nu corespunde, aparent, cu relaţiile folosite în ramurile de Mecanică aplicată, pentru sistemele de solide rigide.

4. Forma ecuaţiilor legăturilor impuse sistemului de puncte materiale nu mai corespunde sistemelor de solide rigide, la care, în ecuaţiile de legătură pot apărea, pe lîngă coordonatele polilor legaţi de solide şi parametrii unghiulari de poziţie, precum şi derivatele lor în raport cu timpul.

5. Modul de alegere a coordonatelor lagrangiene în cazul sistemelor de puncte materiale, diferă de modul de fixare a acestora în cazul sistemelor de solide rigide.

6. La izolarea elementelor dintr-un sistem de solide rigide apar nu numai forţe interioare, ci şi cupluri, ale căror momente nu au cum fi luate în consideraţie în prezentarea Mecanicii analitice pe baza sistemelor de puncte materiale.

7. Calculul lucrului mecanic virtual cu ajutorul relaţiei cunoscute devine extrem de dificil în cazul sistemelor de solide rigide.

8. În expresia cunoscută a energiei cinetice în coordonate lagrangiene, coeficienţii formei patratice, ai formei liniare şi termenul care nu conţine vitezele generalizate, au alte semnificaţii în cazul sistemelor de solide rigide decît în cazul sistemelor de puncte materiale.

9. Ipoteza de bază a Mecanicii analitice — lucrul mecanic virtual al reacţiunilor egal cu zero — apare cu totul neclară în cazul sistemelor de solide rigide.

10. Formularea obişnuită a principiului lui d'Alembert precum şi a principiului lucrului mecanic virtual, nu mai corespunde sistemelor de solide rigide, unde momentele rezultante din torsorii forţelor joacă un rol important.

1.2. În cele ce urmează, în cadrul preocupărilor autorului de a elabora o Mecanică teoretică destinată în mod special aplicării ei în tehnică, pornind de la solidul rigid — definit ca mediu continuu nedeformabil — ca element de bază, şi deducînd toată dinamica obişnuită a punctului material ca un caz particular al dinamicii solidului rigid, se prezintă o structură a Mecanicii analitice avînd la bază sistemele de solide rigide.

2. Noţiuni de bază

2.1. *Legături. Grade de libertate. Coordonate generalizate.* Considerînd un solid S_ν al unui sistem mecanic, parametrii lui de poziţie în raport cu un sistem de referinţă considerat ca fix vor fi notaţi sub forma:

$$x_{Q_\nu} = q_{\nu_1},\ y_{Q_\nu} = q_{\nu_2},\ z_{Q_\nu} = q_{\nu_3},\ \psi_\nu = q_{\nu_4},\ \varphi_\nu = q_{\nu_5},\ \theta_\nu = q_{\nu_6}, \tag{1}$$

x_{Q_ν}, y_{Q_ν} şi z_{Q_ν} fiind coordonatele polului Q_ν invariabil legat de solidul S_ν, iar ψ_ν, φ_ν şi θ_ν — unghiurile lui Euler corespunzătoare solidului S_ν. În cazul sistemelor formate din elemente în mişcare plan-paralelă, numărul parametrilor de poziţie se reduce la trei, notaţi:

$$x_{Q_\nu} = q_{\nu_1},\ y_{Q_\nu} = q_{\nu_2},\ \theta_\nu = q_{\nu_3}. \tag{2}$$

În consecinţă, poziţia întregului sistem mecanic, format din n solide, va fi determinată cu ajutorul a

$$N = 6n \tag{3}$$

parametrii, în cazul sistemelor de solide cu mişcări spaţiale, şi

$$N = 3n \tag{4}$$

parametrii, în cazul sistemelor de solide cu mişcări plan paralele.

Existenţa unui număr de $p < N$ ecuaţii de legătură avînd, în cazul sistemelor de solide rigide supuse la legături olonome, formele:

$$f_\alpha(q_{11}, q_{12}, \ldots, q_{16}, \ldots, q_{n1}, \ldots, q_{n6}, t) = 0, \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, p), \tag{5}$$

reduce numărul de parametri independenţi ai sistemului de la N la m, denumit *numărul gradelor de libertate ale sistemului,* dat de relaţia:

$$m = N - p = 6n - p, \tag{6}$$

în cazul sistemelor de solide avînd mişcări spaţiale, şi:

(6′) $$m = 3n - p,$$

în cazul sistemelor de solide rigide avînd mişcări plan-paralele.

Coordonatele lagrangiene ale sistemului vor fi un număr de m dintre cei N parametri de poziţie ai sistemului, notaţi în continuare cu $q_1,...,q_m$, astfel aleşi încît restul de $p = N - m$ să poată fi exprimaţi în baza relaţiilor (5), sub formele cele mai simple, în funcţie de parametrii aleşi ca independenţi.

Se va scrie în general:

(7) $$q_{\nu\sigma} = q_{\nu\sigma}(q_1, q_2,..., q_m, t), \quad (\nu = 1,2,...,n;\ \sigma = 1,2,...,6).$$

2.2. *Sistemul de deplasări virtuale* ale sistemului de solide rigide considerat va fi sistemul de deplasări[1]):

(8) $$\delta q_{\nu\sigma} = (\partial q_{\nu\sigma}/\partial q_k)\,\delta q_k, \quad (k = 1,2,...,m;\ \nu = 1,2,...,n;\ \sigma = 1,2,...,6),$$

satisfăcînd ecuaţiile legăturilor în ipoteza că aceste legături nu ar fi deformabile, sau mobile în timp, deci relaţiile:

(9) $$(\partial f_\alpha/\partial q_{ij})\,\delta q_{ij} = 0, \quad (i = 1,2,...,n;\ j = 1,2,...,6;\ \alpha = 1,2,...,p).$$

Acestor deplasări scalare le corespund deplasările virtuale vectoriale:

(10) $\delta \mathbf{r}_{Q_\nu} = (\partial \mathbf{r}_{Q_\nu}/\partial q_i)\,\delta q_i$ şi (11) $\delta \mathbf{u}_\nu = (\partial \mathbf{u}_\nu/\delta q_i)\,\delta q_i$, $(i = 1,2,...,m)$,

$\partial \mathbf{u}_\nu/\partial q_\sigma$ fiind o notaţie simbolică pentru suma:

(12) $$\partial \mathbf{u}_\nu/\partial q_\sigma = (\partial q_{\nu 4}/\partial q_\sigma)\,\mathbf{k} + (\partial q_{\nu 5}/\partial q_\sigma)\,\mathbf{k}'_{(\nu)} + (\partial q_{\nu 6}/\partial q_\sigma)\,\mathbf{n}_{(\nu)}.$$

2.3. *Lucrul mecanic virtual* al forţelor acţionînd asupra unui sistem de solide rigide va fi lucrul mecanic corespunzător deplasărilor virtuale $\delta \mathbf{r}_{Q_\nu}$ şi $\delta \mathbf{u}_\nu$, avînd în consecinţă expresia:

(13) $$\delta \mathfrak{L} = \sum_\nu (\mathbf{F}_\nu\,\delta \mathbf{r}_{Q_\nu} + \mathbf{M}_{Q_\nu}\,\delta \mathbf{u}_\nu) = Q_i\,\delta q_i, \quad (i = 1,2,...,m),$$

unde:

(14) $$Q_\sigma = \sum_\nu [\mathbf{F}_\nu\,(\partial \mathbf{r}_{Q_\nu}/\partial q_\sigma) + \mathbf{M}_{Q_\nu}\,(\partial \mathbf{u}_\nu/\partial q_\sigma)], \quad (\sigma = 1,2,...,m),$$

vor fi forţele generalizate.

Lucrul mecanic virtual al forţelor de inerţie ale sistemului mecanic dat va avea, pe de o parte, expresia:

(15) $$\delta \mathfrak{L}^i = \sum_\nu (\mathbf{F}^i_\nu\,\delta \mathbf{r}_{Q_\nu} + \mathbf{M}^i_{Q_\nu}\,\delta \mathbf{u}_\nu),$$

$\mathbf{F}^i_\nu$ şi $\mathbf{M}^i_{Q_\nu}$ fiind componentele în polii Q_ν ai torsorilor forţelor de inerţie ale solidelor S_ν.

Pe de altă parte, plecînd de la expresia acestui lucru mecanic scrisă sub forma:

---

[1]) Se adoptă convenţia indicilor muţi.

$$\delta\mathfrak{L}^i = -\sum_\nu \int_{M_\nu} dm\,\mathbf{a}\,\delta\mathbf{r}$$

şi folosind cunoscutele relaţii ale lui Lagrange, expresia lucrului mecanic virtual al forţelor de inerţie mai ia forma:

$$\delta\mathfrak{L}^i = -[\mathrm{d}(\partial E_C/\partial \dot{q}_j)/\mathrm{d}t - (\partial E_C/\partial q_j)]\delta q_j, \quad (j = 1,2,...,m). \tag{16}$$

Pentru lucrurile mecanice ale reacţiunilor exterioare se găsesc următoarele expresii:

a) în cazul solidului S_ν rezemat:

$$\delta\mathfrak{L}_{R_{\text{ext}}} = \sum_\nu \mathbf{R}_\nu\,\delta\mathbf{r}_{C_\nu} + \sum_\nu \mathbf{M}_{fr_\nu}\,\delta\mathbf{u}_\nu = \sum_\nu \mathbf{N}_\nu\,\delta\mathbf{r}_{C_\nu} + \sum_\nu \mathbf{F}_{f_\nu}\,\delta\mathbf{r}_{C_\nu} + \sum_\nu \mathbf{M}_{fr_\nu}\,\delta\mathbf{u}_\nu, \tag{17}$$

acest lucru mecanic devenind:

$$\delta\mathfrak{L}_{R_{\text{ext}}} = \sum_\nu \mathbf{N}_\nu\,\delta\mathbf{r}_{C_\nu} = 0, \tag{18}$$

atunci cînd pot fi neglijate frecările ($\mathbf{F}_{f_\nu} = 0$, $\mathbf{M}_{fr_\nu} = 0$);

b) în cazul solidului articulat:

$$\delta\mathfrak{L}_{R_{\text{ext}}} = \sum_\nu \mathbf{R}_\nu\,\delta\mathbf{r}_{C_\nu} + \sum_\nu \mathbf{M}_{f_\nu}\,\delta\mathbf{u}_\nu, \tag{19}$$

iar dacă se neglijează frecarea ($\mathbf{M}_{f_\nu} = 0$),

$$\delta\mathfrak{L}_{R_{\text{ext}}} = \sum_\nu \mathbf{R}_\nu\,\delta\mathbf{r}_{C_\nu} = 0; \tag{20}$$

c) în cazul solidului legat prin fire sau tije rigide:

$$\delta\mathfrak{L}_{R_{\text{ext}}} = \sum_\nu \mathbf{T}_\nu\,\delta\mathbf{r}_{C_\nu} = 0. \tag{21}$$

În toate expresiile de mai sus prin C_ν s-a notat punctul teoretic de legătură. Se poate demonstra că lucrul mecanic al reacţiunilor rămîne egal cu zero — neglijînd frecările — chiar şi în cazurile cînd în locul punctelor de legătură se iau alte puncte în solide drept poli.

Lucrul mecanic al reacţiunilor interioare pentru o pereche de solide S_μ şi S_ν, legate între ele, cu mişcările caracterizate în punctele teoretice de legătură, C_μ şi C_ν, prin parametrii cinematici ($\mathbf{v}_{C_\mu}$, $\mathbf{U}_\mu$) şi ($\mathbf{v}_{C_\nu}$, $\mathbf{U}_\nu$), va avea expresia:

$$\delta\mathfrak{L}_{\mu\nu} = \mathbf{N}_{\mu\nu}\,\delta\mathbf{r}_{C_\nu C_\mu} + \mathbf{F}_{f_{\nu\mu}}\,\delta\mathbf{r}_{C_\nu C_\mu} + \mathbf{M}_{f_{\nu\mu}}(\delta\mathbf{u}_\mu - \delta\,\mathbf{u}_\nu), \tag{22}$$

reducîndu-se numai la termenul

$$\delta\mathfrak{L}_{\mu\nu} = \mathbf{N}_{\mu\nu}\,\delta\mathbf{r}_{C_\nu C_\mu}, \tag{23}$$

dacă frecările interioare pot fi neglijate ($\mathbf{F}_{f_{\nu\mu}} = 0$, $\mathbf{M}_{f_{\mu\nu}} = 0$), termen care devine şi el egal cu zero dacă vectorii $\mathbf{N}_{\mu\nu}$ şi $\delta\mathbf{r}_{C_\nu C_\mu}$ sînt ortogonali.

3. Principii şi ecuaţii ale Mecanicii analitice

3.1. *Principiul lui d'Alembert.* Plecînd de la teorema impulsului şi teorema momentului cinetic scrise pentru solidul S_ν şi observînd că derivatele impulsului şi ale momentului cinetic reprezintă cele două componente ale torsorului forţelor de inerţie ale solidului S_ν luate cu semnul schimbat, principiul lui d'Alembert va fi exprimat prin relaţiile:

$$\mathbf{T}_{Q_\nu}(\mathbf{F}_\nu) + \mathbf{T}_{Q_\nu}(\mathbf{N}_\nu) + \mathbf{T}_{Q_\nu}(\mathbf{F}^i_\nu) = 0, \tag{24}$$

în cazul solidului S_ν izolat din sistem, şi:

$$\sum_\nu \mathbf{T}_0(\mathbf{F}_{\nu\text{ext}}) + \sum_\nu \mathbf{T}_0(\mathbf{N}_{\text{ext}}) + \sum_\nu \mathbf{T}_0(\mathbf{F}^i_\nu) = 0, \tag{25}$$

în cazul întregului sistem, $\mathbf{T}_{Q_\nu}(\mathbf{F}_\nu)$, $\mathbf{T}_{Q_\nu}(\mathbf{N}_\nu)$ şi $\mathbf{T}_{Q_\nu}(\mathbf{F}^i_\nu)$ fiind, respectiv, torsorii în polii Q_ν invariabil legaţi cu solidele S_ν, iar $\mathbf{T}_0(\mathbf{F}_\nu)$, $\mathbf{T}_0(\mathbf{N}_\nu)$ şi $\mathbf{T}_0(\mathbf{F}^i_\nu)$ torsorii într-un pol fix O, ai tuturor forţelor active, de reacţiune şi de inerţie ce acţionează asupra solidelor S_ν.

3.2. *Principiul lucrului mecanic virtual,* exprimînd egalitatea cu zero a lucrului mecanic virtual al forţelor pierdute ale sistemului mecanic dat, va fi tradus prin relaţia:

$$\delta\mathfrak{L}_p = \sum_\nu (\mathbf{F}_\nu + \mathbf{F}^i_\nu)\,\delta\mathbf{r}_{Q_\nu} + \sum_\nu (\mathbf{M}_{Q_\nu} + \mathbf{M}^i_{Q_\nu})\,\delta\mathbf{u}_\nu = Q_{p_j}\delta_{q_j} = 0,\ (j = 1,2,\ldots,m), \tag{26}$$

care va reprezenta totodată şi *ecuaţia generală a dinamicii* pentru cazul sistemelor de solide rigide, consecinţa ecuaţiei (26) fiind egalitatea cu zero a forţelor generalizate:

$$Q_{p\nu} = \sum_\nu [(\mathbf{F}_\nu + \mathbf{F}^i_\nu)(\partial\mathbf{r}_{Q_\nu}/\partial q_\sigma) + (\mathbf{M}_{Q_\nu} + \mathbf{M}^i_{Q_\nu})(\partial\mathbf{u}_\nu/\partial q_\sigma)] = 0,\ (\sigma = 1,2,\ldots,m). \tag{27}$$

3.3. *Ecuaţii ale Mecanicii analitice.* Înlocuind în ecuaţia generală a dinamicii lucrul mecanic al forţelor de inerţie cu expresia (16), se ajunge, după egalarea cu zero a coeficienţilor deplasărilor δq_j, la cunoscutul sistem de ecuaţii ale lui Lagrange. Forma ecuaţiilor lagrangiene pentru cazul cînd forţele generalizate admit o funcţie de forţă, precum şi ecuaţiile canonice, se deduc mai departe în mod obişnuit.

Expresia energiei cinetice a sistemului în coordonate lagrangiene va avea forma:

$$E_C = \frac{1}{2} g_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j + g_{i0}\dot{q}_i + \frac{1}{2} q_{00}, \tag{28}$$

unde coeficienţii g_{ij}, g_{i0} şi g_{00} au expresiile:

$$g_{ij} = \sum_\nu \left[M_\nu \frac{\partial\mathbf{r}_{Q_\nu}}{\partial q_i}\frac{\partial\mathbf{r}_{Q_\nu}}{\partial q_j} + 2M_\nu \frac{\partial\mathbf{r}_{Q_\nu}}{\partial q_i}\left(\frac{\partial\mathbf{u}_\nu}{\partial q_j} \times \mathbf{r}'_{G_\nu}\right) + I^{\nu'}_{hk}\left(\frac{\partial\mathbf{u}_\nu}{\partial q_i}\,\mathbf{i}^{\nu'}_h\right)\left(\frac{\partial\mathbf{u}_\nu}{\partial q_j}\,\mathbf{i}^{\nu'}_k\right)\right], \tag{29}$$

$$g_{i0} = \sum_{\nu} \left\{ M_\nu \frac{\partial \mathbf{r}_{Q_\nu}}{\partial q_i} \frac{\partial \mathbf{r}_{Q_\nu}}{\partial t} + M_\nu \left[\frac{\partial \mathbf{r}_{Q_\nu}}{\partial q_i} \left(\frac{\partial \mathbf{u}_\nu}{\partial t} \times \mathbf{r}'_{G_\nu} \right) + \frac{\partial \mathbf{r}_{Q_\nu}}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{u}_\nu}{\partial q_i} \times \mathbf{r}'_{G_\nu} \right) \right] + \right.$$

(30)

$$\left. + I^{\nu'}_{hk} \left(\frac{\partial \mathbf{u}_\nu}{\partial q_i} \mathbf{i}^{\nu'}_h \right) \left(\frac{\partial \mathbf{u}_\nu}{\partial t} \mathbf{i}^{\nu'}_k \right) \right\},$$

$$(31) \quad g_{00} = \sum_{\nu} \left\{ M_\nu \frac{\partial \mathbf{r}_{Q_\nu}}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{r}_{Q_\nu}}{\partial t} + 2M_\nu \frac{\partial \mathbf{r}_{Q_\nu}}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{u}_\nu}{\partial t} \times \mathbf{r}'_{G_\nu} \right) + I^{\nu'}_{hk} \left(\frac{\partial \mathbf{u}_\nu}{\partial t} \mathbf{i}^{\nu'}_h \right) \left(\frac{\partial \mathbf{u}_\nu}{\partial t} \mathbf{i}^{\nu'}_k \right) \right\},$$

capătă formele cunoscute, reduse la primii termeni, numai în cazul sistemelor de puncte materiale ($\mathbf{u}_\nu = 0$, $M_\nu = m_\nu$).

4. Concluzii

4. 1. Ţinînd seama de cele expuse pot fi trase următoarele concluzii

1. Forma de prezentare a Mecanicii analitice pe baza sistemelor de solide rigide, incluzînd ca un caz particular şi rezultatele obţinute în cazul elaborării ei pe baza sistemelor de puncte materiale, corespunde procesului natural de aproximare conştientă a realităţii.

2. Prezentarea Mecanicii analitice sub forma expusă în lucrare oferă un mod unitar, comun tuturor ramurilor de Mecanică aplicată, de abordare a problemelor de mecanică.

3. Elaborarea Mecanicii analitice pe baza sistemelor de solide rigide permite o judicioasă sistematizare a materialului formînd conţinutul său şi oferă o deosebită siguranţă în folosirea diverşilor parametri ce caracterizează din punct de vedere cinematic şi dinamic mişcările corpurilor, simplificînd în acelaşi timp calculele.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică teoretică

BIBLIOGRAFIE

1. Appell P., *Traité de Mécanique rationelle.* Paris, 1953.
2. Ciorănescu N., *Ecuaţiile Mecanicii analitice.* Buc., 1938.
3. Levi-Civita T., Amaldi U., *Lezioni di Meccanica razionale.* Bologna, 1923.
4. Vâlcovici V., Bălan Şt., Voinea R., *Mecanică teoretică.* Ed. Tehn., Buc., 1963.
5. Plăcinţeanu I. I., *Mecanică vectorială şi analitică.* Ed. Tehn., Buc., 1958.

UNE NOUVELLE MANIÈRE DE PRÉSENTER LA MÉCANIQUE ANALYTIQUE POUR LES SYSTÈMES MÉCANIQUES HOLONOMES

(Résumé)

Dans cette Note, l'Auteur, renonçant à la structure habituelle de la Mécanique analytique, fondée sur la notion newtonienne de „point material", expose une nouvelle manière de présenter cette méthode, dont l'idée centrale est la substitution des systèmes de points materiaux par des systèmes de solides rigides.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. D. 531.391.3 ; 518.61

APPROXIMATIONS D'ORDRE SUPÉRIEUR DANS LA THÉORIE DES PERTURBATIONS (I)

PAR

RAYMOND CHALÉAT et D. MANGERON

1. Introduction

1. Les développements essentiels de la théorie des perturbations ont eu pour origine l'étude des mouvements planétaires (Lindstedt 1883, Poincaré 1892,...) avant que la mécanique non-linéaire n'en soit le principal objet (van der Pol 1921, J. Haag 1930, N. M. Kryloff et N. N. Bogoliuboff 1934,...). Les résultats obtenus par les auteurs précités constituent la première approximation qui, dans bien des cas, suffit pour étudier le comportement d'un oscillateur. Mais dans certains cas la première approximation ne permet pas de déterminer la perturbation de période ou d'amplitude. En outre, les termes perturbateurs intervenant isolément, la première approximation n'introduit pas les „interactions" entre ces différents termes et ne conduit donc pas à l'interprétation exacte des phénomènes réels. Il est par conséquent utile de connaître les approximations d'ordre supérieur à l'unité.

Les auteurs ont consacré séparément nombre de travaux concernant la théorie et la pratique des oscillations, crystallisés entre autres dans deux livres où l'on trouve l'étude des problèmes de chronométrie et de théorie générale des oscillations [1] ou bien l'exposition des problèmes classiques et de quelques problèmes et méthodes nouveaux de la mécanique des vibrations [2].

Le premier des auteurs a étudié systématiquement dans ces dernières années nombreux problèmes concernant les oscillateurs nonlinéaires, tandis que le second a étudié différents systèmes d'équations généralisant celui de la cloche et de son battant [3] ... [8], tel, par ex., le système d'équations

$$(l_{n-i}\, m_{n-i} + a_{n-i}\, m_{n-i+1} + a_{n-i}\, m_{n-i+2} + \ldots + a_{n-i}\, m_n) \times$$

$$\times \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} a_j [\theta''_j \cos(\theta_{n-i} - \theta_j) + \theta'^2_j \sin(\theta_{n-i} - \theta_j)] + g \sin \theta_{n-i} \right\} +$$

$$(*) \qquad + m_{n-i} (k^2_{n-i} - l_{n-i}\, a_{n-i})\, \theta''_{n-i} +$$

$$+ a_{n-i} \sum_{k=1}^{i} (l_{n-i+k}\, m_{n-i+k} + a_{n-i+k}\, m_{n-i+k+1} + a_{n-i+k}\, m_{n-i+k+2} +$$

$$+ \ldots + a_{n-i+k}\, m_n) [\theta''_{n-i+k} \cos(\theta_{n-i} - \theta_{n-i+k}) +$$

$$+ \theta'^2_{n-i+k} \sin(\theta_{n-i} - \theta_{n-i+k})] = 0, \quad (i = 0, 1, \ldots, n-1)^1).$$

Nous nous proposons de reprendre l'étude de la première approximation en l'exposant de manière rigoureuse par l'usage simultané, selon la marche suivie par J. Haag [9], des méthodes de la variation des constantes et des approximations successives. Après avoir montré comment la première approximation permet l'étude du mouvement de l'oscillateur, nous en déduirons dans ce qui suit la seconde approximation des perturbations d'amplitude et de période, tandis que dans l'une de nos prochaines notes on en déduira la troisième approximation et quelques-unes d'ordre supérieure et on y indiquera nombre d'applications.

Les résultats ainsi obtenus s'appliquent immédiatement à un très grand nombre de problèmes de mécanique non-linéaire et différents exemples pratiquement importants en seront donnés.

Enfin on montrera comment un couple de rappel non-linéaire intervient sur l'amortissement d'un oscillateur. La loi de variation des amplitudes successives a été calculée dans les cas des résistances passives purement visqueuses et pour les différents types de couple de rappel que l'on rencontre pratiquement. La forme de la courbe d'amortissement est modifiée par l'introduction des termes non-linéaires. Le relevé expérimental de la courbe d'amortissement permet de déterminer simultanément les résistences passives et la partie non-linéaire du couple de rappel.

A) L'oscillateur linéaire perturbé

2. Considérons un oscillateur de degré de liberté θ qui, au temps $t = 0$, est abandonné sans vitesse avec l'élongation positive y et dont le mouvement est régi par l'équation différentielle :

$$(1) \qquad \theta'' + \omega^2 \theta = \lambda \omega^2 f(\theta, \theta').$$

Le maximum de la fonction perturbatrice $\lambda\omega^2 f(\theta, \theta')$ est supposé très petit vis-à-vis du maximum de $\omega^2\theta$, de ce fait λ jouera le rôle d'infiniment petit principal.

---

[1]) Pour les notations utilisées dans (*) et pour tout les détails algorithmiques relatifs à différentes approximations des systèmes tels que (*), voir, par ex., [6].

En l'absence de perturbations ($\lambda = 0$) l'élongation et la vitesse sont données par :

$$\theta_0 = y \cos \alpha, \quad \theta_0' = -\omega y \sin \alpha, \quad \alpha = \omega t, \quad \omega = 2\pi/T_0 , \tag{2}$$

T_0 désignant la période complète des oscillations.

En présence de forces perturbatrices, lorsque $\lambda \neq 0$, nous poserons pour la solution générale de (1) :

$$\theta = Y \cos \varphi, \quad \theta' = -\omega Y \sin \varphi, \quad \varphi = \alpha + x. \tag{3}$$

Il est clair que Y et x ne sont plus des constantes mais des fonctions inconnues de t qui dans le cas présent doivent être cependant presque des constantes, vu la petitesse du second membre de (1). Ce sont *a priori* des fonctions *à variables lentes* ainsi qu'on le vérifiera plus loin. Le changement de variables (3) n'est pas autre chose que celui de la *méthode de la variation des constantes* ; il transforme (1) en un système équivalent :

$$\begin{cases} \Delta Y = Y(t) - y = -\lambda\omega \displaystyle\int_0^t f(\theta, \theta') \sin \varphi \, dt, \\ x(t) = -\lambda\omega \displaystyle\int_0^t \frac{f(\theta, \theta') \cos \varphi_0}{Y(t)} \, dt. \end{cases} \tag{4}$$

Pas plus que pour l'équation (1) on ne sait obtenir, dans le cas général une solution du système (4). En revanche ce dernier est justiciable de *méthode d'approximations successives*.

B) Justification de la méthode d'approximations successives

3. Posons pour l'intégrale générale de (1) :

$$\theta = A \cos \alpha + B \sin \alpha, \quad \theta' = -\omega A \sin \alpha + B\omega \cos \alpha, \tag{5}$$

A et B étant des fonctions inconnues de t. En dérivant la première équation (5) par rapport au temps, il vient, compte tenu de la seconde : $A' \cos \alpha - B' \sin \alpha = 0$. En dérivant la seconde équation (5) par rapport au temps et en portant dans (1) nous obtenons : $\omega(-A' \sin \alpha + B' \cos \alpha) = \lambda\omega^2 f(\theta, \theta')$.

Du système formé par les deux équations précédentes on tire immédiatement :

$$A' = -\lambda\omega f \sin \alpha, \quad B' = \lambda\omega f \cos \alpha. \tag{6}$$

Dans la fonction f figurant aux seconds membres de (6) on doit remplacer θ et θ' par leurs expressions (5) qui contiennent les fonctions inconnues A et B. Ces seconds membres sont donc de la forme : $F(A, B, t)$ et $G(A, B, t)$.

Nous devons calculer la solution du système différentiel (6) telle que : $\theta = y$, $\theta' = 0$, ce qui se traduit par les conditions $A_0 = y$, $B_0 = 0$. C'est à ce calcul que nous appliquons la méthode des approximations successives.

Supposons que pour

$$0 < t < t_1, \quad |\theta - y| \leqslant a, \quad |\theta'| \leqslant \omega b, \tag{7}$$

où a et b sont des constantes positives, et de plus que f soit continue, ait un module M et vérifie la condition de Lipschitz :

$$f(\theta, \theta') - f(\theta_1, \theta_1') < p|\theta - \theta_1| + (q/\omega)|\theta' - \theta_1'|, \tag{8}$$

p et q étant des constantes positives.

Un calcul élémentaire montre que l'on a *a fortiori* :

$$\begin{cases} |F(A, B, t) - F(A_1, B_1, t)| < P|A - A_1| + |B - B_1|\, Q, \\ |G(A, B, t) - G(A_1, B_1, t)| < Q|A - A_1| + |B - B_1|\, P, \end{cases} \tag{9}$$

avec : $P = (p + 2q)/(2\omega)$, $Q = (2p + q)/(2\omega)$.

D'autre part d'après (5), les inégalités (7) sont certainement vérifiés si l'on a : $|A| < (a + y)/\sqrt{2}$, $|B| < a/\sqrt{2}$, $|A| < (b + y)/\sqrt{2}$, $|B| < b/\sqrt{2}$.

Dès lors la démonstration classique est applicable au système (6). Nous avons admis la continuité de $f(\theta, \theta')$, or on rencontre fréquemment des forces perturbatrices *discontinues* (échappements des oscillateurs mécaniques, frottement constant etc.). J. Haag a montré [10] que l'on peut s'affranchir de cette restriction si les discontinuités ont lieu pour certaines valeurs fixes θ_i de θ (cas de l'échappement) ou pour $\theta' = 0$ (frottement constant) à une seule condition que y soit supérieur à tous les θ_i et à zéro.

C) La n-ième approximation

4. La théorie générale des approximations successives montre [11] que, si l'on s'arrête à l'approximation de rang n, l'erreur commise est au plus de l'ordre de $\lambda^{n+1} t^n$. Pour toute valeur finie de t c'est un infiniment petit d'ordre $n + 1$.

Soient Y_n et x_n la n-ième approximation de l'amplitude et de l'avance de phase *instantanées* et $\overline{Y}_n$ et $\overline{x}_n$ leurs valeurs à la fin d'une période complète. Le mouvement de l'oscillateur est défini en n-ième approximation par :

$$\theta_n = Y_n \cos \varphi_n, \quad \theta_n' = -\omega Y_n \sin \varphi_n, \quad \varphi_n = \omega t + x_n . \tag{10}$$

À la fin d'une période complète, de durée $T_n = T_0 + \Delta T$, T_0 étant la période normale, la vitesse s'annule et l'on a $\omega(T_0 + \Delta T) + \overline{x}_n = 2\pi$, d'où l'on déduit la *perturbation relative de période* et *la période* respectivement données par :

$$\Delta T/T_0 = -\overline{x}_n/2\pi, \quad T_n = T_0(1 - \overline{x}_n/2\pi), \tag{11}$$

la *perturbation d'amplitude* étant donnée en n-ième approximation par :

$$\Delta \overline{Y}_n = \overline{Y}_n - y. \tag{12}$$

2. Première aproximation

5. En première approximation on remplace aux seconds membres de (4) θ et θ' par leurs valeurs correspondant à l'absence de perturbations, c'est-à-dire par θ_0 et θ'_0 données par (2). On remplace enfin φ par $\alpha = \omega t$ et Y par y. L'erreur ainsi commise est au plus de l'ordre de λ^2 (cf. § **3**).

Les valeurs instantanées de la perturbation d'amplitude et de l'avance de phase sont données par :

$$(13)\quad \begin{cases} \Delta Y_1(\alpha) = -\lambda \displaystyle\int_0^{\alpha} F(\alpha') \sin\alpha' \, d\alpha' + 0(\lambda^2), \\ x_1(\alpha) = -\dfrac{\lambda}{y} \displaystyle\int_0^{\alpha} F(\alpha') \cos\alpha' \, d\alpha' + 0(\lambda^2), \quad 0 < \alpha' < \alpha, \end{cases}$$

en posant :

$$(14)\qquad F(\alpha) = f(\theta_0, \theta'_0)$$

et en prenant la phase α comme variable d'intégration.

Leurs valeurs à la fin d'une période complète s'obtiennent en prenant, d'après la troisième relation (10), $\alpha = 2\pi - \bar{x}_1$ comme borne supérieure d'intégration. Or décomposons l'intégrale : $\displaystyle\int_0^{2\pi-\bar{x}_1}$ en $\displaystyle\int_0^{2\pi} + \int_{2\pi}^{2\pi-\bar{x}_1}$. Pour la seconde l'intervalle d'intégration est $\bar{x}_1$ qui d'après (13) est de l'ordre de λ. Dans les expressions de $\bar{Y}_1$ et $\bar{x}_1$ cette intégrale sera multipliée par λ. Le terme correspondant dans les expressions de $\bar{Y}_1$ et $\bar{x}_1$ est donc de l'ordre de λ^2, c'est-à-dire du même ordre que l'erreur systématique dûe à la première approximation. On peut donc prendre $\alpha = 2\pi$ comme borne supérieure d'intégration. Il vient ainsi :

$$(15)\qquad \Delta\bar{Y}_1 = -\lambda \int_0^{2\pi} F(\alpha) \sin\alpha \, d\alpha + 0(\lambda^2),$$

$$(16)\qquad \bar{x}_1 = -\frac{\lambda}{y} \int_0^{2\pi} F(\alpha) \cos\alpha \, d\alpha + 0(\lambda^2).$$

La période est donnée par $T_1 = T_0(1 - \bar{x}_1/2\pi)$, où $\bar{x}_1$ est défini par (16).

A) Conséquence de la première approximation

6. On doit remarquer que :

a) La fonction perturbatrice f intervient linéairement sous les signes somme de (15) et (16) ; il en résulte que *si f est la somme de plusieures fonctions perturbatrices, les perturbations globales d'amplitude et de période*

sont les sommes des perturbations partielles d'amplitude et de période provenant de chaque fonction perturbatrice agissant isolément.

b) *Si f est une fonction impaire de la vitesse ou une fonction paire de l'élongation* θ, *on a* $T_1 = T_0$.

c) *Si f est une fonction paire de la vitesse ou une fonction impaire de* θ, *on a* $\Delta Y_1 = 0$.

Tous ces résultats cessent d'être exacts dès que l'on passe aux approximations d'ordre supérieur.

Les formules (15) et (16) sont désormais classiques. La première peut d'ailleurs être obtenue immédiatement en utilisant le théorème des forces vives entre le début et la fin d'une oscillation complète. Les applications de (15) et (16) sont multiples, en particulier en chronométrie et en théorie des oscillations [1].

Par contre il ne semble pas que les équations (13) aient été utilisées par les différents auteurs; elles sont pourtant fort précieuses pour l'étude du mouvement. Nous allons en donner quelques applications simples.

B) Première approximation de la loi du mouvement

7. D'après (10) nous avons: $\theta_1 = Y_1 \cos \varphi_1$; soit encore:

$$\theta_1 = Y_1 \cos(\alpha + x_1) = y(1 + \Delta Y_1/y)(\cos\alpha - x_1 \sin\alpha) + 0(\lambda^2),$$

ou finalement:

$$\theta_1 = y(1 + \Delta Y_1/y)\cos\alpha - y\,x_1 \sin\alpha + 0(\lambda^2). \tag{17}$$

Dans cette expression ΔY_1 et x_1 sont donnés respectivement par (13).

Application 1: *Frottement visqueux.* Soit $-2\lambda A a\omega\theta'$ le terme de frottement visqueux où a est une constante positive et A le coefficient d'inertie (masse, moment d'inertie, ou self inductance etc.). Nous avons $f(\theta, \theta') = -2a\theta'/\omega$ d'où $F(\alpha) = 2ay \sin\alpha$ et en portant dans (13):

$$\text{(18)} \quad \begin{cases} \dfrac{\Delta Y_1}{y} = -2\lambda a \displaystyle\int_0^{\alpha} \sin^2\alpha'\, d\alpha' = -\lambda a(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha), \\ x_1 = -2\lambda a \displaystyle\int_0^{\alpha} \sin\alpha'\cos\alpha'\, d\alpha' = -\lambda a \sin^2\alpha. \end{cases}$$

La formule (17) donne immédiatement

$$\theta_1 = y(1 - \lambda\alpha)\cos\alpha + \lambda a y \sin\alpha + 0(\lambda^2).$$

On retrouve les deux premiers termes du développement suivant les puissances de λ de la solution exacte de l'équation différentielle $\theta'' + 2a\omega\theta + \omega^2\theta = 0$ compte tenu des conditions initiales ($\theta = y$, $\theta' = 0$).

Application 2: *Fonction perturbatrice en* θ^2. Soit $f(\theta, \theta') = b\theta^2$; nous avons successivement: $F(\alpha) = y^2 b \cos^2\alpha$, $\Delta Y_1/y = -\lambda b y(1 - \cos^3\alpha)/3$, $x_1 = -\lambda b y[\sin\alpha - (\sin^3\alpha)/3]$ et après des transformations élémentaires:

$$\theta_1 = y(1 - \lambda yb/3)\cos\alpha + \lambda by^2/2 - (\lambda by^2/6)\cos 2\alpha + 0(\lambda^2).$$

Ce même résultat peut être obtenu par la méthode dite des perturbations qui consiste à poser $\theta = \theta_0 + \sum_{n\geqq 1} \lambda^n \theta_n$, $\omega = \omega_1 + \sum_{n\geqq 1} \lambda^n \alpha_n$ où les θ_n sont des fonctions inconnues et t et les α_n des constantes, et à porter dans l'équation différentielle. Mais dans ce dernier cas les calculs, même limités aux seuls termes en λ, sont beaucoup plus pénibles.

Application 3: *Fonction perturbatrice en* θ^3. Soit $f(\theta, \theta') = \lambda c\theta^3$, On obtient aisément:

$$\theta_1 = y\cos\alpha + (\lambda c/8)y^3[3\alpha\sin\alpha + (\cos\alpha)/4 - (\cos 3\alpha)/4] + 0(\lambda^2),$$

qu'il est facile de vérifier par les méthodes habituelles de la mécanique non-linéaire.

Application 4: *Oscillateur de relaxation.* Il est régi par l'équation différentielle $\theta'' + \omega^2\theta = \lambda\omega\theta'(1 - \theta^2)$. La formule (17) donne, tous calculs faits:

$$\theta = y[1 + (\lambda/2)\alpha(1 - y^2/4)]\cos\alpha - (\lambda y/2)(1 - y^2/4)\sin\alpha + \\ + (\lambda y^3/32)(3\sin\alpha - \sin 3\alpha) + 0(\lambda^2).$$

La fonction perturbatrice $f(\theta, \theta') = \theta'(1 - \theta^2)/\omega$ est une fonction impaire de la vitesse et une fonction paire de l'élongation, la perturbation de période est nulle (cf. § **6,** b)). Pour calculer la période de l'oscillateur de relaxation il est nécessaire de connaître au moins la seconde approximation de la théorie des perturbations, que nous allons exposer maintenant.

3. Seconde approximation

8. En seconde approximation nous remplaçons aux seconds membres de (4) θ et θ' par θ_1 et θ'_1 définis par:

$$\theta_1 = Y_1\cos\varphi_1, \quad \theta'_1 = -\omega Y_1\sin\varphi_1, \quad \varphi_1 = \alpha + x_1, \tag{19}$$

avec $Y_1 = y + \Delta Y_1$, x_1 et ΔY_1 étant donnés par (13). On remplace enfin dans le système (4) φ par φ_1 et Y par Y_1.

L'erreur ainsi commise est de l'ordre de λ^3 (cf. § **3**), aussi nous devons dans les calculs ultérieurs négliger tous les termes d'ordre égal ou supérieur à λ^3.

Si l'on prend la phase α pour variable d'integration dans le système (4) et si l'on tient compte de la troisième formule (10), les valeurs de la perturbation d'amplitude et de l'avance de phase à la fin d'une période complète sont obtenues en intégrant entre les bornes 0 et $2\pi - x_2$. Décomposons: $\int_0^{2\pi-x_2}$ en $\int_0^{2\pi-x_1} + \int_{2\pi-x_1}^{2\pi-x_2}$. En appliquant la formule de la moyenne nous constatons que la seconde intégrale est de l'ordre de $x_2 - x_1 = 0(\lambda^2)$. Or cette in-

tégrale est multipliée par λ dans les formules (4), sa contribution est donc de l'ordre de λ^3 et l'on peut la négliger. Il reste ainsi :

$$(20)\quad \begin{cases} \Delta\bar{Y}_2 = \bar{Y}_2 - y = -\lambda \displaystyle\int_0^{2\pi-\bar{x}_1} f(\theta_1, \theta_1') \sin\varphi_1 \, d\alpha + 0(\lambda^3), \\ \bar{x}_2 = -\lambda \displaystyle\int_0^{2\pi-\bar{x}_1} f(\theta_1, \theta_1') \frac{\cos\varphi_1}{Y_1} d\alpha + 0(\lambda^3). \end{cases}$$

Les valeurs *instantanées* des $\Delta Y_2 = Y_2 - y$ et x_2 sont données par :

$$(21)\quad \begin{cases} \Delta Y_2 = -\lambda \displaystyle\int_0 f(\theta_1, \theta_1') \sin\varphi_1 \, d\alpha + 0(\lambda^3), \\ x_2 = -\lambda \displaystyle\int_0 f(\theta_1, \theta_1') \frac{\cos\varphi_1}{Y_1} d\alpha + 0(\lambda^3). \end{cases}$$

Nous poserons encore :

$$(22)\qquad \Delta\bar{Y}_2 = -\lambda(I_2' - I_2'') + 0(\lambda^3), \quad \bar{x}_2 = -\lambda(\mathcal{J}_2' - \mathcal{J}_2'') + 0(\lambda^3),$$

avec :

$$(23)\quad \begin{cases} I_2' = \displaystyle\int_0^{2\pi} \Phi_1(\alpha)\, d\alpha, \quad I_2'' = \int_{2\pi-\bar{x}_1}^{2\pi} \Phi_1(\alpha)\, d\alpha, \\ \Phi_1(\alpha) = f(\theta_1, \theta_1') \sin\varphi_1 \end{cases}$$

et :

$$(24)\quad \begin{cases} \mathcal{J}_2' = \displaystyle\int_0^{2\pi} \psi_1(\alpha)\, d\alpha, \quad \mathcal{J}_2'' = \int_{2\pi-\bar{x}_1}^{2\pi} \psi_1(\alpha)\, d\alpha, \\ \psi_1(\alpha) = f(\theta_1, \theta_1')(\cos\varphi_1)/Y_1, \end{cases}$$

les intégrales I_2', I_2'', $\mathcal{J}_2'$ et $\mathcal{J}_2''$ devant être calculées à $0(\lambda^2)$ près.

A) Calcul de I_2'' et $\mathcal{J}_2''$

9. En appliquant la formule de la moyenne et en désignant par $\overline{\Phi_1(\alpha)}$ la valeur moyenne de $\Phi_1(\alpha)$ dans l'intervalle $2\pi - \bar{x}_1 < \alpha < 2\pi$, nous avons :

$$(25)\qquad I_2'' = \bar{x}_1 \overline{\Phi_1(\alpha)}.$$

Or, la formule de Taylor donne :

$$f(\theta_1,\theta_1') = f(\theta_0,\theta_0') + (\theta_1-\theta_0)\{\partial\{f[\theta_0+\varepsilon(\theta_1-\theta_0),\theta_0'+\varepsilon(\theta_1'-\theta_0')]\}/\partial\theta\} +$$
$$+ (\theta_1'-\theta_0')\{\partial\{f[\theta_0+\varepsilon(\theta_1-\theta_0),\theta_0'+\varepsilon(\theta_1'-\theta_0')]\}/\partial\theta'\},\quad 0<\varepsilon<1. \tag{26}$$

De (2) et (19) nous tirons:

$$\theta_1-\theta_0 = Y_1\cos\varphi_1 - y\cos\alpha = (y+\Delta Y_1)\cos(\alpha+x_1) - y\cos\alpha,$$

soit, en développant suivant les puissances de ΔY_1 et x_1:

$$\theta_1-\theta_0 = \Delta Y_1\cos\alpha - yx_1\sin\alpha + 0(\lambda^2). \tag{27}$$

De la même façon nous obtenons:

$$\theta_1'-\theta_0' = -\omega(\Delta Y_1\sin\alpha + yx_1\cos\alpha) + 0(\lambda^2). \tag{28}$$

Portant ces résultats dans (26) il vient:

$$f(\theta_1,\theta_1') = F(\alpha) + 0(\lambda), \tag{29}$$

$F(\alpha)$ étant défini par (14). On en déduit:

$$\Phi_1(\alpha) = F(\alpha)\sin(\alpha+x_1) = F(\alpha\sin\alpha + 0(\lambda),$$
$$\Phi_1(\alpha) = F(2\pi-\varepsilon' x_1)\sin(2\pi-\varepsilon' x_1) = 0(\lambda),\quad 0<\varepsilon'<1.$$

En portant dans (25) nous obtenons $I_2'' = 0(\lambda^2)$. On peut donc *négliger* I_2'' qui donne dans la première équation (22) un terme du même ordre de grandeur que l'erreur systématique liée à la seconde approximation.

De la même façon nous avons $\mathcal{F}_2'' = x_1\overline{\psi_1(\alpha)}$, $\overline{\psi_1(\alpha)}$ étant la valeur moyenne de $\psi_1(\alpha)$, défini par (24), dans l'intervalle $2\pi - x_1 < \alpha < 2\pi$. D'après (29) il vient: $\psi_1(\alpha) = \{[F(\alpha)+0(\lambda)]/(y+\Delta Y_1)\}\cos(\alpha+x_1) = [F(\alpha)\cos\alpha]/y + 0(\lambda)$, d'où $\overline{\psi_1(\alpha)} = [F(2\pi-\varepsilon'' x_1)\cos(2\pi-\varepsilon'' x_1)]/y = F(2\pi)/y + 0(\lambda)$, $0<\varepsilon''<1$ et finalement:

$$\mathcal{F}_2'' = \bar{x}_1 F(2\pi)/y + 0(\lambda^2). \tag{30}$$

B) Calcul de $\Phi_1(\alpha)$

10. En utilisant (14), (26), (27), (28) il vient:

$$\Phi_1(\alpha) = [F(\alpha) + p_0(\Delta Y_1\cos\alpha - yx_1\sin\alpha) - \omega q_0(\Delta Y_1\sin\alpha + yx_1\cos\alpha) + 0(\lambda^2)]\times$$
$$\times[\sin\alpha + x_1\cos\alpha + 0(\lambda^2)] =$$
$$= F(\alpha)\sin\alpha - yx_1(p_0\sin\alpha + \omega q_0\cos\alpha)\sin\alpha + \Delta Y_1\sin\alpha(p_0\cos\alpha - \omega q_0\sin\alpha) +$$
$$+ F(\alpha)x_1\cos\alpha + 0(\lambda^2),$$

où l'on a posé:

$$p_0 = \partial[f(\theta_0,\theta_0')]/\partial\theta,\quad q_0 = \partial[f(\theta_0,\theta_0')]/\partial\theta'. \tag{31}$$

Or nous avons $dF/d\alpha = (\partial f/\partial\theta_0)(d\theta_0/d\alpha) + (\partial f/\partial\theta_0')(d\theta_0'/d\alpha)$ avec d'après (2):

$$d\theta_0/d\alpha = -y\sin\alpha,\quad d\theta_0'/d\alpha = -\omega y\cos\alpha, \tag{32}$$

d'où:

$$dF/d\alpha = -y(p_0\sin\alpha + \omega q_0\cos\alpha), \tag{33}$$

que l'on porte dans $\Phi_1(\alpha)$ pour obtenir:

$$\Phi_1(\alpha) = F\sin\alpha + Fx_1\cos\alpha + (\mathrm{d}F/\mathrm{d}\alpha)\,x_1\sin\alpha - \omega q_0 \Delta Y_1 - \\ - (\Delta Y_1/y)\,(\mathrm{d}F/\mathrm{d}\alpha)\cos\alpha + 0(\lambda^2).$$

Si l'on remarque que :

$$(\mathrm{d}F/\mathrm{d}\alpha)\,x_1\sin\alpha = \mathrm{d}(Fx_1\sin\alpha)/\mathrm{d}\alpha + (\lambda F^2/y)\cos\alpha\sin\alpha - Fx_1\cos\alpha,$$
$$(\Delta Y_1/y)\,(\mathrm{d}F/\mathrm{d}\alpha)\cos\alpha = \mathrm{d}[(\Delta Y_1/y)\,F\cos\alpha]/\mathrm{d}\alpha + F\sin\alpha\,(\Delta Y_1/y) + \\ + (\lambda F^2/y)\sin\alpha\cos\alpha,$$

il vient finalement :

$$\Phi_1(\alpha) = F\sin\alpha - (\Delta Y_1/y)\,(F\sin\alpha + y\omega q_0) + \\ + \mathrm{d}\{F[-(\Delta y_1/y)\cos\alpha]\}/\mathrm{d}\alpha + 0(\lambda^2). \tag{34}$$

C) Calcul de $\psi_1(\alpha)$

11. D'après (24) nous avons :

$$\psi_1(\alpha) = f(\theta_1, \theta_1')/[y(1 + \Delta Y_1/y)]\cos(\alpha + x_1) = \\ = [f(\theta_1, \theta_1')/y]\,(1 - \Delta Y_1/y)\,(\cos\alpha - x_1\sin\alpha) + 0(\lambda^2),$$

soit en utilisant (14), (26), (27), (28) :

$$\psi_1(\alpha) = (1/y)\,[F\cos\alpha + p_0\cos\alpha\,(\Delta Y_1\cos\alpha - yx_1\sin\alpha) - \\ - \omega q_0\cos\alpha\,(\Delta Y_1\sin\alpha + yx_1\cos\alpha) - F(\Delta Y_1/y)\cos\alpha - Fx_1\sin\alpha] + 0(\lambda^2),$$

et compte tenu de (33) :

$$\psi_1(\alpha) = (1/y)\,[F\cos\alpha - Fx_1\sin\alpha - F(\Delta Y_1/y)\cos\alpha + (\Delta Y_1/y)\,(\mathrm{d}F/\mathrm{d}\alpha)\sin\alpha + \\ + p_0\Delta Y_1 + x_1(\mathrm{d}F/\mathrm{d}\alpha)\cos\alpha] + 0(\lambda^2).$$

En remarquant que :

$$(\Delta Y_1/\nu)\,(\mathrm{d}F/\mathrm{d}\alpha)\sin\alpha = \mathrm{d}[F(\Delta Y_1/y)\sin\alpha]/\mathrm{d}\alpha - F(\Delta Y_1/y)\cos\alpha + (\lambda/y)F^2\sin^2\alpha,$$
$$x_1(\mathrm{d}F/\mathrm{d}\alpha)\cos\alpha = \mathrm{d}(Fx_1\cos\alpha)/\mathrm{d}\alpha + Fx_1\sin\alpha + (\lambda/y)F^2\cos^2\alpha,$$

il vient finalement :

$$\psi_1(\alpha) = (1/y)\,[F\cos\alpha - 2F(\Delta Y_1/y)\cos\alpha + \lambda(F^2/y) + p_0\Delta Y_1] + \\ + (1/y)\,\mathrm{d}\{F[(\Delta Y_1/y)\sin\alpha + x_1\cos\alpha]\}/\mathrm{d}\alpha + 0(\lambda^2). \tag{35}$$

D) Perturbations d'amplitude

12. En portant $\Phi_1(\alpha)$ défini par (34) dans la première équation (21) et en remarquant que, d'après (13), $\Delta Y_1 = -\lambda\int_0^\alpha F\sin\alpha'\,\mathrm{d}\alpha'$, il vient pour la *perturbation instantanée d'amplitude :*

$$\Delta Y_2 = \Delta Y_1 + \lambda F(\alpha)\,[(\Delta Y_1/y)\cos\alpha - x_1\sin\alpha] + \\ + \lambda\int_0^\alpha \frac{\Delta Y_1(\alpha')}{y}\,(F\sin\alpha' + y\omega q_0)\,\mathrm{d}\alpha' + 0(\lambda^3) \quad (0 < \alpha' < \alpha). \tag{36}$$

En intégrant $\Phi_1(\alpha)$ entre 0 et 2π, nous obtenons immédiatement :

$$I_2' = \int_0^{2\pi} F \sin\alpha \, d\alpha - \int_0^{2\pi} \frac{\Delta Y_1}{y} (F \sin\alpha + y\omega q_0) \, d\alpha - F(2\pi) \frac{\Delta \overline{Y}_1}{y} + 0(\lambda^2),$$

que l'on porte dans la première équation (22) où I_2'' est nul, pour obtenir finalement la *perturbation d'amplitude à la fin d'une période complète :*

$$(37) \quad \Delta Y_2 = \overline{Y}_2 - y = \Delta \overline{Y}_1 \left[1 + \frac{\lambda F(2\pi)}{y} \right] + \lambda \int_0^{2\pi} \frac{\Delta Y_1(\alpha)}{y} (F \sin\alpha + \omega y q_0) \, d\alpha + 0(\lambda^3).$$

Dans les expressions (36) et (37), $\Delta Y_1(\alpha)$ est donné par la première formule (13).

E) Avance de phase et perturbation de période

13. La seconde équation (21) donne, en y remplaçant $\psi_1(\alpha)$ par (35) et en introduisant x_1 donné par la seconde formule (13) :

$$(38) \quad x_2 = x_1 - \frac{\lambda^2}{y^2} \int_0^{\alpha} F^2 \, d\alpha' - \frac{\lambda}{y} F(\alpha) \left[\frac{\Delta Y_1}{y} \sin\alpha + x_1 \cos\alpha \right] - \\ - \frac{\lambda}{y} \int_0^{\alpha} \frac{\Delta Y_1(\alpha')}{y} (p_0 y - 2F \cos\alpha') \, d\alpha' + 0(\lambda^3).$$

Nous avons ensuite, en intégrant $\psi_1(\alpha)$ entre 0 et 2π :

$$\mathcal{J}_2' = \frac{1}{y} \int_0^{2\pi} F \cos\alpha \, d\alpha + F(2\pi) \frac{\overline{x}_1}{y} + \frac{\lambda}{y^2} \int_0^{2\pi} F^2 \, d\alpha + \frac{1}{y} \int_0^{2\pi} \frac{\Delta Y_1(\alpha)}{y} (p_0 y - 2F \cos\alpha) d\alpha,$$

d'où, en portant dans la seconde équation (20) et compte tenu de (30) :

$$(39) \quad x_2 = \overline{x}_1 - \frac{\lambda}{y} \int_0^{2\pi} \frac{\Delta Y_1(\alpha)}{y} (p_0 y - 2F \cos\alpha) \, d\alpha - \frac{\lambda^2}{y^2} \int_0^{2\pi} F^2 \, d\alpha + 0(\lambda^3).$$

D'après (11) *la perturbation relative de période* est donnée en seconde approximation par :

$$(40) \quad \frac{\Delta T_2}{T_0} = -\frac{x_1}{2\pi} + \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\lambda}{y} \int_0^{2\pi} \frac{\Delta Y_1(\alpha)}{y} (p_0 y - 2F \cos\alpha) \, d\alpha + \frac{\lambda^2}{y^2} \int_0^{2\pi} F^2 \, d\alpha \right] + 0(\lambda^3).$$

Dans ces expressions $\Delta Y_1(\alpha)$ et $x_1(\alpha)$ sont données par (13), x_1 par (16).

La seconde approximation de *la loi du mouvement* est, d'après (10) :

$$(41) \quad \theta_2 = Y_2 \cos\varphi_2, \quad \theta_2' = -\omega Y_2 \sin\varphi_2, \quad \varphi_2 = \alpha + x_2,$$

où x_2 est donné par (38) et où $Y_2 = y + \Delta Y_2$, ΔY_2 étant défini par (36).

Les résultats des §§ **11** et **13** sont justiciables de nombreuses applications [3] parmi lesquelles nous nous contenterons de mentionner le calcul de l'amplitude, de la période, de la loi de variation des amplitudes

successives pour un oscillateur de relaxation, le calcul de la période d'un oscillateur soumis à une fonction perturbatrice proportionnelle à une puissance entière de l'élongation ou à une puissance impaire de la vitesse. Quelle que soit la fonction perturbatrice, *à seule condition qu'elle soit continue,* les formules précédentes donnent immédiatement les perturbations d'amplitude et de période par l'intermédiaire d'intégrales simples et doubles. Cette méthode est de beaucoup préférable aux méthodes classiques des approximations successives et des perturbations qui conduisent à des calculs pénibles et qu'il faut reprendre pour chaque cas particulier envisagé.

Reçue le 7 VII 1964

Université de Besançon, France
et
Institut Polytechnique de Jassy, Roumanie

BIBLIOGRAPHIE

1. Chaléat R., Haag J., *Problèmes de chronométrie et de théorie générale des oscillations.* Gauthier-Villars et Eyrolles, Paris, 1960.
2. Gábos Z, Mangeron D., Stan I., *Fundamentele mecanicii (Les fondements de la mécanique),* Chap. **IV**: *Mecanica vibraţiilor (Mécanique des vibrations).* Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1962.
3. Chaléat R., C. r. Acad. Sci., Paris, 1958, **246,** pp. 1169—1172; 1960, **250,** pp. 1177—1179; 1963, **256,** pp. 1908—1911.
4. — *Calcul de la période des oscillations en fonction de leur amplitude.* Actes de la Seconde Conférence sur les vibrations non linéaires, PAN, Varsovie, 1962 (à paraître).
5. Mangeron D., C. r. Acad. Sci., Paris, 1946, **223**, pp. 190—191.
6. — Bull. Inst. Polyt. Jassy, 1946, **1**, *1*, pp. 304—307.
7. — *Neue graphisch-analytische Methoden zum Studium der nicht-linearen Schwingungen.* III. Internationale Konferenz über Nichtlineare Schwingungen, DAW, Berlin, 1964 (à paraître).
8. — *The integral equations method in nonlinear mechanics.* Proc. IUTAM Sympos. nonlinear Oscillations, AN Ucrain. SSR, Kiev, 1963, vol. **I**, pp. 347—350.
9. Haag J., *Les Mouvements Vibratoires.* Presses Universitaires de France, Collection Euclide, Paris, t. **1**, 1952, chap. **VI, VII, VIII** et t. **2**, 1955, chap. **X.**
10. — Bull. Sci. Math., 1947, 71, pp. 1—14.
11. Valiron G., *Cours d'analyse mathématique.* Tome **II**, Masson, Paris, 1945 p. 308.
12. Chaléat R., Mangeron D., Rev. Roum. Sci. Techn., Série Méc. appl. (sous presse).

APROXIMAŢII DE ORDIN SUPERIOR ÎN TEORIA PERTURBAŢIILOR (I)

(Rezumat)

Fiecare dintre autori a consacrat un număr de lucrări teoriei şi practicii oscilaţiilor, cristalizate între altele în două cărţi în care se găseşte expus studiul problemelor de cronometrie şi de teoria generală a oscilaţiilor [1] sau problematica clasică şi actuală a mecanicii vibraţiilor [2]. Primul dintre autori a studiat numeroase probleme relative la oscilatori neliniari, pe cînd cel de al doilea, bazîndu-se pe diferite sisteme de ecuaţii deduse de el, care generalizează problema clopotului [3]...[8], a studiat un alt şir de probleme interesînd mecanica tehnică a vibraţiilor. În această lucrare se reia studiul primei aproximaţii care se expune în mod riguros graţie folosirii simultane, urmînd ordinea de idei a lui J. Haag [9], a metodelor de variaţie a constantelor şi a aproximaţiilor succesive. După ce se arată modul în care prima aproximaţie permite studiul mişcării unui oscilator, se deduce cea de a doua aproximaţie relativă la perturbarea amplitudinii şi a perioadei. Într-una din notele de proximă apariţie [12] se va expune cea de a treia aproximaţie precum şi cîteva aproximaţii de ordin superior, urmate de un număr de importante aplicaţii inginereşti.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 531.391.3 ; 518.43

METODĂ GRAFICĂ PENTRU STUDIUL MIŞCĂRII UNOR SISTEME NELINIARE CU MAI MULTE GRADE DE LIBERTATE

DE

ALFRED BRAIER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Universităţii din Bucureşti, din 16—17 octombrie 1964

1. În lucrarea [1] s-a expus o metodă grafică ce permite construcţia traiectoriilor din planul de fază, precum şi a soluţiilor ecuaţiilor diferenţiale :

$$\ddot{x} + f(x, \dot{x}) = F(t),$$

care descriu mişcarea unui mare număr de sisteme neliniare cu un grad de libertate.

Ulterior, metoda a fost extinsă şi totodată unele din ideile utilizate în construcţiile grafice aplicate şi altor metode, studiindu-se sistemele neliniare descrise de [2] :

$$\begin{aligned} &\ddot{x} + f(x, t) = F(t), \qquad \ddot{x} + f(\dot{x}, t) = F(t), \\ &\ddot{x} + \dot{x} + f(x, t) = F(t), \qquad \ddot{x} + f(\dot{x}, t) + x = F(t), \end{aligned} \tag{2}$$

precum şi un număr de 36 clase de sisteme neliniare cu două grade de libertate [2].

În ultimul timp, construcţiile grafice au fost adaptate pentru sistemele de tipul [3] :

$$\ddot{x} + f[\dot{x}, \varphi(x, t)] = F(t), \quad \ddot{x} + f[x, \varphi(\dot{x}, t)] = F(t), \tag{3}$$

precum şi pentru cele descrise de ecuaţiile [4] :

$$\begin{aligned} &\ddot{x} + f[A(x, \dot{x}), B(x, t)] = F(t), \quad \ddot{x} + f[A(x, \dot{x}), C(\dot{x}, t)] = F(t), \\ &\ddot{x} + f[B(x, t), C(\dot{x}, t)] = F(t), \end{aligned} \tag{4}$$

în care f, φ, A, B şi C reprezintă funcţii date analitic sau grafic.

În toate cazurile menţionate se indică şi posibilitatea de determinare a perturbaţiilor $F(t)$ ce trebuie aplicate sistemului studiat pentru a-i corecta mişcarea într-un mod impus arbitrar, adică a obţine o stabilizare forţată a oscilaţiilor.

În lucrarea de faţă se indică posibilitatea de studiere pe cale grafică a unui mare număr de sisteme neliniare cu două şi trei grade de libertate.

2. Principiul unora din construcţiile grafice se poate urmări pe exemplul ecuaţiei:

$$\ddot{x} = f(\dot{x}, \lambda_k) = F(t), \tag{5}$$

în care λ_k este privit, deocamdată, drept parametru. Se consideră mai întîi cazul particular $F(t) \equiv 0$. La momentul t_k starea sistemului este reprezentată în planele de fază $(O', \dot{x}, \ddot{x})$ şi $(O, x, \dot{x})$ prin respectiv punctele figurative $P'_k(\dot{x}_k, \ddot{x}_k)$ şi $P_k(x_k, \dot{x}_k)$. Deoarece (fig. 1 a)

$$\operatorname{tg} \alpha_k = \ddot{x}_k/\dot{x}_k = (\mathrm{d}\dot{x}/\mathrm{d}x)_k, \tag{6}$$

panta dreptei $O'P'_k$ este egală cu cea a tangentei la traiectoria de fază ce trece prin punctul P_k. De aceea se impune de construit în planul $(O', \dot{x}, \ddot{x})$ curba $\ddot{x} + f(\dot{x}, \lambda_k) = 0$.

Atunci, plecînd de la x_k, $\dot{x}_k$ se determină P_k şi apoi punctul P'_k unde paralela prin $\dot{x}_k$ la $O'\ddot{x}$ intersectează curba. Se construieşte tangenta $P_k P_{k+1} \| O'P'_k$ la traiectoria de fază prin P_k, pe care se alege P_{k+1} (preferabil cît mai apropiat de P_k) obţinînd $\dot{x}_{k+1}$, cu care trebuie trecut în planul $(O', \dot{x}, \ddot{x})$ ş. a. m. d.

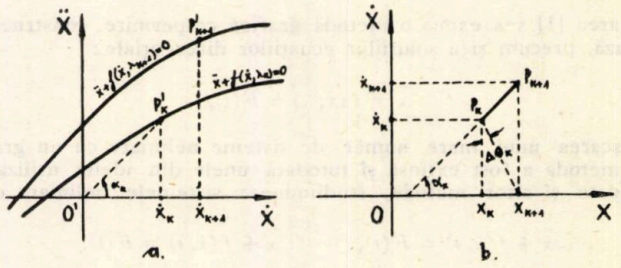


Fig. 1

Sistemul trece din starea reprezentată prin P_k în starea P_{k+1} în timpul (fig. 1 b)

$$\Delta t_k = \Delta x_k/\dot{x}_k = \operatorname{tg} \Delta\theta_k \approx \Delta\theta_k \tag{7}$$

(în limitele preciziei construcţiei grafice).

Pentru simplificarea construcţiilor, se suprapune planul $(O', \dot{x}, \ddot{x})$ peste $(O, x, \dot{x})$, după o rotaţie prealabilă cu $\pi/2$ în sens trigonometric pozitiv (fig. 2 a). Urmează de utilizat efectiv numai planul de fază uzual, în care trebuie construită curba:

$$x^* = f(\dot{x}, \lambda_k), \tag{8}$$

cu $x^* = -\ddot{x}$ (avînd deci dimensiunile lui $\ddot{x}$). Punctul P'_k se găseşte acum la intersecţia curbei (8) cu paralela la Ox prin P_k, fără a mai fi necesară

citirea lui $\dot{x}_k$ în decursul construcţiei. Tangenta $P_k P_{k+1}$ la traiectoria de fază prin P_k este evident perpendiculară pe OP'_k.

Pentru studierea ecuaţiei complete (5) se înlocuieşte perturbaţia $F(t)$ printr-o funcţie în scară. Dacă în intervalul Δt_k ea este egală cu $F(t_k)$, curba (8) devine:

$$x^* = f(\dot{x}, \lambda_k) - F(t_k), \tag{8'}$$

adică perturbaţia produce translaţia sa paralel cu Ox, de mărime $|F(t_k)|$, în spre $x < 0$ dacă $F(t_k) > 0$ şi reciproc.

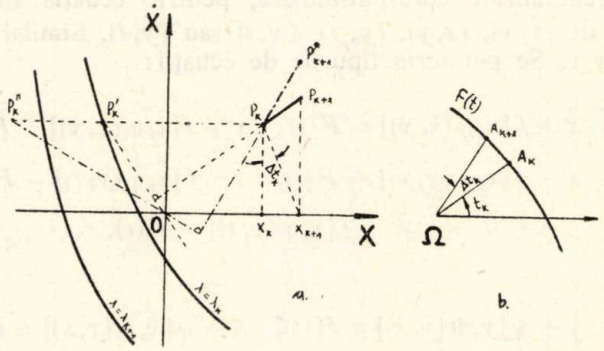


Fig. 2

În construcţia grafică aceasta revine la deplasarea punctului P_k la stînga, dacă $F(t_k) > 0$ şi reciproc, pînă în P''_k. Atunci $P_k P^*_{k+1} \perp OP''_k$ (fig. 4 a).

Dacă la sfîrşitul intervalului $\Delta t_k, \lambda_k$ devine λ_{k+1}, atunci punctul P'_{k+1} se va găsi pe curba $x^* = f(\dot{x}, \lambda_{k+1})$.

Mărimile succesive $F(t_k)$ se pot obţine pe cale pur grafică utilizînd (7) şi recurgînd la reprezentarea lui $F(t)$ în coordonate polare. Atunci (fig. 2 b) $F(t_k) = \Omega A_k = P'_k P''_k$. Mărimea Δt_k obţinută în fig. 2 a şi transportată pe graficul lui $F(t)$ permite determinarea lui $F(t_{k+1}) = \Omega A_{k+1}$ ş. a. m. d.

Pentru rezolvarea problemei inverse, anume determinarea perturbaţiei $F(t)$ ce trebuie aplicată sistemului (5) pentru a-l forţa să execute o mişcare $x = x(t)$ prescrisă, se reprezintă (8) în planul de fază, precum şi curba integrală ($\mathcal{C}$) impusă. Înlocuind acum pe ($\mathcal{C}$) printr-o linie poligonală, fie $P_k P^*_{k+1}$ un segment al acesteia. El trebuie să fie perpendicular pe o dreaptă ce trece prin originea O a planului de fază. Se construieşte această dreaptă şi se determină punctul P''_k la intersecţia cu paralela dusă prin P_k la Ox, paralelă ce intersectează şi curba (8) în P'_k. Deci, $P'_k P''_k$ dă mărimea şi sensul perturbaţiei $F(t_k)$ ce trebuie să acţioneze în intervalul Δt_k pentru a produce efectul de mişcare cerut. Repetînd construcţia se obţine perturbaţia sub formă de funcţie în scară.

3. Mărimea λ care intră în ecuaţia (5) poate depinde de unul sau mai multe elemente ce intervin în caracterizarea mişcării sistemului neliniar. Fie, de pildă,

$$\lambda = \varphi(u, v). \tag{9}$$

Utilizînd un plan auxiliar se reprezintă familia de curbe (9) fie pentru $u = \text{const.}$, fie pentru $v = \text{const.}$ Planul de fază este acum acoperit cu o familie de curbe etalonate în λ. Construcţiile grafice rămîn aceleaşi, la momentul t_{k+1} urmînd a se utiliza curba $\lambda = \lambda_{k+1}$ din planul de fază, cu λ_{k+1} determinat pe graficul lui (9) cu ajutorul mărimilor u_{k+1} şi v_{k+1}.

4. În cazul unui sistem cu două grade de libertate, dacă x şi y sînt coordonatele generalizate corespunzătoare, pentru ecuaţia în variabila x, λ poate depinde de (x, y), $(x, \dot{y})$, $(y, \dot{y})$, (y, t) sau $(\dot{y}, t)$. Similar pentru ecuaţia în variabila y. Se pot scrie tipurile de ecuaţii:

$$\left\{\begin{array}{l} \ddot{x} + f[\dot{x}, \varphi(x, y)] = F(t), \quad \ddot{x} + f[\dot{x}, \varphi(x, \dot{y})] = F(t), \\ \ddot{x} + f[\dot{x}, \varphi(y, \dot{y})] = F(t), \quad \ddot{x} + f[\dot{x}, \varphi(y, t)] = F(t), \\ \qquad\qquad \ddot{x} + f[\dot{x}, \varphi(\dot{y}, t)] = F(t), \end{array}\right. \tag{10}$$

şi

$$\left\{\begin{array}{l} \ddot{y} + \psi[\dot{y}, \Phi(y, x)] = H(t), \quad \ddot{y} + \psi[\dot{y}, \Phi(y, \dot{x})] = H(t), \\ \ddot{y} + \psi[\dot{y}, \Phi(x, \dot{x})] = H(t), \quad \ddot{y} + \psi[\dot{y}, \Phi(x, t)] = H(t), \\ \qquad\qquad \ddot{y} + \psi[\dot{y}, \Phi(\dot{x}, t)] = H(t). \end{array}\right. \tag{11}$$

Prin asocierea ecuaţiilor (10) cu (11) se obţin 25 clase de sisteme neliniare cu două grade de libertate ce pot fi studiate grafic prin metoda expusă.

5. Fie, pentru ilustrarea metodei, sistemul de forma:

$$\ddot{x} + f[\dot{x}, \varphi(x, y)] = F(t), \quad \ddot{y} + \psi[\dot{y}, \Phi(y, \dot{x})] = H(t). \tag{12}$$

Se construiesc în planele de fază $(O_1, x, \dot{x})$ şi $(O_2, y, \dot{y})$ respectiv familiile de curbe:

$$x^* = f(\dot{x}, \tilde{\varphi}) \quad \text{şi} \quad y^* = \psi(\dot{y}, \tilde{\Phi}), \tag{13}$$

pentru diverse valori ale lui φ şi Φ: $\tilde{\varphi} = \varphi_k, \varphi_{k+1}, \ldots$; $\tilde{\Phi} = \Phi_k, \Phi_{k+1}, \ldots$ (fig. 3 a şi 3 b). Separat se construiesc în coordonate polare perturbaţiile $F(t)$ şi $H(t)$, precum şi graficele funcţiilor $\varphi = \varphi(x, y)$ şi $\Phi = \Phi(y, \dot{x})$ cu una din variabile aleasă drept parametru. Alegerea este evident condiţionată de uşurinţa construcţiei grafice. Fie situaţia din fig. 4.

La momentul t_k starea sistemului cu două grade de libertate (12) este reprezentată prin punctele figurative $P_k(x_k, \dot{x}_k)$ şi $N_k(y_k, \dot{y}_k)$. Utilizînd gra-

ficele din fig. 4 se determină φ_k şi Φ_k corespunzători. Construcţia se începe în unul din planele de fază, de pildă $(O_1, x, \dot{x})$. Pe baza metodei expuse se determină punctul P_{k+1} în care sistemul ajunge în intervalul Δt_k.

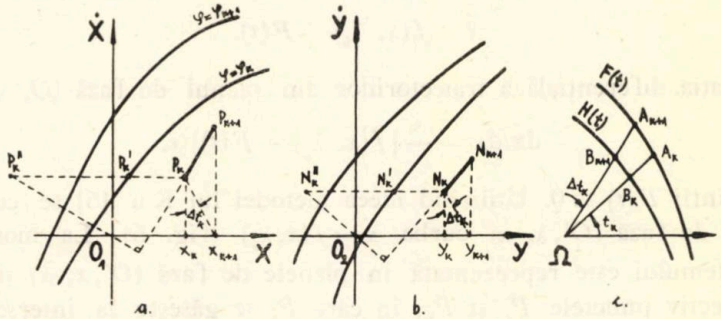


Fig. 3

Construcţia este analogă în planul $(O_2, y, \dot{y})$, numai că punctul N_{k+1} nu mai poate fi ales arbitrar, trecerea sistemului din N_k în N_{k+1} decurgînd în acelaşi interval Δt_k. De aceea se duce prin N_k paralela la $P_k x_{k+1}$ care determină punctul y_{k+1}, iar perpendiculara ridicată aici pe $O_2 y$ permite obţinerea lui N_{k+1} pe dreapta $N_k N_{k+1} \perp O_2 N_k''$. Revenind la graficele lui φ şi Φ se determină φ_{k+1} şi Φ_{k+1} şi se continuă construcţia trecînd succesiv dintr-un plan de fază în celălalt.

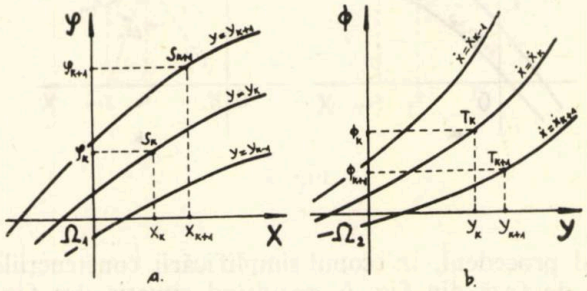


Fig. 4

Curbele din fig. 3a, 3b şi 4 fiind trasate în prealabil, este inevitabil ca în decursul construcţiei grafice să intervină valori φ, Φ, y sau $\dot{x}$ pentru care nu sînt construite curbe din familiile respective. Se fixează atunci punctele corespunzătoare P, N, S sau T între două curbe caracterizate prin valori ce încadrează pe cea necesară.

Pentru simplificarea construcţiei se pot etalona identic aici axele $O_1 x$ şi $\Omega_1 x$ şi alătura planele $(O_1\ x,\ \dot{x})$ şi $(\Omega_1,\ x,\ \varphi)$, astfel încît prelungind pe $P_k x_k$ să se obţină mai uşor S_k şi deci φ_k corespunzător.

Acceeaşi observaţie şi pentru planele $(O_2, y, \dot{y})$ şi (Ω_2, y, Φ). Cînd este cazul, graficele pot fi chiar suprapuse.

6. Se pot efectua construcţii grafice asemănătoare plecînd de la ecuaţia cu un parametru de tipul:

$$\ddot{x} + f(x, \lambda_k) = F(t). \tag{14}$$

Ecuaţia diferenţială a traiectoriilor din planul de fază $(O, x, \dot{x})$ este:

$$d\dot{x}/dx = -[f(x, \lambda_k) - F(t)]/\dot{x}. \tag{15}$$

Fie mai întîi $F(t) \equiv 0$. Utilizînd ideea metodei lui K u [5] se construieşte în planul de fază $(O', x, \ddot{x})$ curba $\ddot{x} = f(x, \lambda_k)$ (fig. 5). La momentul t_k starea sistemului este reprezentată în planele de fază $(O', x, \ddot{x})$ şi $(O, x, \dot{x})$ prin respectiv punctele P'_k şi P_k, în care P'_k se găseşte la intersecţia paralelei prin x_k la $O'\ddot{x}$, cu curba $\ddot{x} + f(x, \lambda_k) = 0$. Purtînd pe axa Ox din fig. 5b segmentul $x_k P''_k = x_k P'_k$, rezultă punctul P''_k. Ecuaţia (15) (cu $F(t) \equiv 0$) arată că tangenta la traiectoria de fază din $(O, x, \dot{x})$ este perpendiculară pe $P''_k P_k$. Se obţine astfel un alt punct P_{k+1} al traiectoriei de fază ş. a. m. d.

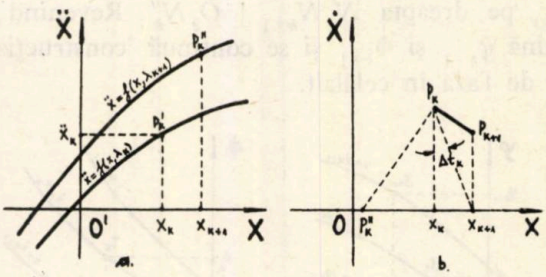


Fig. 5

Modificînd procedeul, în scopul simplificării construcţiilor, se suprapun cele două plane de fază din fig. 5, rezultînd situaţia din fig. 6. Procedînd astfel se poate utiliza pentru studiul grafic numai planul de fază uzual $(O, x, \dot{x})$, în care urmează de construit curba [2]:

$$\dot{x}^* = f(x, \lambda_k), \tag{16}$$

în care $\dot{x}^* = \ddot{x}$ (avînd deci dimensiunile lui $\ddot{x}$).

Pentru studiul ecuaţiei complete se înlocuieşte $F(t)$ printr-o funcţie în scară. Dacă $F(t_k)$ este perturbaţia în intervalul Δt_k, curba (16) devine:

$$\dot{x}^* = f(x, \lambda_k) - F(t_k), \tag{16'}$$

adică se translează paralel cu Ox. În construcţia grafică aceasta revine la deplasarea punctului P_k'' pe axa Ox cu mărimea $|F(t_k)|$ şi anume la dreapta dacă $F(t_k) > 0$ şi reciproc, obţinînd P_k'''. Tangenta $P_k P_{k+1}^{\star}$ la traiectoria de fază prin P_k este acum perpendiculară pe $P_k''' P_k$. Este util de reprezentat $F(t)$ în coordonate polare.

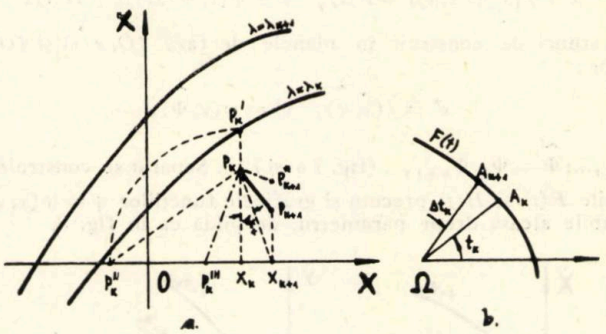


Fig. 6

Dacă la sfîrşitul intervalului Δt_k, λ_k devine λ_{k+1}, punctul P_{k+1} se obţine pe curba $\dot{x}^{\star} = f(x, \lambda_{k+1})$.

Pentru determinarea perturbaţiei ce trebuie aplicată pentru a obţine o mişcare impusă, se reprezintă curba integrală printr-o linie poligonală. Dacă $P_k P_{k+1}^{\star}$ este un segment al acestei linii, utilizînd curba $\dot{x}^{\star} = f(x, \lambda_k)$ se determină P_k' şi se rabate în P_k'' pe Ox. Pe de altă parte, perpendiculara în P_k pe $P_k P_{k+1}$ intersectează axa Ox în P_k'''; deci segmentul $P_k'' P_k'''$ reprezintă perturbaţia $F(t_k)$ ce trebuie să acţioneze în intervalul Δt_k.

7. Dacă λ care intervine în (14) are forma (9), se acoperă planul de fază cu o familie de curbe, corespunzînd la diverse valori ale sale.

În cazul unui sistem cu două grade de libertate, pentru ecuaţia în variabila x, λ poate depinde de $(\dot{x}, y)$, $(\dot{x}, \dot{y})$, $(y, \dot{y})$, (y, t) şi $(\dot{y}, t)$. Similar pentru ecuaţia în variabila y. Pot fi scrise atunci ecuaţiile:

$$(17)\quad \begin{cases} \ddot{x} + f[x, \varphi(\dot{x}, y)] = F(t), \quad \ddot{x} + f[x, \varphi(\dot{x}, \dot{y})] = F(t), \\ \ddot{x} + f[x, \varphi(y, \dot{y})] = F(t), \quad \ddot{x} + f[x, \varphi(y, t)] = F(t), \\ \ddot{x} + f[x, \varphi(\dot{y}, t)] = F(t) \end{cases}$$

şi

$$(18)\quad \begin{cases} \ddot{y} + \Psi[y, \Phi(\dot{y}, x)] = H(t), \quad \ddot{y} + \Psi[y, \Phi(\dot{y}, \dot{x})] = H(t), \\ \ddot{y} + \Psi[y, \Phi(x, \dot{x})] = H(t), \quad \ddot{y} + \Psi[y, \Phi(x, t)] = H(t), \\ \ddot{y} + \Psi[y, \Phi(\dot{x}, t)] = H(t). \end{cases}$$

Prin asocierea ecuațiilor (17) și (18) se obțin alte tipuri de sisteme neliniare cu două grade de libertate ce pot fi studiate grafic prin această metodă. De asemenea noi tipuri rezultă atunci cînd una din ecuații are forma din § **4**, iar cealaltă forma indicată aici.

8. Fie, de pildă, sistemul neliniar cu două grade de libertate, descris de ecuațiile:

$$\ddot{x} + f[\dot{x}, \varphi(x, \dot{y})] = F(t), \quad \ddot{y} + \psi[y, \Phi(\dot{x}, t)] = H(t). \tag{19}$$

Urmează atunci de construit în planele de fază $(O, x, \dot{x})$ și $(O_2, y, \dot{y})$ respectiv familiile de curbe:

$$x^* = f(\dot{x}, \tilde{\varphi}), \quad \dot{y}^* = \psi(y, \tilde{\Phi}), \tag{19}$$

cu $\tilde{\varphi} = \varphi_k, \varphi_{k+1}, \ldots; \tilde{\Phi} = \Phi_k, \Phi_{k+1}, \ldots$ (fig. 7 a și 7 b). Separat se construiesc în coordonate polare perturbațiile $F(t)$ și $H(t)$ precum și graficele funcțiilor $\varphi = \varphi(x, \dot{y})$ și $\psi = \psi(\dot{x}, t)$, cu una din variabile aleasă drept parametru, de pildă ca în fig. 8.

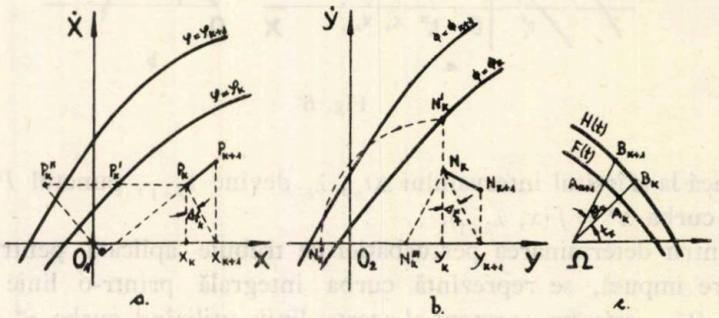


Fig. 7

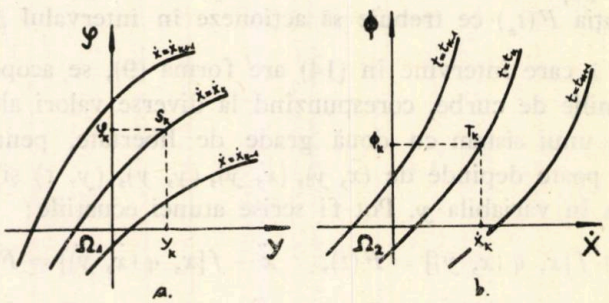


Fig. 8

Atunci, dacă la t_k starea sistemului este caracterizată prin $P_k(x_k, \dot{x}_k)$ și $N_k(y_k, \dot{y}_k)$, graficele din fig. 8 dau pe φ_k și Φ_k corespunzători, care fixează curbele $\varphi = \varphi_k$ și $\Phi = \Phi_k$ din respectiv planele de fază $(O_1, \dot{x}, x)$ și $(O_2, y, \dot{y})$. Aceste curbe sînt apoi utilizate pentru construcțiile grafice din planele de fază, care se efectuează funcție de tipul ecuațiilor (19), în conformitate cu cele expuse la §§ **3** și **6**.

Și aici, etalonînd identic axele $\Omega_1 y$, $O_2 y$ și $\Omega_2 x$, $O_1 x$, se pot alătura sau chiar suprapune graficele, simplificînd operațiile intermediare.

9. Se poate proceda în acelaşi spirit pornind de la ecuaţia:

$$\ddot{x} + f(\dot{x}, \lambda_k) + x = F(t), \tag{20}$$

avînd ecuaţia diferenţială a traiectoriilor din planul de fază:

$$d\dot{x}/dx = -[f(\dot{x}, \lambda) + x - F(t)]/\dot{x}. \tag{21}$$

Fie mai întîi $F(t) \equiv 0$. Utilizînd construcţia grafică a lui Liénard [6], se reprezintă în planul de fază curba:

$$x + f(\dot{x}, \lambda_k) = 0. \tag{22}$$

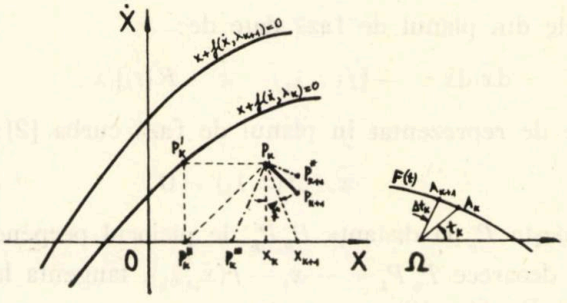


Fig. 9

Deoarece $P'_k P_k = x_k - OP''_k = x_k + f(\dot{x}_k, \lambda_k)$ (fig. 9 a),

$$\operatorname{tg} \alpha_k = \dot{x}_k/[x_k + f(\dot{x}_k, \lambda_k)]$$

şi deci $P_k P_{k+1} \perp P''_k P_k$. Dacă la sfîrşitul intervalului λ devine λ_{k+1}, punctul P'_{k+1} se va afla pe curba $x + f(\dot{x}, \lambda_{k+1}) = 0$.

Fie $F(t_k)$ perturbaţia în intervalul Δt_k; atunci curba (22) devine:

$$x + f(\dot{x}, \lambda_k) - F(t_k) = 0, \tag{22'}$$

deci se translează paralel cu Ox. Aceasta revine la deplasarea punctului P''_k în P'''_k, la distanţa $|F(t_k)|$ şi anume în spre $x > 0$, dacă $F(t_k) > 0$, şi reciproc. Atunci $P_k P^*_{k+1} \perp P'''_k P_k$.

10. Dacă λ care intervine în (20) are expresia (9), se acoperă planul de fază cu curbe etalonate în λ, construind separat graficul lui (9), în acelaşi mod cum s-a indicat mai înainte.

În cazul unui sistem cu două grade de libertate se pot scrie ecuaţiile în variabilele x şi y care urmează a fi studiate prin această metodă:

$$\begin{cases} \ddot{x} + f[\dot{x}, \varphi(y, \dot{y})] + x = F(t), & \ddot{x} + f[\dot{x}, \varphi(y, t)] + x = F(t), \\ \ddot{x} + f[\dot{x}, \varphi(\dot{y}, t)] + x = F(t) \end{cases} \tag{23}$$

şi

$$(24)\quad \begin{cases} \ddot{y} + \psi[\dot{y}, \Phi(x, \dot{x})] + y = H(t), \quad \ddot{y} + \psi[\dot{y}, \Phi(x, t)] + y = H(t), \\ \ddot{y} + \psi[\dot{y}, \Phi(\dot{x}, t)] + y = H(t). \end{cases}$$

Prin asocierea ecuaţiilor (23) cu (24) precum şi cu ecuaţiile studiate mai înainte (10), (11), (17) sau (18), se obţin numeroase tipuri de sisteme neliniare cu două grade de libertate ce pot fi cercetate grafic în planul de fază.

11. Trebuie menţionat că aceste construcţii pot fi utilizate şi plecînd de la ecuaţia:

$$(25)\quad \ddot{x} + \dot{x} + f(x, \lambda_k) = F(t),$$

avînd traiectoriile din planul de fază date de:

$$(26)\quad d\dot{x}/dx = -[f(x, \lambda_k) + \dot{x} - F(t)]/\dot{x}.$$

Se impune de reprezentat în planul de fază curba [2]:

$$(27)\quad \dot{x} + f(x, \lambda_k) = 0.$$

Se construieşte P_k'' la distanţa $P_k P_k'$ de piciorul perpendicularei din P_k pe Ox; atunci, deoarece $P_k P_k' = -\dot{x}_k - f(x_k, \lambda_k)$, tangenta la traiectoria de fază $P_k P_{k+1} \perp P_k'' P_k$ (fig. 10).

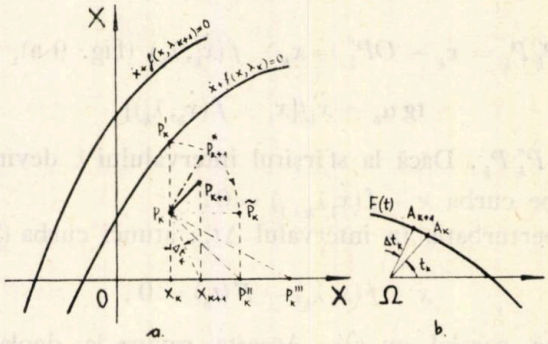


Fig. 10

În construcţia grafică se roteşte segmentul $P_k P_k'$ în jurul lui P_k, cu $\pi/2$, în sens trigonometric negativ şi se proiectează pe Ox extremitatea $\tilde{P}_k$.

Dacă în intervalul Δt_k perturbaţia este $F(t_k)$, curba (27) devine:

$$(27')\quad \dot{x} + f(x, \lambda_k) - F(t_k) = 0,$$

deci se translează paralel cu $O\dot{x}$. În construcţia grafică aceasta revine la deplasarea punctului P_k'' în P_k''', la distanţa $|F(t_k)|$, în spre $x > 0$ dacă $F(t_k) > 0$ şi reciproc. Atunci $P_k P_{k+1}^* \perp P_k''' P_k$.

12. Ecuaţiile în variabila x sau y, pentru un sistem neliniar cu două grade de libertate, care se pot studia grafic în modul indicat, au aspectul:

$$(28)\quad \begin{cases} \ddot{x}+\dot{x}+f[x,\varphi(y,\dot{y})]=F(t), \quad \ddot{x}+\dot{x}+f[x,\varphi(y,t)]=F(t), \\ \ddot{x}+\dot{x}+f[x,\varphi(\dot{y},t)]=F(t) \end{cases}$$

şi

$$(29)\quad \begin{cases} \ddot{y}+\dot{y}+\psi[y,\Phi(x,\dot{x})]=H(t), \quad \ddot{y}+\dot{y}+\psi[y,\Phi(x,t)]=H(t), \\ \ddot{y}+\dot{y}+\psi[y,\Phi(\dot{x},t)]=H(t). \end{cases}$$

Prin asocierea ecuaţiilor (28) cu (29), precum şi cu cele anterioare, rezultă alte numeroase tipuri de sisteme neliniare cu două grade de libertate ce pot fi studiate grafic.

13. Metoda grafică propusă în această lucrare poate fi evident extinsă la sistemele cu trei grade de libertate, cînd λ dat de (9), ce intervine în ecuaţia relativă la una din variabile, depinde de celelalte două. De pildă, dacă sistemul are forma:

$$(30)\quad \begin{cases} \ddot{x}+f[\dot{x},\varphi(y,z)]=F(t), \quad \ddot{y}+\psi[y,\Phi(\dot{y},x)]=H(t), \\ \ddot{z}+\chi[\dot{z},\theta(\dot{x},y)]=G(t), \end{cases}$$

construcţiile se efectuează în trei plane de fază, $(O_1,x,\dot{x})$, $(O_2,y,\dot{y})$ şi $(O_3,z,\dot{z})$. În primul se construiesc curbele $x^*=f(\dot{x},\tilde{\varphi})$, în al doilea $\dot{y}^*=\psi(y,\tilde{\Phi})$ iar în al treilea $z^*=\chi(\dot{z},\tilde{\theta})$, în care $\tilde{\varphi}=\varphi_k,\varphi_{k+1},\ldots$; $\tilde{\Phi}=\Phi_k,\Phi_{k+1},\ldots$; $\tilde{\theta}=\theta_k,\theta_{k+1},\ldots$.

În plane auxiliare se construiesc graficele lui $\varphi(y,z)$, $\Phi(\dot{y},x)$ şi $\theta(\dot{x},y)$ şi se procedează în conformitate cu construcţiile grafice expuse pentru fiecare tip din ecuaţiile considerate. În decursul construcţiilor trebuie ţinut seama de observaţia de la § **5** şi anume: trecerea din starea k a sistemului în starea $k+1$, reflectată prin trecerea de la punctele figurative P_k, N_k şi M_k din planele de fază, la punctele P_{k+1}, N_{k+1} şi M_{k+1}, trebuie să se efectueze în acelaşi interval Δt_k. Astfel, dacă Δt_k a fost fixat în unul din planele de fază, el trebuie utilizat în celelalte două pentru determinarea respectivelor puncte figurative, ce corespund sistemului la sfîrşitul acestui interval.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică teoretică

BIBLIOGRAFIE

1. Braier A., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3-4*, pp. 107—112.
2. — St. şi cerc. mec. apl., 1961, **VII**, *4*, pp. 883—897; Rev. de Méc. Appl., 1962, **VI**, *1*, pp. 83—98.
3. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *1—2*, pp. 279—288.
4. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *3—4*, pp. 325—330.
5. Ku Y. H., J. Franklin Inst., 1953, **255**, *1*, pp. 9—31.
6. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А., *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*. Физматгиз, М., 1963.

MÉTHODE GRAPHIQUE POUR L'ÉTUDE DU MOUVEMENT DE CÉRTAINS SYSTÈMES NON-LIÉAIRES À PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTÉ

(Résumé)

En élargissant les procédés de construction graphique des trajectoires du plan des phases étudiés dans [1]...[3], on propose une méthode graphique qui permet l'étude du mouvement d'un grand nombre de systèmes non-linéaires à plusieurs degrés de liberté.

Par exemple, dans le cas des systèmes à deux degrés de libérté, si x et y sont les coordonnées généralisées correspondantes, l'équation relative à x peut avoir les formes (10), (17), (23) ou (38) et l'équation relative à y, les formes (11), (18), (24) ou (29).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 534.9 ; 518.3

ABACE PENTRU DIMENSIONAREA GRINZILOR DREPTE SOLICITATE LA ÎNCOVOIERE OBLICĂ

DE

D. HORBANIUC

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Problema dimensionării grinzilor profilate este complexă prin faptul că în formula de dimensionare intervin modulii de rezistenţă W_z şi W_y.

Într-adevăr, determinînd momentul încovoietor maxim, datorit sarcinii care acţionează asupra grinzii respective, precum şi componentele acestuia pe cele două axe principale ale secţiunii transversale, efortul unitar normal se calculează cu relaţia:

$$\sigma = \pm M_{iz} y / I_z \pm M_{iy} z / I_y , \tag{1}$$

iar efortul unitar maxim cu:

$$\sigma_{max} = M_{iz} / W_z + M_{iy} / W_y . \tag{2}$$

În vederea dimensionării, formula (2) se transcrie:

$$W_z = (M_{iz} + k M_{iy}) / \sigma_a , \tag{3}$$

unde raportul $k = W_z / W_y$ are valori determinate pentru fiecare secţiune transversală profilată: oţel I STAS 565-49, $k = 6{,}5 \ldots 9{,}82$; oţel U STAS 564-49, $k = 3{,}49 \ldots 7{,}89$; oţel T STAS 566-49, $k = 1{,}35 \ldots 1{,}44$; grinzi de lemn STAS 942-49, $k = 1{,}00 \ldots 2{,}08$.

Din datele de mai sus rezultă că pentru profile I, U şi grinzi de lemn coeficientul k variază între limite destul de mari, astfel că dimensionarea

necesită un volum de calcul apreciabil, întrucît procedeul alegerii secţiunii în acest caz rămîne cel al încercărilor.

2. Construcţia abacelor

În scopul evitării încercărilor la calculul de dimensionare a grinzilor menţionate pot fi construite abace. Pentru trasarea lor s-a modificat formula (3) astfel:

$$W_z = (M_i/\sigma_a)(\cos\alpha + k \sin\alpha), \tag{4}$$

întrucît din fig. 1 rezultă:

$$M_{iz} = M_i \cos\alpha, \quad M_{iy} = M_i \sin\alpha.$$

Dacă se consideră sistemul de axe de coordonate $(M_i/\sigma_a, O, W_z)$ ecuaţia (4) reprezintă o dreaptă cu panta:

$$m = \cos\alpha + k \sin\alpha$$

variabilă, depinzînd de unghiul α şi coeficientul k.

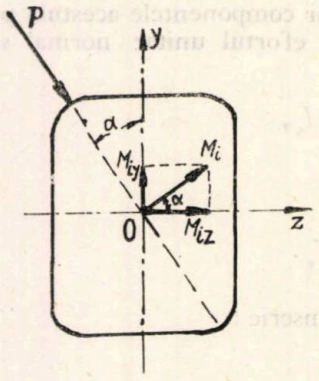


Fig. 1

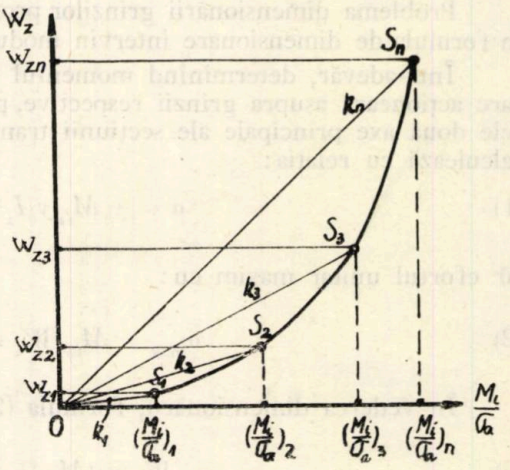


Fig. 2

Menţinînd pe α constant şi dînd lui k valorile $k_1, k_2, \ldots, k_n$ corespunzătoare profilelor standardizate se obţine un fascicul de drepte ce trec prin origine. Prin intersecţia dreptelor $W_z = W_{z1}$, $W_z = W_{z2}, \ldots, W_z = W_{zn}$ cu drep-

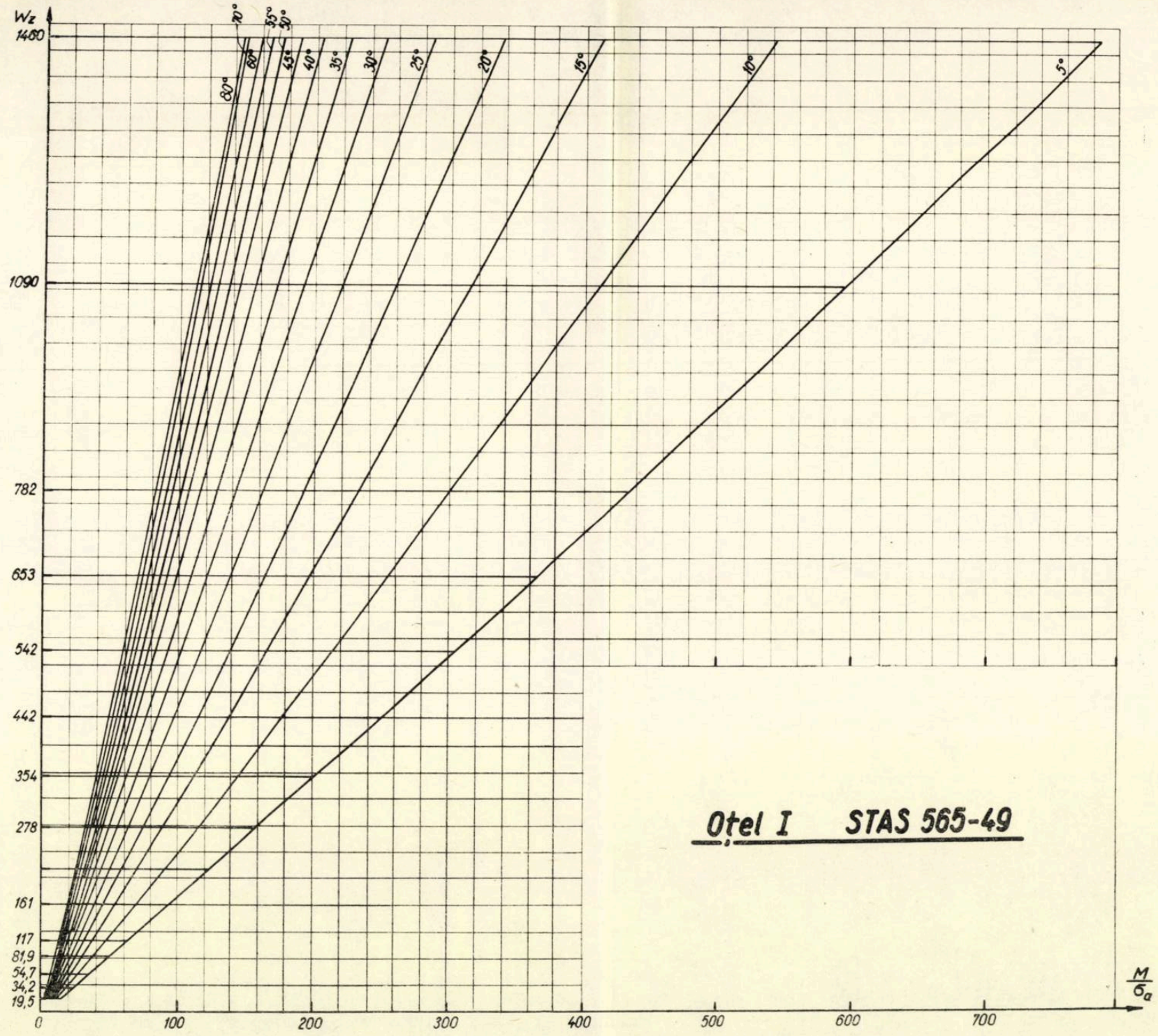

Wz
1480
1090
782
653
542
442
354
278
161
117
81,9
54,7
34,2
19,5
0
100
200
300
400
500
600
700
M/σa
70°
65°
60°
55°
50°
45°
40°
35°
30°
25°
20°
15°
10°
5°
Oțel I STAS 565-49

Fig. 3

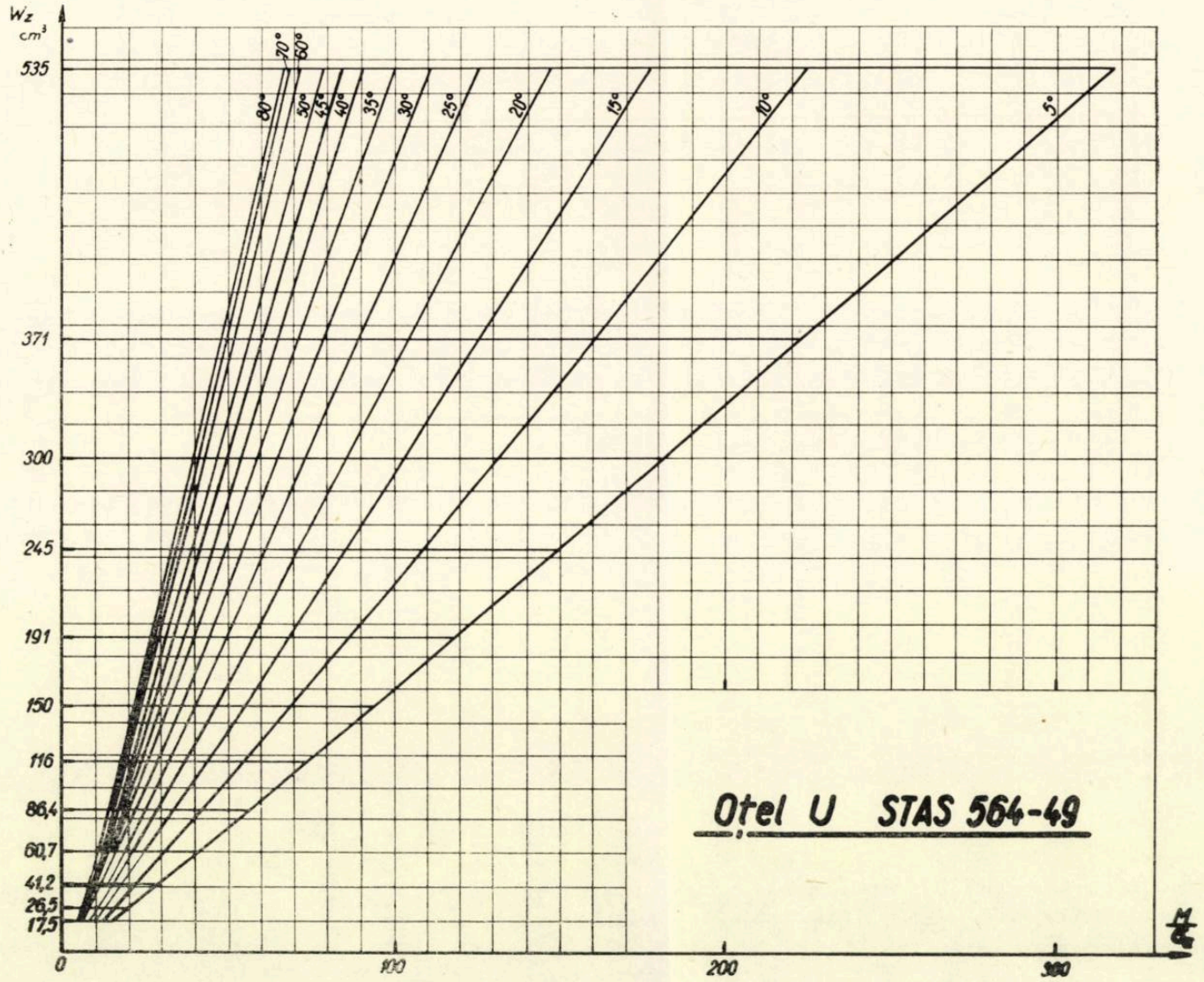
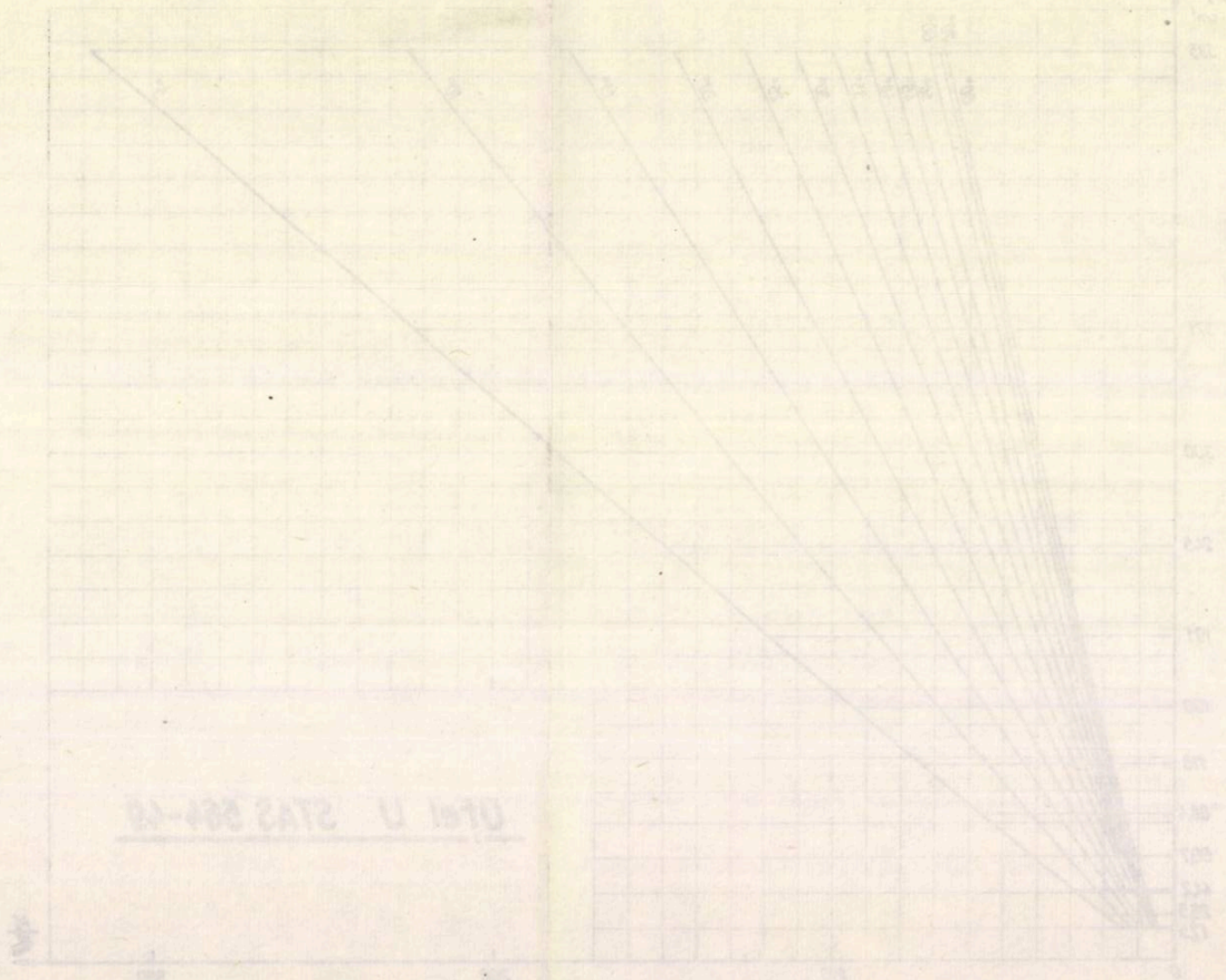
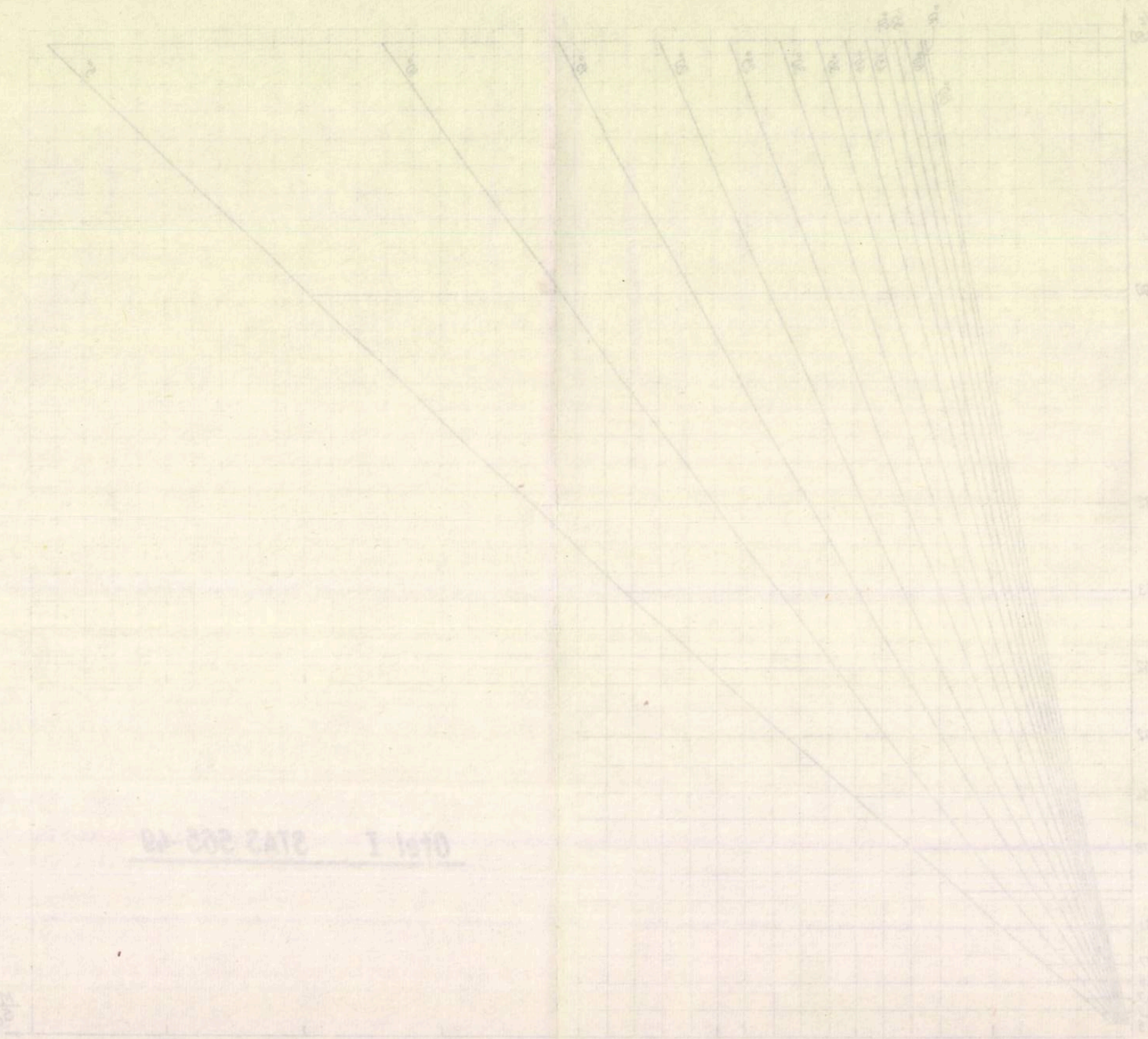

Wz
cm³
535
371
300
245
191
150
116
86,4
60,7
41,2
26,5
17,5
0
100
200
300
70°
60°
55°
50°
45°
40°
35°
30°
25°
20°
15°
10°
5°
Oțel U STAS 564-49

Fig. 4





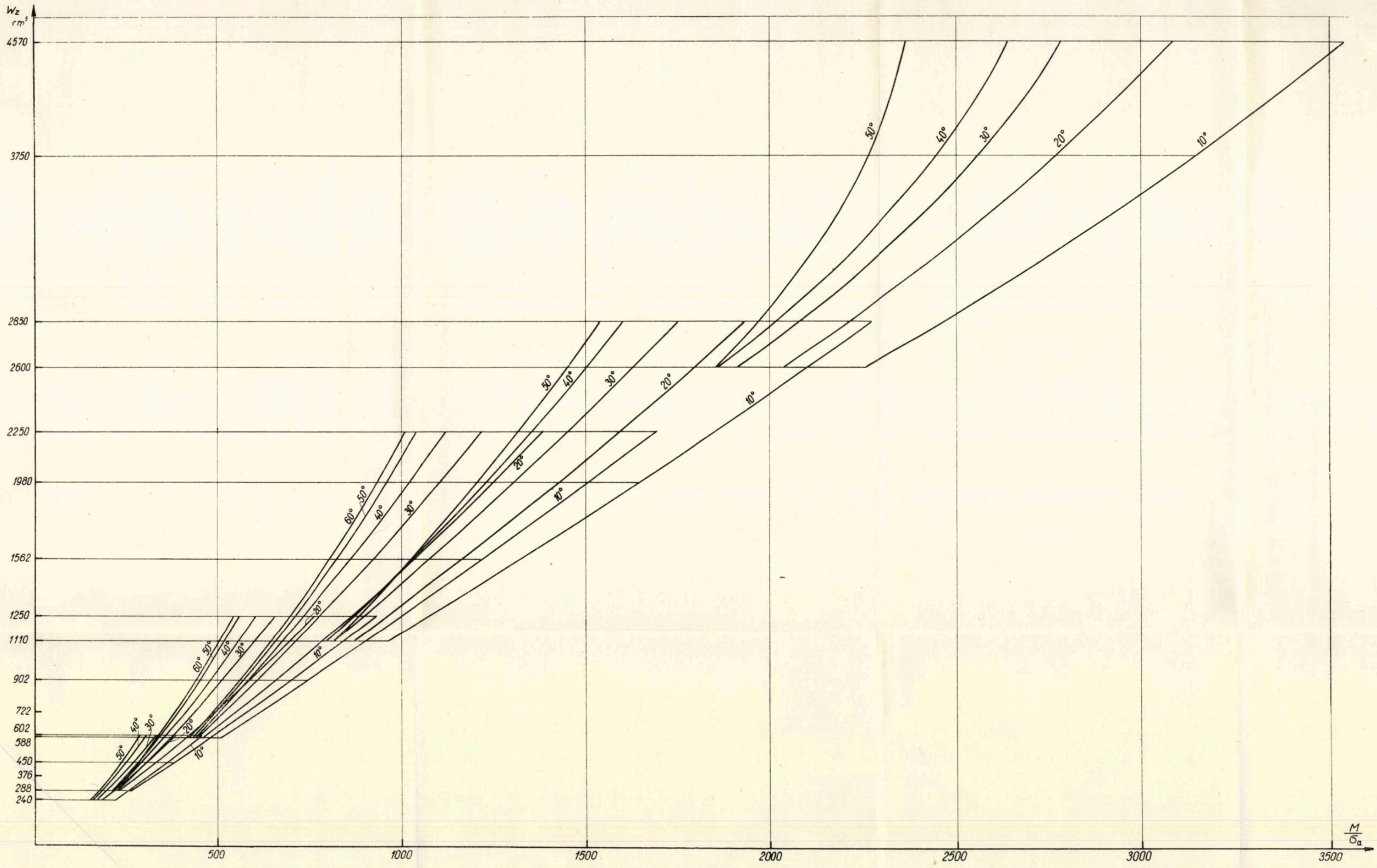
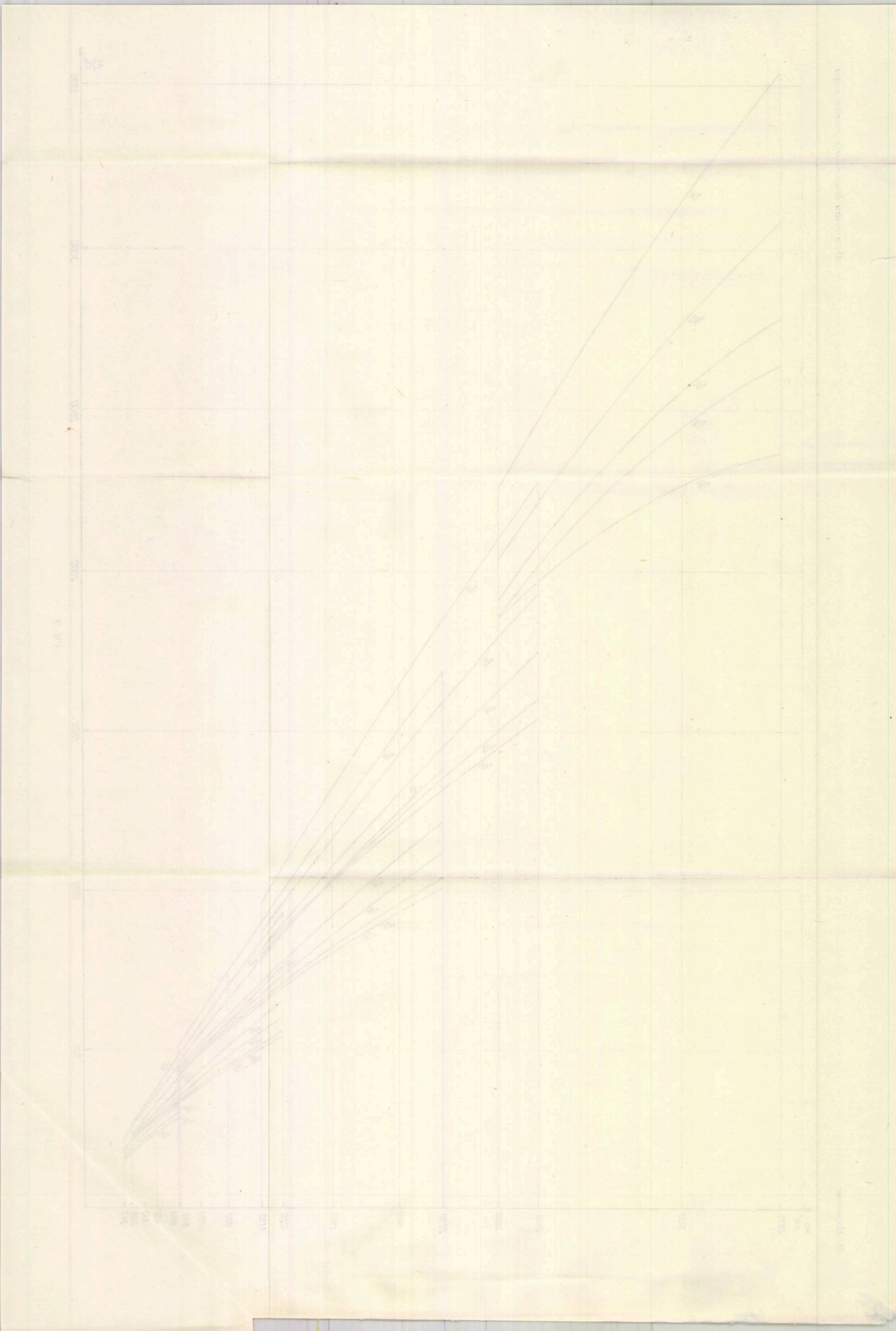

Wz
cm³
4570
3750
2850
2600
2250
1980
1562
1250
1110
902
722
602
588
450
376
288
240
50°
40°
30°
20°
10°
60°
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
M/σa

Fig. 5



Tabelul 1

Grinzi de lemn

		I			II				III					IV			V		
α	W_z /	240	376	602	288	450	722	1250	588	722	903	1563	2250	1150	1980	2850	2600	3750	4370
5°		218	373	518	267	407	637	1060	540	660	815	1470	1925	1064	1770	2520	2410	3420	3920
10°		202	302	457	248	374	573	935	507	645	750	1230	1690	994	1630	2270	2240	3125	3560
15°		198	271,5	413	236	348	525	835	480	568	698	1115	1512	940	1508	2070	2120	2940	3280
20°		178	258	377,5	226	329	487	760	458	546	658	1030	1390	900	1420	1930	2025	2780	3080
25°		170,8	243	352	218	313	457	704	442	522	625	970	1290	866	1350	1810	1950	2660	2920
30°		163	232	332	211	303	425	657	433	505	603	920	1210	842	1300	1725	1900	2560	2780
35°		159	211	316	208	293	418	628	422	492	584	880	1150	826	1260	1980	1870	2480	2700
40°		150,6	217	302	204	287	407	598	417	482	572	850	1095	817	1228	1653	1850	2440	2630
45°	$\frac{M_i}{\sigma_a}$	155	212	292	203	282	396	574	415	478	564	830	1060	813	1210	1560	1830	2415	2570
50°		145	210	288	204	281,5	390	560	417	477	560	815	1035	817	1195	1535	1850	2260	2360
55°		154,5	208	282	207	282	385	548	422	415	559	807	1020	826	1195	1526	1870	2415	2540
60°		156,6	208	280	211	284	385	544	433	487	565	804	1004	842	1208	1526	1900	2440	2550
65°		159	211	280	218	290	390	543	442	500	575	812	1004	866	1224	1540	1950	2480	2580
70°		163	214	282	226	299	393	546	458	515	590	818	1024	900	1254	1570	2025	2560	2630
75°		169	219	287	237	307	403	552	480	535	609	838	1030	940	1290	1600	2120	2660	2700
80°		177	228	293	248	322	416	562	507	562	636	864	1050	994	1348	1646	2240	2780	2820
85°		187	238	303,5	267	365	432	593	540	595	670	896	1080	1064	1415	1720	2410	2940	2950

tele ce trec prin origine corespunzînd lui k_1, k_2,..., k_n se obţin punctele S_1, S_2,..., S_n, avînd abscisele $(M_i/\sigma_a)_1$, $(M_i/\sigma_a)_2$,..., $(M_i/\sigma_a)_n$.

Prin unirea punctelor S_1, S_2,..., S_n se obţine curba din fig. 2, care se va utiliza la alegerea profilului pentru M_i/σ_a şi α cunoscuţi.

Procedînd la fel pentru diferite valori ale unghiului α cuprins între 0°...90° se obţin abace pentru un profil dat.

3. În lucrarea de faţă s-au ales pentru unghiul α valori din 5° în 5°; cu acestea precum şi cu cele ale lui k pentru profilele menţionate s-a determinat panta m cu care pentru diverse valori M_i/σ_a s-a calculat W_z, construind apoi abacele din fig. 3...5. La grinzile de lemn (fig. 5) abacele sînt construite pentru $\alpha \leqslant 45°$. Dacă $\alpha > 45°$ trebuie recurs la tabelul 1, pe baza căruia de altfel s-au construit curbele date în fig. 5.

3. Concluzii

1. Utilizarea abacelor la dimensionare evită calculul prin încercări, care de multe ori se efectuează de trei sau patru ori. Astfel se reduce în mod esenţial timpul de lucru.

2. Abacele trasate dau o imagine clară asupra valorii maxime a raportului M_i/σ_a la fiecare grindă profilată în parte, pentru un unghiu α dat.

3. Prin suprapunerea abacelor grinzilor I şi U, precum şi a celor de lemn se poate face cu uşurinţă o alegere economică.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de rezistenţa materialelor

BIBLIOGRAFIE

1. Bauşic V., Horbaniuc D., *Rezistenţa materialelor*. Vol. I, Iaşi, 1955.
2. Filonenko-Borodici M. M. ş.a., *Curs de rezistenţa materialelor*. Partea I, Ed. Tehn., Buc., 1951 (trad. din l. rusă).
3. Gane N., Otescu I., *Acoperişuri economice de lemn*. Ed. Tehn., Buc., 1952.

ABAKUS ZUR ABMESSUNG DER GERADEN AUF SCHRÄGE BIEGUNG BEANSPRUCHTEN BALKEN

(Zusammenfassung)

Die Abmessung bei schräger Biegung der geraden Balken mit profilierten (standardisierten) Querschnitten erfordert ein Ziemlich grosses Berechnungsvolumen, wegen der grossen Anzahl von Versuchen (oft kann es die Zahl von 3 bis 4 überschreiten). Man dimensioniert mitels Versuche dank der Tatsache, dass die Abmessungsformel in diesem Fall das Verhältnis $k = W_z/W_y$.

Zwecks völligen Weglassens dieser Berechnungsweise bei der Abmessung, hat der Verfasser Abakus für die Balken I STAS 565-49, U STAS 564-49 und Holzbalken STAS 942-49 gebaut.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964
SERIE NOUĂ

Д. К. 533; 532.51

О НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ ГАЗА, ВЫТЕСНЯЕМОГО ПОРШНЕМ, ПРИ НУЛЕВОМ ГРАДИЕНТЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

Н. С. МЕЛЬНИКОВА

1. *Постановка задачи*

При взрывах большой мощности (например атомного взрыва) в области течения газ имеет высокую температуру; вследствие излучения и теплопроводности происходит интенсивный теплообмен между частицами газа, при наличии интенсивного теплообмена условие адиабатичности нарушается, при этом вместо условия адиабатичности течения за фронтом ударной волны можно предполагать отсутсвие градиента температуры:

$$\partial T/\partial r = 0 \quad \text{т. е.} \quad T = T(t), \tag{1.1}$$

где T — температура, r — линейная координата, t — время.

Такие течения, когда $T = T(t)$, называются гомотермическими.

При условии (1.1) рассмотрим задачу о неустановившемся движении газа, вытесняемого поршнем, движущимся со скоростью:

$$U = \sigma t^m, \tag{1.2}$$

где σ — размерная постоянная, m — отвлеченная постоянная.

Эти движения можно представить происходящими от сильного взрыва с расходящейся ударной волной или от периферийного взрыва со сходящейся ударной волной с учетом вытеснения газа продуктами взрыва. При этом предполагается, что движение продуктов моделируется расширением поршня по степенному закону.

В предположении (1.1) задача о взрыве, без учета движений продуктов взрыва, рассмотрена в работах [4], [5]; при условии адиабатичности в области течения задача о расширении поршня с постоянной скоростью была решена Л. И. Седовым [1] и Д. Тейлором [10], задача о расширении поршня по степенному закону рассматривалась в работах [6]...[9].

Будем считать газ невязким, начальную плотность газа ϱ_1 переменной, причем ϱ_1 зависит от начальной координаты частицы r_0 по закону [1]:

$$\varrho_1 = A/r_0^\omega, \tag{1.3}$$

---

[1]) За начальную координату частицы r_0, берется расстояние на которое удалена частица от центра симметрии в момент времени $t = 0$.

где ω — отвлеченная постоянная, A — положительная постоянная с размерностью $[A] = ML^{\omega-3}$; начальное давление обозначим p_1.

Если уравнение состояния газа задается соотношением:

$$p = \varrho f(T), \tag{1.4}$$

то система уравнений, описывающая рассматриваемые одномерные неустановившиеся движения газа, имеет вид:

$$\begin{cases} \partial v/\partial t + v(\partial v/\partial r) + [f_1(t)/\varrho](\partial\varrho/\partial r) = 0, \\ \partial\varrho/\partial t + \partial(\varrho v)/\partial r + (1-\nu)v\varrho/r = 0, \quad p/\varrho = f_1(t), \end{cases} \tag{1.5}$$

где v, p, ϱ — соответственно скорость, давление и плотность газа; $\nu = 1, 2, 3$ — соответственно для плоской, цилиндрической и сферической симметрий; $f_1(t)$ — произвольная функция.

Если начальным давлением p_1 покоящегося газа ($v_1 = 0$) в условиях на ударной волне пренебречь, то система определяющих параметров задачи представится таблицей r, t, σ, A, m, ω, ν, γ, причем показатель адиабаты γ оказывается существенным лишь при подсчете баланса энергии. Рассматриваемое движение газа является автомодельным, при этом произвольная функция $f_1(t)$ определится из условия автомодельности:

$$f_1(t) = kt^{2m}, \text{ причем } k = \text{const.}; \quad [k] = [\sigma^2]. \tag{1.6}$$

Все безразмерные характеристики движения можно рассматривать как функции следующего переменного параметра:

$$\bar{\lambda} = \alpha r/(\sigma t^{m+1}), \tag{1.7}$$

где α — некоторая постоянная. Так как для ударной волны координата r_2 является функцией времени t, то

$$r_2 = \bar{\lambda}_2 \sigma t^{m+1}/\alpha. \tag{1.8}$$

Постоянную α определим из условия, что на ударной волне $\bar{\lambda}_2 = 1$; при таком выборе α получим:

$$\bar{\lambda} = r/r_2, \quad r = \bar{\sigma} t^{m+1}, \quad \bar{\sigma} = \sigma/\alpha. \tag{1.9}$$

Отсюда для скорости распространения ударной волны имеем:

$$c = (m+1)r_2/t. \tag{1.10}$$

Введем вместо независимой переменной $\bar{\lambda}$, новую переменную λ:

$$\lambda = \bar{\lambda}\sqrt{Q_2}, \quad (Q_2 = k/[\sigma^2(m+1)^2]). \tag{1.11}$$

В силу автомодельности задачи искомые характеристики движения v, ϱ и p можно искать в виде:

$$v = \sqrt{Q_2}\, cf(\lambda), \quad \varrho = Ag(\lambda)/r_2^{\omega}, \quad p = Ah(\lambda)/(r_2^{\omega-2}t^2), \tag{1.12}$$

где Q_2 — безразмерная постоянная; $f(\lambda)$, $g(\lambda)$, $h(\lambda)$ — безразмерные

искомые функции, характеризующие скорость, плотность и давление.

Подставив $v, p, \varrho, f_1(t)$ из соотношений (1.6), (1.10)...(1.12) в систему (1.5), преобразуем ее в эквивалентную ей систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$g'/g = (\lambda - f) f' - [m/(m+1)] f, \tag{1.13}$$

$$f' = (\lambda - f)(g'/g) - (\nu - 1)(f/\lambda) + \omega, \quad h(\lambda) = Q_2 (m+1)^2 g(\lambda). \tag{1.14}$$

Штрих обозначает дифференцирование по λ.

Из соотношения (1.14) следует, что можно найти безразмерное давление $h(\lambda)$, если известна функция $g(\lambda)$ и постоянная Q_2.

Исключая g'/g из уравнений (1.13) и (1.14) получим уравнение для нахождения $f(\lambda)$:

$$f' = [(m/(m+1))(f-\lambda)\lambda f + (1-\nu) f + \omega\lambda] / \{\lambda [1 - (\lambda - f)^2]\}. \tag{1.15}$$

Из уравнения (1.13) имеем:

$$g'/g = -(f^2/2)' + \lambda f' - [(2m+1)/(m+1)] f. \tag{1.16}$$

Интегрируя это уравнение от λ до λ_2 получим:

$$\ln \frac{g}{g_2} = \frac{1}{2}(f_2^2 - f^2) + \lambda f - \lambda_2 f_2 - \frac{2m+1}{m+1} \int_{\lambda_2}^{\lambda} f \, d\lambda, \tag{1.17}$$

где f_2 и g_2 значения f и g на ударной волне. При $m = -1/2$ для любых ω и ν соотношение (1.17) дает первый интеграл уравнений (1.13) и (1.14): $\ln(g/g_2) = (f_2^2 - f^2)/2 + \lambda f - \lambda_2 f_2$.

Из вышеизложенного ясно, что решение задачи о поршне при нулевом градиенте температуры по существу сводится к нахождению функции $f(\lambda)$ из дифференциального уравнения (1.15); функция $g(\lambda)$, если $f(\lambda)$ известна, определяется по формуле (1.17), при этом функции $f(\lambda)$ и $g(\lambda)$ должны удовлетворять условиям на поршне и на фронте ударной волны. Выведем эти граничные условия.

Из законов сохранения массы и количества движения при переходе через фронт ударной волны имеем:

$$-\varrho_1 c = \varrho_2 (v_2 - c), \quad \varrho_1 c^2 = \varrho_2 (v_2 - c)^2 + p_2, \tag{1.18}$$

где индексом „1“ отмечены величины перед ударной волной, индексом „2“ — величины непосредственно за фронтом ударной волны.

При написании условия сохранения энергии на ударной волне в нашей задаче следует учесть дополнительный приток или отвод энергии газа к ее фронту, за счет отсутствия адиабатичности движения. В дальнейшем при решении задачи мы будем на ударной волне удовлетворять условиям (1.18); закону сохранения энергии будем удовлетворять в интегральной форме во всей области движения.

В принятой постановке задачи единственным источником энергии необходимой для движения среды, является работа поршня. Будем

считать газ совершенным [2], тогда закон сохранения энергии можно написать следующим образом:

$$(1.19)\qquad \sigma_\nu \int_0^{r^*} p^* (r^*)^{\nu-1}\, dr^* = \sigma_\nu \int_{r^*}^{r_2} \frac{\varrho v^2}{2} r^{\nu-1}\, dr + \sigma_\nu \int_{r^*}^{r_2} \frac{p}{\gamma-1} r^{\nu-1}\, dr,$$

где $\sigma_\nu = 2(\nu-1)\pi + \delta_\nu$, $\delta_1 = 1$, $\delta_2 = \delta_3 = 0$, γ — показатель адиабаты; индексом „*“ вверху отмечены соответствующие величины на границе поршня.

Справа в соотношении (1.19) записана полная энергия газа, причем первый член есть кинетическая энергия, второй — тепловая. Слева в соотношении (1.19) записана работа поршня, совершенная над газом.

Перейдем в соотношениях на ударной волне (1.18) к безразмерным переменным, используя формулы (1.3), (1.4) и (1.12); тогда условия (1.8) для функций $f(\lambda)$ и $g(\lambda)$ запишутся в следующем виде:

$$(1.20)\qquad f_2 = [\lambda_2 \mp \sqrt{\lambda_2^2 - 4}]/2, \quad g_2 = f_2 \lambda_2.$$

На ударной волне из (1.11) и (1.20) имеем:

$$(1.21)\qquad \lambda_2 = 1/\sqrt{Q_2}, \quad \text{причем } \lambda_2 \geqslant 2.$$

Из соотношений (1.20) и (1.21) следует, что каждой точке ударной волны соответствует определенное значение параметра Q_2.

Кроме условий (1.20) и (1.21) функция $f(\lambda)$ должна удовлетворять условию на поршне (1.2).

Переходя в условии (1.2) к безразмерным переменным, используя формулы (1.9), (1.11), (1.12) получим:

$$f(\lambda^*) = \lambda^*, \quad \lambda^* = \alpha/[(m+1)\sqrt{Q_2}].$$

Из граничных условий на ударной волне и на поршне следует, что решение уравнения (1.15), удовлетворяющее условиям (1.20)...(1.22) параметрически зависит от величины параметра Q_2. Запишем закон сохранения энергии (1.19) в безразмерных переменных

$$(1.23)\qquad \frac{(m+1) g^* (\lambda^*)^\nu}{(2+\nu-\omega)(m+1)-2} = \frac{1}{2} \int_{\lambda^*}^{\lambda_2} g f^2 \lambda^{\nu-1}\, d\lambda + \frac{1}{\gamma-1} \int_{\lambda^*}^{\lambda_2} g \lambda^{\nu-1}\, d\lambda.$$

Из соотношения (1.23) ясно, что на поршне совершается положительная работа, когда:

$$(1.24)\qquad m > (\omega-\nu)/(2+\nu-\omega).$$

В дальнейшем при рассмотрении задачи о поршне мы примем, что $m > (\omega-\nu)/(2+\nu-\omega)$. Случай $m = (\omega-\nu)/(2+\nu-\omega)$ соответствует сильному взрыву в среде с переменной плотностью [3].

Нужно отметить, что в рассматриваемой нами задаче безразмерные функции $f(\lambda)$ и $g(\lambda)$ не зависят от γ. Это следует из систем

уравнений (1.15), (1.16) и граничных условий (1.20)...(1.22). Влияние γ сказывается только при подсчете баланса энергии (1.23).

При решении задачи параметр Q_2 выбираем таким образом, чтобы решение уравнений (1.15), (1.16) удовлетворяло равенству (1.23) и граничным условиям (1.20)...(1.22).

Перейдем к рассмотрению конкретных случаев этой задачи. Рассмотрим случай $\omega = 0$ при различных значениях ν.

2. *Случай постоянной начальной плотности газа* ($\omega = 0$)

При $\omega=0$ уравнение для определения функций $f(\lambda)$ примет вид:

$$f' = (f/\lambda)\,[m(\lambda - f)\lambda + (1-\nu)(m+1)]/\{(m+1)[1-(\lambda-f)^2]\}. \tag{2.1}$$

Для качественного исследования поведения решения уравнений (1.15) и (1.16) при $\omega=0$ рассмотрим поля интегральных кривых уравнения (2.1) в плоскости f, λ [2]. Это исследование позволит нам из множества интегральных кривых выделить единственную кривую, удовлетворяющую граничным условиям (1.20)...(1.22). Качественное иследование полей интегральных кривых для задачи о поршне при условии адиабатичности течения газа проведено Н. Н. Кочиной и Н. С. Мельниковой [7].

Качественное поведение интегральных кривых уравнения (2.1) существенным образом зависит от характера особых точек этого уравнения. Уравнение (2.1) может иметь следующие особые точки:

1. Точка O ($f=0$, $\lambda=0$). В окрестности точки O интегральные кривые имеют вид $f = C_1\lambda^{1-\nu}$, где C_1 — постоянная интегрирования. Отсюда следует, что при $\nu=2$ и $\nu=3$ точка O является седлом, при $\nu=1$ точка O не является особой точкой.

2. Точка $\mathcal{A}$ ($\lambda=1$, $f=0$). Интегральные кривые в окрестности точки $\mathcal{A}$ определяются уравнением:

$$\lambda = 1 + [\alpha/(\alpha+1)]\,f + C_1 f^{-\alpha}, \tag{2.2}$$

где $\alpha=2(m+1)/[(m+1)(1-\nu)-m]$, $\alpha/(\alpha+1)=2(m+1)/[(3-\nu)(m+1)-m]$.

Из формул (2.2) следует, что точка $\mathcal{A}$ при $m>m_1$ ($m_1=1/\nu-1$) и при $m<-1$ является узлом, при $-1<m<m_1$ является седлом [12].

Независимо от вида особенности точки $\mathcal{A}$, в нее входят две интегральные кривые (сепаратрисы) с наклоном касательных N_1 и N_2, $N_1=0$, $N_2=(\alpha+1)/\alpha$. Первая интегральная кривая $O\mathcal{A}$ является осью $f=0$; асимптотическое уравнение другой кривой $\mathcal{A}\mathcal{B}$ (см. рис. 1) можно записать в виде $f=[(\alpha+1)/\alpha](\lambda-1)$.

3. Точка $\mathcal{B}$ ($\lambda=\infty$, $f=\infty$). Уравнение интегральных кривых в окрестности точки $\mathcal{B}$ имеет вид:

$$\lambda = f^{(1+m)/m}\,[C_1 + (m+1)f^{-1/m}]. \tag{2.3}$$

Из формулы (2.3) следует, что в точке $\mathcal{B}$ при $m>0$ и при $m<-1$ — узел, при $-1<m<0$ — седло.

---

[2] **Для изучения поставленной задачи качественное исследование полей уравнения (2.1) достаточно провести в области ($\lambda \geqslant 0$, $f \geqslant 0$) плоскости f, λ.**

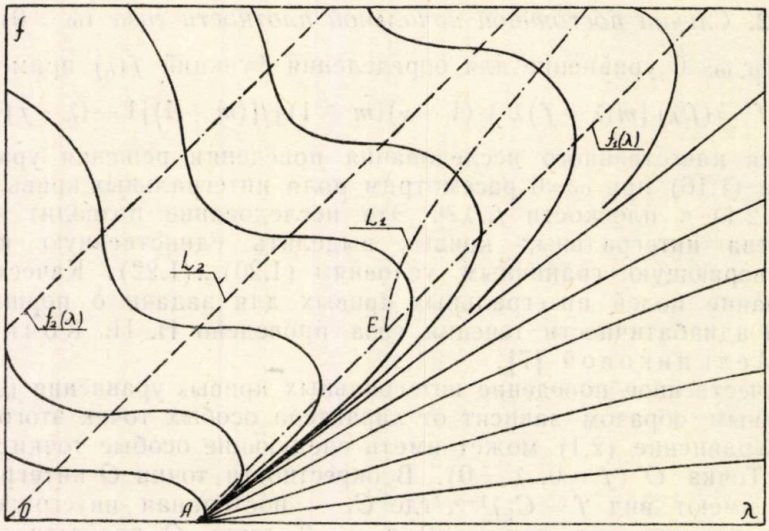
4. Характерными линиями при исследовании полей интегральных кривых являются (при $f \neq 0$) кривые вдоль которых $df/d\lambda = 0$:

$$f = \lambda + (\nu - 1)(m+1)/m\lambda = f_1(\lambda) \tag{2.4}$$

и кривые (при $\lambda \neq 0$) вдоль которых $df/d\lambda = \infty$,

$$f = \lambda + 1 = f_2(\lambda), \quad f = \lambda - 1 = f_3(\lambda). \tag{2.5}$$

Точки пересечения $\mathcal{F}_i$ кривых $f = f_1(\lambda)$ с кривыми $f = f_2(\lambda)$ и $f = f_3(\lambda)$



$\nu = 1, \quad 0 < m < \infty$

Рис. 1

являются особыми точками уравнения (2.1). Из соотношений (2.4) и (2.5) получим для координат точек $\mathcal{F}_i$ $(i = 1, 2)$ следующие выражения:

$$\begin{cases} \mathcal{F}_1(\lambda_1 = -(\nu-1)(m+1)/m, & f_1 = -[(\nu-1) + \nu m]/m), \\ \mathcal{F}_2(\lambda_2 = (\nu-1)(m+1)/m, & f_2 = [(\nu-1) + \nu m]/m). \end{cases} \tag{2.6}$$

Из формул (2.6) ясно, что при любом m одна особая точка $\mathcal{F}_i$ лежит в верхней полуплоскости, другая в нижней. В окрестности точек $\mathcal{F}_i(\lambda_i, f_i)$ уравнение (2.1) можно представить в виде:

$$df/d\lambda = [a(f-f_i) + b(\lambda - \lambda_i)]/[c(f-f_i) + d(\lambda - \lambda_i)], \quad (i = 1, 2), \tag{2.7}$$

где $a = mf_i\lambda_i$, $c = 2(m+1)\lambda_i(\lambda_i - f_i)$, $b = mf_i(f_i - 2\lambda_i)$, $d = -c$.

Из уравнения (2.7) получим, что интегральные кривые вблизи точек $\mathcal{F}_i$ имеют вид:

$$[(f-f_i) - y_1(\lambda - \lambda_i)]^{\alpha} = c_1[(f-f_i) - y_2(\lambda - \lambda_i)]^{-\beta}, \tag{2.8}$$

где y_1 и y_2 корни квадратного уравнения

$$cy^2 + (d-a)y - b = 0, \tag{2.9}$$

а постоянные α и β определяются по формулам:

$$(2.10)\qquad \alpha = -(y_1 + d/c)/(y_1 - y_2), \quad \beta = (y_2 + d/c)/(y_1 - y_2).$$

Из соотношения (2.8) следует, что если α и β одинакового знака, то в точках $\mathcal{F}_i(\lambda_i, f_i)$ — седло; если α и β разного знака, то в точках $\mathcal{F}_i$ — узел; если корни уравнения (2.8) комплексные т. е. α и β комплексные, то в точках $\mathcal{F}_i$ — фокус.

Подставим в формулы (2.7) для коэффициентов a, b, c, d координаты точки $\mathcal{F}_i$ из соотношений (2.6), получим для них следующие выражения через m и ν:

$$(2.11)\qquad \begin{cases} a = (1-\nu)(m+1)[1-\nu(m+1)]/m, \\ b = [1-\nu(m+1)]\,[1+(\nu-2)(m+1)]/m, \\ c = 2(1-\nu)(m+1)^2/m, \qquad d = -c. \end{cases}$$

Так как координаты точки $\mathcal{F}_2$ отличаются от координат точки $\mathcal{F}_1$ только знаком, а коэффициенты a, b, c, d являются квадратичными функциями переменных λ_i и f_i, то для точки $\mathcal{F}_2$ коэффициенты a, b, c, d будут определяться теми же формулами (2.11) как и для точки $\mathcal{F}_1$. Следовательно, при любом ν и m в точках $\mathcal{F}_1$ и $\mathcal{F}_2$ характер особенностей будет всегда одинаковым и зависит от вида решения y_1 и y_2 уравнения (2.9). Если в уравнении (2.9) и (2.10) коэффициенты a, b, c, d заменить их выражениями через m и ν по формулам (2.11), а затем разрешить уравнение (2.9), то получим для y_1, y_2, α и β следующие формулы:

$$(2.12)\qquad y_{1,2} = \frac{1+(2-\nu)(m+1)}{4(m+1)} \pm \pm \sqrt{\frac{9-\nu+2(m+1)[(\nu-2)(\nu+3)-4\nu]+(\nu-2)(m+1)^2[(\nu-2)(1-\nu)-8\nu]}{16(m+1)^2(1-\nu)}},$$

$$(2.13)\qquad \alpha = (1-y_1)/(y_1-y_2), \quad \beta = (y_2-1)/(y_1-y_2);$$

при $\nu = 2$ из (2.12) имеем

$$(2.14)\qquad y_{1,2} = [1 \pm \sqrt{16m+9}]/[4(m+1)].$$

Из (2.14) ясно, что при $m < m_2$ ($m_2 = -9/16$) корни y_1 и y_2 мнимые т. е. при $m < -9/16$ в точках $\mathcal{F}_1$ и $\mathcal{F}_2$ (при $\nu = 2$) имеем фокусы, а при $m \geqslant -9/16$ в точках $\mathcal{F}_1$ и $\mathcal{F}_2$ могут быть узлы или седла.

Таблица 1

Nr.	Интервал значений	Знаки α и β	Характер особенностей
1	$0 < m < \infty$	$\alpha < 0$, $\beta > 0$	$\mathcal{F}_i$ — узлы
2	$m_1 < m < 0$	$\alpha < 0$, $\beta < 0$	$\mathcal{F}_i$ — седла
3	$m_2 < m < m_1$	α и β разных знаков	$\mathcal{F}_i$ — узлы
4	$m < m_2$	α и β комплексные	$\mathcal{F}_i$ — фокусы

Исследование знаков у показателей асимптотики α и β с помощью формул (2.13) и (2.14) дает в случае цилиндрической симметрии следующую классификацию особенностей в точках $\mathcal{F}_i$ (табл. 1).

При $\nu = 3$ из (2.12) имеем

$$y_{1,2} = [-m \pm \sqrt{13m^2 + 32m + 16}]/[4(m+1)]. \tag{2.15}$$

Из (2.15) следует, что при $m > m'$ $(m' = -4/(4-\sqrt{3}))$ и при $m < m_2$ $(m_2 = -4/(4+\sqrt{3}))$ корни y_1 и y_2 мнимые т. е. в точках $\mathcal{F}_i$ при $m' < m < m_2$ имеем фокусы. Исследование знаков у α и β с помощью (2.13) и (2.15) в случае сферической симметрии дает следующую классификацию особенностей в точках $\mathcal{F}_i$ (табл. 2).

Таблица 2

Nr.	Интервал значений	Знаки α и β	Характер особенностей
1	$0 < m < \infty$	α и β разного знака	$\mathcal{F}_i$ — узлы
2	$m_1 < m < 0$	α и β одинакового знака	$\mathcal{F}_i$ — седла
3	$m_2 < m < m_1$	α и β разного знака	$\mathcal{F}_i$ — узлы
4	$-1 < m < m_2$	α и β комплексные	$\mathcal{F}_i$ — фокусы

Из сравнения таблиц 1 и 2 видим, что характер особенностей в точках $\mathcal{F}_i$ при $\nu=2$ и при $\nu=3$ в соответствующих интервалах не меняется, но границы интервалов II, III, IV изменяются в зависимости от ν, так как они определяются значениями параметра m численно равными m_1 и m_2: причем $m_1 = 1/\nu - 1$, а $m_2 = -9/16$, при $\nu = 2$, и $m_2 = -4/(4+\sqrt{3})$ при $\nu = 3$.

Сравнивая характер особенностей точек $\mathcal{F}_i$, представленный в таблицах 1 и 2, с характером особенностей других точек поля O, $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ мы видим, что топологический характер особенностей меняется в зависимости от изменения характера особенностей в точках O, $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$, но узлы в точках $\mathcal{F}_i$ меняются на фокусы не зависимо от характера особенностей в точках O, $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$.

Отметим, что в случае плоской симметрии ($\nu = 1$) как ясно из уравнения (2.1) и (2.6) точки $\mathcal{F}_i$ не являются особыми точками для уравнения (2.1).

Пользуясь проведенным выше исследованием особых точек, можно провести классификацию полей интегральных кривых уравнения (2.1), выделив для каждого ν характерные интервалы изменения m, внутри которых картина поля интегральных кривых качественно не меняется.

А. СЛУЧАЙ ПЛОСКОЙ СИММЕТРИИ ($\nu = 1$) [11]

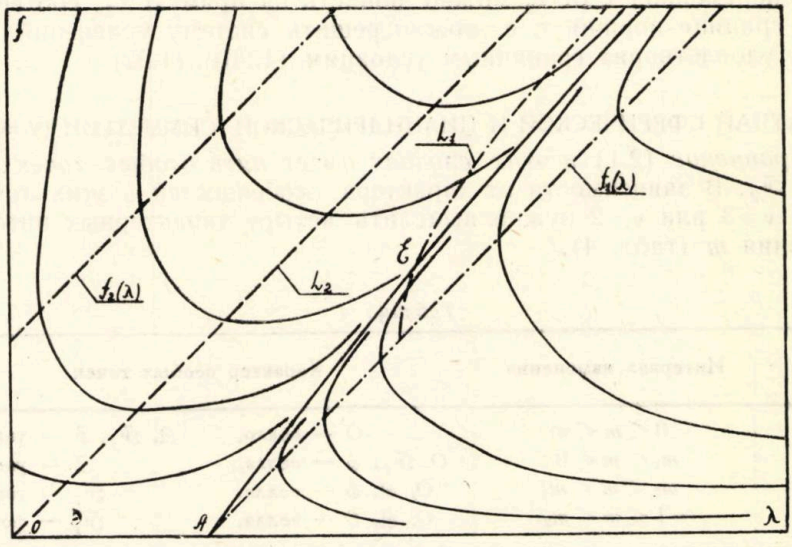
При $\nu = 1$ *уравнение* (2.1) *имеет только две особые точки* $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$, причем из (2.2) и (2.3) следует, что при $-1 < m < 0$ точки $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ — седла; при $m > 0$ и $m < -1$ точки $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ — узлы.

Следовательно при $\nu = 1$, учитывая характер особых точек $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ в зависимости от величины параметра m можно выделить три характерных интервала изменения m внутри которых картина поля интегральных кривых качественно не будет меняться.

Таблица 3

	Интервалы изменения	Характер особых точек
I	$0 < m < \infty$	$\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ — узлы
II	$-1 < m < 0$	$\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ — седла
III	$m < -1$	$\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ — узлы

Так как физический интерес имеют значения m, определяемые соотношением (1.24), то в представленной классификации существенны только два интервала: I и II; III — не существен. На рис. 1 и 2 пред-



$\nu = 1; \quad -1 < m < 0.$

Рис. 2

ставлены в интересующих нас областях качественные картины полей интегральных кривых, соответствующие изменениям m в I-ом и II-ом интервалах. Штрихпунктиром на этих рисунках (а также на следующих) изображены линии $f_1(\lambda)$ и $f_2(\lambda)$ на которых произвольные $df/d\lambda = \infty$ и часть линии $\mathfrak{L}_1$, соответствующей точкам ударной волны. Пунктиром на рис. 1 и 2 (а также на следующих) изображена линия $\mathfrak{L}_2$, соответствующая границе поршня. Вдоль прямых $f = f_1(\lambda)$ и $f = f_2(\lambda)$ производные $df/d\lambda$ терпят разрыв и поэтому переход через них при счете не возможен.

Из рис. 2 ясно, что двигаясь вдоль интегральных кривых, выходящих из $\mathfrak{L}_1$ в сторону убывания λ от λ_2 можно попасть на линию $\mathfrak{L}_2$, соответствующую границе поршня ($f^* = \lambda^*$), только в том случае, если начальные точки λ_2, f_2 интегральных кривых расположены выше точки E ($\lambda_2 = \bar{\lambda}_2$, $f_2 = \bar{f}_2$) в которой линия $\mathfrak{L}_1$ пересекается с сепаратрисой

$\mathcal{A}E$, причем при убывании λ от λ_2 до λ^*, $f(\lambda)$ будет монотонно убывать от f_2 до $f^*(\lambda^*)$. Значения $\lambda_q=\bar{\lambda}_2$, $m=-1/3$ соответствуют задаче о взрыве. Для $\lambda_q \leqslant \bar{\lambda}_q$, $m \neq 1/3$ решения задачи не существуют, так как двигаясь вдоль интегральных кривых, выходящих из точек кривой $\mathfrak{L}_1$, расположенных ниже точки E попасть на линию $\mathfrak{L}_2$, соответствующую поршню нельзя.

При $0 < m < \infty$ (рис. 1) в интервале $f^* < f < f_1$ производные $df/d\lambda < 0$ и $f(\lambda)$ с убыванием λ от λ_2 до λ^* монотонно возрастают от f_2 до $f^*(\lambda^*)$. Кривая $\mathfrak{L}_1$, пересекается с кривой $f_1(\lambda)$ в некоторой точке E ($\lambda_2=2$, $f=1$). Из рис. 1 ясно, что если $\lambda_2 \geqslant 2$, то двигаясь вдоль интегральных кривых, выходящих из точек кривой $\mathfrak{L}_1$ в сторону убывания переменной λ от λ_2 можно попасть на прямую $\mathfrak{L}_2$, соответствующую границе поршня т. е. можно решить систему уравнений (2.1) и (1.16), удовлетворяя граничным условиям (1.20)...(1.22).

В. СЛУЧАЙ СФЕРИЧЕСКОЙ И ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИММЕТРИИ ($\nu = 3, 2$)

Уравнение (2.1) *в этих случаях имеет пять особых точек*: O, $\mathcal{A}$, $\mathcal{E}$, $\mathcal{F}_1$, $\mathcal{F}_2$. В зависимости от характера особенностей в этих точках в случае $\nu=3$ или $\nu=2$ нужно выделить четыре характерных интервала изменения m (табл. 4).

Таблица 4

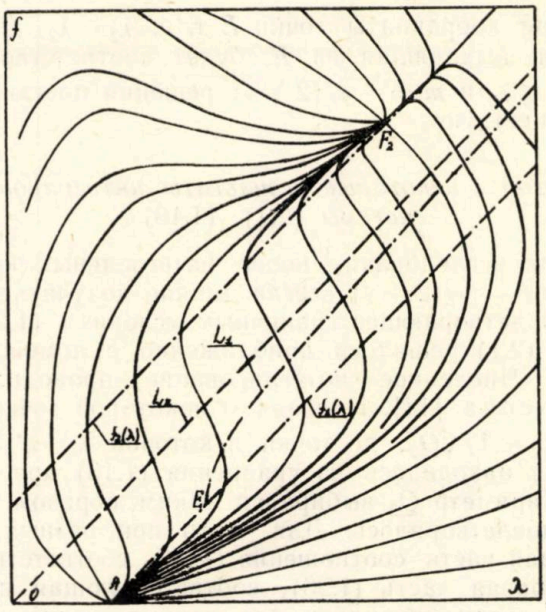
	Интервал изменения	Характер особых точек	
I	$0 < m < \infty$	O — седло,	$\mathcal{A}$, $\mathcal{F}_i$, $\mathcal{E}$ — узлы
II	$m_1 < m < 0$	O, $\mathcal{F}_i$, $\mathcal{E}$ — седла,	$\mathcal{A}$ — узел
III	$m_2 < m < m_1$	O, $\mathcal{A}$, $\mathcal{E}$ — седла,	$\mathcal{F}_i$ — узел
IV	$-1 < m < m_2$	O, $\mathcal{A}$, $\mathcal{E}$ — седла,	$\mathcal{F}_i$ — фокусы

Так как физический интерес представляют значения m, определяемые соотношением (1.24), то в представленной выше классификации, существенны только два интервала изменения m, I и II.

На рис. 3, 4 представлены качественные картины полей интегральных кривых соответствующие интересующим нас интервалам изменения m: I, II.

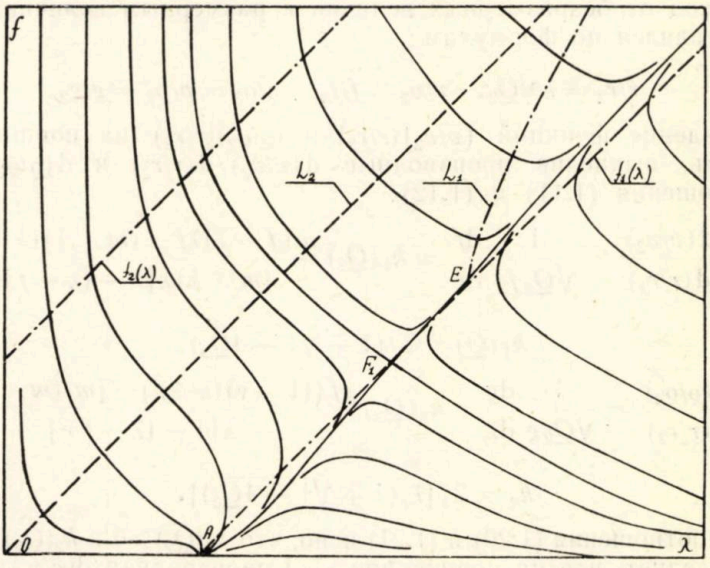
Из рассмотрения полей интегральных кривых на рис. 3 ($0<m<\infty$) ясно, что решение поставленной задачи, при m изменяющемся в интервале I, всегда существует, так как из поля интегральных кривых видно что всегда существует интегральная кривая соединяющая одну из точек кривой $\mathfrak{L}_1$, соответствующей ударной волне и с точкой кривой $\mathfrak{L}_2$, соответствующей поршню.

Из рассмотрения рис. 4 следует, что двигаясь по любой интегральной кривой, выходящей из какой-нибудь точки (λ_2, f_2) кривой $\mathfrak{L}_1$, расположенной выше точки E ($\lambda_2=\bar{\lambda}_2$, $f_2=\bar{f}_2$) в которой кривая $\mathfrak{L}_1$ пересекается с сепаратрисой $\mathcal{A}E$, можно попасть на кривую $\mathfrak{L}_2$ соответствующую поршню. Если взять $m=-\nu/(2+\nu)$ и за значение



$\nu = 2, 3, \ 0 < m < \infty$

Рис. 3



$\nu = 2\ 3; \ m_1 < m < 0$

Рис. 4

на ударной волне координаты точки E т. е. $\lambda_2 = \bar{\lambda}_2$, $f_2 = \bar{f}_2$, то интегральная кривая, выходящая из E, будет соответствовать сильному взрыву. Для $\lambda_2 \leqslant \bar{\lambda}_2$ и $m \neq -\nu/(2+\nu)$ решения поставленной задачи о поршне не существуют.

3. *Метод и некоторые результаты интегрирования системы* (2.1), (1.16)

Проведенное исследование полей интегральных кривых показывает, что при $m > -\nu/(2+\nu)$ всегда можно получить решение уравнения (2.1), удовлетворяющее граничным условиям (1.20)...(1.24).

Уравнение (2.1) решалось приближенно с помощью численного интегрирования. Численное интегрирование проводилось способом Адамса-Симпсона [13]. Начиная от некоторой точки ударной волны, в которой $\lambda_2 = 1/\sqrt{Q_2}$, до точки в которой $\lambda = \lambda^*$ и $f^*(\lambda^*) = \lambda^*$. Зависимость $g(\lambda)$ находилась из уравнения (1.16) при граничном условии (1.20). Параметр Q_2 выбирался таким образом, чтобы соотношение (1.23) удовлетворялось. Для этого при разных значениях Q_2 вычислялась левая часть соотношения (1.23), соответствующая работе на поршне и правая часть (1.23), соответствующая полной энергии движения газа, затем строились две кривые, точка их пересечения определяла искомое Q_2, при котором удовлетворялось соотношение (1.23). Отметим, что из рис. 1...4 следует, что в интересующей нас области интегральные кривые в плоскости λ, f изменяются весьма плавно, что позволяет вести расчет характеристик движения газа с большой степенью точности.

Переход от безразмерных величин к размерным величинам ϱ, p и r осуществлялся по формулам:

$$r/r_2 = \lambda\sqrt{Q_2}, \quad v/v_2 = f/f_2, \quad \varrho/\varrho_2 = p/p_2 = g/g_2. \tag{3.1}$$

Поведение функций $(v/v_2)(r/r_2)$ и $(\varrho/\varrho_2)(r/r_2)$ на поршне можно определить, вычислив производные $\mathrm{d}(v/v_2)/\mathrm{d}(r/r_2)$ и $\mathrm{d}(\varrho/\varrho_2)/\mathrm{d}(r/r_2)$. Из соотношения (1.11) и (1.12):

$$\frac{\mathrm{d}(v/v_2)}{\mathrm{d}(r/r_2)} = \frac{1}{\sqrt{Q_2 f_2}}\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\lambda} = k_1(Q_2)\frac{m(f-\lambda)\lambda f + (m+1)(1-\nu)f}{(m+1)\lambda[1-(\lambda-f)^2]}, \tag{3.2}$$

где

$$k_1(Q) = 2/(1 \mp \sqrt{1-4Q_2}),$$

$$\frac{\mathrm{d}(\varrho/\varrho_2)}{\mathrm{d}(r/r_2)} = \frac{1}{\sqrt{Q_2 g}}\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}\lambda} = k_2(Q_2)\frac{gf\{(1-\nu)(\lambda-f) - [m/(m+1)]\lambda\}}{\lambda[1-(\lambda-f)^2]},$$

где

$$k_2 = 2/[\lambda_2(1 \mp \sqrt{1-4Q_2})].$$

Из соотношения (1.20) и (1.21) ясно, что $k_1(Q_2) > 0$ и $k_2(Q_2) > 0$, тогда из (3.2) следует, что на поршне при $\nu = 1$ производная $\mathrm{d}(v/v_2)/\mathrm{d}(r/r_2) = 0$, при $\nu = 2$ или $\nu = 3$ производная $\mathrm{d}(v/v_2)/\mathrm{d}(r/r_2) < 0$. Из (3.3) получаем что на поршне при любом ν производная

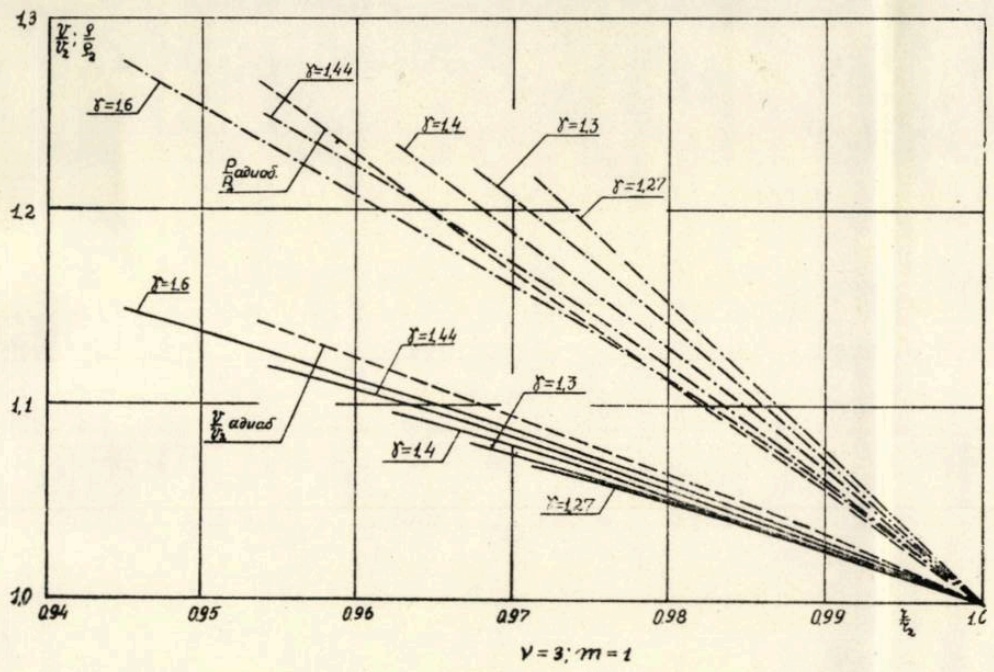


Рис. 5

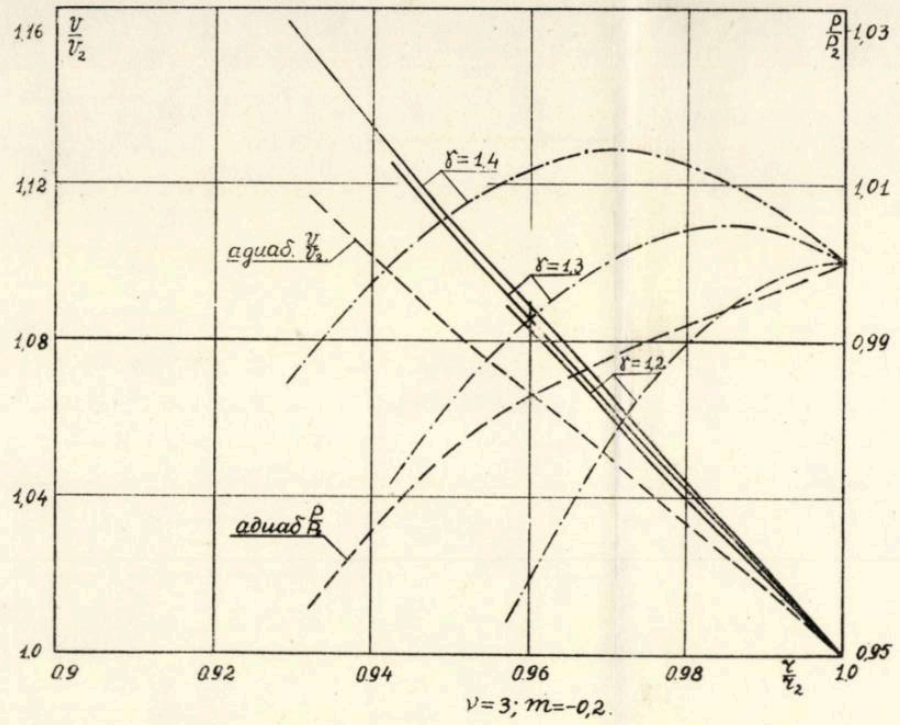


Рис. 6

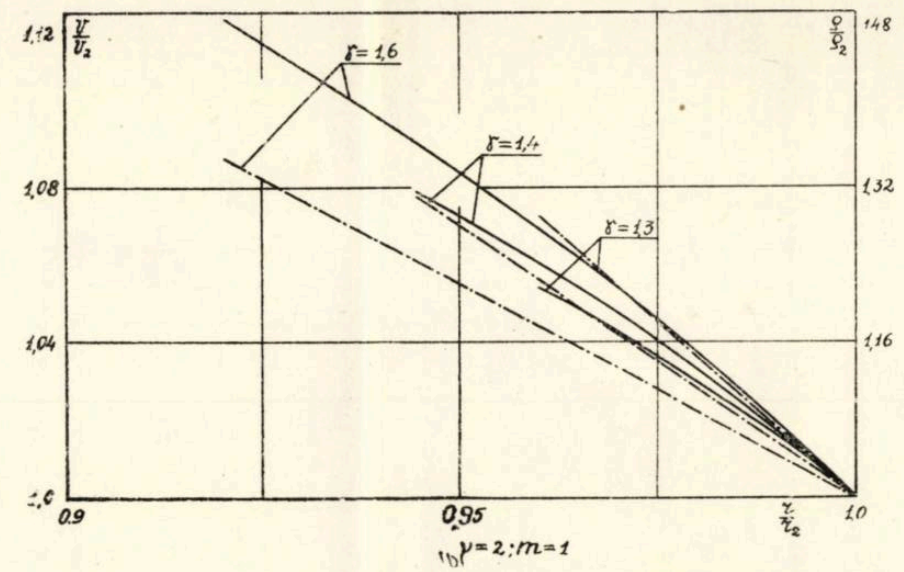


Рис 7

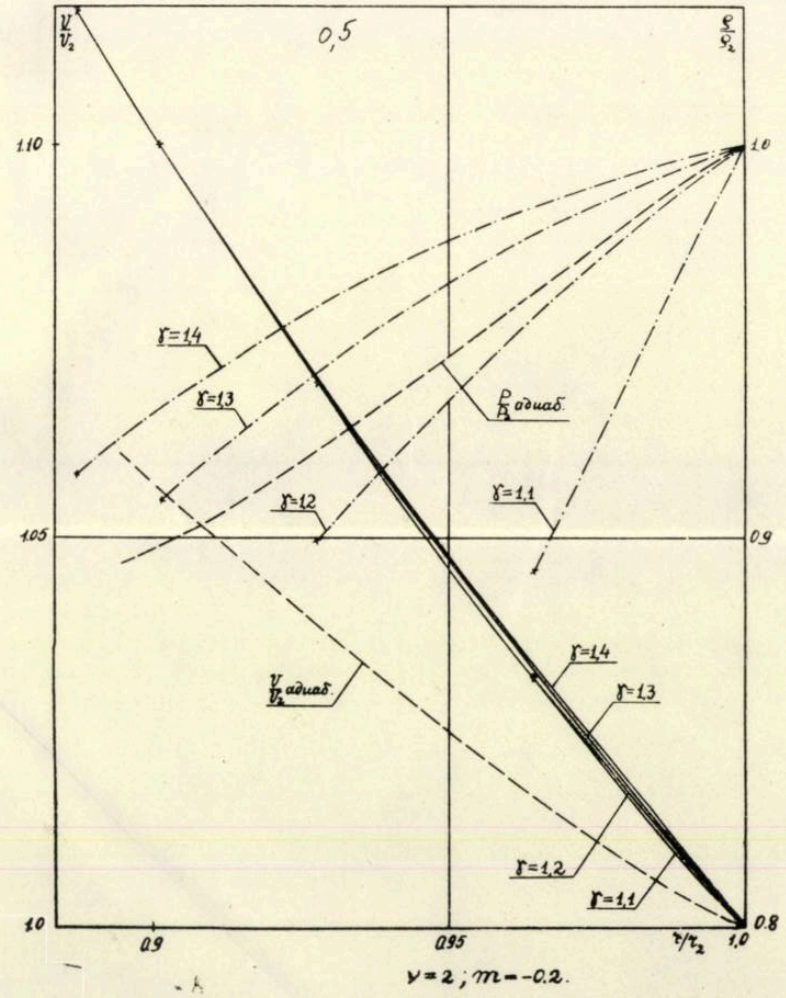


Рис. 8

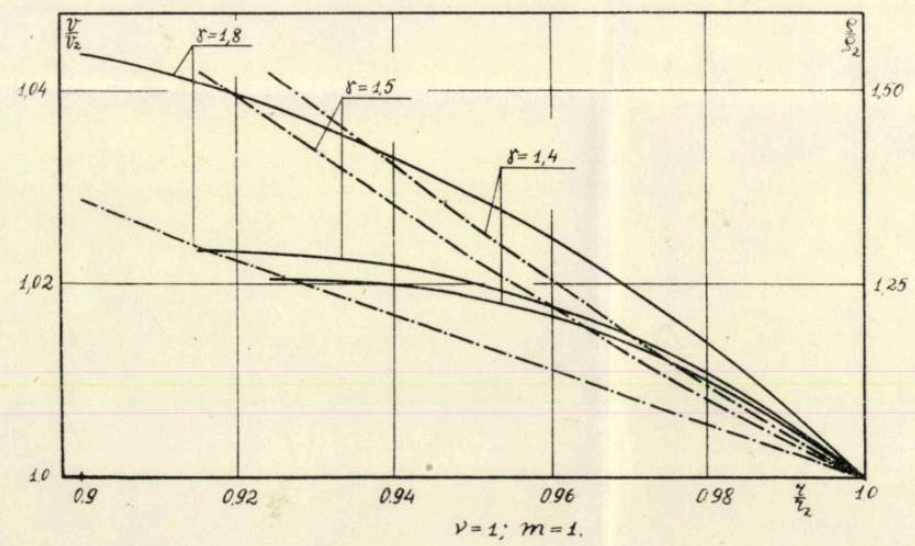


Рис. 9

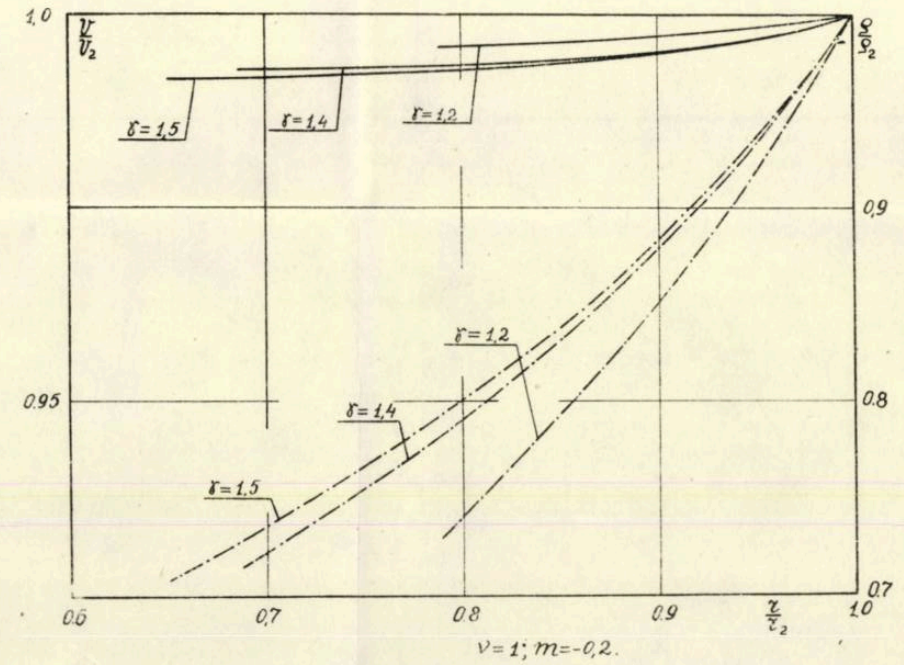
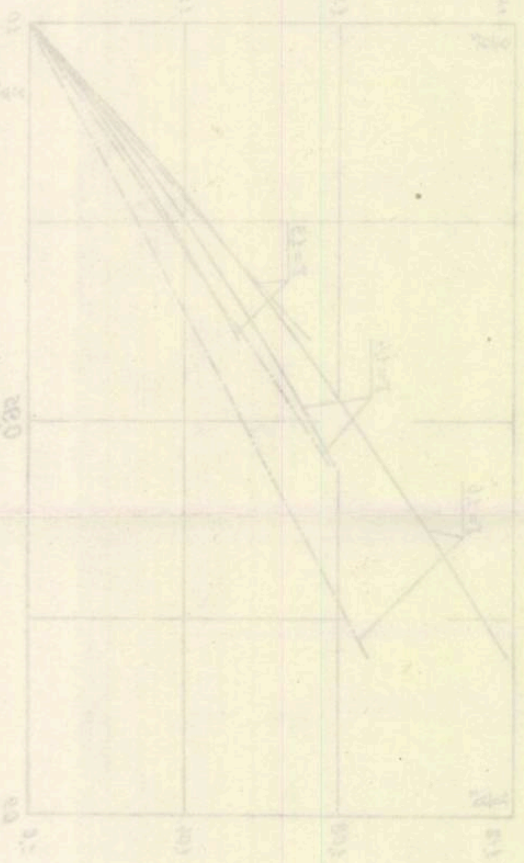
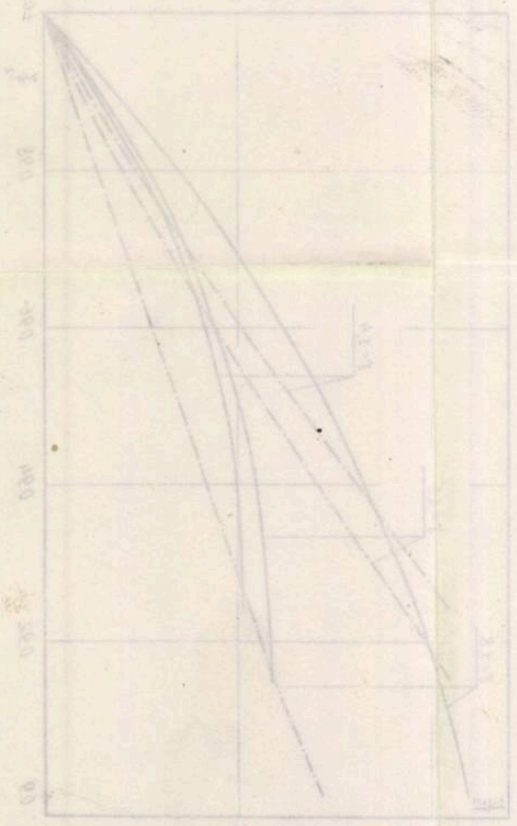
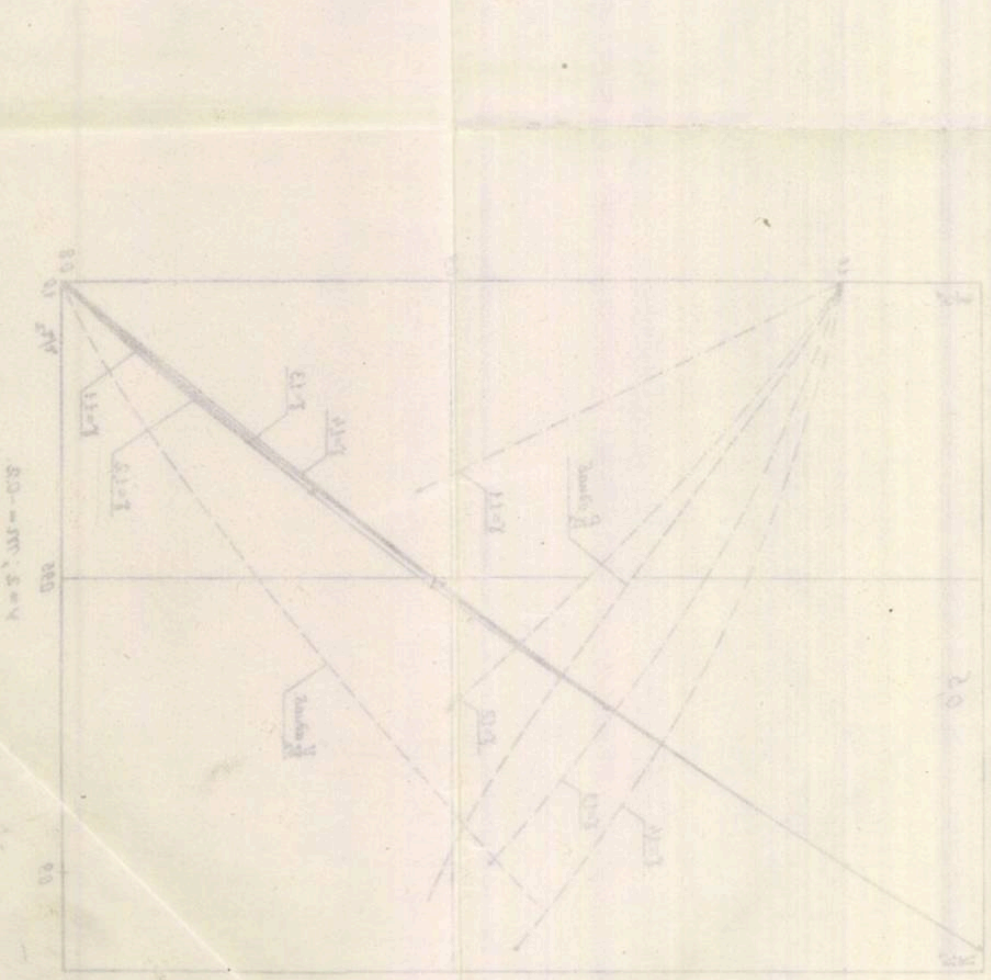
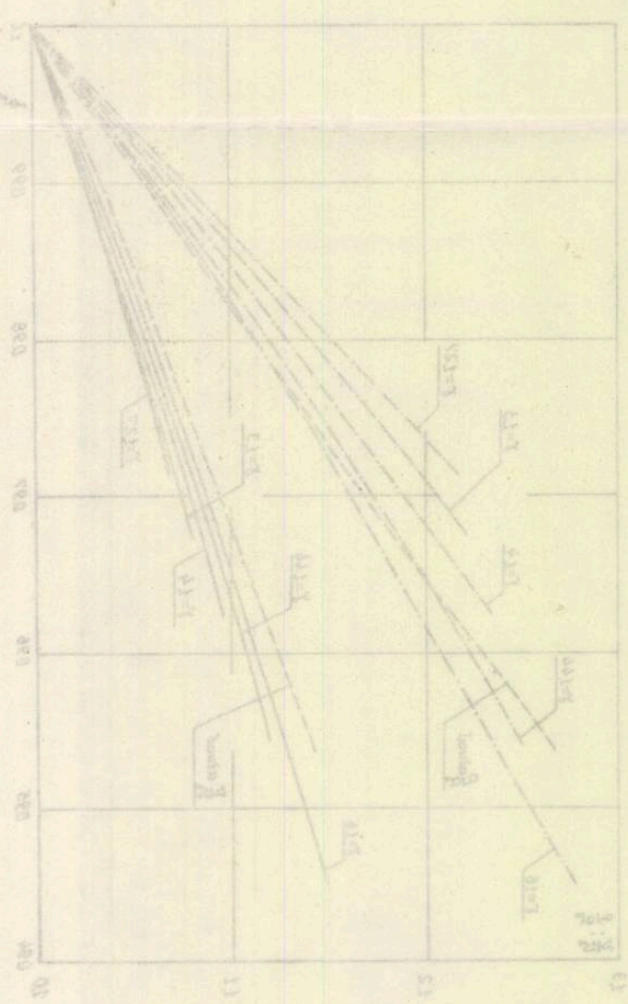


Рис. 10









$$d(\varrho/\varrho_2)/d(r/r_2) = -k_2(Q_2)mg^*f^*/(m+1).$$

Так как $k_2(Q_2) > 0$, то на поршне производная $d(\varrho/\varrho_2)/d(r/r_2) > 0$ для значений m изменяющихся в интервале $-1 < m < 0$ и $d(\varrho/\varrho_2)/d(r/r_2) < 0$ при $m > 0$.

Расчеты проведены для всех трех симметрий ($\nu = 1, 2, 3$) для разных значений параметра Q_2 и для двух значений параметра m ($m = 1$, $m = -0{,}2$), принадлежащих соответственно к интервалам I и II.

На рис. 5 и 6 представлены зависимости безразмерных величин v/v_2 и ϱ/ϱ_2 от переменного $\bar{\lambda} = r/r_2$ при $\nu = 3$, $m = 1$ и $m = -0{,}2$. На рис. 5 и 6 (а также на рис. 7...10) зависимость v/v_2 от $\bar{\lambda} = r/r_2$ изображена сплошной, зависимость ϱ/ϱ_2 от $\bar{\lambda} = r/r_2$ — штрихпунктирной линией. В зависимости от величины γ, указанной на рис. 5...6 для Q_2 были взять следующие значения. $m = 1$: $\gamma = 1{,}27$, $Q_2 = 0{,}0840$; $\gamma = 1{,}3$, $Q_2 = 0{,}0952$; $\gamma = 1{,}4$, $Q_2 = 0{,}1075$; $\gamma = 1{,}44$, $Q_2 = 0{,}1262$; $\gamma = 1{,}6$, $Q_2 = 0{,}1372$. $m = -0{,}2$: $\gamma = 1{,}2$, $Q_2 = 0{,}1075$; $\gamma = 1{,}3$, $Q_2 = 0{,}1372$; $\gamma = 1{,}4$, $Q_2 = 0{,}1600$.

На рис. 7...8 построены функции $(v/v_2)(r/r_2)$ и $(\varrho/\varrho_2)(r/r_2)$ при $\nu = 2$, $m = 1$ и $m = -0{,}2$. Расчет проведен для $\gamma = 1{,}3$, $1{,}4$, $1{,}6$ при $m = 1$ и для $\gamma = 1{,}1$, $1{,}2$, $1{,}3$, $1{,}4$ при $m = -0{,}2$. Им соответствовали следующие значения Q_2. $m = 1$: $\gamma = 1{,}3$, $Q_2 = 0{,}0816$; $\gamma = 1{,}4$, $Q_2 = 0{,}1087$; $\gamma = 1{,}6$, $Q_2 = 0{,}1479$. $m = -0{,}2$: $\gamma = 1{,}1$, $Q_2 = 0{,}0645$; $\gamma = 1{,}2$, $Q_2 = 0{,}1157$; $\gamma = 1{,}3$, $Q_2 = 0{,}1479$; $\gamma = 1{,}4$, $Q_2 = 0{,}1639$.

На рис. 9...10 построены функции $(v/v_2)(r/r_2)$ и $(\varrho/\varrho_2)(r/r_2)$ при $\nu = 1$, $m = 1$ и $m = -0{,}2$. Расчет проведен для следующих γ и Q_2. $m = 1$: $\gamma = 1{,}4$, $Q_2 = 0{,}0854$; $\gamma = 1{,}5$, $Q_2 = 0{,}0941$; $\gamma = 1{,}8$, $Q_2 = 0{,}1513$. $m = -0{,}2$: $\gamma = 1{,}2$, $Q_2 = 0{,}1479$; $\gamma = 1{,}4$, $Q_2 = 0{,}1944$; $\gamma = 1{,}5$, $Q_2 = 0{,}2066$.

Из рис. 5...8 ясно, что характер кривых $(v/v_2)(r/r_2)$ при $\nu = 2$ и $\nu = 3$ и разных m и γ качественно не меняется; величины v/v_2 монотонно растут от $v/v_2 = 1$ на ударной волне до конечного значения v^*/v_2 на поршне. Кривые $(\varrho/\varrho_2)(r/r_2)$ при $\nu = 2$, 3 качественно меняются в зависимости от параметра m; при $m > 0$ величины ϱ/ϱ_2 монотонно растут от 1 на ударной волне до значения ϱ^*/ϱ_2 на поршне; при $m < 0$ величины ϱ/ϱ_2 монотонно убывают от 1 на ударной волне до значения ϱ^*/ϱ_2 на поршне. Из рис. 9...10 видно, что при $\nu = 1$ кривые $(v/v_2)(r/r_2)$ и $(\varrho/\varrho_2)(r/r_2)$ имеют одинаковый характер и качественно меняют его в зависимости от знака параметра m. При $m > 0$ величины v/v_2 и ϱ/ϱ_2 растут от 1 на ударной волне до значений v^*/v_2 и ϱ^*/ϱ_2 на поршне; при $m < 0$ величины v/v_2 и ϱ/ϱ_2 монотонно убывают от 1 до значений v^*/v_2 и ϱ^*/ϱ_2 на поршне, причем в этом случае ($\nu = 1$) для любого m на поршне $d(v/v_2)/d(r/r_2) = 0$.

На рис. 5...10 для разных ν, m и γ показано, как меняется безразмерная плотность ϱ/ϱ_2 в зависимости от $\bar{\lambda} = r/r_2$. Из формул (3.1) ясно, что безразмерное давление $(p/p_2)(r/r_2)$ изображается теми же кривыми, как $(\varrho/\varrho_2)(r/r_2)$. При решении задачи о поршне с условием адиабатичности течения кривые для $(\varrho/\varrho_2)(r/r_2)$ и $(p/p_2)(r/r_2)$ разные.

На рис. 5, 6, 8 пунктирной линией для сравнения приведены зависимости $(v/v_2)(r/r_2)$ и $(p/p_2)(r/r_2)$ при $\gamma = 1{,}4$, полученные из решения задачи о поршне при условии адиабатичности течения. Это сравнение показывает, что при $\nu = 2, 3$ и $m = 1$ в адиабатическом случае безразмерная скорость больше, а давление меньше, чем в гомотермическом; при $m = -0{,}2$ безразмерные скорость и давление в адиабатическом случае меньше, чем в гомотермическом.

Из рассмотрения поставленной задачи можно сделать следующий вывод, что *при отсутствии дополнительных источников энергии автомодельное движение среды при нулевом градиенте температуры воз-*

можно только с подводом или отводом от фронта ударной волны энергии Q^*. Если записать уравнение сохранения энергии на ударной волне, то энергия Q^* на единицу массы в нашем случае запишется: $Q^* = \alpha C^2$; коэффициент α выражается через Q_2. Аналогичный результат имеет место в случае сильного взрыва при нулевом градиенте температуры.

Следует отметить, что полученные результаты в случае цилиндрической и плоской симметрии могут быть использованы при расчете обтекания тел вращения и тонких профилей специальных форм гиперзвуковым потоком. При этом условие $\partial T/\partial r = 0$ означает, что температура в слое газа между ударной волной и телом постоянна в направлении перпендикулярном к оси тела и меняется в направлении параллельном к оси тела. В отличии от случая адиабатического обтекания, при котором решение дает весьма большую температуру на поверхности тела, в схеме гомотермического обтекания температуры будут велики только в окрестности носика тела.

Автор искренне благодарит Л. И. Седова за ряд ценных советов при выполнении работы.

Поступила 18 II 1963 г.

Математический институт им. В. А. Стеклова, АН СССР, Москва, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И., ПММ, 1945, **IX**, *4*.
2. — *Методы подобия и размерности в механике*. Гостехиздат, М., 1957.
3. Коробейников В. П., Мельникова Н. С., Рязанов Е. В., *Теория точечного взрыва*. Гостехиздат, М., 1961.
4. Коробейников В. П., ДАН СССР, 1956, **109**, *2*.
5. Рыжов О. С., Таганов Г. И., ПММ, 1956, **XX**, *4*.
6. Крашенниникова Н. Л., Изв. АН СССР, ОТН, 1955, *8*.
7. Кочина Н. Н., Мельникова Н. С., ПММ, 1958, **XXII**, *4*.
8. — ДАН СССР, 1958, **122**, *2*.
9. Григорян С. С., ПММ, 1958, **XXII**, *2*.
10. Taylor G., Proc. Roy. Soc., 1946, **A, 186**, *100*.
11. Фадеев С. И., Инж. журнал, 1962, **II**, *2*.
12. Немыцкий В. В., Степанов В. В., *Качественная теория дифференциальных уравнений*. Гостехиздат, М., 1949.
13. Милн В. Э., *Численное решение дифференциальных уравнений*. ИИЛ, М., 1955.

ASUPRA MŞICĂRII NESTAŢIONARE A GAZULUI EVACUAT DE PISTON, LA GRADIENT ZERO AL TEMPERATURII

(Rezumat)

Se studiază mişcarea nestaţionară a gazului evacuat de piston, care se destinde cu viteza (1.2), în condiţii de homotermie (1.1). Pentru cazul unui gaz cu densitate iniţială constantă (în relaţia (1.3) se presupune $\omega = 0$), se studiază calitativ ecuaţia (1.13) în semiplanul f, λ (pentru $\lambda \geqslant 0$) şi se precizează domeniul de existenţă al soluţiei problemei. Se integrează apoi numeric sistemul de ecuaţii (1.13)...(1.15) pentru diverse valori ale parametrilor ν, m, γ.

În fig. 1...4 sa reprezentat aspectul calitativ al cîmpului de curbe integrale al ecuaţiei (1.3) pentru domeniul care interesează ($\lambda \geqslant 0$, $f \geqslant 0$) al planului (f, λ).

În fig. 4...10 s-a reprezentat distribuţia vitezei, densităţii şi presiunii din frontul undei de şoc, care se compară cu caracteristicile mişcării gazului obţinute prin rezolvarea problemei pistonului în condiţii adiabatice.

Se menţionează că rezultatele obţinute pot fi utilizate pentru calculul curgerii supersonice în jurul unui solid.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. D. 533.6.011

CALCUL AÉRODYNAMIQUE SIMPLIFIÉ DU COEFFICIENT DE DÉBIT D'UNE TUYÈRE DE PROFIL ELLIPTIQUE-CYLINDRIQUE

PAR
ANDRÉ JAUMOTTE

1. Introduction

1.1. Notations: C_d — coefficient de débit de la tuyère; d — diamètre de la partie cylindrique de la tuyère; H — paramètre de forme de la couche limite ($=\delta^*/\theta$) r — rayon courant dans la tuyère-corps de révolution; r_0 — rayon de la partie cylindrique de la tuyère; $\mathcal{R}e_d$ — nombre de Reynolds de la tuyère ($=U_0\,d/\nu$); s — coordonnée curviligne le long d'une génératrice de la surface de révolution dans le sens de l'écoulement; u — vitesse dans la couche limite à une distance y de la paroi; U — vitesse hors de la couche limite; U_0 — vitesse hors de la couche limite dans la section finale de la tuyère; δ — épaisseur de la couche limite; δ^* — épaisseur de déplacement de la couche limite; δ_0^* — épaisseur de déplacement de la couche à la sortie de la tuyère; θ — épaisseur de quantité de mouvement; ν — viscosité cinématique; ϱ — masse spécifique; τ — tension de frottement à la paroi.

La fig. 1 précise les notations relatives à la couche limite.

1.2. On considère une tuyère de section circulaire, de profil elliptique-cylindrique suivant les recommandations de l'ASME [1]), alimentée à partir d'un caisson de dimension suffisante pour que la pression statique puisse y être confondue avec la pression d'arrêt.

L'épaisseur de déplacement δ^* d'une couche limite plane d'épaisseur δ est définie par:

$$\delta^* = \int_0^{\delta} (1 - u/U)\,\mathrm{d}y. \tag{1}$$

Le coefficient de débit C_d de la tuyère est lié à l'épaisseur de déplacement à la sortie de la tuyère δ_0^* par la relation immédiate:

$$C_d = \pi(r_0 - \delta_0^*)^2/\pi r_0^2 = (1 - \delta_0^*/r_0)^2$$

ou

[1]) Ce profil coïncide avec le profil ISO des tuyères à long rayon pour petit rapport d'ouverture, sauf en ce qui concerne la longueur de la partie cylindrique qui, pour les tuyères ISO, vaut 0,6 d (au lieu de 0,75 d pour notre cas).

(2) $$C_d \approx 1 - 2\,\delta_0^*/r_0\,,$$

en négligeant le terme en $(\delta_0^*/r_0)^2$, vu que δ_0^*/r_0 est petit.

Les caractéristiques de la couche limite *laminaire* sont données par l'équation intégrale de von Kármán (équation approchée) qui peut s'écrire pour un corps de révolution [1] :

(3) $$\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}s + (1/U)\,(\mathrm{d}U/\mathrm{d}s)\,(2\theta + \delta^*) + (\theta/r)\,(\mathrm{d}r/\mathrm{d}s) = \tau/(\varrho U^2).$$

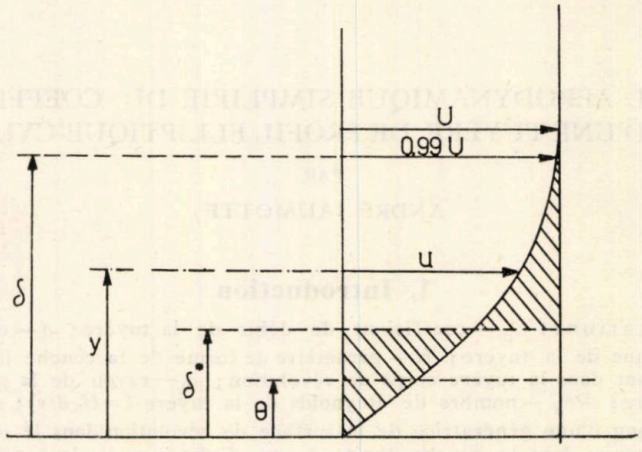


Fig. 1

En utilisant la méthode de Polhausen, en y introduisant l'approximation de Walz, Rott et Crabtree aboutissent à l'équation suivante qui donne l'épaisseur de quantité de mouvement θ_0 à la sortie de la tuyère [1] :

(4) $$\frac{U_0\,\theta_0^2}{\nu} = \frac{0{,}470}{r_0^2\,U_0^5}\int_0^{s_D} r^2\,U^5\,\mathrm{d}s,$$

où s_D est la longueur totale de la génératrice de la tuyère.

On en déduit :

(5) $$\theta_0 = \left[\frac{0{,}94}{\mathcal{R}e_d\,r_0}\int_0^{s_D} r^2\left(\frac{U}{U_0}\right)^5 \mathrm{d}s\right]^{1/2}.$$

En introduisant le facteur de forme de la couche limite laminaire H dont la valeur numérique est connue et en portant dans l'équation (2), on trouve :

(6) $$C_d = 1 - (2H/r_0)\,\theta_0\,.$$

Le problème du calcul de C_d est ainsi ramené à la détermination de θ_0 à la sortie de la tuyère.

2. Calcul de l'épaisseur de quantité de mouvement

2.1. Nous avons calculé l'épaisseur de quantité de mouvement θ_0 dar l'équation (5) en y introduisant la répartition de vitesses U correspondant à un écoulement par tranches parallèles.

L'équation de continuité du débit donne, en négligeant l'effet de compressibilité :

$$U/U_0 = (r_0/r)^2, \tag{7}$$

rapport que nous posons égal à $f(s)$.

Dès lors, l'équation (5) s'écrit :

$$\theta_0 = \left\{\frac{0{,}94\, r_0}{\mathcal{R}e_d}\int_0^{s_D}\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 [f(s)]^5\,ds\right\}^{1/2} = \left\{\frac{0{,}94\, r_0}{\mathcal{R}e_d}\int_0^{s_D}[f(s)]^4\,ds\right\}^{1/2}. \tag{8}$$

La fig. 2 précise les dimensions de la tuyère et quelques notations relatives à l'arc d'ellipse.

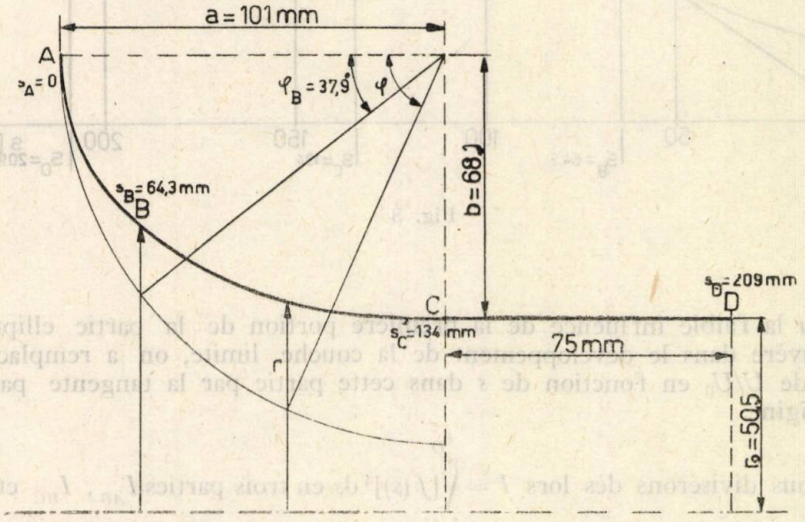


Fig. 2

Pour une valeur quelconque de l'angle φ (anomalie excentrique), la longueur s de l'arc d'ellipse comptée à partir de $s_A = 0$ est donnée par :

$$s = a\int_0^{\varphi}\sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi}\,d\varphi \quad \text{avec} \quad k = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \tag{9}$$

et la valeur du rayon courant r est donné par :

(10) $$r = r_0 + b - b \sin \varphi.$$

Les équations (7), (9) et (10) donnent finalement $U/U_0 = f(s)$. On a $U/U_0 = 1$ pour $\varphi = 90°$ et $s = 134$ mm.

Les valeurs trouvées sont portées à la fig. 3.

Pour l'intégration de l'équation (8), on doit partir du point d'arrêt de l'écoulement ($U/U_0 = 0$).

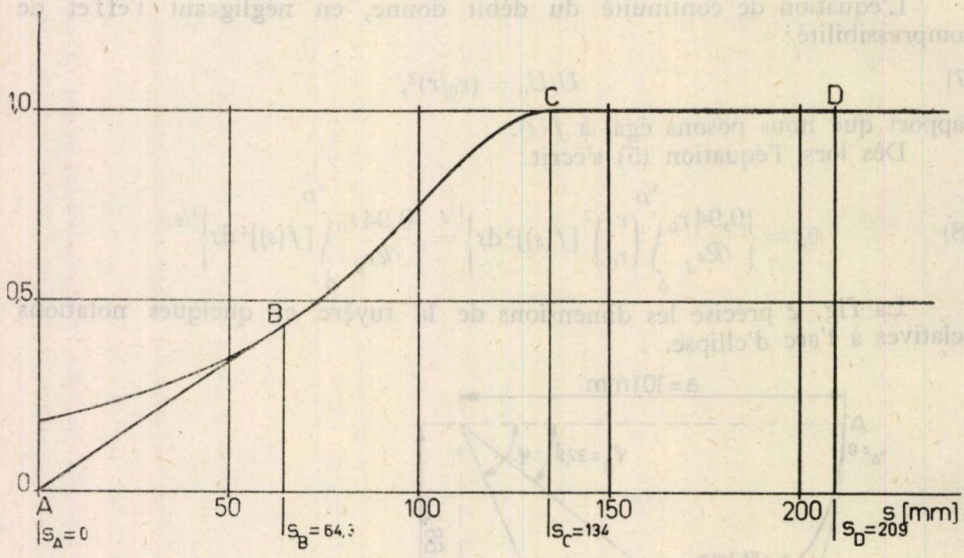


Fig. 3

Vu la faible influence de la première portion de la partie elliptique de la tuyère dans le développement de la couche limite, on a remplacé la courbe de U/U_0 en fonction de s dans cette partie par la tangente passant par l'origine.

Nous diviserons dès lors $I = \int_0^{s_D} [f(s)]^4 \, ds$ en trois parties I_{AB}, I_{BC} et I_{CD} pour lesquelles nous aurons :

a) entre $s_A = 0$ et s_B, une variation linéaire de $f(s)$ en fonction de s ;

b) entre s_B et s_C, une variation de $f(s)$ suivant l'équation (7), compte tenu de (9) et de (10) ;

c) entre s_B et s_D, une valeur constante $U/U_0 = 1$.

2.2. Calcul de I_{AB}. La détermination de φ_B s'effectue en résolvant l'équation $[f(s)/s]_B = (df/ds)_B$.

L'équation à résoudre s'écrit, tout remplacement effectué:

$$\int_0^{\varphi_B} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}\, d\varphi = \frac{(r_0 + b - b \sin \varphi_B) \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi_B}}{2 b \cos \varphi_B}.$$

La résolution numérique à la machine à calculer IBM 1620 donne $\varphi_B = 37{,}9°$. En portant dans (9), on trouve $s_B = 64{,}3$ mm.

Puisque $f(s)$ est admis varier linéairement entre 0 et s_1, on a $f(s) = (df/ds)_B s$ et comme $f(s) = (r_0/r)^2$:

$$I_{AB} = \int_0^{s_B} [f(s)]^4 ds = \int_0^{s_B} \left(\frac{df}{ds}\right)_B^4 s^4 ds = \left(\frac{df}{ds}\right)_B^4 \frac{s_B^5}{5}.$$

Le calcul numérique donne 0,4509 mm.

2.3. Calcul de I_{BC}. Entre B et C, on admettra pour $f(s)$ une fonction d'approximation cubique:

$$f(s) = b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3,$$

dont les coefficients b_0, b_1, b_2 et b_3 sont déterminés par le système d'équations:

$$f(s_B) = r_0^2/(r_0 + b - b \sin \varphi_B)^2 = b_0 + b_1 s_B + b_2 s_B^2 + b_3 s_B^3,$$

$$f(s_C) = 1 = b_0 + b_1 s_C + b_2 s_C^2 + b_3 s_C^3,$$

$$\left(\frac{df}{ds}\right)_B = \frac{2 r_0^2 b \cos \varphi_B}{a \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi_B}\, (r_0 + b - b \sin \varphi_B)^3} = 3 b_3 s_B^2 + 2 b_2 s_B + b_1,$$

$$\left(\frac{df}{ds}\right)_C = 0 = 3 b_3 s_C^2 + 2 b_2 s_C + b_1.$$

La résolution numérique de ce système donne:

$b_0 = 1{,}16733$, $b_1 = -3{,}767106\, 10^{-2}$, $b_2 = 5{,}340309\, 10^{-4}$, $b_3 = -1{,}9568852\, 10^{-6}$.

Dès lors:

$$I_{BC} = \int_{s_B}^{s_C} [f(s)]^4 ds = \int_{s_B}^{s_C} (b_0 + b_1 s_1 + b_2 s^2 + b_3 s^3)^4 ds.$$

On trouve $I_{BC} = 52{,}72$ mm.

Si l'on rapproche cette valeur de celle trouvée en § **2.2.** pour I_{AB}, on constate que les ordres de grandeur sont tels que toute fonction d'approximation est justifiée pour la première partie de la tuyère.

2.4. Calcul de I_{CD}. Pour la partie cylindrique de la tuyère on a $r = r_0$ et $f(s) = 1$, d'où $I_{CD} = \int_{s_C}^{s_D} ds = 75$ mm.

2.5. Valeur de θ_D. On a $I = I_{AB} + I_{BC} + I_{CD} = 128{,}17$ mm.
Dès lors, d'après l'équation (8)

$$\theta_D = \sqrt{(6.084{,}9\,\text{mm}^2)/\mathcal{R}e_d} = 78/\sqrt{\mathcal{R}e_d}, \tag{11}$$

soit pour : $\mathcal{R}e_d = 10^4$, $\theta_D = 0{,}780$ mm ; $\mathcal{R}e_d = 5\,10^4$, $\theta_D = 0{,}349$ mm ; $\mathcal{R}e_d = 10^5$, $\theta_D = 0{,}247$ mm.

En admettant pour le facteur de forme H de la couche limite d'une plaque plane, la valeur 2,6, on trouve

$$\delta_0^* = 202{,}8/\sqrt{\mathcal{R}e_d}. \tag{12}$$

En remplaçant dans l'équation (3) δ_0^* par les valeurs trouvées en § **2.5.**, on obtient : $C_d = 0{,}920$ pour $\mathcal{R}e_d = 10^4$, $C_d = 0{,}965$ pour $\mathcal{R}e_d = 5\,10^4$ et $C_d = 0{,}975$ pour $\mathcal{R}e_d = 10^5$.

Nous avons montré dans un autre travail [2] que le domaine où la couche limite est laminaire s'étend jusqu'à des nombres de Reynolds de l'ordre de 10^5 à $2\,10^5$.

3. Deuxième approximation du coefficient de débit

3.1. Compte tenu de l'épaisseur de la couche limite, on a $U/U_0 = (r_0 - \delta_0^*)/(r - \delta^*) = f(s)$.
Dès lors, l'intégrale à calculer est :

$$I = \int_0^{s_D} \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \left(\frac{r_0 - \delta_0^*}{r - \delta^*}\right)^{10} ds.$$

Négligeons l'influence de δ^* dans le convergent elliptique pour le calcul de la 2-ème approximation.
Les intégrales I_{AB} et I_{BC} restent inchangées.

3.2. L'intégrale I_{CD} vaut :

$$I_{CD} = \int_{s_C}^{s_D} \left(\frac{r_0 - \delta_0^*}{r_0 - \delta^*}\right)^{10} ds = \int_{s_C}^{s_D} \left(1 - \frac{\delta_0^* - \delta^*}{r_0}\right)^{10} ds,$$

expression dans laquelle nous introduisons les valeurs de δ_0^* et δ^* données par la première approximation, soit $\delta_0^* = 202{,}8/\sqrt{\mathcal{R}e_d}$ d'après (12) et $\delta^* = H\sqrt{(0{,}9420/\mathcal{R}e_d)\,(0{,}45 + 52{,}72 + s_{cyl})} = (130{,}6/\sqrt{\mathcal{R}e_d})\sqrt{1 + 0{,}0188\ s_{cyl}}$.
On obtient :

$$I_{CD} = \int_0^{75} \left(1 - \frac{4{,}02}{\sqrt{\mathcal{R}e_d}} + \frac{2{,}586}{\sqrt{\mathcal{R}e_d}}\sqrt{1 + 0{,}0188\,s}\right)^{10} ds,$$

ce qui conduit, tout calcul effectué, à :

$$I_{CD} = 75\,(1 - 0{,}086/\sqrt{\mathcal{R}e_d\,10^{-4}}).$$

On trouve finalement : pour $\mathcal{R}e_d = 10^4$, $I_{CD} = 68{,}775$, $\theta_D = 0{,}781$ mm, $\delta_0^* = 2{,}0312$, $C_d = 0{,}917$; pour $\mathcal{R}e_d = 5\,10^4$, $I_{CD} = 72{,}216$, $\theta_D = 0{,}349$ mm, $\delta_0^* = 0{,}9084$, $C_d = 0{,}964$; pour $\mathcal{R}e_d = 10^5$, $I_{CD} = 73{,}031$, $\theta_D = 0{,}247$ mm, $\delta_0^* = 0{,}6424$, $C_d = 0{,}975$.

4. Comparaison avec l'experience

4.1. La fig. 4 donne la comparaison entre les points calculés et des points déterminés expérimentalement par analyse de la couche limite. On constate une bonne coïncidence.

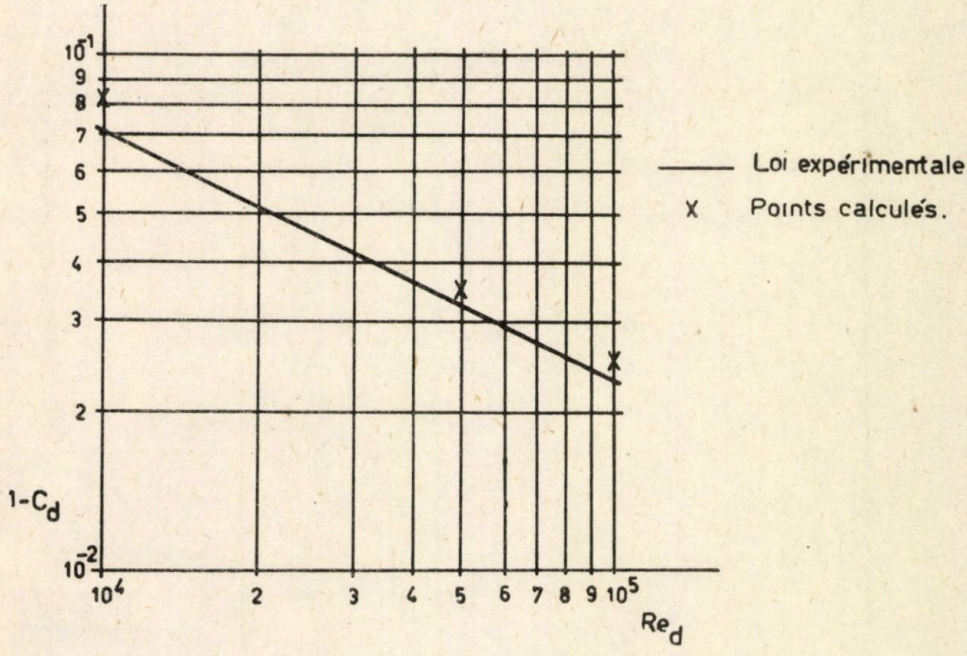


Fig. 4

Le détail de l'analyse expérimentale se trouve dans un autre travail où nous avons en outre calculé C_d pour la répartition de pression mesurée expérimentalement à la paroi [2].

Reçue le 26 VIII 1964

Université de Bruxelles, Belgique

BIBLIOGRAPHIE

1. Schlichting H., *Boundary Layer Theory*. Mc Graw Hill, New York, 4 th Ed., 1960.
2. Cocho Gil F., Jaumotte A. L., *Détermination du coefficient de débit d'une tuyère elliptique-cylindrique par analyse de la couche limite*. Communication du XI-e Congrès International de Mécanique appliquée, Munich, 1964 (à paraître dans les Actes du Congrès).

CALCULUL AERODINAMIC SIMPLIFICAT AL COEFICIENTULUI DE DEBIT AL UNEI CONDUCTE DE PROFIL ELIPTIC-CILINDRIC

(Rezumat)

Se calculează coeficientul de debit al unei conducte eliptice-cilindrice, alimentată dintr-un recipient de mari dimensiuni, prin determinarea grosimii deplasării stratului limită la ieşirea din conductă. Această grosime de deplasare este calculată ţinînd seama de gradientul de presiune asupra peretelui, în corespondenţă cu cazul simplificat al unei scurgeri prin tranşe paralele. Rezultatul calculului este comparat cu rezultatele experimentale obţinute prin sondajul stratului limită la ieşirea din conductă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

D. C. 678.7 ; 539.313

ON THE PROBLEM OF TRANSITION PHENOMENON

II. APPLICATIONS CONCERNIC SHELLS AND TUBES UNDER PRESSURE AND TRANSITION THEORY OF SHEET-BENDING

BY

B. R. SETH and D. MANGERON

A. Applications concerning shells and tubes under pressure

1. *Introduction.* In a set of his previous papers crystallized by the first of the authors in his research works published in the same *Bulletin* [1] or presented at the Eleventh International Congress of Applied Mechanics [2] the attention was confined to transition phenomenon in elastic-plastic deformation and creep rupture, while the second of the authors, using the results obtained in an earlier study devoted to the problem of the development of Green's functions relative to partial derivative linear differential operators and proceed according to fundamental solutions[1]) has studied the oscillations of plates and shells [3], [4]. In another set of papers the second of the authors has developed studies concerning the influence of higher order accelerations during various transition phenomena in the dynamics of machines with elastic links and distributed parameters [5].

The present as well as some subsequent papers are the fruit of the unforgettable visit in Jassy, offered by the first of the authors in August 1964 [6].

By conserving all the notations and the results established in [1] we shall discuss in what follows applications concerning shells and tubes under pressure as well as transition theory (Fig. 1 and Fig. 2) of sheet bending, while in some subsequent papers we shall present dynamics of machines with elastic-plastic links in transition movement a. o.

2. *Shell subjected to uniform internal pressure.* Due to the symmetry of the problem the displacement is purely radial. In spherical polar coordinates we can therefore take [12]

$$u = r(1-\beta), \quad v = 0, \quad w = 0, \tag{2.1}$$

where β is a function of $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ only.

---

[1]) According to his papers presented to the International Congress of Mathematicians [7] or published in the *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* [8], the second of the authors has for the first formulated and solved various boundary value problems of non elliptic type as well as various integro-differential systems, both linear and non-linear, related in particular with the equation (5.5) [1, p. 257], established by the first of the authors in his Thesis accepted for higher degree [9], of interest in Mathematical Physics [10], [11].

The finite components of strain are now given by

$$(2.2) \qquad e_{rr} = [1 - (r\beta' + \beta)^2]/2, \quad e_{\theta\theta} = e_{\varphi\varphi} = (1 - \beta^2)/2, \quad e_{r\theta}, e_{\theta\varphi}, e_{\varphi r} = 0.$$

We take the stress-strain relation as $\tau_{ij} = \lambda I_1 \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$, where λ, μ are elastic constants, δ_{ij} is Kronecker's delta and I_1 is the first strain invariant.

The corresponding stresses are

$$(2.3) \qquad \tau_{rr} = \lambda I_1 + 2\mu e_{rr},$$

$$(2.4) \qquad \tau_{\theta\theta} = \tau_{\varphi\varphi} = \lambda I_1 + 2\mu e_{\theta\theta}, \quad \tau_{r\theta}, \tau_{\theta\varphi}, \tau_{\varphi r} = 0,$$

where $\beta' = d\beta/dr$ and $I_1 = 3/2 - \beta^2 - (r\beta' + \beta)^2/2$.

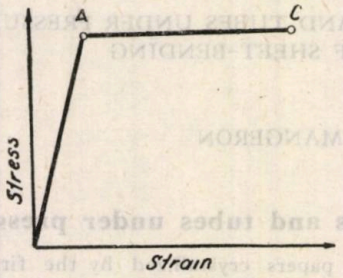


Fig. 1. — Classical Model: OA — Elastic; AC — Plastic.

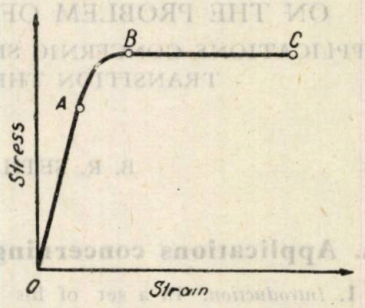


Fig. 2. — Transition Model: OA — Elastic; AB — Transition; BC — Plastic.

The stress-equations of equilibrium are all satisfied excepting

$$(2.5) \qquad \partial\tau_{rr}/\partial r + 2(\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})/r = 0.$$

Substituting from (2.4) we get the non-linear differential equation satisfied by β as

$$(2.6) \qquad (\lambda + 2\mu)[2\beta^2 + (r\beta' + \beta)^2] + 4\mu \int r\beta'^2 \, dr = K,$$

where K is a constant of integration.

3. *Solution of differential equation in* β. Putting

$$c = 2\mu/(\lambda + 2\mu) = (1 - 2\sigma)/(1 - \sigma), \quad r\beta' = \beta P,$$

and differentiating (2.6) with respect to r we get

$$(3.1) \qquad [P^2 + (2 + c)P + 3](d\beta/dP) + \beta(1 + P) = 0.$$

When $c = 2$, which is not physically possible, as it corresponds to an infinite value of σ, equation (3.1) gives the two exact solutions $P = -1$, $d\beta/dP = -(3 + P)^{-1}\beta$. These give $\beta = A_0/r$ and $\beta = A_1 + B_1/r^3$, A_0, A_1, B_1 being constants of integration.

In the general case when $0 < c < 1$, we have β and r in terms of P given by

$$\log \beta = cc_1 \tan^{-1}[c_1(2P+2+c)] - (1/2)\log[P^2+(2+c)P+3] + K_1, \tag{3.2}$$

$$\log r = (1/6)\log[P^2+(2+c)P+3] - (1/6)\log P^2 - (1/3)(4-c)c_1\tan^{-1}[c_1(2P+2+c)] + K_2, \tag{3.3}$$

where $c_1 = (8-4c-c^2)^{-1/2}$ and K_1 and K_2 are constants of integration [2].

From (3.1) we see that the *real* turning points are $P=-1$ and $P=\pm\infty$. If r' is the unstrained radius vector we have $r' = r\beta$, $dr'/dr = \beta(1+P)$. Thus the transition point $P=-1$ corresponds to infinite extension and $P=\pm\infty$ to infinite contraction. In this section we have to take $P=\pm\infty$. The case of $P=-1$ is treated in section **4**.

Putting $P=1/\varepsilon$ in (3.2) and (3.3), where ε is small, we find the solution in the neighborhood of this points to be

$$\log(\beta/K_3) \approx \log\varepsilon - (1+c)\varepsilon, \tag{3.4}$$

$$\log(r/K_4) \approx \varepsilon, \tag{3.5}$$

so shat

$$\beta = K_3(K_4/r)^{1+c}\log(r/K_4), \tag{3.6}$$

K_3, K_4 being constants of integration.

Putting

$$R \equiv 1 - 2\tau_{rr}/(3\lambda+2\mu) = \beta^2[2(1-c)+(1+P)^2]/(3-2c), \tag{3.7}$$

we find shat

$$R \approx K_3^2(1+2\varepsilon)\exp[-2(1+c)\varepsilon] \approx K_3^2\exp(-2c\varepsilon).$$

Thus the transition value of R may be taken as

$$R = A_0 r^{-2c}(3-2c)\,A_0 = K_3^2K_4^{2c} = (3-2c)\,b^{2c}. \tag{3.8}$$

This can also be readily obtained from (3.1) and the relation $r\beta' = \beta P$. In fact we find

$$d(\log R)/d(\log r) = -2cP(2+P)/[2(1-c)+(1+P)^2], \tag{3.9}$$

which gives (3.8) when we make $P\to\pm\infty$.

Thus the transition value of τ_{rr} is

$$\tau_{rr} = \mu(3-2c)(1-A_0 r^{-2c})/c. \tag{3.10}$$

The value of E in the transition range is given by $Y = E/2 = \mu(1+\sigma) = (3-2c)\mu/(2-c)$, Y being the yield stress in tension.

The corresponding values of τ_{rr} and $\tau_{\theta\theta}$ are

$$\tau_{rr} = Y(2-c)[1-(b/r)^{2c}]/c, \quad \tau_{\theta\theta} - \tau_{rr} = Y(2-c)(b/r)^{2c}. \tag{3.11}$$

If p_0 and p_1 be the pressures applied to the internal an external boundaries $r=a$ and $r=b$, so that $p_0 > p_1$, we get from (3.10) and (3.11)

$$\{1+cp_0/[Y(2-c)]\}/\{1+cp_1/[Y(2-c)]\} = (b/a)^{2c}. \tag{3.12}$$

---

[2] For small values of P we get from (3.2) and (3.3) $\beta \approx D_1 + D_2/r^3$, which corresponds to the classical elastic solution. This is of no consequence of our discussion.

Obviously this does not hold good for $p_0 < p_1$, which is treated in the next section.

When $p_1 = 0$, so that the shell is stressed only by an internal pressure p_0, we find from (3.12) that the plastic state will first set in on $r = a$ when

$$p_0 = Y(2-c)\,[(b/a)^{2c} - 1]/c. \tag{3.13}$$

The classical value is [13]

$$p_0' = (2/3)\,Y[1 - (a/b)^3]. \tag{3.14}$$

For a thin shell of thickness t_0 these become

$$p_0 = 2Y(2-c)\,t_0/a, \quad p_0' = 2Yt_0/a. \tag{3.15}$$

These become equal only for $c = 1$, otherwise $p_0 > p_0'$, if Y is to be assumed to have the same meanings in (3.13) and (3.14). In either case it can be adjusted to conform to experimental results.

For the fully plastic slate we make $c \to 0$ and find from (3.11) and (3.13)

$$\tau_{rr} = 4Y\log(r/b), \quad \tau_{\theta\theta} - \tau_{rr} = 2Y, \quad p_0 = 4Y\log(b/a), \tag{3.16}$$

which is twice the classical result given by [13]

$$p_0' = 2Y\log(b/a). \tag{3.17}$$

When the plastic state has reached a radius $r = d$ of the shell we get from (3.13) and (3.16)

$$p_0 = 4Y\log(d/a) + Y(2-c)\,[(b/d)^{2c} - 1]/c. \tag{3.18}$$

4. *Shell subjected to uniform external pressure.* Now we use the results given by the transition point $P = -1$. Putting $1 + P = \varepsilon_1$, where ε_1 is small, we get from (3.2) and (3.3)

$$\log(\beta/K_3) \approx -\varepsilon_1^2/[2(2-c)], \quad \log(r/K_4) \approx \varepsilon_1^2/[2(2-c)]. \tag{4.1}$$

These give

$$\beta \approx K_3K_4/r, \tag{4.2}$$

$$R = A_0\,r^{c/(1-c)}, \quad A_0(3-2c) = (3-2c)\,a^{-c/(1-c)}, \tag{4.3}$$

$$\tau_{rr} = Y(2-c)\,[1 - (r/a)^{c/(1-c)}]/c, \tag{4.4}$$

$$\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta} = (2-c)\,Y(r/a)^{c/(1-c)}/[2(1-c)],$$

$$\{1 + cp_1/[Y(2-c)]\}/\{1 + cp_0/[Y(2-c)]\} = (b/a)^{c/(1-c)}, \quad p_1 > p_0. \tag{4.5}$$

We notice that (4.5) becomes the same as (3.12) for $c = 1/2$. In this case we have

$$[1 + p_1/(3Y)]/[1 + p_0/(3Y)] = b/a. \tag{4.6}$$

If the internal pressure $p_0 = 0$, we get

$$p_1 = 3Yt_0/a, \tag{4.7}$$

which is the same value as we get for p_0 from (3.12). In this case the thickness t_0 need not to be small.

The classical value is

$$p_1' = (2/3)\, Y[(b/a)^3 - 1]. \tag{4.8}$$

For a thin shall

$$p_1 = Y(2-c)\, t_0/[(1-c)\, a], \quad p_1' = 2Yt_0/a. \tag{4.9}$$

In the fully plastic state, with $p_0 = 0$, we get from (4.4) and (4.5) by making $c \to 0$

$$\tau_{rr} = 2Y \log (a/r), \quad \tau_{rr} - \tau_{\theta\theta} = Y, \quad p_1 = 2Y \log (b/a). \tag{4.10}$$

In this case the classical value is also the same; that is,

$$p_1' = 2Y \log (b/a). \tag{4.11}$$

When the plastic state has reached a radius d of the shell and the internal pressure p_0 is zero we get from (4.5) and (4.10)

$$p_1 = 2Y \log (b/d) + Y(2-c)\, [(d/a)^{c/(1-c)} - 1]/c. \tag{4.12}$$

5. *Tube subjected to internal pressure.* Assuming the tube to be long enogh so that the longitudinal extension can be neglected we have the finite components of displacements as [14]

$$u = r(1-\beta), \quad v = 0, \quad w = 0. \tag{5.1}$$

The corresponding finite strains are $e_{rr} = [1 - (r\beta' + \beta)^2]/2$, $e_{\theta\theta} = (1 - \beta^2)/2$, $e_{zz} = 0$, $e_{r\theta} = 0$, $e_{\theta z}, e_{rz} = 0$.

The stresses are given by

$$\begin{aligned} \tau_{rr} &= \lambda I_1 + \mu\, [1 - (r\beta' + \beta\mu], \quad \tau_{\theta\theta} = \lambda I_1 + \mu\, (1 - \beta^2), \\ \tau_{zz} &= \lambda I_1, \quad \tau_{r\theta}, \ \tau_{\theta z}, \ \tau_{rz} = 0, \end{aligned} \tag{5.2}$$

where $I_1 = 1 - [(r\beta' + \beta)^2 + \beta^2]/2$.

The stress equation of equilibrium gives the non-linear equation in β as

$$(\lambda + 2\mu)[\beta^2 + (r\beta' + \beta)^2] + 2\mu \int r\beta'^2 dr = K. \tag{5.3}$$

Making the same substitutions as for (3.1) we see that (5.3) reduces to

$$[P^2 + (2 + c/2)\, P + 2]\, (d\beta/dP) + \beta\, (1 + P) = 0. \tag{5.4}$$

For $c = 2$, which is not physically possible, we get the two exact solutions $P = -1$, $d\beta/dP = -(2 + P)^{-1}\beta$. These give $\beta = A_0/r$, $\beta = A_1 + B_1/r^2$, A_0, A_1, β_1 being constants of integration. The latter is exactly the classical elastic result.

In the general case when $0 < c < 1$, we have β and r given in terms of P by

$$\log \beta = cc_2 \tan^{-1}[c_2(4P+4+c)] - (1/2)\log[P^2+(2+c/2)P+2] + K_1, \tag{5.5}$$

$$\log r = (1/4)\log[P^2+(2+c/2)P+2] - (1/4)\log P^2 - (1/2)(4-c)\,c_2 \tan^{-1}[c_2(4P+4+c)] + K_2, \tag{5.6}$$

where $c_2 = (16-8c-c^2)^{-1/2}$ and K_1, K_2 are constants of integration. For small values of P we get from (5.5) and (5.6) $\beta \approx D_1 + D_2/r^3$, which corresponds to the classical elastic solution. We do not make any use of it.

Again the turning points are $P = \pm\infty$ and $P = -1$. For $P = \pm\infty$, which corresponds to infinite contraction, as explained in section **3**, we get

$$\log(\beta/K_3) \approx \log\varepsilon - (1+c/2)\varepsilon, \tag{5.7}$$

$$\log(r/K_4) \approx \varepsilon, \tag{5.8}$$

so that

$$\beta \approx K_3 r^{-(1+c/2)} \log(r/K_4). \tag{5.9}$$

The corresponding values of R, τ_{rr} are $R \equiv 1 - \tau_{rr}/(\lambda+\mu) =$

$$= \beta^2[(1-c)+(1+P)^2]/(2-c) \approx A_0 r^{-c}, \quad A_0(2-c) = K_3^2 K_4^c = b^c(2-c),$$

$$\tau_{rr} = Y(2-c)^2[1-(b/r)^c]/[c(3-2c)], \tag{5.10}$$

$$\tau_{\theta\theta} - \tau_{rr} = Y(2-c)^2(b/r)^c/(3-2c),$$

$$\{1+c(3-2c)\,p_0/[Y(2-c)^2]\}/\{1+c(3-2c)\,p_1/[Y(2-c)^2]\} = (b/a)^c, \; p_0 > p_1. \tag{5.11}$$

If the external pressure p_1 is zero, we get

$$y_0 = Y(2-c)^2[(b/a)^c - 1]/[c(3-2c)]. \tag{5.12}$$

The corresponding classical value is $p_0' = Y[1-(a/b)^2]/2$.

For thin tubes these reduce to $p_0 = Y(2-c)^2 t_0/[(3-2c)a]$, $p_0' = Yt_0/a$, which are equal only for $c = 1$.

For the fully plastic state we get $(c \to 0)$

$$\tau_{rr} = (4/3)\,Y\log(r/b), \quad \tau_{\theta\theta} - \tau_{rr} = (4/3)\,y, \tag{5.13}$$

$$p_0 = (4/3)\,Y\log(b/a), \quad p_0' = Y\log(b/a).$$

If von Mises yield condition is used we have

$$p_0' = (2/3)\,Y\sqrt{3}\log(b/a). \tag{5.14}$$

Our value is nearer to the one given by (5.14).

When the plastic state has penetrated to a radius $r = d$ we get

$$p_0 = (4/3)\,Y\log(d/a) + Y(2-c)^2[(b/d)^c - 1]/[c(3-2c)]. \tag{5.15}$$

6. *Tube subjected to uniform external pressure.* In this case the turning point is $P = -1$. Assuming $1 + P = \varepsilon_1$, we get:

$$\log(\beta/K_3) \approx -\varepsilon_1^2/(2-c), \tag{6.1}$$

$$\log(r/K_4) \approx \varepsilon_1^2/(2-c), \tag{6.2}$$

so that $\beta \approx K_3 K_4/r$.

Also $R = A_0 r^{c/(1-c)}$, $(2-c)A_0 = K_3^2 K_4^{-c/(1-c)}(1-c) = (2-c)a^{-c/(1-c)}$,

$$p_1 = Y(2-c)^2[(b/a)^{c/(1-c)} - 1]/[c(3-2c)], \quad p_1' = Y[(b/a)^2 - 1]/2$$

or $p_1' = (\sqrt{3}/3)Y[(b/a)^2 - 1]$. (Tresca's and von Mises's yield conditions respectively).

For the fully plastic state we get the same results as given in (5.13) and (5.14).

7. *Discussion of results.* From the results obtained we see that elastic-plastic state is a transition phenomenon. In current literature the fully plastic state is deduced by using a semi-empirical yield condition. It cannot be deduced from the classical elastic results. When treated as an asymptotic phenomenon near a turning point we see that it gives the fully plastic state if we make $c \to 0$ ($\sigma \to 1/2$). It is true that our values of the yield pressures are somewhat higher than those given by the classical theories, but this depends on the interpretation of the yield stress Y, which in the ultimate analysis has to be determined experimentally. In some cases like shells subjected to external pressure, these two values are exaclty the same. In other cases they are nearer to those obtained by using von Mises's yield condition.

In the question whether a yield condition is implicitly involved in the analytical transition treatment, the answer ids in the affirmative. In fact we find that in all the transition cases discussed we get the condition in the form [14], [15]

$$p_{11} - p_{33} + k_1(p_{11} + p_{22} + p_{33}) = k_2, \tag{7.1}$$

where p_{11}, p_{22}, p_{33} are the principal stresses in discending order of magnitudes and k_1, k_2 are suitable constants of the material. If the mean stress is small, this reduces to Tresca's yield condition.

For the fully plastic state all the cases discussed give the condition in the form

$$p_{11} - p_{33} = k_2, \tag{7.2}$$

where k_2 is the yield stress in tension or compression. We find that k_2 for contraction is twice the value in extension, which is not unreasonable. Thus the analysis itself gives the yield condition. Since in the present cases the shearing stresses are zero both the Tresca and the von Mises conditions are of the form as (7.2).

8. *Remarks.* In one of the next papers the authors using the M. I. Rozovsky's Integral operator method in the hereditary theory of creep as well as various methods concerning polyvibrating, polycaloric and polyharmonic integro-differential operators elaborated by the second of the authors in [16], [17], will expose some problems related to hereditary shells and tubes subjected to various kind of pressures.

B. Transition theory of sheet-bending

9. *Introduction.* In the classical theory of sheet-bending the following assumptions are made [13]:

1. The sheet is sufficiently wide to be bent in plane strain without work-hardening.

2. It deforms so that its thickness remains uniform and its plane faces become circular cylinders.

3. It has a neutral surface $r = d$ so that outside fibres ($r > d$) are extended and the inside ones ($r < d$) compressed.

4. There is a yield condition given by

$$\tau_{\theta\theta} - \tau_{rr} = 2k \ (d < r < b), \quad \tau_{rr} - \tau_{\theta\theta} = 2k, \quad (a < r < d),$$

a, b being the cylindrical boundaries in the deformed state.

If the transition theory of plastic deformation is used, it can be shown that it is not necessary to adopt 4. Further, the two regions of yielding under extension and

BUDAPEST MŰSZAKI KÖZPONTI KÖNYVTÁR 1848

compression come out of the equations. It is also found that though the sheet can be bent elastically into a variety of shapes, the only possible form when it becomes plastic is circular, provided it is assumed that the orthogonal character of the surfaces before deformation is preserved after deformation.

10. *Component of displacements, strains and stress.* We assume that the unstrained planes $x' = \text{const.}$ and $y' = \text{const.}$ of the sheer remain orthogonal to each other after deformation. We can then take tentative values of the displacement as

$$u = x - x' = x - f(\xi), \quad v = y - y' = y - \varphi(\eta), \tag{10.1}$$

and

$$x + iy = z = F(\xi + i\eta) = F(\xi), \tag{10.2}$$

where f, φ and F are functions to be determined.

The finite components of strain referred to the strained state now become

$$e_{xx} = (1 - f'^2\zeta_x^2 - \varphi'^2\eta_x^2)/2, \quad e_{yy} = (1 - f'^2\zeta_y^2 - \varphi'^2\eta_y^2)/2,$$
$$e_{xy} = -(f'^2\zeta_x\zeta_y + \varphi'^2\eta_x\eta_y)/2, \tag{10.3}$$

where $\zeta_x = \partial\zeta/\partial x$, $\eta_x = \partial\eta/\partial x$, etc. Assuming the stress-strain relation $\tau_{ij} = \lambda I_1 + 2\mu e_{ij}$, the stress components become

$$\tau_{xx} = \lambda I_1 + \mu(1 - f'^2\zeta_x^2 - \varphi'^2\eta_x^2), \quad \tau_{yy} = \lambda I_1 + \mu(1 - f'^2\zeta_y^2 - \varphi'^2\eta_y^2),$$
$$\tau_{xy} = -\mu(f'^2\zeta_x\zeta_y + \varphi'^2\eta_x\eta_y), \tag{10.4}$$

where $I_1 = 1 - (f'^2 + \varphi'^2)\,|\,d\zeta/dz\,|^2/2$.

11. *Stress-Equations of equilibrium.* The stress equations of equilibrium

$$\tau_{ij,j} = 0, \tag{11.1}$$

give the two non-linear differential equations

$$\partial[\lambda I_1 - \mu(f'^2 + \varphi'^2)\,|\,d\zeta/dz\,|^2/2]/\partial x - (1/2)\mu\,|\,d\zeta/dz\,|^2[\partial(f'^2 + \varphi'^2)/\partial x] = 0,$$
$$\partial[\lambda I_1 - \mu(f'^2 + \varphi'^2)\,|\,d\zeta/dz\,|^2/2]/\partial y - (1/2)\mu\,|\,d\zeta/dz\,|^2[\partial(f'^2 + \varphi'^2)/\partial y] = 0. \tag{11.2}$$

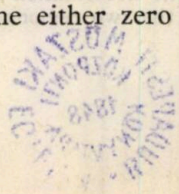
Putting $F_1 = f'^2 + \varphi'^2$, $F_2 = |\,d\zeta/dz\,|^2$, the equations (11.2) take the form

$$\partial(F_1F_2)/\partial x + (1 - 2\sigma)F_2(\partial F_1/\partial x) = 0, \quad \partial(F_1F_2)/\partial y + (1 - 2\sigma)F_2(\partial F_1/\partial y) = 0, \tag{11.3}$$

whose solution is

$$F_1^{2(1-\sigma)}F_2 = k_0^2, \tag{11.4}$$

σ being Poisson's ratio and k_0 a constant of integration. The functional equation in (11.4) has been solved ant it has been shown that it gives rise to a variety of forms which involve circular, elliptic and hyperelliptic functions [18]. For the moment we are not concerned with those solutions. What we want to know is what type of solutions it can give at the turning points where f' or φ' tend to become either zero or infinite. From (11.4) we see



that at such points F_2 tends to become a function of either ζ or η only. Since $F_2 = |\mathrm{d}\zeta/\mathrm{d}z|^2$, the corresponding functional equation can be satisfied only if $z = \exp(k_0\zeta)$, k_0 being a suitable constant. This shows that the deformed plastic state should be a circular cylinder.

12. *Transitional and plastic components of stress.* The principal stresses are given by $\tau_{\xi\xi}$ and $\tau_{\xi\eta}$ and we easily get the values as

$$\tau_{\xi\xi} = \lambda I_1 + \mu - \mu F_2 f'^2, \quad \tau_{\eta\eta} = \lambda I_1 + \mu - \mu F_2 \varphi'^2, \quad \tau_{\xi\eta} = 0. \tag{12.1}$$

Putting $R = 2 - c - c\tau_{\xi\xi}/\mu = F_2[(1-c)F_1 + cf'^2]$, $c = (1-2\sigma)/(1-\sigma)$, we get

$$\partial(\log R)/\partial\zeta = (\partial F_2/\partial\zeta)/F_2 + [\partial F_1/\partial\zeta - c(\partial\varphi'^2/\partial\zeta)]/[(1-c)F_1 + cf'^2] \tag{12.2}$$

Making use of (11.4), we get

$$\partial(\log R)/\partial\zeta = \partial(\log F_2)/\partial\zeta - \{(2-c)F_1[\partial(\log F_2)/\partial\zeta]/2 - c(\partial\varphi'^2/\partial\zeta)\}/[(1-c)F_1 + cf'^2]. \tag{12.3}$$

We get a similar equation if we differentiate R given abowe with respect to η. For $f' \to \infty$, which corresponds to infinite extension we get from (12.3) $\partial(\log R)/\partial\zeta + c[\partial(\log F_2)/\partial\zeta]/2$.

In like manner $\partial(\log R)/\partial\eta + c[\partial(\log F_2)/\partial\eta]/2$. These show that, at transition

$$R = K_1 F_2^{c/2}, \tag{12.4}$$

K_1 being a constant of integration.

Similarly for $f' \to 0$, which corresponds to infinite contraction we get the transition value of R as

$$R = K_2[F^{1/2}\varphi'^2]^{-c/(1-c)}. \tag{12.5}$$

Combined with (12.1) and subsequent equalities we get the transition values of $\tau_{\xi\xi}$ and $\tau_{\eta\eta}$.

As has been pointed out in section **11**, ζ and η are the polar coordinates, so that $z = \exp\zeta$ and $F_2 = |\mathrm{d}\zeta/\mathrm{d}z|^2 = 1/r^2$.

Thus we get from (12.4) and (12.5)

$$\tau_{rr} = \mu(2-c)[1-(b/r)^c]/c, \quad \tau_{rr} = \mu(2-c)[1-(r/a)^{c/(1-c)}]/c, \tag{12.6}$$

(extension, respectively, contraction regions) a, b, being the internal and external radii of the deformed sheet.

From the results for simple shear in finite deformation [19] we see that at transition μ approaches k, the yield stress in shear. By making $c \to 0$ ($\sigma \to 1/2$) we get from (12.6) the plastic radial stress as

$$\tau_{rr} = -2k\log(b/r), \quad d < r < b, \quad \tau_{rr} = -2k\log(r/a), \quad a < r < d, \tag{12.7}$$

where the boundary between the two regions of extension and contraction is given by $d^2 = ab$.

From (12.1) we get the corresponding values oh $\tau_{\theta\theta}$ as

$$\tau_{\theta\theta} = 2k[1-\log(b/r)], \ d < r < b, \ \tau_{\theta\theta} = -2k[1+\log(r/a)], \ a < r < d, \tag{12.8}$$

These give the yield condition mentioned in section **9.**

13. *Nature of deformation.* As flow sets in the strain rates should be used in place of the strain components and the transition state should be taken as the initial state. The definition of strain rate only involves the instantaneous and the neighboring configuration. We should therefore take

$$2\dot{e}_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i}, \tag{13.1}$$

in place of the finite strain components used in section **10.**

The new stress-strain relation is

$$\dot{e}_{ij} = \lambda_1 [(3/2)\, \tau_{ii} - (1/2)\, \tau_{ii}], \tag{13.2}$$

where $e_{ii} = 0$, and where the dot denotes differentiation with respect to a suitable parameter of deformation. This can be obtained from the relation used in section **10,**

$$e_{ij} = E^{-1} [(1 + \sigma) \tau_{ij} - \sigma \tau_{ii}] \tag{13.3}$$

be making $\sigma \to 1/2$, replacing E^{-1} by λ and e_{ij} by $\dot{e}_{ij}$. It is assumed that the elastic strain is negligible.

For the plastic state we get from the values of R (section **12**)

$$(\sigma \to 1/2, \quad c \to 0), \quad f'^2 = 2 - A^2/r^2, \quad A^2 = d^2 = ab.$$

We take α as the angle of bending per unit length and $\log \alpha$ as the flow parameter. Thus

$$\partial e_{rr}/\partial (\log \alpha) = (1 - f'^2)/2 = (d^2/r^2 - 1)/2. \tag{13.4}$$

Therefore

$$\delta u = -(1/2)(r + d^2/r)(\partial\alpha/\alpha). \tag{13.5}$$

In like manner

$$\partial e_{\theta\theta}/\partial (\log \alpha) = (1 - d^2/r^2)/2, \tag{13.6}$$

so that

$$\delta v = r\theta\, (\delta\alpha/\alpha). \tag{13.7}$$

The components of radial and transverse deformation given by (13.5) and (13.7) are exactly the same as those obtained by Hill [14]. The rest of the analysis is on the lines worked out by him.

14. *Creep rupture and relaxation.* In this case current theories require a second semi-empirical condition, called the creep law, in addition to the yield condition. This is due to the use of linear strain measures which do not exist in creep and ralaxation deformation. The non-linear strain measure given in [1, (2.2), p. 256] contains the assumed classical laws. For example, it readily gives Norton's law which has been extensively used.

Let A be the cross-section of a rod of length l and A_0, l_0 the initial values of these quantities. Further, let α be the average constant strain

rate, so that after a time t the total ductile strain is αt. From [1, (2.2)] we have another expression for the total strain. Equating them we get

$$\alpha t = [1-(l_0/l)^n]/n, \quad m = 1. \tag{14.1}$$

The condition of incompressibility gives

$$Al = A_0 l_0. \tag{14.2}$$

If P be the total load we have also the relation

$$P = \tau_y A = \tau_0 A_0. \tag{14.3}$$

Differentiating (14.1) with respect to t and combining the result with (14.2) and (14.3) we get

$$\gamma = \text{Rate of creep strain} = (\mathrm{d}l/\mathrm{d}t)/l = \alpha\,(\tau_y/\tau_0)^n, \tag{14.4}$$

wich is Norton's law.

In like manner other laws due to Odqvist [20] and Kachanov [21] may be deduced [22].

15. *Thermo-elastic yield in simple tension.* In this case the stress-strain relation is

$$\tau_{ij} = \lambda_1 \delta_{ij} e_{ii} + 2\mu e_{ij}, \tag{15.1}$$

where $\lambda_1 = \lambda - \beta k_0^2$, $\beta = (\lambda + 2\mu/3)\alpha$, α is the coefficient of expansion and the temperature θ has been taken equal to $k_0^2 e_{11}$.

The generalized tension-stretch law now becomes

$$\tau_{11} = E_1 \{[1 - l_0/l)^n]/n\}^m \tag{15.2}$$

and the yield stress τ_e is given by $\tau_{11} = \tau_e = E_1/n^m$, which obviously is less than the transition value En^{-m} when the term containing the temperature is absent. Thus we see that at elevated temperatures, the yield stress decreases.

16. *Creep-rupture of thin walled tubes.* Proceeding as in section **6** and making use of the generalized strain measure in (3.2), we find that the transition stresses correspondind to the two measures m and q are given by

$$\tau_{rr} = \{p_0[1 - (b/r)^{c/m}]\}/[(b/a)^{c/m} - 1] + \{p_0[1 - (b/r)^{c/q}]\}/[(b/a)^{c/q} - 1], \tag{16.1}$$

$$\tau_{\theta\theta} - \tau_{rr} = cp_0 (b/r)^{c/m} / [b/a)^{c/m} - 1]. \tag{16.2}$$

which are exactly of the form obtained by Kachanov.

Similarly other cases may be d scussed.

17. *Remarks.* Results so far obtained suggest that the transition concept combined with that of a generalized strain measure can give a satisfactory basis for explaining a variety of irreversible phenomenon.

In one of their next papers the authors will consider some cases concerning a very recent research work due to G. N. Savin devoted to stress concentration around holes [23]. New results may be obtained especially in relation with stress concentrations beyond the limit of elasticity around holes of different forms [23, ch. IV].

Received the 24 VIII 1964

Indian Institute of Technology,
Kharagpur, India
and
Polytechnic Institute of Jassy, Rumania

LITERATURE

1. Seth B. R., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1964, **X (XIV)**, *1—2*, pp. 255—262.
2. — *Generalized Strain and Transition Concepts for Elastic-Plastic Deformation, Creep and Relaxation.* Eleventh Intern. Congress of Appl. Mech., Munich, 1964, Abstracts, pp. 33—34.
3. Mangeron D., *Problems concerning Shells and Plates Oscillations Spectra.* Proc. of the Ninth Congress on Theor. a. Appl. Mech., Kharagpur, 1964 (in print).
4. Mangeron D., Šestopal A. F., Accad. Naz. dei Lincei., Rend. Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. *8*, 1964, **XXXVI**, *1*, pp. 37—42.
5. Манжерон Д., Кожевников С. Н., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1964, **X (XIV)**, *1—2*, pp. 243—254.
6. Seth B. R., *Generalized Transition Concepts concerning Elastic-Plastic Deformation.* Conference held at the Polytechnic Institute of Jassy, Dept. of Mechanics, August 25, 1964.
7. Mangeron D., *Problèmes à la frontière non elliptiques.* Intern. Congress of Mathematicians, Stockholm, 1962, Abstracts of Papers, p. 95.
8. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1962, **255**, pp. 2894—2896.
9. Seth B. R., Phil. Trans. Lond. Roy. Soc., (**A**), 1935, **234**, pp. 231—264.
10. Mangeron D., Krivoshein L. E., Rev. Roum. Sci. Techn., Série Méc. Appl., 1964, **9**, *6*, pp. 1195—1222.
11. Mangeron D., *Neue graphisch-analytische Methoden zum Studium der nichtlinearen Schwingungen.* III. Intern. Konferenz über nichtlineare Schwingungen, DAW, Berlin, 1964 (in print).
12. Shepherd W. M., Seth B. R., Proc. Roy. Soc., London, 1936, (**A**), **156**, p. 171—192.
13. Hill R., *The Mathematical Theory of Plasticity.* Clarendon Press, Oxford, 1950.
14. Seth B. R., Proc. Ind. Acad. Sci., 1941, (**A**), **14**, p. 648—651.
15. — *Non-homogeneous Yield Condition.* Proc. IUTAM Sympos. on non homogenity in Elasticity and Plasticity, Warsaw, 1959.
16. Rozovsky M. I., *Integral Operator Methods in the Hereditary Theory of Creep.* 2nd All-Union Congress on Theor. a. Appl. Mech., Moscow, Jan. 29—Febr. 5, 1964, Abstracts of Papers, p. 184.
17. Mangeron D., Bull. Acad. Roy. Belgique, Cl. Sci., 1964, 5-e s., **L**, *5*, pp. 515—522.
18. Seth B. R., *On a Functional Equation in Finite Deformation.* MRC Techn. Rep., 1961.
19. — *Non-linear Continuum Mechanics.* Presidential address, Sect. Math., Proc. 42 nd Ind. Sci. Congress, 1955, **II**, p. 9.
20. Odqvist F. K. G., *On Second Order Effects in Elasticity, Plasticity and Fluid Dynamics.* Proc. IUTAM Sympos., Haifa, 1962.
21. Kachanov L. M., *Rupture Time under Creep Conditions. Problems of Continuum Mechanics.* SIAM, Philadelphia, 1961, pp. 202—218.
22. Seth B. R., *Asymptotic Phenomenon in large Torsion.* MRC Rep. Nr. 264, 1961.
23. Savin G. N., *Stress Concentration around Holes.* Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris, 1961.

PROBLEMA FENOMENELOR DE TRANZIŢIE (II)

Aplicaţii relative la pînze subţiri şi la tuburi supuse la presiune şi teoria fenomenelor de tranziţie a cadrelor de îmbinare

(Rezumat)

Ca urmare a unor studii duse în mod separat de autori şi cristalizate în [1], [2], şi [3]...[5] şi ca o consecinţă a vizitei făcută la Iaşi de către primul dintre autori în vederea adîncirii legăturilor de colaborare ştiinţifică (august 1964), în această lucrare se expun, păstrîndu-se notaţiile şi rezultatele stabilite în [1], aplicaţii multilaterale ale unei noi teorii a fenomenelor de tranziţie [1], [5] cu privire specială la studiul pînzelor subţiri şi a tuburilor supuse la presiune. Lucrarea se încheie cu prezentarea teorei fenomenelor de tranziţie aplicată la cadrele de îmbinare precum şi cu menţionarea unor probleme în aceeaşi ordine de idei ce vor face obiectul publicaţiilor imediat următoare.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Model clasic. *OA* — domeniul elastic ; *AC* — plastic.
Fig. 2. — Model de tranziţie. *OA* — domeniul elastic ; *AB* — tranziţie ; *BC*— plastic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 621.85

STUDIUL EXPERIMENTAL AL CAPACITĂŢII DE TRACŢIUNE A TRANSMISIILOR PRIN FRECARE CU CABLU DIN OŢEL

NOTA I

INFLUENŢA UNGHIULUI ŞANŢULUI ŞI PRESIUNII DINTRE CABLU ŞI ROATĂ ASUPRA COEFICIENTULUI DE PROFIL AL ROŢII DE ANTRENARE CU ŞANŢ CIRCULAR

DE

CRISTIAN LINDE, AL. RÒR şi VICTOR BAUŞIC

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Generalităţi

Într-o lucrare anterioară [1] s-a arătat că, pentru cunoaşterea valorii reale a forţei de tracţiune capabile a transmisiilor prin frecare cu cablu din oţel, se impune efectuarea unor noi lucrări experimentale, în scopul obţinerii datelor necesare pentru stabilirea valorii coeficientului de antrenare μ_a al acestor transmisii, funcţie de valorile parametrilor lor constructivi şi de exploatare. În aceeaşi lucrare s-a apreciat că prima etapă a acestor noi lucrări experimentale o constituie stabilirea parametrilor constructivi şi de exploatare ai transmisiei, a căror modificare determină variaţia coeficientului de antrenare al acesteia.

În lucrarea de faţă se abordează parţial etapa menţionată pentru cazul roţilor de antrenare cu şanţ circular.

În stadiul actual, coeficientul de antrenare al roţilor cu şanţ circular este dat de relaţia, unanim acceptată,

$$\mu_a = K_p \mu,$$

în care, pe baza considerentelor teoretice formulate de F. Hymans şi A. V. Hellborn [2],

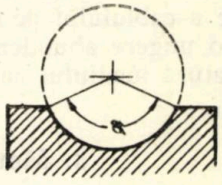


Fig. 1

$$K_p = 4[\sin(\beta/2)]/(\beta + \sin\beta), \tag{1}$$

unde μ_a este coeficientul de antrenare, K_p — coeficientul de profil al şanţului roţii, μ — coeficientul de frecare dintre cablu şi roată, β — unghiul şanţului roţii (fig. 1).

În cadrul lucrării de faţă s-a efectuat verificarea experimentală a relaţiei (1), cu luarea în consideraţie şi a presiunii dintre cablu şi roată, deoarece nu există încă un acord unanim în această privinţă, influenţa presiunii fiind recunoscută de unii autori [2]...[4], dar negată de alţii [5], [6].

2. Condiţiile de lucru

Determinările experimentale s-au efectuat pe un stand prezentat într-o lucrare anterioară [1], avînd schema de montaj şi încărcare a cablului reprezentată în fig. 2.

Roata de antrenare, turnată din fontă cenuşie, a avut un diametru primitiv de 440 mm. Şanţul circular a fost executat prin strunjire cu un cuţit profilat şi apoi calibrat prin şlefuire cu ajutorul unei bare de cupru, de diametru egal cu diametrul cablului, apăsată în şanţul roţii în timpul mişcării acesteia. Unghiul şanţului iniţial $\beta = 179°50'$, s-a micşorat treptat prin strunjirea suprafeţei obezii roţii, ceea ce a asigurat păstrarea nemodificată a calităţii suprafeţei şanţului în decursul tuturor determinărilor. Valorile succesive ale unghiului şanţului au fost: 150°02', 120°17', 90°32', 61°22', 32°13' şi 0°. Pentru cazul roţii fără şanţ ($\beta = 0°$) s-a executat din nou operaţiunea de şlefuire a roţii cu ajutorul unei bare de cupru de secţiune rectangulară.

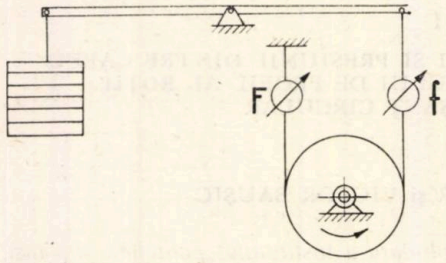


Fig. 2

În toate determinările s-a folosit aceeaşi bucată de „cablu mat 11—6 × 19—160—S/Z STAS 1353—60", în prealabil rodată în şanţul roţii de antrenare un timp suficient pentru a micşora influenţa gradului de uzură a cablului asupra rezultatelor experimentale. Forţele din cele două ramuri ale cablului au fost măsurate cu două dinamometre mecanice de cîte 300 kgf. Intensitatea forţei, aplicată cu ajutorul dispozitivului de tensionare asupra unei ramuri a cablului, a fost variată de la aproximativ 25 kgf pînă la aproximativ 200 kgf (pentru $\beta = 179°50'$) şi 290 kgf (pentru $\beta = 0°$).

Determinările experimentale au fost efectuate cu un unghi de înfăşurare a cablului pe roată de 180°, la viteza de aproximativ $2{,}5\,10^{-2}$ rot/min, cu o ungere abundentă a roţii şi cablului cu unsoare consistentă şi la temperatura mediului ambiant de aproximativ 20°C.

3. Metoda de lucru şi rezultatele obţinute

Pentru o valoare cunoscută a unghiului şanţului roţii β şi pentru o încărcare dată a dispozitivului de tensionare a cablului, s-au înregistrat valorile forţelor din ramurile cablului F şi f pe baza cărora, admiţînd că în cazul transmisiei considerate se poate aplica legea frecării firelor flexibile a lui Euler, s-au calculat:

a) valoarea coeficientului de antrenare cu relația:

$$\mu_a = (1/\pi) \ln (F/f); \tag{2}$$

b) valoarea medie a tensiunii din cablu cu relația:

$$\mathcal{T} = (F - f)/\ln (F/f); \tag{3}$$

c) valoarea medie a presiunii dintre cablu și roată (pentru cazurile $\beta > 0°$) cu relația stabilită în ipoteza unei distribuții cosinusoidale a presiunii în secțiunea transversală a șanțului:

$$p_m = 8\mathcal{T}/[Dd(\beta + \sin\beta)], \tag{4}$$

unde D este diametrul primitiv al roții și d — diametrul cablului.

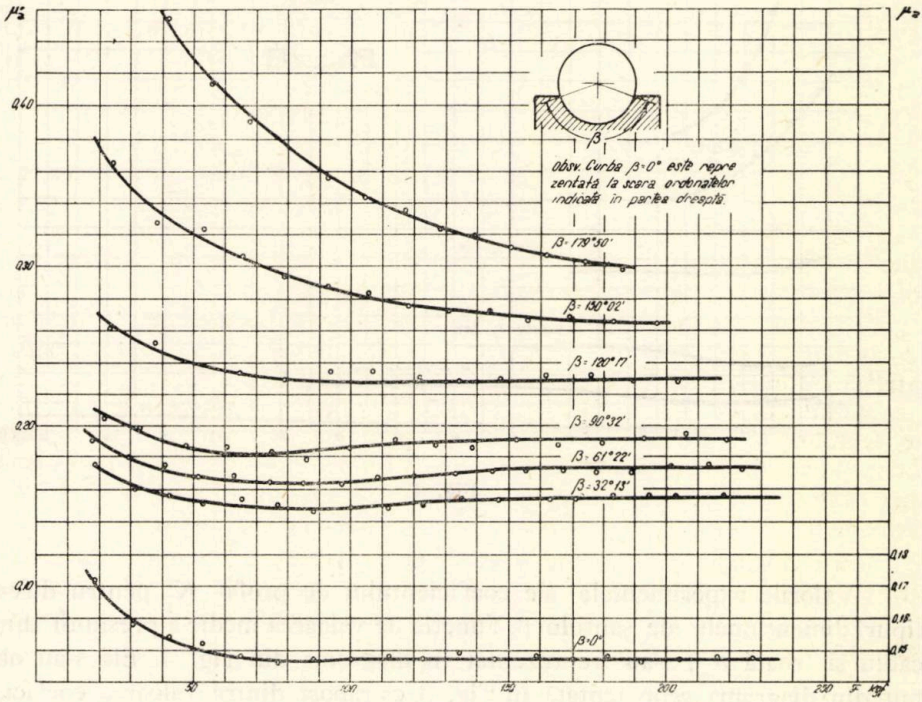


Fig. 3

Pentru fiecare tip dimensional de șanț β s-au realizat între 13 și 19 încărcări diferite ale dispozitivului pentru tensionarea cablului.

Pentru diminuarea erorilor introduse atît de variația inevitabilă a coeficientului de frecare dintre cablu și roată cît și de eroarea inevitabilă de execuție a șanțului în lungul periferiei roții, la fiecare încărcare a dispozi-

tivului pentru tensionarea cablului s-au făcut patru grupe de lecturi, pentru patru poziţii diferite ale roţii, obţinute prin rotirea acesteia cu cîte 90°. Fiecare grupă de lecturi consta, pentru ambele forţe, din cîte cinci lecturi, în calcule introducîndu-se valoarea lor medie.

Valorile experimentale ale coeficientului de antrenare μ_a, pentru diferite tipuri dimensionale ale şanţului β, funcţie de valoarea medie a tensiunii cablului $\mathcal{T}$, s-au reprezentat în diagrama din fig. 3. Este evident că în cazul particular $\beta = 0°$ s-a obţinut valoarea coeficientului de frecare μ dintre cablu şi roată.

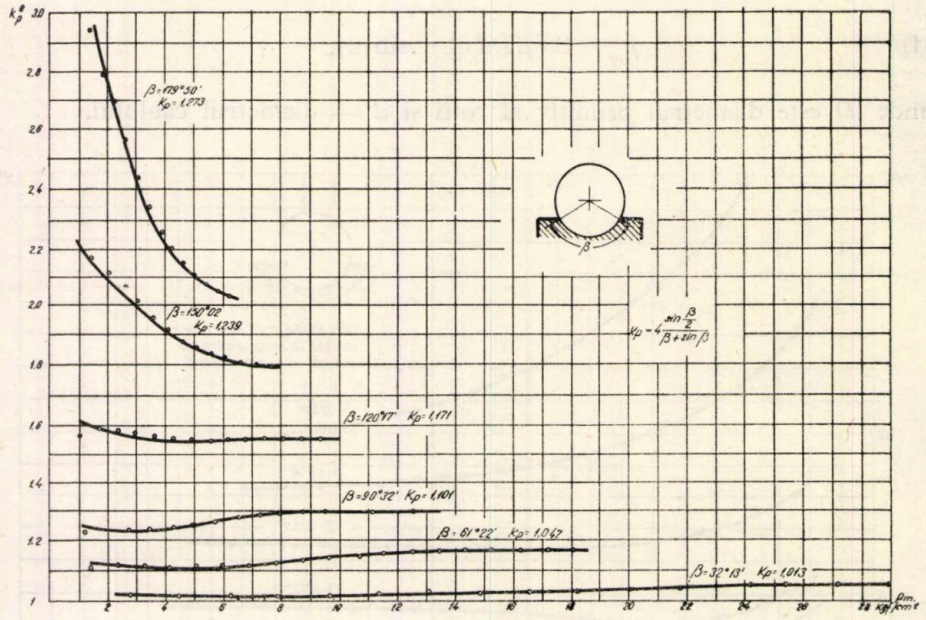


Fig. 4

Valorile experimentale ale coeficientului de profil K_p^e pentru diferite tipuri dimensionale ale şanţului β, funcţie de valoarea medie a presiunii dintre cablu şi roată p_m, s-au reprezentat în diagrama din fig. 4. Ele s-au obţinut din diagrama reprezentată în fig. 3 ca raport dintre valoarea coeficientului de antrenare corespunzătoare unui tip dimensional de şanţ β şi unei tensiuni medii date $\mathcal{T}$, pe de o parte, şi valoarea coeficientului de frecare dintre cablu şi roată μ citită pe curba $\beta = 0°$, pentru aceeaşi valoare a tensiunii medii a cablului, pe de alta. În această diagramă s-a indicat, pentru fiecare tip dimensional de şanţ, şi valoarea teoretică a coeficientului de profil K_p, calculată cu (1).

4. Concluzii

Din examinarea diagramei din fig. 4 se desprind următoarele concluzii:

a) Valoarea coeficientului de profil al roților cu șanț circular pentru antrenarea cablurilor din oțel depinde nu numai de valoarea unghiului șanțului ci și de presiunea dintre cablu și roată.

b) Influența presiunii se manifestă în zona valorilor reduse ale acesteia, la creșterea presiunii observîndu-se tendința de stabilizare a coeficientului de profil la o valoare constantă.

c) În domeniul valorilor reduse ale presiunii influența sa depinde de unghiul șanțului; în cazul unghiurilor mici, creșterea presiunii determină o majorare, iar în cazul unghiurilor mari, o scădere a valorii coeficientului de profil.

d) La toate tipurile dimensionale de șanțuri, valorile reale ale coeficientului de profil sînt mai mari decît valorile calculate cu relația (1), diferența fiind cu atît mai accentuată cu cît unghiul șanțului are valoare mai mare.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanisme și organe de mașini

BIBLIOGRAFIE

1. Linde C., Ror Al., Bul. Inst. polit. Iași, 1963, **IX** (**XIII**), *3—4*, pp. 295—304.
2. Hymans F., Hellborn A. V., *Der neuzeitliche Aufzug mit Treibscheibenantrieb.* J. Spinger, Berlin, 1927.
3. Kawecki Z., Stachurski J., Prz. gorn., 1955, **XI** (**XLII**), *7—8*, pp. 282—288.
4. Czerner K., Bergbautechnik, 1954, **7**, S. 369—370.
5. Цикавый Л. А., Бестн. машиностр., 1955, **12**, стр. 15—17.
6. Рулин И. А., Сб. ВНИИПТМАШ, 1959, **28**, стр. 56—75.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЯГОВОЙ СПОСОБНОСТИ ПЕРЕДАЧИ С КАНАТОВЕДУЩИМ ШКИВОМ

Заметка I

Влияние угла ручья и давления между канатом и шкивом на профильный коэффициент шкива с кольцевым ручьем

(Резюме)

Проверяется экспериментально профильный коэффициет данный теоретическим отношением (1) учитывая и влияние давления между канатом и шкивом.

Для различных величин угла ручья β и усилий ветви каната F и f были высчитаны: величина приведенного коэффициента трения (отношение (2)), средняя

величина усилия каната (отношение (3)) и средняя величина давления между канатом и шкивом (отношение (4)).

На основание полученных результатов, представленных диаграммой на рис. 4, было сделано заключенне, что величина профильного коэффициента зависит от величины удельного давления только в зоне ее приведенных величин, а также что характер поведения этого влияния зависит от величины угла ручья.

Величины, экеперимснтально полученные для профильного коэффициента, оказываются всегда больше теоретических величин расчитанных отношением (1).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

Д. К. 621.9

К ВОПРОСУ ВЛИЯНИЯ МАСШТАБНОГО ФАКТОРА НА КОНТАКТНУЮ ЖЕСТКОСТЬ СТАЛЬНЫХ ДЕТАЛЕЙ

Г. Е. ЧИХЛАДЗЕ

1. О влиянии величины площади на контактную жесткость имеются противоречивые утверждения. Х. М. Еникеев на основании экспериментов, пришел к выводу, что *уменьшение номинальной площади стыков, при сохранении той же чистоты поверхности, не уменьшило, а увеличило жесткость стыков*, так как „уменьшение номинальной площади стыка в сотни раз привело к увеличению сближения, т. е. к уменьшению жесткости всего в 7...10 раз".

Позднее проф. А. П. Соколовский указывает, что „если приписать отжатия узла главным образом упругим деформациям соединительных деталей", то при изменении размеров всех деталей узла так, что эти детали остаются геометрически подобными, *жесткость должна возрастать пропорционально линейным размерам детали* а следовательно любому основному размеру станка (например, высоте центров токарного станка), или *жесткость возрастает значительно медленнее, чем номинальная площадь соприкосновения.*

Эти предположения проф. А. П. Соколовского идентичны, но противоположны выводам, полученным Х. М. Еникеевым.

По нашему мнению наиболее вероятная причина такого вывода Х. М. Еникеева заключается в том, что при опытах не было исключено влияние некоторых факторов, которые оказывают существенное влияние на контактную жесткость.

Х. М. Еникеевым опыты проводились на строганных образцах прямоугольного сечения размером 150×190 мм, высота бруска 75 мм. Площадь стыков уменьшалась после каждого опыта на 25% состраганием у краев брусков симметричных прямоугольных площадок в направлении параллельной короткой стороне прямоугольников. Сила сжатия была равна во всех случаях — 5 т.

Это вызвало в последующих опытах изменения: а) соотношения величины размеров площади поперечного сечения и высоты; б) удельного давления с 37 кг/см^2 до 150 кг/см^2; в) качества поверхности, так как в последующих опытах участвовала поверхность, которая в предыдущих опытах подвергалась нагружению. Поэтому поверхность, подвергающаяся опыту в продолжении эксперимента изменялась. Это изменение происходило вследствие изменения величины гребешков из-за местных остаточных деформаций у вершин (самих гребешков) в точках соприкосновения сопряженных деталей.

Проведенные нами опыты показали, что в зависимости от количества нагружения изменяется жесткость стыка. В частности, разница жесткости при первом нагружении резко отличается от последующих и получено, что при первичном нагружении жесткость данной детали почти в два раза меньше, чем при повторных нагружениях, как при шлифованной контактной поверности, так и при строганной.

Изменение удельного давления в экспериментах Х. М. Еникеева, когда преследовалась цель установить влияние масштабного фактора на контактную жесткость, добавляет еще один фактор, который также влияет на контактную жесткость, так как известно, что контактная жесткость от величины нагрузки также изменяется и это изменение не линейное.

Совокупность всех этих факторов и обусловила выводы, которые были получены Х. М. Еникеевым.

2. Нами проведен частичный анализ ГОСТ 7895—56 г., *Станки токарные общего назначения*, который подтвердил правильность мнения проф. А. П. Соколовского, что жесткость станка j возрастает в зависимости от высоты центров токарного станка, выраженная через наибольший диаметр D обрабатываемой детали, но это изменение (как предполагалось) не линейное.

Нами получено, что жесткость

$$j = BD^{0,36} \text{ кг/мм},$$

где B — постоянный коэффициент и зависит от точки приложения нагрузки. При нагружении у передней бабки $B_{пб} = 150$ кг/см^2, а при нагружении у задней бабки $B_{зб} = 120$ кг/см^2.

Наши выводы подтверждаются и последующими работами ряда сотрудников ЭНИМС: ст. научного сотрудника В. А. Веденского, С. Я. Броунштейна, Я. Е. Абрамова, В. И. Алферова и Б. А. Александрова, которыми получено, что жесткость: для карусельных станков $j_{норм} = 115\,D^{1/3}$ кг/мм, для токарно-револьверных станков $j_{норм} = C\,d^{1/3}$ кг/мм, для поперечно строгальных станков $j_{норм} = EH^{1/3}$ кг/мм, для бесконсольных вертикально-фрезерных станков $j_{норм} = MB^{2/3}$ кг/мм, для вертикально-сверлильных станков $j = 265\,d_c^{1/3}$ кг/мм, для плоскошлифовальных станков $j_{норм} = 22\,B^{2/3}$ кг/мм, для горизонтально расточных станков $j_{норм} = 10\,d$ кг/мм, для фрезерных станков $j_{норм} = 25\,B^{2/3}$ кг/мм, для долбежных станков $j_{норм} = 200\,H^{1/3}$ кг/мм, для многошпиндельных прутковых автоматов $j_{норм} = 875\,d^{1/3}$ кг/мм, для продольно строгальных станков $j_{норм} = AB_m^{1/3}$ кг/мм, для радиально сверлильных станков $j_{ср} = 340\,d_c^{1/3}$ кг/мм, где D — наибольший диаметр устанавливаемой заготовки в мм, B — ширина стола в мм, H — наибольшая длина хода ползуна или долбяка в мм, B_m — наибольшая ширина строгания в мм, d — наибольший диаметр обрабатываемой заготовки в мм, d_c — наибольший диаметр сверления в мм, A, E, C, M — коэффициенты.

В общем виде все эти формулы можно выразить так:

$$j = AM^n \text{ кг/мм},$$

где A — коэффициент и зависит от типа станка; M — характерный размер, главный параметр станка; n — показатель степени, зависит от типа станка.

Все вышеприведенное подтверждает влияние масштабного фактора на контактную жесткость и показывает, что данный вопрос является одним из важных вопросов, подлежащий исследованию.

3. Изучение вопроса влияния масштабного фактора на контактную жесткость затрагивает ряд вопросов, как-то: определение критерия качества резко отличающихся по размеру поверхностей, влияние материала на контактную жесткость, влияние схемы нагружения, какова схема распределения нагрузки в металле, влияние предварительного наклепа, влияние усталости поверхностного слоя и др.

Нами рассмотрен конкретный случай, а именно — влияние масштабного фактора на контактную жесткость плоских стальных деталей как со строганной, так и шлифованной поверхности в определенном диапазоне размеров.

Испытанию подвергались круглые образцы с площадью контакта от 7 мм² до 24050 мм². Всего изготовлено 310 образцов с разными размерами (см. табл. 1, 2). Количество образцов каждого размера колебалось от 10 до 40 шт. Это давало возможность при каждой ступени нагружения иметь не менее 5 точек измерения.

С целью создания на всех шлифованных образцах (102 шт) идентичной поверхности, шлифование производили на одном и том же станке мод. 372 АМ одним и тем же шлифовальным кругом, одним и тем же режимом резания с соблюдением постоянной длины хода стола. Это дало возможность в зависимости от габарита образцов одновременно обрабатывать их разное количество.

С целью получения одинакового качества строганной поверхности, все образцы (206 шт) обрабатывались на поперечно-строгальном станке мод. 736 следующим режимом резания: число двойных ходов $n = 33$ дв ход/мин, подача на один двойной ход $S = 0{,}24$ мм/дв ход, глубина резания $t = 0{,}5$ мм, длина хода ползуна $L = 255$ мм.

Во избежание влияния места хода ползуна на качество обработанной контактной поверхности оно было постоянным (несмотря на размер обрабатываемого образца). Поэтому в зависимости от величины обрабатываемой детали одновременно обрабатывалось разное количество деталей.

Вышеуказанное условие обработки дает право утверждать, что образцы были получены идентичного качества контактной поверхности, так как имеющаяся погрешность станка одинаково влияла на обработку образцов всех размеров.

Ввиду того, что практически в большинстве случаев в машине соприкасаются две поверхности одинакового качества, поэтому при испытании замерялось относительное смещение двух испытуемых деталей, а не испытуемой детали и плиты, у которой идеальная жесткость и поверхность иной чистоты.

При испытании соблюдалось еще одно условие (по нашему мнению немаловажное), что, несмотря на площадь контактной поверхности прилагаемое условие на единицу площади было постоянным и менялось от 0,1 кг/мм² до 1 кг/мм² со ступенями в 0,1 кг/мм². Каждый образец нагружался ступенчато 5 раз. При нагружении измеряли 11 точек, а при разгружении 6 точек.

Испытание поверхностей малых размеров производилось непосредственным нагружением при помощи специального приспособления, схема которого дана на рис. 1.

В корпусе *3* расположены испытуемые образцы *4* и *6*, которые соприкасаются поверхностью *5*. Нагружение происходит непосредственным накладыванием центрированных грузов *1* на плунжер *2*, который расположен в корпусе *3* скользящей посадкой. Плунжер *2* имеет центр, при помощи которого соприкасается с основанием образца и передает ей нагрузку. Образцы во втулке посажены ходовой посадкой и имеют гладко обработанное основание. Корпус *3* закреплен в направляющих *8*, ось которого строго перпендикулярна к основанию.

Все эти мероприятия обеспечивали передачу усилия от плунжера *2* строго по центру, направленного по оси симметрии образца. Измерение относительного смещения образцов, которое производилось тензометром системы проф. А и с т о в а, закладывали в окошечке *7* корпуса *3*.

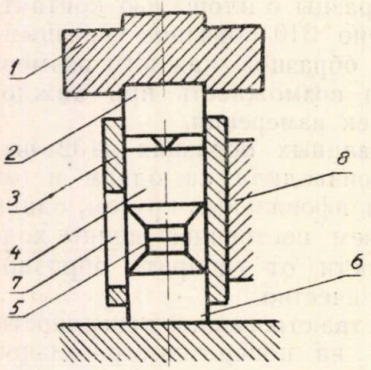


Рис. 1. — Приспособление для нагружения деталей малых размеров. *1* — груз; *2* — плунжир; *3* — корпус; *4, 5* — испытуемые образцы; *6* — контактная поверхность; *7* — окошечко для размещения тензометра; *8* — направляющие.

Нагружение средних образцов производилось на специальном рычажном прессе, схема которого дана на рис. 2.

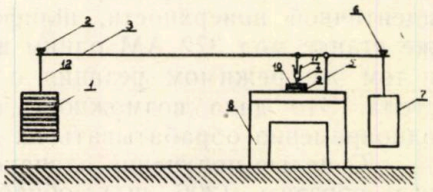


Рис. 2. — Приспособление для нагружения деталей средних размеров. *1* — груз; *2...6* — призмы; *3* — рычаг; *4* — нагружающий шарнирный центр; *5* — опора; *7* — противовес; *8* — станина; *9,10* — испытуемые образцы; *11* — телескопический винт; *12* — подвеска для груза.

Рычаг *3* шарнирно закреплен на стержне *5*, который со своей стороны ввинчен в станине *8*. На левой стороне рычага *3*, при помощи призмы *2*, подвешена подвеска *12* для груза *1*, а на правой стороне призмой *6* подвешен противовес *7*, который уравновешивает рычаг (с подвешенными деталями) в ненагруженном состоянии. Испытуемые образцы *9, 10* укладываются на коробчатой станине *8*. Параллельность (горизонтальность) рычага *3* и верхней поверхности станины *8* проверяется чувствительным рамным уровнем.

Нагружение образцов производили через телескопический винт *11* и центр *4*. Телескопический винт дает возможность менять длину винта при испытании образцов разной толщины с целью сохранения горизонтального положения рычага. Чувствительность пресса при соотношении плеч 1/10 такова, что укладывая груз в 0,120 кг на подвеску *12*, рычаг *3* наклоняется на максимально возможный угол.

Нагружение больших образцов производили на 50 т гидравлическом прессе или прессе Амслера. Всего на 102 шлифованных образцах проведено свыше 4200 измерений. Обработанные результаты испытаний приведены в таблице 1.

Всего на 206 строгальных образцах произведено более 8700 замеров. Обработанные результаты испытания приведены в таблице 2.

В этих таблицах раздельно даны отжатия (как среднеарифметические величины) как первичных, так и повторных нагрузок.

Таблица 1

Результаты экспериментов стальных шлифованных деталей

Nr.	Площадь контактной поверхности F мм²	Нагрузка P кг	Среднее максимальное отжатие y мк		Средняя жесткость j кг/мк	
			при первичной нагрузке	при повторной нагрузке	при первичной нагрузке	при повторной нагрузке
1	7	7	17,5 [1])	7,5	0,4	0,9
2	100	100	8,7	3,5	11,8	28,5
3	1 950	1 900	21,9 [1])	3,6	67	528
4	4 410	4 500	15,4	7,1	292	636
5	10 020	10 000	15	8,3	670	1 150
6	24 050	25 000	17	11,5	1 470	2 170

Таблица 2

Результаты экспериментов стальных строганных деталей [2])

Площадь контакта F мм²	Максимальная удельная нагрузка P кг	Максимальная удельная нагрузка p кг/мм²	Среднее максимальное отжатие y мк		Средняя жесткость j кг/мк	
			при первичной нагрузке	при повторной нагрузке	при первичной нагрузке	при повторной нагрузке
7,07	7	0,987	26	10	0,4	0,7
53	55	1,035	20,5	11,1	2,7	4,95
100 (99,5)	100	1,00	15,1	4,6	7,4	21,7
1 800	1 800	1	30,2	14,1	61,5	128
4 410	4 410	1	26,7	8,05	164	548
10 020	10 020	1	39,4	18,5	270	590
17 600	17 600	1	35,2	21,1	500	830
24 050	24 050	1	35,0	24,3	690	990

4. Анализируя полученные данные, можно заключить, что:

1. При повторных нагрузках жесткость почти в два раза больше, чем при первичной нагрузке.

2. В связи с тем, что жесткость самой детали при растяжении или сжатии $j = P/y$ кг/мм, где j — жесткость самой детали, P — усилие, y — соответственное удлинение и $y = Pl/EF$, то

$$j = EF/l \text{ кг/мм},$$

[1]) При испытании данных образцов на двух образцах не удалось достигнуть указанной в таблице нагрузки, а эти цифры выведены как среднее, исходя из фактического отжатия при наибольшей нагрузке, достигнутой при испытании этих образцов. Поэтому фактическое отжатие при нагрузке в 1 кг/мм² немногим больше, чем в таблице.

[2]) Колебание удельного давления в пределах ± 3%.

где E — модуль упругости, l — длина детали, F — площадь поперечного сечения.

Из формулы видно, что для определенного материала при одной и той же длине детали жесткость самой детали тем больше, чем больше площадь поперечного сечения.

Если расчет жесткости вести не из усилия P кг, а исходя из удельного давления p кг/мм^2, то получим, что:

$$j_{yg} = E/l \text{ кг/мм}^2,$$

т. е. при таком выражении жесткости влияние величины площади поперечного сечения скрывается.

Исходя из вышеизложенного при определении характера влияния масштабного фактора на контактную жесткость следует рассматривать жесткость, полученную не из соотношения удельного давления к перемещению j_{yg} кг/мм^3, а рассматривать жесткость, полученную из соотношения усилия к перемещению j кг/мм.

При этом следует оговориться, что в обязательном порядке это усилие определяется исходя из условий, что во всех экспериментах для деталей любого размера удельное давление одинаково.

3. С увеличением площади контактной поверхности увеличивается и жесткость.

4. Графики изменения жесткости при первичной нагрузке в зависимости от площади контактной поверхности даны на рис. 3 и 4.

Из полученного графика можно утверждать что жесткость при первичной нагрузке прямо пропорциональна площади контактной поверхности и выражается

$$j_{\text{пн}} = AF \text{ кг/мк},$$

где для шлифованных образцов $A = 6{,}3\ 10^{-2}$, а для строганных образцов $A = 3\ 10^{-2}$.

5. Сравнивая влияние чистоты обработки соприкасающихся поверхностей на жесткость при первичной нагрузке заключаем, что если поверхность шлифованная, то контактная жесткость почти в два раза больше по сравнению с жесткостью, которая получается при строганной поверхности.

6. Графики изменения жесткости в зависимости от площади контактной поверхности при повторных нагрузках даны на рис. 5 и 6.

График показывает, что при малой площади контактной поверхности, с увеличением площади контактной поверхности интенсивно возрастает жесткость, но далее возрастание жесткости j при возрастании площади F происходит менее интенсивно.

Построив этот график на двойной логарифмической сетке получаем схему, данную на рис. 7 и 8. Приведенные графики дают возможность заключить, что зависимость между контактной жесткостью j шлифованных и строганных поверхностей и площадью F контактной поверхности при повторных нагрузках выражается следующим степенным уравнением:

$$i = BF^b \text{ кг/мк},$$

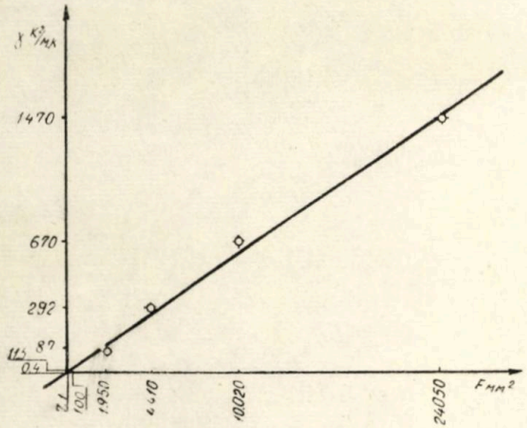


Рис. 3. — Зависимость между номинальной площадью стыка F и контактной жесткостью j при первичной нагрузке для шлифованных деталей.

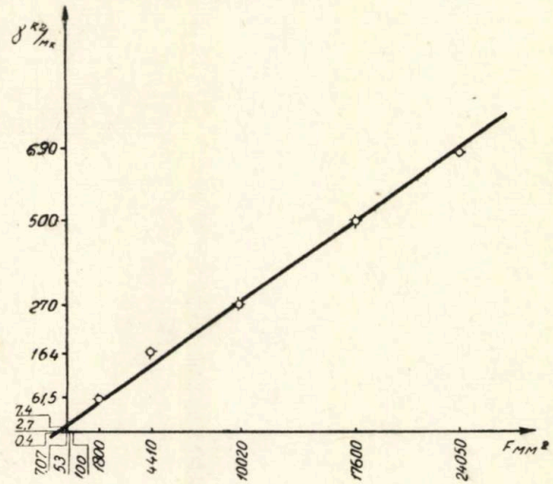


Рис. 4. — Зависимость между номинальной площадью стыка F и контактной жесткостью j при первичной нагрузке строганных деталей.

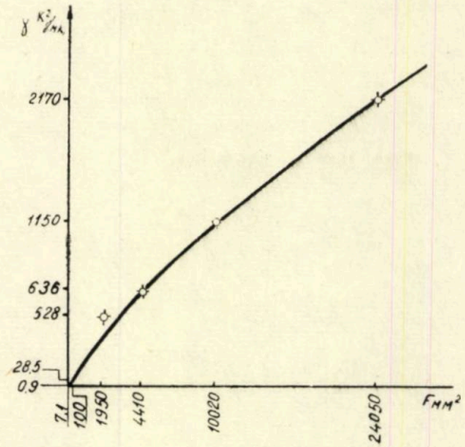


Рис. 5. — Зависимость между номинальной площадью стыка F и контактной жесткостью j при повторных нагрузках шлифованных деталей.

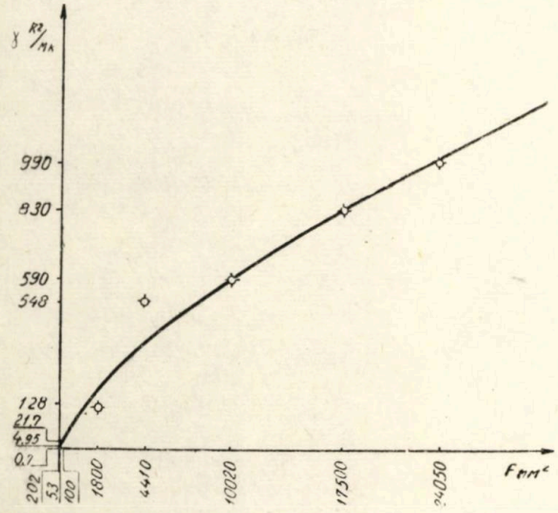


Рис. 6. — Зависимость между номинальной площадью стыка F и контактной жесткостью j при повторных нагрузках строганных деталей.

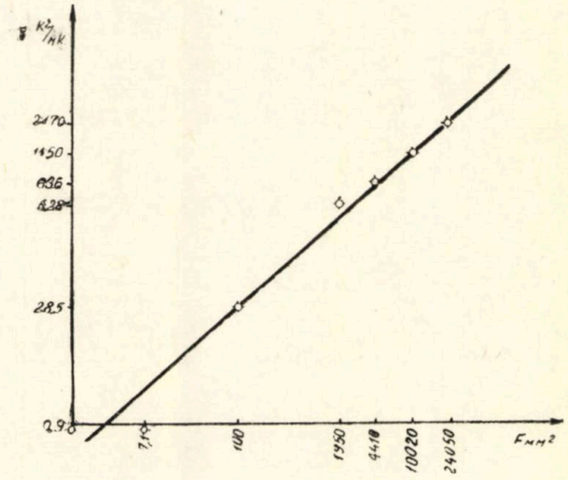


Рис. 7. — Зависимость между номинальной площадью стыка F и контактной жесткостью j при повторных нагрузках шлифованных деталей в логарифмических координатах.

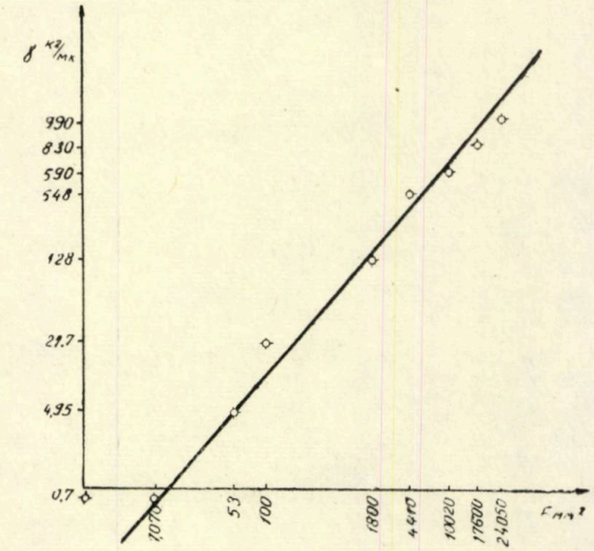


Рис. 8. — Зависимость между номинальной площадью стыка F и контактной жесткостью j при повторных нагрузках строганных деталей в логарифмических координатах.

при шлифованной поверхности коэффициент $B = 0{,}7$ а показатель степени $b = 0{,}8$, а при строганной поверхности $B = 0{,}15$ а $b = 0{,}9$.

Приведенные графики дают возможность определить наименьшую величину контактной площади соприкасающихся деталей в собранном узле, если задасться допускаемой жесткости узла (или сопряжения).

7. При повторных нагружениях влияние чистоты поверхности на контактную жесткость выражено резко. При переходе от строганной поверхности на шлифованную, контактная жесткость возрастает в среднем в полтора-два раза.

Поступила 16 II 1962 г.

Грузинский политехнический институт им. В. И. Ленина, Тбилиси, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Еникеев Х. М., *Жесткость металлорежущих станков.* ЦБТИ, 1950.
2. Соколовский А. П., *Расчеты точности обработки на металлорежущих станках.* Машгиз, М., 1952.
3. — *Научные основы технологии машиностроения.* Машгиз, М., 1955.
4. Чихладзе Г. Е., Тр. Гр. политех. ин-та, 1958, **3**, *60*.
5. — Тр. Гр. политех. ин-та, 1959, **5**, *66*.
6. Веденский В. А., Броунштейн С. Я., *Дополнение стандартов на нормы точности карусельных фрезерных и долбежных станков. Нормативы на жесткости.* Главниипроект при Госплане СССР, ЭНИМС, реф. работ за 1957 г., ЦБТИ, 1958.
7. Веденский В. А., Абрамов Я. Е., *Нормы жесткости многошпиндельных прутковых автоматов (горизонтальных) и нормирование жесткости радиально сверлильных станков. Проект нормы жесткости.* Главниипроект при Госплане СССР, ЭНИМС, реф. работ за 1958 г., ЦБТИ, 1959.
8. Веденский В. А., Абрамов Я. Е., Броунштейн С. Я., *Станки поперечно-строгальные. Проект нормы жесткости (дополнение к ГОСТу 10-59).* Госком. Сов. Мин. СССР по автомат. и машиностр., ЭНИМС, реф. работ за 1960 г., М., 1961.
9. Веденский В. А., Алферов В. И., Александров Б. А., *Станки токарно-револьверные. Проект нормы жесткости.* Госком. Сов. Мин. СССР по автомат. и машиностр., ЭНИМС, реф. раб. за 1960 г., М., 1961.
10. Веденский В. А., Александров Б. А., *Станки верст-фрезерные с крестовым столом. Проект норм жесткости.* Госком. Сов. Мин. СССР по автомат. и машиностр., ЭНИМС, реф. раб. за 1960 г., М., 1961.
11. Веденский В. А., Алферов В. И., *Станки плоскошлифовальные с крестовым столом и горизонтальным шпинделем. Проект норм жесткости.* Госком. Сов. Мин. СССР по автомат. и машиностр., ЭНИМС, реф. раб. за 1960 г., М., 1961.
12. Веденский В. А., Абрамов Я. Е., *Станки горизонтально-расчетные и станки вертикально-сверлильные. Проект норм жесткости.* Госком. Сов. Мин. СССР по автом. машиностр., ЭНИМС, реф. раб. за 1959 г., М., 1960.

ASUPRA PROBLEMEI INFLUENŢEI FACTORULUI DE SCARĂ ASUPRA RIGIDITĂŢII DE CONTACT A PREFABRICATELOR DIN OŢEL

(Rezumat)

1. Analiza la strung a *Normelor de rigiditate GOST* arată că o dată cu creşterea gabaritului maşinii, exprimată prin diametrul D mm al prefabricatului de prelucrat (şi o dată cu aceasta şi al secţiunii de contact), creşte şi rigiditatea j, egală cu $j = B_0 D^{0,3}$ kg/mm, in care B_0 este un coeficient. Concluzii similare au fost obţinute şi de alţi autori (ENIMS) pentru maşini unelte de alte tipuri.

2. Experienţele efectuate cu piese de oţel de 7 mm² pînă la 24050 mm² (310 exemplare), cu suprafeţe strunjite şi şlefuite, au indicat următoarele:

a) este justificată ipoteza că rigiditatea de contact j creşte odată cu suprafaţa de contact F; la prima încărcare $j = AF$ kg/mk, în care $A = 6{,}3\,10^{-2}$ la exemplarele şlefuite şi $A = 3\,10^{-2}$ la cele strunjite; la repetarea încărcării $j = BF^b$ kg/mk, în care $B = 0{,}7$ şi $b = 0{,}8$ la suprafeţele şlefuite şi $B = 0{,}10$, $b = 0{,}9$ la suprafeţele strunjite;

b) la încărcări repetate rigiditatea devine de aproape două ori mai mare decît la prima încărcare.

3. Diagramele date permit determinarea valorii minime a suprafeţei de contact F, cînd se cunoaşte rigiditatea minimă j.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Dispozitiv pentru încărcarea prefabricatelor de dimensiuni mici. *1* — greutate; *2* — plonjor; *3* — corp; *4*, *5* — probe; *6* — suprafaţă de contact; *7* — orificiul pentru amplasarea tensometrului; *8* — ghidaje.

Fig. 2. — Dispozitiv pentru încărcarea prefabricatelor de dimensiuni medii. *1* — greutate; *2*, *6* — prisme; *3* — pîrghie; 4 — centrul de încărcare al articulaţiei; *5* — reazim; *7* — contragreutate; *8* — batiu; *9*, *10* — probe; *11* — şurub telescopic; *12* — suspensie pentru greutate.

Fig. 3. — Dependenţa dintre suprafaţa nominală de contact F şi rigiditatea de contact j în cazul unei prime încărcări a prefabricatelor şlefuite.

Fig. 4 — Dependenţa dintre suprafaţa nominală de contact F şi rigiditatea de contact j în cazul unei prime încărcări a prefabricatelor strunjite.

Fig. 5. — Dependenţa dintre suprafaţa nominală de contact F şi rigiditatea de contact j în cazul încărcărilor repetate a prefabricatelor şlefuite.

Fig. 6. — Dependenţa dintre suprafaţa nominală de contact F şi rigiditatea de contact j în cazul încărcărilor repetate a prefabricatelor strunjite.

Fig. 7. — Dependenţa dintre suprafaţa nominală de contact F şi rigiditatea de contact j în cazul încărcărilor repetate a prefabricatelor şlefuite, în coordonate logaritmice.

Fig. 8. — Dependenţa dintre suprafaţa nominală de contact F şi rigiditatea de contact j în cazul încărcărilor repetate a prefabricatelor strunjite, în coordonate logaritmice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Construcţii. Hidrotehnică

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 3 - 4, 1964

Строительство. Гидротехника

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Constructions. Hydrotechnics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

D. C 624.9 ; 534.154

EXPERIMENTAL DETERMINATIONS OF NATURAL PERIODS AND DAMPING IN BUILDINGS

BY

ANTON ŞESAN, I. CIONGRADI, DANIEL DIACONU and LUCIAN STRAT

1. Introduction

In previous papers [1], [2], results were presented on the experimental determination of natural periods of vibration, with special reference to blocks of flats five or six storeys high, erected in the big-panel method.

The experimental method used consisted in measuring the response of the structure caused by continuous motion produced by ground microseisms.

As previously stated [1], [2] vibrations caused by microseisms allow an easy way to determine the natural periods of buildings. This method, generally very suitable (as regards time, costs, facility, etc.) proves to be more so in the case of a great number of determinations, indispensable in a statistical interpretation.

Since building displacements caused by microseismic ground motions are extremely small, ranging from $1 \ldots 2\mu$, a check of the results (often questionable in the case of microvibrational methods) is considered necessary with these obtained by measuring the 100 times greater „macro" vibrations produced by a vibrating generator.

Results obtained in tests with the forced vibration generator are compared with results obtained by means of the „microseismic method" as regards period determination and with shock tests performed in the neighboring foundation ground as regards damping influence.

A. Description of the Investigated Buildings

All investigated buildings have roughly the same dimensions in plane (10×27 m), a height of 13.5 m and an identical architectural layout.

The r. c. precast panels for walls and floors are of the size of a room. The panels are jointed along all their borders by r. c. cast-in-place columns and girdles.

The buildings erected in the big-panel method were designed with three longitudinal shear-walls. The number of transverse shear-walls varies, according to the type of the structure, from six to eight.

In blocks of flats erected in the precast panel method, stairs are constructed of precast concrete, while in blocks with a load-bearing masonry wall structure, the stairs are of cast in place reinforced concrete.

In all investigated buildings, continuous reinforced concrete foundation soles were provided.

B. The Recording Equipment

The displacements of the vibration structure under microseismic motions not exceeding 1μ, the use of a very sensitive equipment was necessary for vibrational recording.

The recording apparatus comprises a special electromagnetic seismometer (Fig. 1) — built in our laboratory for this purpose — and an oscilloscope with a 0.02 s time base photo-recorder.

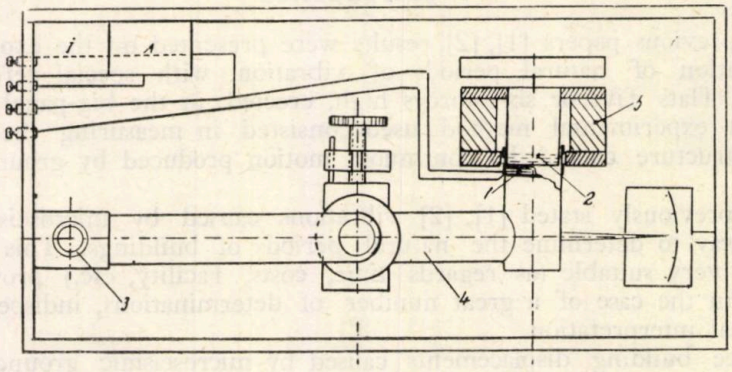


Fig. 1. — Seismometer. *1* — Catching movable coil of the signal; *2* — Damping movable coil; *3* — Spring; *4* — Pendulum; *5* — Permanent magnet; *i* — Integrator; *A* — Amplifier.

The natural period of the seismometer is 1.3 s, allowing for adjustment by means of a spring, to match the expected frequency of the investigated phenomenon. Its damping is worth 65% of the critical and, for a 2 μ/s velocity, the voltage at the contacts of the catching movable coil is 1 mV.

The simultaneous recording of vibrations in various points and directions of the investigated building was achieved by use of coupled seismometers and a multichannel oscilloscope. In the case of displacement recordings in terms of the magnitude of the signal, integrators or amplifiers-integrators were connected between the seismometers and the oscilloscope.

This equipment was also used in the case in which a forced vibration generator was employed as an excitator.

C. The Forced Vibration Generator

A generator of forced vibrations was used, consisting mainly of two rotating eccentric disks (22 cm radius) turning in opposite sides. When reaching a limited maximum frequency (700 RPM), the eccentric — the

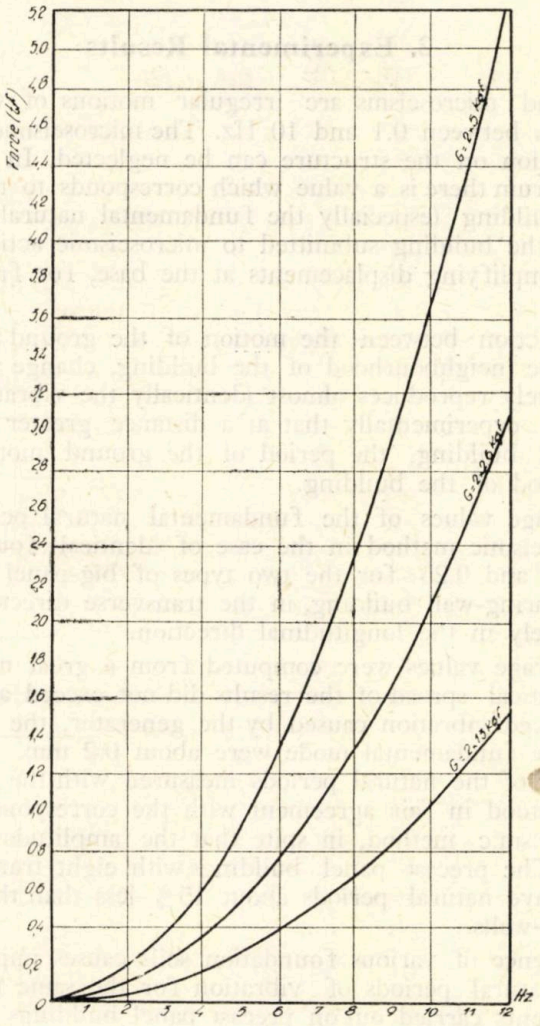


Fig. 2. — Forced vibration in terms of frequence of the vibration generator.

weight of which may vary from 1.3 to 5 kg — gives rise to a 4600 kg force. The diagram in Fig. 2 gives the values of the generated force in terms of the frequency of rotations and various eccentric weights $G_1 = 2\,G$. The electric drive is provided by a 1.7 kW electric motor.

The vibration generator was fixed by means of bolts in the center of the top floor of the investigated building. After the maximum frequency was reached, the generator was let to slow down freely, thus sweeping the entire spectre of frequencies in which the natural frequencies of the structure make themselves evident by resonance phenomena.

2. Experimental Results

The ground microseisms are irregular motions of vibrational nature with frequencies between 0.1 and 10 Hz. The microseismic action of higher modes of vibration on the structure can be neglected. In the microseismic frequency spectrum there is a value which corresponds to the natural frequency of the building (especially the fundamental natural frequency), with the result that the building submitted to microseismic action behaves like a filter, greatly amplifying displacements at the base, for frequencies close to its natural ones.

The interaction between the motion of the ground and of the building in the close neighbourhood of the building, change the nature of the microseism, namely reproduces almost identically the vibration of the building. We proved experimentally that at a distance greater than 25 m from the investigated building, the period of the ground motion is adapted to the natural period of the building.

The average values of the fundamental natural periods, determined with the microseismic method in the case of identical foundation soil (silty clay) are: 0.3 s and 0.25 s for the two types of big-panel buildings; 0.28 s for the load-bearing-wall building, in the transverse direction; 0.27 s, 0.21 s, 0,24 s respectively in the longitudinal direction.

These average values were computed from a great number of recordings. The statistical spread of the results did not exceed a few percentages.

Under forced vibration caused by the generator, the amplitudes of the vibrations in the fundamental mode were about 0.2 mm.

The values of the natural periods measured with the aid of the vibration generator stood in fair agreement with the corresponding values given by the microseismic method, in spite that the amplitudes were some 200 times greater. The precast panel buildings with eight transverse shear-walls (diaphragms) have natural periods about 15% less than those with only six transverse shear-walls.

The influence of various foundation soils causes important changes in the values of natural periods of vibration for the same type of structure.

Measurements carried out on precast panel buildings with six transverse shear-walls have given the following average values for the natural period in transverse direction: silty foundation soils, 0.3 s; loessoidal soils, 0.27 s; brown clay with calcarous intercalations, 0.215 s; sandy clays, 0.235 s;

In the case of structures with load-bearing masonry walls, founded in the same soil conditions, the natural periods are some 6...10% greater than the corresponding values for the precast panel structure with six transverse shear-walls and some 8...9% smaller than the values for the precast panel structures of the 2 nd tipe. Owning to the smallness of their natural per-

iods, these structures are placed in the range of the highest values of the seismic spectrum.

Response spectra of the strongest American earthquakes in the very short period range are given in [3].

It was stated that for periods of about 0.2 s the greatest value of the acceleration of the one-mass system is about 25 % less than the corresponding value for a period of 0.3 s, in the case of 1 % critical damping (the 1940 El Centro earthquake).

In our case, the increase in the natural period due to the silty clay favours the increase of the base shear force.

Repeated measurements were also carried out an a large number of precast buildings erected in the big-panel method of construction, in conditions of air temperatures changes from 60° to 70° C.

It was found that at the lower temperatures, the natural period decreases with about 10 % as compared with the natural period measured at high temperature. This may be explained by the fact that the stiffness of the building increases as a result of a prestressing effect of the building due to a greater tendency of shortening of the unprotected cast in place r. c. joining columns at low temperatures.

The equivalent viscous damping [4], [5] was established from the free vibrational motion of the buildings, acted on by shocks applied to the ground in its proximity, as well as from resonance curves obtained by means of the vibration generator.

In order to set the building in free vibrational motion, shocks were applied by means of a crane dropping a 2.5 ton weight from a height of 8...10 m, at a distance of 25 m from the building. The recording equipment was the same as that used in the period measurements and the voltage furnished by the seismometer was integrated to obtain actual displacements of the building.

In order to determine the damping factor when the critical damping was known, first the logarithmic decrement values were computed from the damped free vibration records.

To eliminate errors due to the zero-level appreciation, the logarithmic decrement was determined as the natural logarithm of the ratio of two successive segments each obtained by joining the peak of a loop with the midpoints of the segment uniting the peaks of opposite loops.

Resonance curves were drawn using records of the building vibrations during the slowing down of the vibration generator from its top frequency to full stop.

For the precast panel building with eight transverse shear walls, the greatest applied force was 4.6 ton and periods corresponding to the first and second vibration modes were obtained.

A resonance curve of displacements may be seen in Fig. 3; corrections for a constant 4 ton force were introduced. This correction was carried out by multiplying the actual displacements by the ratio of the square vibrational pulsation (corresponding to the constant force) and the square pulsation corresponding to the actual corected displacements.

The values of the critical damping factor varied between 0.09 and 0.105 for precast panel buildings regardless of their type; for buildings of the bad-bearing masonry type the values were found to range between 0.147 and 0.165. All investigated buildings were founded on silty clay.

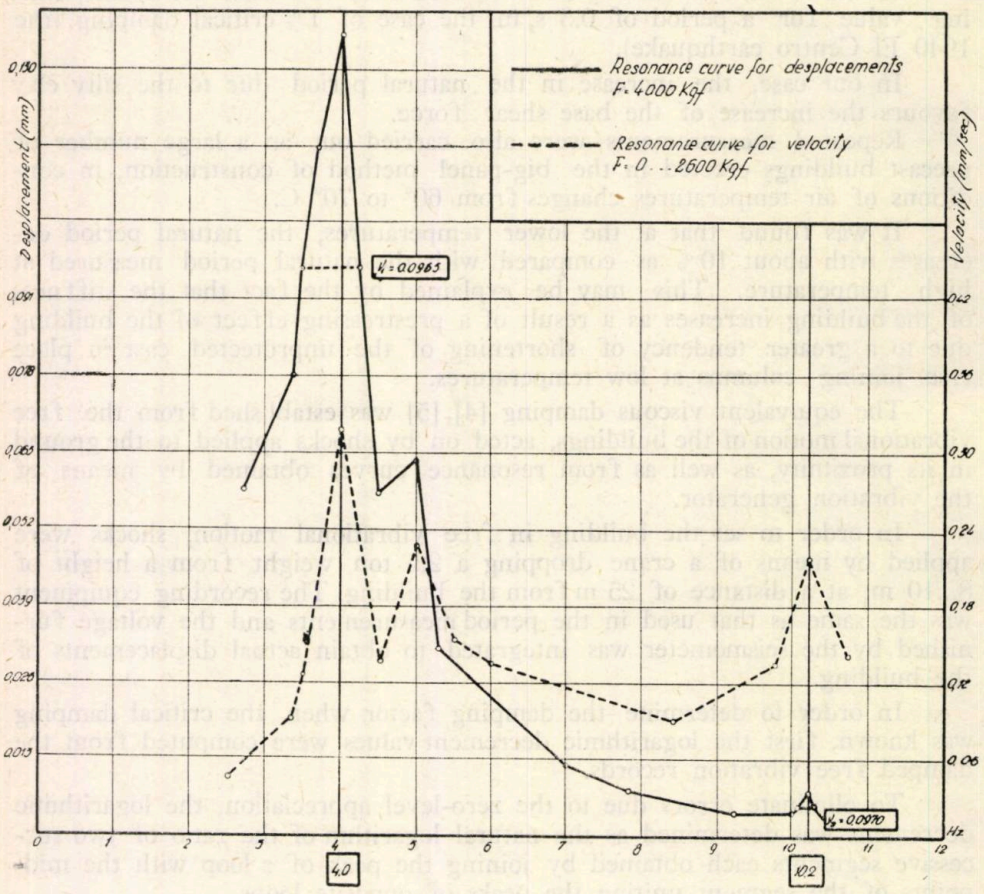


Fig. 3. — Resonance curves.

The critical damping factor for masonry buildings is some 35% greater than its corresponding value for precast panel buildings. It is thus proved that masonry buildings are better equipped for dissipating the energy of the seismic action throughout the structure. The critical damping factor was obtained as the ratio of the width of the resonance displacement curve to the value of the resonance frequency. Mention must be made of the fact that the resonance curve was corrected for a constant force at 0.707 resonance curve ordinate for both vibration modes.

3. Conclusions

1. The natural periods obtained in experiments with a vibration generator coincide with these obtained by applying the microseismic method; the recorded periods are identical for amplitudes varying from 1 μ to 0.2 mm.

2. The microseismic method is of great help due to the easiness and speed of recording.

3. The vibration generator is useful in higher modes period recordings.

4. In the investigated five storeys high buildings the natural period is 0.2...0.3 s in the case of precast panel buildings and about 0.28 s in that of load-bearing masonry type.

5. The statistical spread of the experimental results is very small.

6. The second natural period is 2.25 times smaller as the fundamental.

7. In all investigated buildings soil conditions modify the natural periods with 25...30%.

8. The damping factors obtained in the micro-shock method are in close agreement with those established from resonance curves by means of the vibration generator.

9. The values of the critical damping factor are about 0.1 for the precast panel buildings and about 0.15 for buildings with load-bearing masonry, due to their greater capacity for energy dissipation. The spread of these values did not exceed 10...15%.

10. Structural damping in higher modes remains practically the same as for the fundamental mode.

11. In the practical aseismic design of structures (especially structures built with new methods of construction) it is of paramount importance to establish the dynamic properties of the buildings on a great number of cases by means of the easiest and speediest experimental method.

Received the 23 XI 1964

Polytechnic Institute of Jassy,
Department of Statics and
Strenght of Materials

REFERENCES

1. Şesan A., Diaconu D., Ciongradi I., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII)**, *1—2*, pp. 379—382.
2. Şesan A., Groper M., Diaconu D,, Ciongradi I., Bul. şt. Inst. Constr. Buc., 1964, **10**, pp. 45—49.
3. Blume J. A., *A Structural-Dynamic Investigation of Fifteen School Buildings Subjected to Simulated Earthquake Motion.* California, 1961.
4. Jacobsen L. S., *Frictional Effects in Composite Structures Subjected to Earthquake Vibrations.* California, 1959.
5. Alford J. L., Housner G. W., Bull. S.S.A., 1953, **43**, *1*, pp. 7—17.

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND PERIOADA OSCILAȚIILOR ȘI AMORTIZAREA CLĂDIRILOR

(Rezumat)

Se prezintă date experimentale cu privire la frecvențele proprii de vibrație și factorul critic de amortizare pentru clădiri din panouri mari prefabricate și cu pereți din zidărie de cărămidă, puse în stare de oscilație de un generator de vibrații forțate precum și de către microseisme, în diferite condiții de fundare.

Explicația figurilor

Fig. 1. — Seismometru. *1* — bobina pentru captarea semnalului; *2* — bobina pentru amortizare; *3* — resort; *4* — pendul; *5* — magnet permanent; *i* — integrator; *A* — amplificator.

Fig. 2. — Oscilația forțată funcție de frecvența generatorului de vibrații.

Fig. 3. — Curbe de rezonanță.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. D. 621.821

L'INFLUENCE DE L'ÉLASTICITÉ DE LA FONDATION SUR LES CONTRAINTES DES BARRAGES-VOÛTES

PAR

LADISLAV MEJZLÍK

1. Introduction

Les contraintes et les déplacements des barrages-voûtes dépendent d'un nombre de facteurs qu'on peut diviser en somme en trois groupes: la forme du barrage, la charge et les qualités de la fondation. Différents auteurs ont analysé l'influence des deux premiers groupes et nous connaissons par exemple l'influence de la forme de la surface moyenne du mur sur l'épaiseur nécessaire etc. Le troisième groupe, c'est-à-dire l'influence des qualités de la fondation échappait jusqu'à présent à un étude plus détaillé, les calculs statiques correspondantes étant assez exigeantes quant à la quantité du travail nécessaire et ne pouvant être maîtrisées qu'avec difficulté par les moyens actuels de calcul. Les résultats que nous donnons furent acquis à l'aide d'une calculatrice automatique qui a éliminée les difficultés mentionnées. La méthode de l'auteur fut ajustée pour le calculateur par Mr. le Professeur Ing. Dr. Zbyněk Drahoňovský, C Sc.

Vu qu'il s'agit d'expliquer l'influence de la deformabilité de la fondation, nous nous sommes concentrés seulement sur l'effet de la pression hydrostatique—pour nous exprimer plus précisement—de sa composante horizontale et nous avons abandoné la recherche de l'effet des autres charges (charges de température, pression hydrostatique dans les pores du beton, poids propre etc.).

2. Description des barrages étudiés

Pour étudier l'influence de l'élasticité de la fondation, il fallait choisir des barrages qui peuvent caractériser la grande majorité des barrages-voûtes déja construits.

On divise le plus souvent les barrages-voûtes en murs à l'angle constant, au rayon constant et en types mixtes. Le premier groupe a relativement peu de réprésentants parce qu'il nécessite une forme regulière de la

vallée. C'est la raison pour laquelle nous avons éliminé ce type de nos considérations. De même il n'y a pas beaucoup de barrages au rayon constant, mais dans les conditions de notre pays, c'est-à-dire dans les vallées plates, ils ont des applications substantiellement meilleures. Le troisième type, le type mixte, est le plus fréquent et en le considérant nous tâchons à nous approcher le plus du barrage à l'angle constant.

Pour nos considérations nous avons choisi une digue de 245 m hauteur, de type mixte (plus loin nous l'appelons *barrage I*). En la projetant l'auteur a accompli plusieurs études différentes. Elle doit être construite à l'Est asiatique. La digue suivante dont nous nous occupons est un mur de 125 m hauteur, mince, projeté en Europe oriental (*barrage II*). Ce mur fut également mesuré sur des modèles réduites. Le *barrage III* est du type gravité-voûte et fut construit en Amérique du Nord.

Pour les plans et les sections à hauteur maxima voir les fig. 1...3. Nous n'y montrons que la forme rude sans ajustations pour les différents objects de fonctionement hydraulique.

Dans le tableau 1 nous donnons quelques caractéristiques des barrages mentionnés. On y trouve aussi les caractéristiques d'autres voûtes semblables, construites ou projetées.

Tableau 1

Caractéristiques comparatives des barrages I, II, III et de quelques barrages pareils

Caractéristiques	Mauvoisin	Tignes	Barrage I	Lumiei	Cirkejská	Barrage II	Barrage III
Hauteur du barrage, h (m)	236	180	245	135	230	125	172
Longueur de la crête, l_0 (m)	535	380	514	139	284	380	645
Rayon à la crête, r_0 (m)	285	150	278	73	173	180	366
Rayon au pied, r_k (m)	100	85	93	20	84	60	325
Epaisseur à la crête, d_0 (m)	14	10	15	3,2	5	3,5	6
Epaisseur au pied, d_k (m)	53	43,5	80	16	32	16	98
Minceté de la crête, r_0/d_0	20,3	15	18,5	22,8	34,6	51,5	60,9
Forme (profil) de la vallée, l_0/r	2,27	2,11	2,10	1,03	1,24	3,08	3,75
Minceté du barrage, d_k/r	0,224	0,242	0,326	0,118	0,139	0,128	0,570
Volume du béton, v (10^3 m^3)	2100	650	3820	100	720	282	2820
Coefficient d'audace, F^2/v (m)	2100	1798	2015	1400	1900	2900	1750

3. Méthode de calcul statique

Les déformations et les contraintes du mur ont été étudiées par la méthode de repartition de la charge hydrostatique en trois composantes: la part portée par la flexure, les forces axiales et le cisaillement des anneaux; la part portée par la torsion des anneaux; la part portée par la flexure des consoles. En calculant nous imaginons la digue divisée en deux

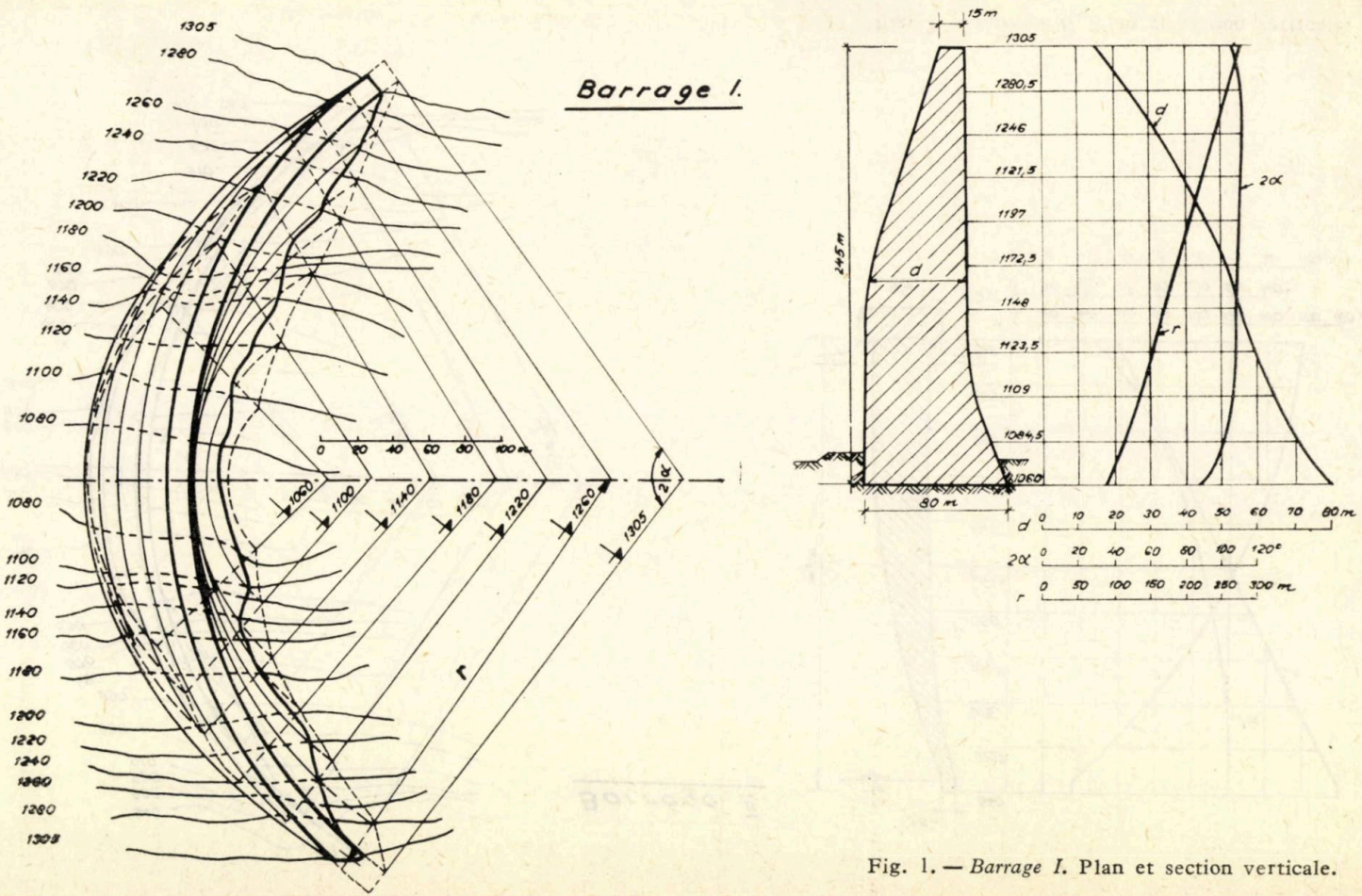


Fig. 1. — *Barrage I.* Plan et section verticale.

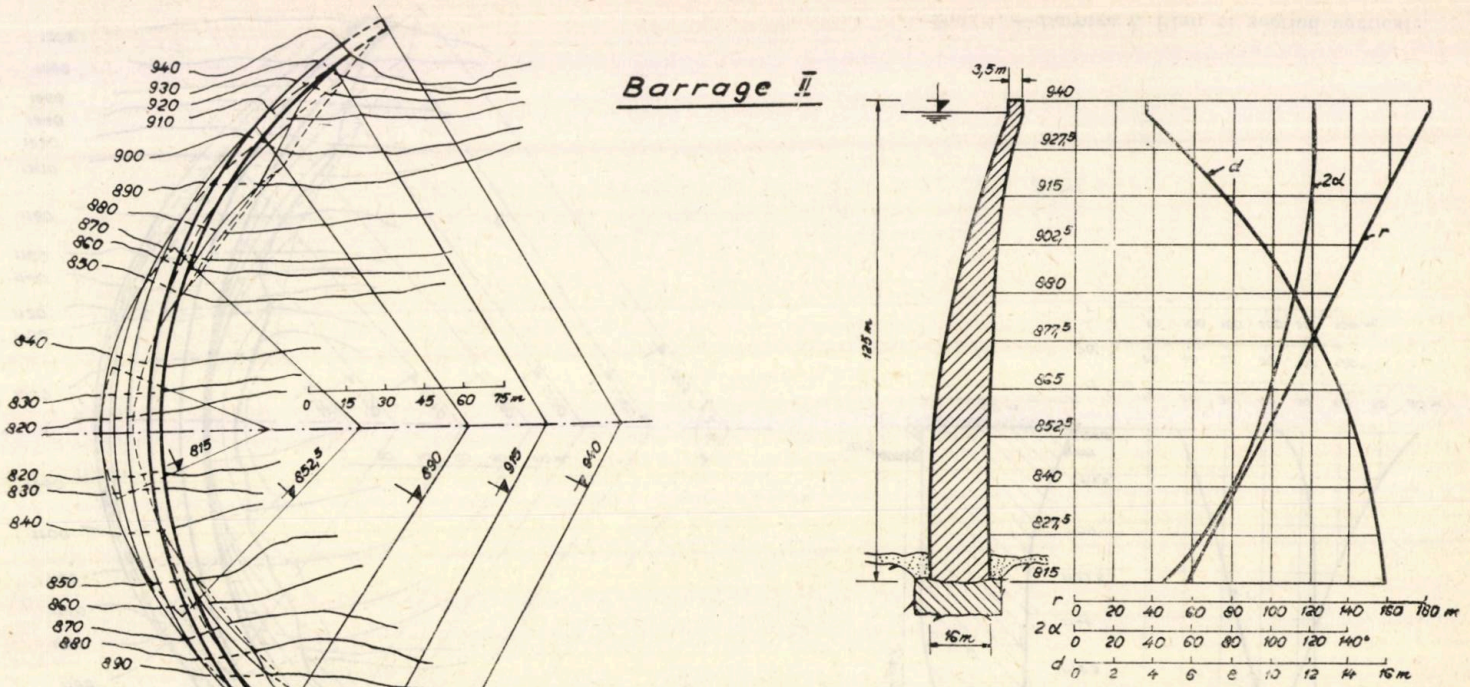


Fig. 2. — *Barrage II.* Plan et section verticale.

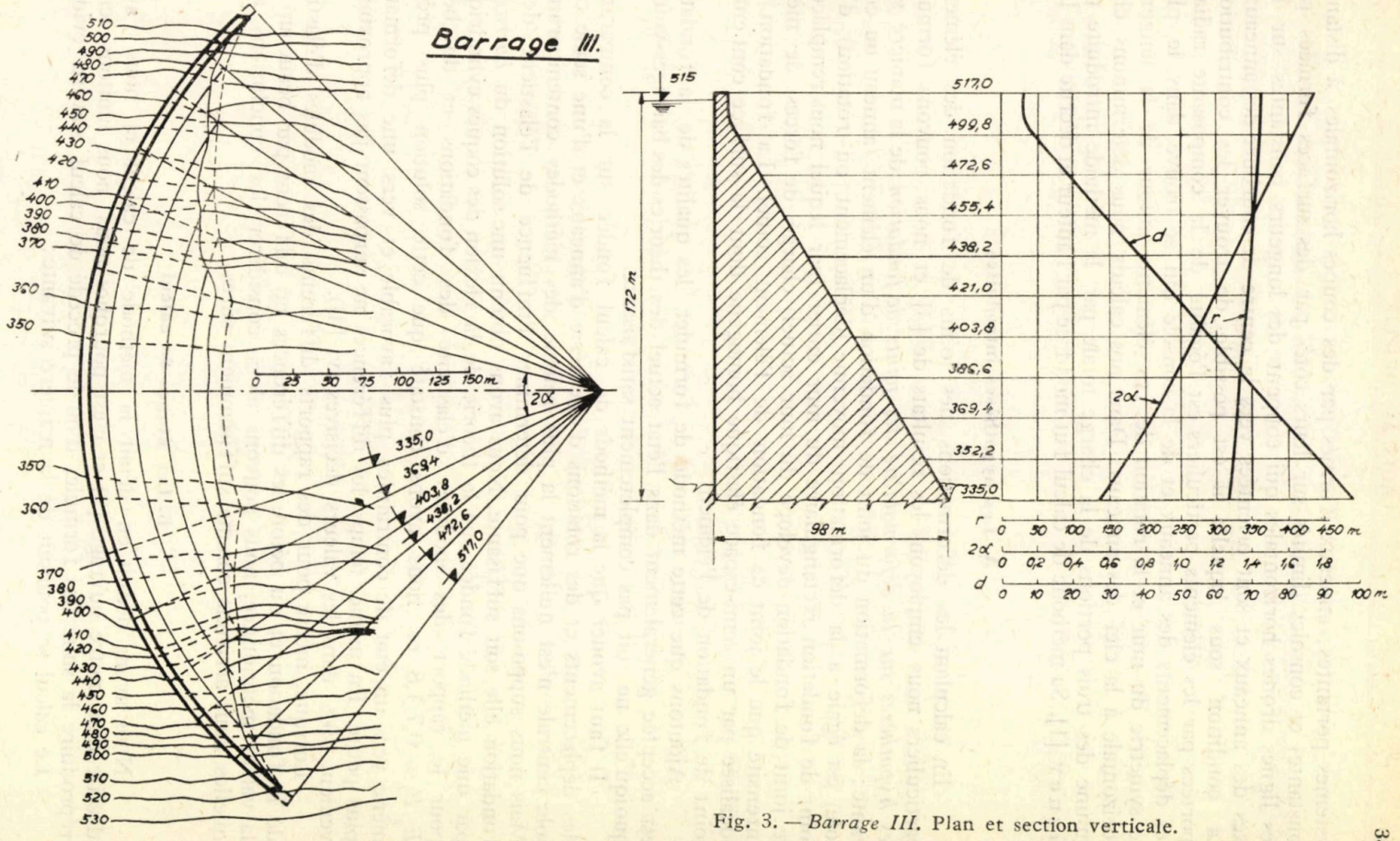


Fig. 3. — *Barrage III.* Plan et section verticale.

systèmes portantes: anneaux (formés par des coupes horizontales à distance constante) et consoles (limités sur leurs côtés par des surfaces formées par des lignes droites horizontales qui coupent des longeurs constantes sur les axes des anneaux et sont orientées vers le centre de courbure des anneaux). La condition sous laquelle il est possible de trouver les contributions aportées par les éléments particuliers est l'égalité de la composante radiale des déplacements des anneaux et de la console qui se trouve dans le plan de symétrie du mur et la rotation de ces éléments autour de la tangente horizontale à la clef des anneaux. Dans nos calculs nous déterminons chaqu'une des trois portions de la charge totale par la méthode introduite par Ganev [1]. Sa méthode de calcul fut modifiée par l'auteur et décrite dans [2].

A. Les hypothèses introduites

En calculant les déformations des joints de fondation des éléments particuliers nous employons les résultats de [3] et nous pouvons formuler *les hypothèses sur la déformabilité des joints de fondation* de la manière suivante: la déformation du joint de fondation d'un élément (anneau ou console) est égale à la déformation moyenne (déplacement ou rotation) d'un joint de fondation réctangulaire du mur entier (par lequel nous remplaçons le joint de fondation developé du mur actuel) chargé de forces de même intensité que le joint de fondation de l'élément actuel. La fondation est idéalisée par un semi-espace élastique homogène dont la surface contient le joint de fondation de l'élément

Ajoutons que cette méthode de formuler les qualités de la fondation est acceptée généralement dans l'état actuel des théories des barrages-voûtes, quoiqu'elle ne soit pas complètement satisfaisante.

Il faut avouer que la méthode de calcul fondée sur la comparaison des déplacements et des rotations d'une série d'anneaux et d'une seule console centrale n'est nullement la plus réussie des méthodes contemporaines. Mais nous supposons que pour déterminer l'influence de l'élasticité de la fondation elle soit suffisante. Nous avons obtenu une solution du *barrage I* par une méthode fondée sur la théorie de la flexion des coques cylindriques pour le rapport des modules d'élasticité des fondations et du béton $E_z/E_b = 0{,}7/1{,}8$ et nous avons constaté que cette solution plus précise mène vers un état de contraintes plus favorable et vers une déformation plus petite. En même temps les différences ne surpassent pas approximativement 15% dans les valeurs décisives (v. [4]).

Lorsque, même pour des rapports différents des modules d'élasticité de la fondation et du béton, les différences ne diffèrent par beaucoup de la valeur mentionnée, nous pouvons alors considérer les conclusions auxquelles nous arrivons comme suffisamment sûres.

B. Les étapes du calcul

Nous avons déduit en détail la méthode de calcul et nous l'avons décrite dans notre ouvrage [2] et c'est pourquoi nous nous limitons ici de réproduire la suite des formules d'où le procédé de calcul s'avére évident.

Le calcul se poursuit de la manière suivante:

a) En partant du projet du mur nous trouvons la forme de la console centrale, c'est-à-dire la forme de la coupe verticale du mur dans le plan de symétrie. L'épaisseur de la console au parement amont soit 1 m et les surfaces lateralles de la console — radiales. Divisons la hauteur de la console en 10 parties à distance égale $\Delta = 0{,}1\ h$ et marquons les limites des abscisses en commençant du couronnement en bas par les chiffres 0, 1,...,9, 10. Prolongeons la console centrale au dessus de la crête et au dessous du barrage et sur l'axe prolongée de la console (au dessus de la crête et au dessous du barrage) prenons les points —2, —1 ; 11, 12, aux distances Δ, 2Δ.

b) Pour les sections horizontales de la console données par la position des points —1, 0, 1,...,9, 10, 11 calculons les valeurs I, F, t, w selon les formules :

$$I = (d^3/36)\,(r_l^2 + 4r_l r_s + r_s^2)/[(r_l + r_s)\,r_l], \quad F = d\,(r_l + r_s)\,(/2r_l),$$
$$t = (d/3)\,(r_l + 2r_s)/(r_l + r_s), \quad w_1 = I/t, \quad w_2 = I/(d - t),$$

où I est le moment d'inertie de la section horizontale de la console, F — l'aine de la section, r_l – le rayon de courbure du parement amont (dans la coupe horizontale), r_s – le rayon de courbure du parement aval et d — l'épaisseur de la console (mesurée horizontalement du parement amont vers le parement aval).

c) Déterminons comme anneaux – 1, 0, 1,...,10, 11 les arcs horizontaux d'une épaisseur de 1 m (mesurés verticalement) d'une hauteur de section égale à d. Du dessin du mur nous trouvons les demi-angles centraux α des anneaux et les angles ψ formés par le plan contenant la ligne moyenne de l'anneau avec le versant $(0 < \psi < 90°)$.

d) L'équation différentielle de la flèche de la console est:

$$(Ku'')'' + l_1 u - (l_2 u')' = p, \tag{2}$$

où K est la rigidité de flexion de la console, $K = E_b I$; E_b – le module d'élasticité du béton ; u — la flèche de la console mésurée horizontalement et radialement (positive suivant la direction du courant d'eau) ; l_1 — la fonction qui exprime la résistance des anneaux à la flèche et qui représente l'intensité de la charge radiale uniformément repartie, appliquée au parement amont de l'anneau et ayant pour conséquence la flèche unitaire de sa clef (v. e)) ; l_2 — la fonction qui exprime la résistence des anneaux à la torsion, pour l'anneau donné étant l'intensité de la charge due aux moments de torsion uniformément reparties et qui ont pour conséquence une rotation unitaire de sa clef (en même temps il faut prendre en considération que l'anneau forme une partie du mur complet, (v. f)) ; p — l'intensité de la charge extérieure radiale appliquée sur le parement amont ; u', u'' — les dérivées de la flèche par rapport à la variable indépendante mesurée de la crête du mur le long de l'axe de la console.

L'équation (2) sera résolue par la méthode des différences finies.

e) À fin de calculer les constantes l_1 pour les anneaux 0, 1,... 9, 10 nous procédons de la manière qui suit.

Tout d'abord calculons les constantes de déformation des joints de fondation des anneaux :

$$
\begin{aligned}
(3)\qquad & a_z = [(\sin\psi)/(E_z d^2)]\,(k_1 \sin^2\psi + k_4 \cos^2\psi), \quad b_z = (k_3/E_z)\sin\psi, \\
& c_z = [(\sin\psi)/E_z]\,(k_2 \sin^2\psi + k_3^* \cos^2\psi), \quad d_z = [k_5/(E_z d)]\sin^2\psi,
\end{aligned}
$$

où a_z est la rotation autour de l'axe verticale passant par le centre de gravité du joint de fondation de l'anneau, causée par le moment fléchissant unitaire (qui se rapporte à l'épaisseur unitaire de l'anneau, mesurée verticalement) tournant autour de la même axe; b_z — le déplacement radial [1] causé par la force radiale unitaire; c_z — le déplacement tangentiel due à la force tangentielle unitaire; d_z — la rotation autour de l'axe verticale passant par le centre de gravité du joint de fondation de l'anneau, causée par la force radiale unitaire, ou, déplacement radial causé par le moment unitaire tournant autour de la même axe verticale; ψ — l'angle enserré par le plan de l'anneau et le versant; k_1, k_2, k_3, k_3^*, k_4, k_5 — coefficients dépendants du rapport b/a du joint de la fondation rectangulaire substituant le joint actuel du barrage entier (b est le côté plus long) et de la constante de Poisson. (Pour la constante de Poisson égale à $u = 0{,}2$ on peut les trouver dans le tableau 2.) E_z est le module d'élasticité de la fondation.

Tableau 2

Coefficients $k_1 \ldots k_5$ pour le calcul des déformations des joints de fondation

b/a	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5
1	4,33	0,91	1,02	5,18	0,35
2	4,84	1,27	1,38	5,90	0,46
4	5,14	1,63	1,77	6,35	0,55
6	5,26	1,86	2,00	6,52	0,58
8	5,31	2,02	2,17	6,61	0,62
12	5,38	2,27	2,42	6,68	0,64
16	5,41	2,43	2,58	6,73	0,66
20	5,43	2,56	2,71	6,77	0,67

a/b	k_3^*
0,2	0,22
0,4	0,62
0,6	0,88
0,8	0,97
1,0	1,02

Puis nous calculons:

$$
\begin{aligned}
(4)\qquad & A = [r/(E_b I_a)]\,\alpha + a_z, \quad I_a = d^3/12, \\
& C = [r^3/(E_b I_a)]\,[(3/2)\,\alpha - \sin\alpha + (1/2)\sin\alpha\cos\alpha) + \\
& \quad + r\,(1-\cos\alpha)\,[a_z r\,(1-\cos\alpha) + 2d_z \sin\alpha)] + b_z \sin^2\alpha + c_z \cos^2\alpha + \\
& \quad + [r/(E_b d)]\,(2\alpha - \sin\alpha\cos\alpha), \\
& D = [r^2/(E_b I_a)]\,(1-\cos\alpha) + a_z r \sin\alpha + d_z \cos\alpha, \\
& E = [r^2/(E_b I_a)]\,(\alpha - \sin\alpha) + a_z r\,(1-\cos\alpha) + d_z \sin\alpha, \\
& F = [r^3/(E_b I_a)]\,[1 - \cos\alpha - (1/2)\sin^2\alpha] + \\
& \quad + [r/(E_b d)]\sin^2\alpha + a_z r^2 \sin\alpha\,(1-\cos\alpha) + \\
& \quad + (b_z - c_z)\sin\alpha\cos\alpha + d_z r\,[\cos\alpha\,(1-\cos\alpha) + \sin^2\alpha],
\end{aligned}
$$

[1] Il faut concevoir les mots „radial" et „tangentiel" du point de vue de l'anneau: la direction radiale est celle vers le centre de courbure de l'anneau, la direction tangentielle est la direction tangentielle de la ligne moyenne de l'anneau.

où A, C, D, E, F sont les déformations de la section de la clef de l'anneau coupée en deux consoles, c'est-à-dire les déformations d'une console formée par la moitié de l'anneau ; A — la rotation de la section finale de la moitié de l'anneau causée par le moment fléchissant unitaire appliqué à la même section ; C — le déplacement tangentiel de la section terminale causé par la force tangentielle unitaire appliquée à la même section ; D — le déplacement radial de la section terminale causé par le moment fléchissant unitaire ou la rotation causée par la force radiale unitaire ; F — le déplacement tangentiel de la section terminale causé par la force radiale unitaire ou la déplacement radial de la section terminale de la moitié de l'anneau causé par la force unitaire tangentielle.

Les formules (4) expriment aussi l'influence du travail de déformation des contraintes normales et des contraintes au cisaillement en supposant que le module d'élasticité transversal, exprimant aussi l'influence d'une répartition nonuniforme des contraintes au cisaillement dans la section, soit un tiers du module d'élasticité à la traction ou à la compression.

Une console (la moitié de l'anneau coupé à la clef) éprouve à son bout, sous l'influence d'une charge externe radiale uniformément répartie et d'une intensité unitaire ($p_a = 1$), les déformations suivantes :

$$
(5)\quad
\begin{cases}
A_0 = -[p_a r^2 r_l/(E_b I_a)](\alpha - \sin\alpha) + a_z M_{kv} + d_z V_{kv}, \\
B_0 = -[p_a r^3 r_l/[E_b I_a)][1 - \cos\alpha - (1/2)\sin^2\alpha] - \\
\quad -[p_a r r_l/(E_b d)](1 - \cos\alpha + \sin^2\alpha) - H_{kv} c_z \sin\alpha + \\
\quad + M_{kv}(a_z r \sin\alpha\, d_z \cos\alpha) + V_{kv}(d_z r \sin\alpha + b_z \cos\alpha), \\
C_0 = -[p_a r^3 r_l/(E_b I_a)][(3/2)\alpha - 2\sin\alpha + (1/2)\sin\alpha\cos\alpha] - \\
\quad -[p_a r r_l/(E_b d)](2\alpha - \sin\alpha - \sin\alpha\cos\alpha) + \\
\quad + M_{kv}[a_3 r(1 - \cos\alpha) + d_2 \sin\alpha] + \\
\quad + H_{kv} c_z \cos\alpha + V_{kv}[d_z r(1 - \cos\alpha) + b_z \sin\alpha],
\end{cases}
$$

avec

$$M_{kv} = -p_a r r_l(1 - \cos\alpha),\ H_{kv} = p_a r_l(1 - \cos\alpha),\ V_{kv} = -p_a r_l \sin\alpha.$$

A_0 est la rotation de la section terminale de la moitié de l'anneau causée par la charge p_a ; B_0 — le déplacement radial de la section terminale sous l'influence de la charge p_a ; C_0 — le déplacement tangentiel de la section terminale sous la même charge ; M_{kv}, H_{kv}, V_{kv} — les forces internes dans la section d'encastrement élastique de la console formée par la moitié de l'anneau sous la charge p_a.

Les forces hyperstatiques de la clef de l'anneau sont

$$(6)\quad M_0 = (-A_0 C + C_0 E)/(AC - E^2),\quad H_0 = (A_0 E - C_0 A)/(AC - E^2),$$

la flèche de la clef de l'anneau est donnée par la formule

(7) $$u_1 = -(B_0 + M_0 D + H_0 F)$$

et la constante l_1 peut etre calculée selon la formule

(8) $$l_1 = 1/u_1 .$$

f) À fin d'obtenir les constantes l_2 pour les anneaux — 1, 0, 1,...,9, 10, 11 nous calculons :

(9) $$\Theta_k = (3m_k r^2 \sin^2\alpha)/(2G_b \eta_3 d^3) + [k_4/(E_z d^2)]\, m_k r \sin\psi \sin\alpha \cos\alpha,$$

où Θ_k est l'angle de torsion de la clef de l'anneau élastiquement encastrée aux flancs causée par la charge uniformément répartie due aux moments de torsion ayant l'intensité $m_k (=1)$; r — le rayon de la ligne centrale de l'anneau ; G_b — le module d'élasticité au cisaillement du béton ; η_3 — une constante dépendante du rapport h/d_s où d_s est l'épaisseur moyenne de la console (v. le tableau 3).

Tableau 3

h/d_s	1	1,5	2	3	4	6	8	10	∞
η_3	0,140	0,196	0,229	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333

Alors

(10) $$l_2 = 1/\Theta_k .$$

g) Pour les noeuds $i = 0, 1,..., 9, 10$ nous écrivons l'équation (2) sous forme de différences finies

(11) $$u_{i-2}(P-Q) + u_{i-1}(-4P + 2Q + R - S) + u_i(6P - 2R + T) + u_{i+1}(-4P - 2Q + R + S) + u_{i+2}(P + Q) = i\Delta - z, \quad (i > 0),$$

avec :

(12) $$\begin{cases} P = (1/\Delta^4) K_i, \quad Q = [1/(2\Delta^4)](K_{i+1} - K_{i-1}), \\ R = (1/\Delta^4)(K_{i+1} - 2K_i + K_{i-1} - \Delta^2 l_{2,i}), \\ S = -[1/(4\Delta^2)](l_{2,i+1} - l_{2,i-1}), \quad T = l_{1,i}, \end{cases}$$

où z est la distance du niveau maximum de l'eau dans le bassin.

h) Les conditions aux limites sur la crête du barrage exigent la disparition du moment fléchissant M_k et de l'effort tranchant T_k, c'est-à-dire sur la crête k de la console,

$$M_k = -K_0 u_0'' = 0, \quad T_k = (K_0 u_0'')' = 0,$$

ce qui mène aux conditions :

(13) $$u_0'' = u_0''' = 0 .$$

Sous forme de différences finies ces équations donnent pour les déplacements dans les noeuds -1 et -2:

(14) $$u_{-1} = 2u_0 - u_1 , \quad u_{-2} = u_2 - 4u_1 + 4u_0 .$$

i) Les conditions aux limites au pied du barrage exigent l'égalité des déplacements et des rotations au pied de la console et à la surface du rocher, c'est-à-dire:

(15) $$u_{10} = - M_{10} e_s + T_{10} c_s , \quad - u'_{10} = - M_{10} a_s + T_{10} c_s ,$$

avec M_{10} et T_{10} le moment fléchissant et la force tangentielle au pied de la console; a_s, c_s, e_s — les constantes de déformation du joint de fondation de la console

(16) $$a_s = k_1/(E_z d_{10}^2), \quad c_s = k_3/E_z , \quad e_s = k_5/(E_z d_{10}),$$

où a_s est la rotation de la base de la console causée par un moment fléchissant unitaire; c_s — le glissement du joint de la fondation de la console en direction aval causé par la force unitaire tangentielle à la surface du rocher et agissante vers le centre de courbure de l'anneau au pied du barrage; e_s — le glissement du joint de fondation de la console en direction aval causé par le moment fléchissant unitaire agissant dans le plan vertical et parallèle avec le cours de l'eau, ou la rotation du joint de fondation de la console dans le même plan, causée par la force unitaire tangentielle agissante vers le centre de courbure de l'anneau au pied du barrage.

Sous forme de différences finies les rapports (15) mènent aux équations suivantes pour les déplacements u_{11} et u_{12}:

(17) $$\begin{cases} u_{11} = - [(a + b)/(a - b)] u_9 + (2a + c)/(a - b) u_{10} , \\ u_{12} = u_8 + [(-4a + d)/(a - b)] u_9 + [(4a + e)/(a - b)] u_{10} , \end{cases}$$

(18) $$\begin{cases} a = I_{10} (e_s^2 - a_s c_s), \quad b = [\Delta/(2E_b)] I_{10} c_s , \quad c = (\Delta^2/E_b) I_{10} e_s , \\ d = (2\Delta^2/E_b) \{I_{10} e_s + [(I_{11} - I_9)/(2\Delta)] c_s\}, \\ e = (2\Delta^2/E_b) \{[(I_{11} - I_9)/(2\Delta)] (c_s + \Delta e_s) + \Delta I_{10} a_s + \Delta^2/(2E_b)\}. \end{cases}$$

j) En résolvant le système d'équations à quinze inconnues composé d'onze équations (11), des deux équations (14) et des deux équations (17) nous trouvons les déformations de la console et de la clef des anneaux.

k) En partant des déplacements de la console nous pouvons calculer les moments fléchissants M_i et les contraintes σ_{1i} (σ_{2i}) au parement amont (aval) à l'aide des formules suivantes:

(19) $$M_i = - (K_i/\Delta^2) (u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}), \quad \sigma_1 = - M/w_1 , \quad \sigma_2 = M/w_2 .$$

l) La formule qui donne l'intensité p_{ai} de la charge transportée par flexion, compression et cisaillement des anneaux, est:

(20) $$p_a = l_1 u.$$

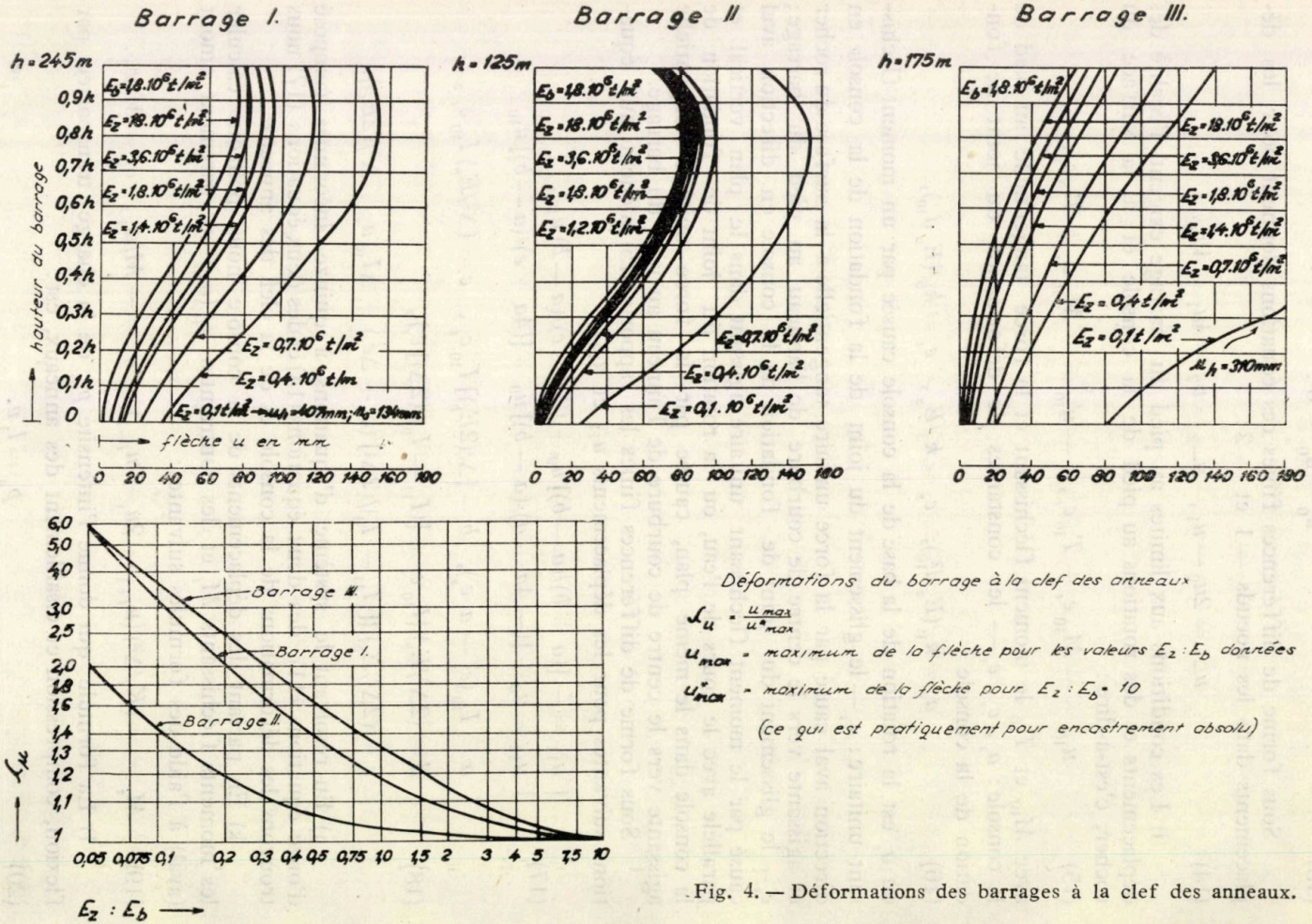


Fig. 4. — Déformations des barrages à la clef des anneaux.

m) Les rapports des forces de clef statiquement indéterminées M_{0i}^* et H_{0i}^* dans les anneaux i sont données par

$$M_0^* = p_a M_0, \quad H_0^* = p_a H_0 \tag{21}$$

et les formules pour les contraintes σ_{01i} (σ_{02i}) au parement amont (aval) de la clef des anneaux sont:

$$\sigma_{01,2} = H_0^*/d \pm 6M_0^*/d^2. \tag{22}$$

n) Les formules qui donnent les forces internes dans la section d'encastrement des anneaux sont:

$$M_v = M_0^* + p_a M_{kv} + H_0^* r(1 - \cos\alpha), \quad H_v = H_0^* \cos\alpha + p_a H_{kv} \tag{23}$$

et les contraintes σ_{v1i} (σ_{v2i}) au parement amont (aval) de l'encastrement des anneaux s'obtiennent à l'aide de

$$\sigma_{v1,2} = H_v/d \pm 6M_v/d^2. \tag{24}$$

o) La part $p_{r,i}$ de charge totale portée par la torsion des anneaux peut être calculée selon les formules:

$$p_r = -(l_2/\Delta^2)(u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}) - [1/(4\Delta^2)]\, l_{2,i+1} - l_{2,i-1})(u_{i+1} - u_{i-1}). \tag{25}$$

p) La part p_{ci} de charge totale portée par la flexion de la console est donnée par:

$$p_c = p - p_a - p_r. \tag{26}$$

Il faut remarquer que la méthode de calcul présentée est facilement applicable même pour étudier l'effet des autres charges, pour la solution d'un mur pourvu d'un joint articulé périmetral parfait ou imparfait, d'un joint de glissement, ou même à la solution d'un mur affaibli par des fissures. À l'aide de cette méthode on peut aussi tenir compte des charges comme le changement de température, pression interne de l'eau dans les pôres du béton, pression de l'eau dans les fissures, etc. (v. [2]).

4. Résultats des calculs

Les résultats du calcul des déformations et des contraintes dans le mur sont representés sur les fig. 4...9.

La fig. 4 contient les lignes de flèche des consoles principales se trouvant dans les axes de symétrie des barrages examinés. Dans la partie inférieure de la figure nous avons représenté la dépendance λ_u de la déformation maxima du rapport des modules d'élasticité de la fondation et du béton. On a rapporté les déformations maxima à la valeur qu'on trouve pour une fondation pratiquement rigide.

La fig. 5 représente les contraintes normales au parement amont et aval de la console pour la charge due à la pression hydrostatique. Dans la partie inférieure de cette figure nous avons déssiné les lignes qui caractè-

risent la diminution des contraintes au pied de la console quand le module d'élasticité de la fondation baisse, et l'importance en même temps croissante des contraintes dans la partie supérieure de la console. Naturellement il faut superposer les contraintes causées dans la console par la charge hydrostatique et par le poids propre et les effets de la composante verticale de la pression hydrostatique. Les contraintes ainsi superposées se trouvent sur la fig. 6, seulement pour les *barrages I* et *III*. Quant au *barrage II*, la répartition des contraintes causée par le poids propre dépend d'une manière décisive du progrès de la construction, car les divers blocs du *barrage III* ne sont pas stables d'eux mêmes. Les contraintes produites par l'action du poids propre et de la composante verticale de la charge hydrostatique pour les *barrages I* et *III* ont été calculées sous la supposition que les blocs particuliers portent les charges agissantes sur leurs parements sans l'intervention des blocs voisins.

Les fig. 7 et 8 montrent les contraintes dans les clefs et dans les sections d'encastrement des anneaux. À l'aide des graphiques donnés dans les parties inférieures de ces figures il est possible d'obtenir la dépendance entre les contraintes caractéristiques et le rapport des modules d'élasticité du béton et de la fondation.

La fig. 9 montre la répartition de la charge hydrostatique dans les trois composantes p_a, p_r et p_c. Dans la partie inférieure de la figure nous avons déssiné la dépendance entre la répartition des charges totales transportées de différentes manières et le rapport des modules d'élasticité du béton et de la fondation.

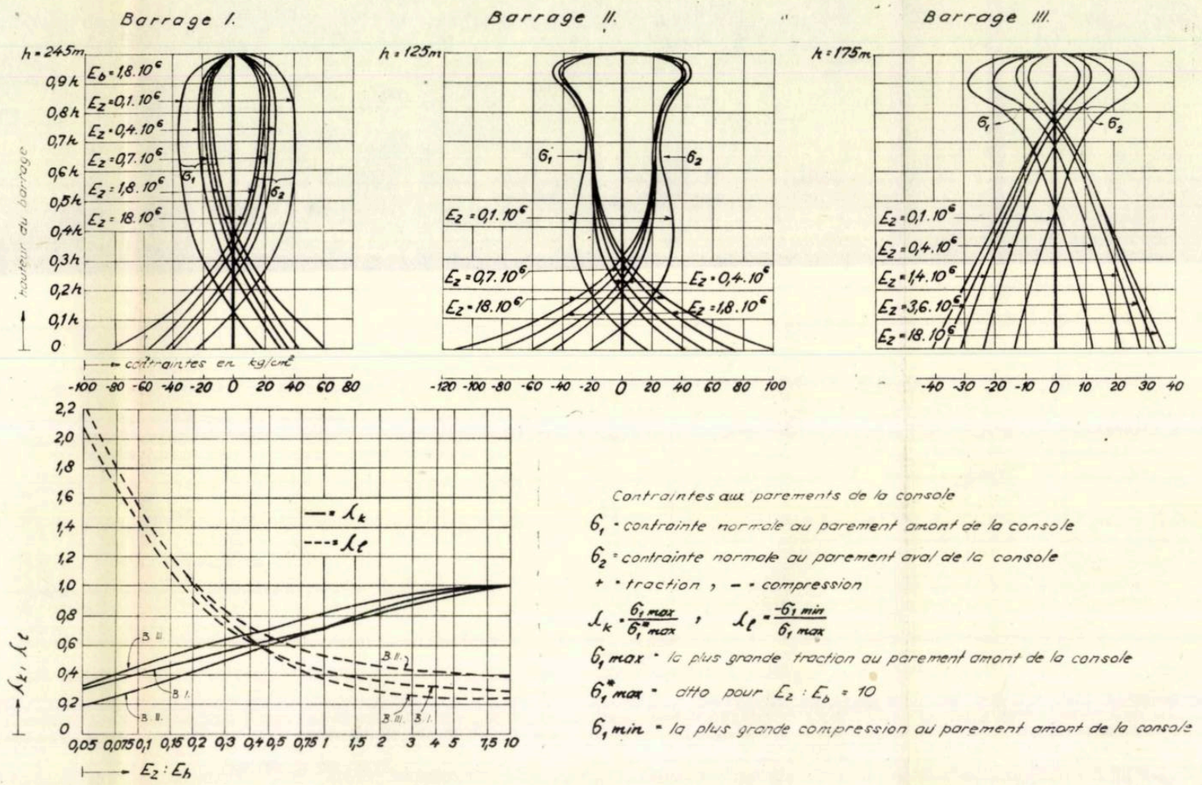
5. Conclusions

Les exemples calculés permettent de juger l'influence du rapport des modules d'élasticité de la fondation et du béton sur les déformations les plus importantes et sur les contraintes décisives, ce qui caractérise la justesse de la construction du mur.

L'observation la plus importante résulte de la fig. 9: l'effet de voûte du mur augmente si le module d'élasticité de la fondation décroit. Cet effet est facillement explicable. La déformabilité de la fondation influence la rigidité de la console centrale et aussi celle des anneaux. Mais l'influence sur la rigidité de la console est dominante et c'est ainsi qu'avec la diminution du module d'elasticité de la fondation la part de la charge transportée par les anneaux augmente. La différence correspondante est surtout évidente au *barrage III* où la part transmise par les anneaux devient presque quadruple pour les extrèmes calculés.

Mais il serait prémature de conclure que le module d'élasticité de la fondation le plus convenable soit le plus bas, car il faut aussi respecter d'autres conditions.

Si le module d'élasticité décroit la charge des anneaux monte et alors aussi les contraintes dans les anneaux, ce qui est évident sur les fig. 7 et 8. Mais les contraintes des anneaux montent substantiellement plus vite que leurs charges, parce que si le module d'élasticité de la fondation et en même temps le degré d'encastrement des anneaux décroit, les anneaux perdent leurs supports rigides et la traction à la clef (sur le parement aval) des



Contraintes aux parements de la console

σ_1 = contrainte normale au parement amont de la console

σ_2 = contrainte normale au parement aval de la console

+ = traction ; − = compression

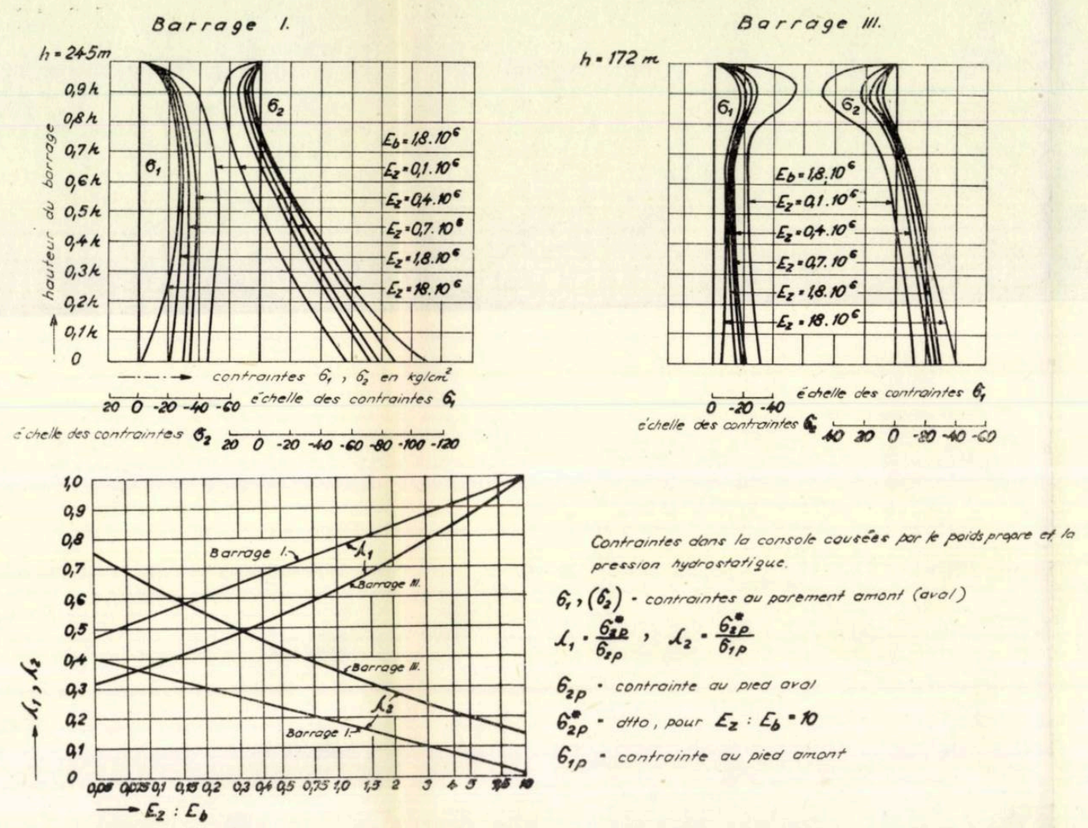
$\lambda_k = \frac{\sigma_{1\,max}}{\sigma^*_{1\,max}}$, $\lambda_\ell = \frac{-\sigma_{1\,min}}{\sigma_{1\,max}}$

$\sigma_{1\,max}$ = la plus grande traction au parement amont de la console

$\sigma^*_{1\,max}$ = ditto pour $E_z : E_b = 10$

$\sigma_{1\,min}$ = la plus grande compression au parement amont de la console

Fig. 5. — Contraintes aux parements de la console causées par la charge hydrostatique.



Contraintes dans la console causées par le poids propre et la pression hydrostatique.

σ_1 , (σ_2) = contraintes au parement amont (aval)

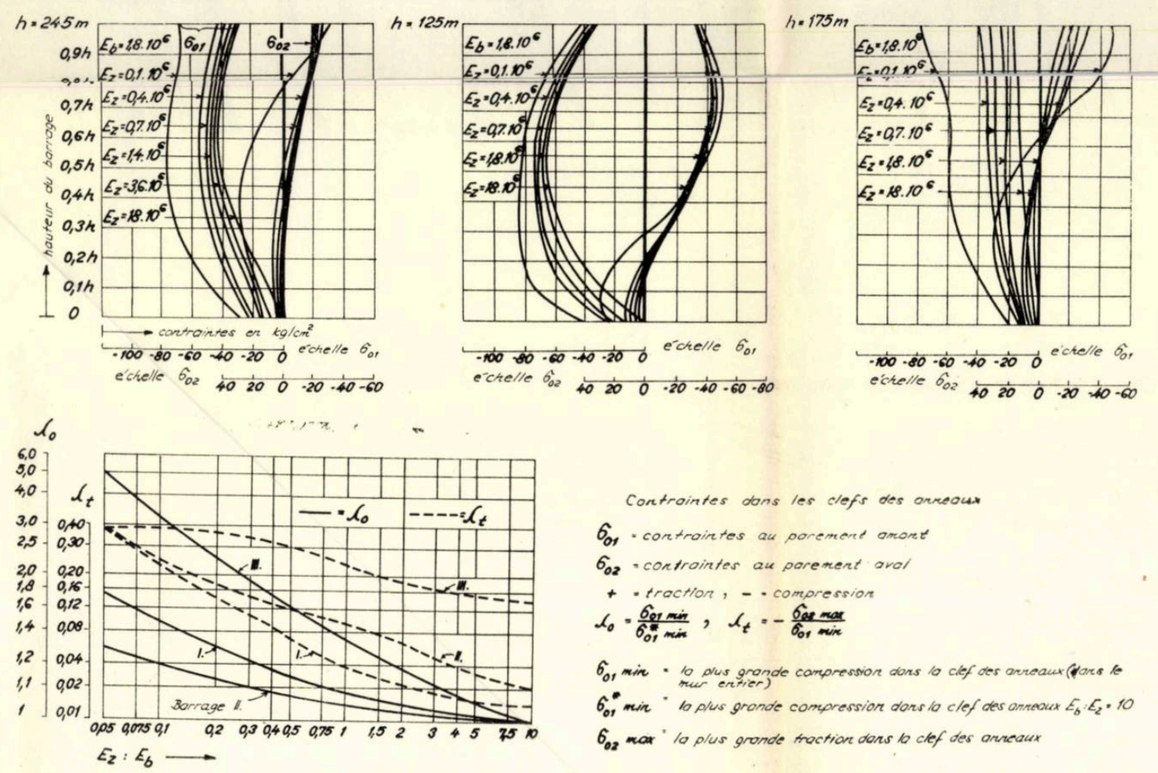
$\lambda_1 = \frac{\sigma^*_{2\,p}}{\sigma_{2\,p}}$, $\lambda_2 = \frac{\sigma^*_{1\,p}}{\sigma_{1\,p}}$

$\sigma_{2\,p}$ = contrainte au pied aval

$\sigma^*_{2\,p}$ = ditto, pour $E_z : E_b = 10$

$\sigma_{1\,p}$ = contrainte au pied amont

Fig. 6. — Contraintes aux parements de la console causées par la charge hydrostatique et le poids propre.



Contraintes dans les clefs des anneaux

σ_{01} = contraintes au parement amont

σ_{02} = contraintes au parement aval

+ = traction ; − = compression

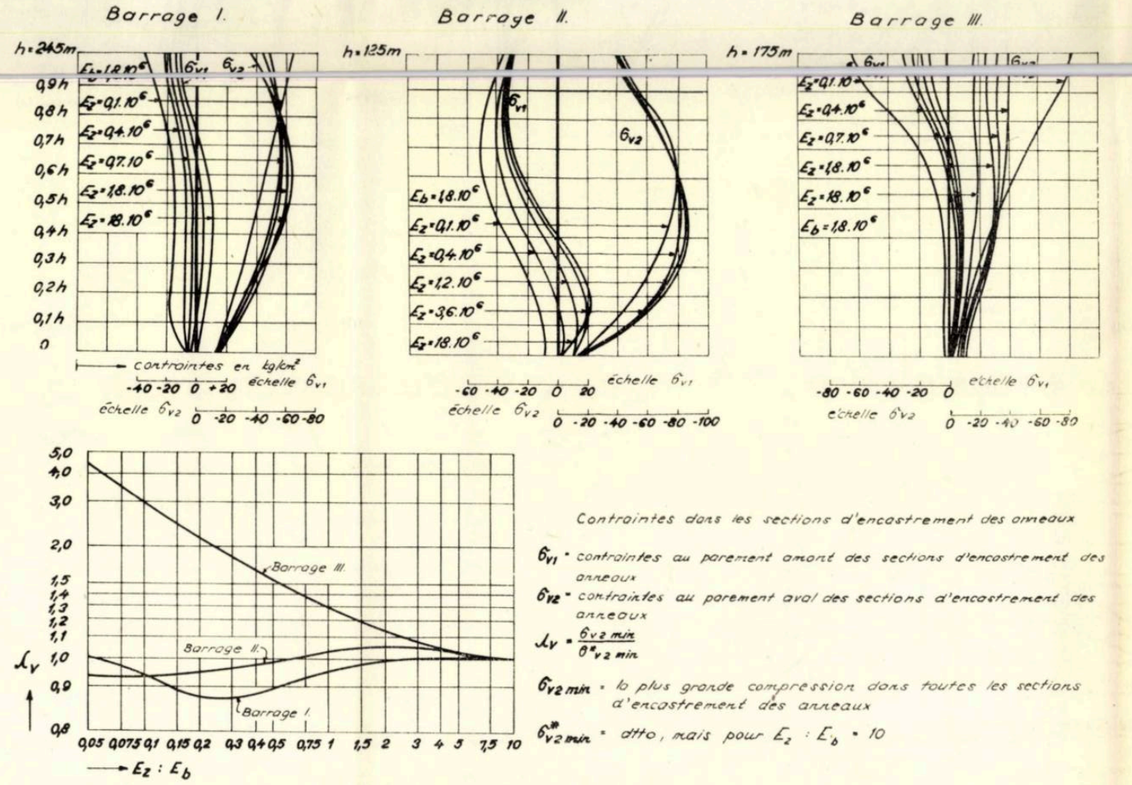
$\lambda_0 = \frac{\sigma_{01\,min}}{\sigma^*_{01\,min}}$, $\lambda_t = -\frac{\sigma_{02\,max}}{\sigma_{01\,min}}$

$\sigma_{01\,min}$ = la plus grande compression dans la clef des anneaux (dans le mur entier)

$\sigma^*_{01\,min}$ = la plus grande compression dans la clef des anneaux $E_b : E_z = 10$

$\sigma_{02\,max}$ = la plus grande traction dans la clef des anneaux

Fig. 7. — Contraintes dans les clefs des anneaux.



Contraintes dans les sections d'encastrement des anneaux

σ_{v1} = contraintes au parement amont des sections d'encastrement des anneaux

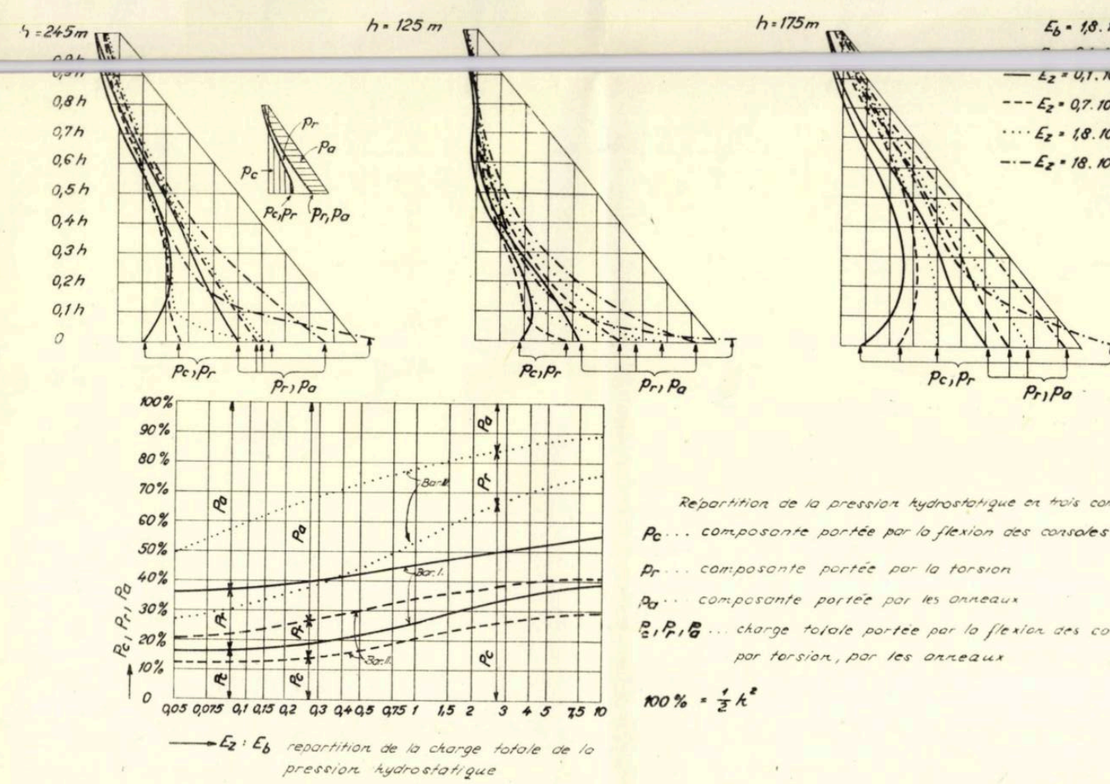
σ_{v2} = contraintes au parement aval des sections d'encastrement des anneaux

$\lambda_v = \frac{\sigma_{v2\,min}}{\sigma^*_{v2\,min}}$

$\sigma_{v2\,min}$ = la plus grande compression dans toutes les sections d'encastrement des anneaux

$\sigma^*_{v2\,min}$ = ditto, mais pour $E_z : E_b = 10$

Fig. 8. — Contraintes dans les sections d'encastrement des anneaux.



Répartition de la pression hydrostatique en trois composantes :

P_c ... composante portée par la flexion des consoles

P_r ... composante portée par la torsion

P_a ... composante portée par les anneaux

P_c, P_r, P_a ... charge totale portée par la flexion des consoles, par torsion, par les anneaux

100 % = $\frac{1}{2}\,k^*$

Fig. 9. — Répartition de la pression hydrostatique en trois composantes.

anneaux tends vers des valeurs dangereuses. Il est évident de la fig. 7 qu'on trouve encore des contraintes admissibles dans les anneaux pour le rapport $E_z/E_b = 0{,}4/1{,}8$.

Si nous calculons un barrage avec des anneaux à l'angle central d'une valuer plus petite, la limite admissible correspondante apparaît déjà pour un module d'élasticité de la fondation plus élevé que celui mentioné plus haut, par ex. $0{,}6\ 10^6$ t/m^2.

En somme on peut dire qu'on trouve des tractions admissibles dans les anneaux si le module d'élasticité de la fondation est plus haut qu'un quart ou un tiers du module d'élasticité du béton. Au contraire, fig. 8 prouve qu'une fondation absolument rigide n'est pas la plus favorable au point de vue des anneaux, car le centre de pression de la section d'encastrement se trouve dans ce cas hors du noyau central (en direction du parement aval) et si le module d'élasticité de la fondation décroit, le centre de pression avance vers le centre de gravité de la section d'encastrement. Mais on trouve déjà des tractions admissibles pour un rapport $E_z/E_b = 1/1$.

La fig. 5 met en évidence la dépendance suivante: si la rigidité de la fondation baisse, le moment fléchissant et les contraintes au pied de la console baissent aussi, et — au contraire — les contraintes dans la partie supérieure de la console centrale montent. Mais c'est la combination des contraintes causées par la charge hyidrostatique et le poids propre qui est décisive pour juger l'importance de la déformabilité de la fondation. L'information sur cette dépendance est donnée par la fig. 6. Les deux extrêmes calculés (c'est-à-dire pour $E_z = 0{,}1\ 10^6$ t/m^2 et $E_z = 18{,}0\ 10^6$ t/m^2) mènent vers des valeurs défavorables. Le module d'élasticité de la fondation étant très bas, on obtient des tractions élevées au parement aval de la console dans son tiers supérieur; une fondation rigide a pour conséquence une réserve compressive inadmissiblement petite à la base de la console (au parement amont).

Cette dernière constatation mérite plus d'attention que la précédente. Même une fissuration eventuelle de la part supérieure de la console au parement aval (si la fondation est molle) ne peut pas avoir des conséquences très défavorables si les anneaux sont capables — et c'est d'habitude — d'accepter des charges ultérieures.

Du point de vue des contraintes dans la console le rapport le plus favorable des modules d'élasticité de la fondation et du béton E_z/E_b est celui compris entre un tiers et une demie.

En comparant les figures nous constatons que le *barrage II*, qui est mince, est le moins sensible au changements de rigidité de la fondation, comme conséquence de sa grande élasticité.

Les exemples calculés montrent que les déplacements et les contraintes des trois barrages examinés (qui représentent les types les plus fréquents) son favorables si le rapport des modules d'élasticité E_z/E_b se trouve en gros dans les limites 1/3...1.

Les graphiques placés dans les parties inférieures des fig. 4 ... 9 permettent d'apprécier l'influence de la déformabilité de la fondation pour des autres barrages analogues, même si en calculant le barrage on suppose la fondation complètement rigide.

Institut Polytechnique, Brno,
République Socialiste Tchéchoslovaque

Reçue le 11 VII 1963

BIBLIOGRAPHIE

1. Ганев Х. Г., *Гидротехнические сооружения*. 1959, стр. 108—133.

2. Mejzlík L., *Předběžný statický výpočet klenbových přehrad*. Stavebnícky časopis SAV, 1963 (en train d'impression).

3. Creager, Justin, Hinds, *Engineering for Dams*. John Wiley, New York, 1950.

4. Mejzlík L., *Statické řešení klenbových přehrad na základě ohybové teorie válcových skořepin*. Stavebnícky časopis SAV, 1963 (en train d'impression).

INFLUENȚA ELASTICITĂȚII FUNDAȚIEI ASUPRA EFORTURILOR DIN BARAJELE ÎN ARC

(Rezumat)

Se indică rezultatele calculului static a trei baraje în arc tipice, supuse presiunii hidrostatice, pentru diverse valori ale modulului de elasticitate al fundației. Se consideră un arc subțire, un dig de grosime medie și un baraj în arc de greutate.

Rezultatele denotă influența marcată a elasticității fundației asupra eforturilor și deformațiilor arcelor. Se deduc concluzii cu caracter general ce permit evaluarea rapidă a modulului de elasticitate al fundației barajelor în arc de tip analog.

Explicația figurilor

Fig. 1. — *Barajul I.* Plan și secțiune verticală.
Fig. 2. — *Barajul II.* Plan și secțiune verticală.
Fig. 3. — *Barajul III.* Plan și secțiune verticală.
Fig. 4. — Deformațiile barajelor la cheile arcelor.
Fig. 5. — Eforturile în paramentele consolei produse de sarcina hidrostatică.
Fig. 6. — Eforturile în paramentele consolei produse de sarcina hidrostatică și greutatea proprie.
Fig. 7. — Eforturile în cheile arcelor.
Fig. 8. — Eforturile în secțiunile de încastrare a inelelor.
Fig. 9. — Repartiția presiunii hidrostatice în trei componente.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 625.7

CU PRIVIRE LA DEFORMAŢIILE UNOR SISTEME RUTIERE NERIGIDE

DE

D. ATANASIU, VICTOR CIUBOTARU şi LEON VASILESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică pe ţară consacrată problemelor rutiere, Iaşi, 21—23 decembrie 1961

1. Introducere

1. Cercetările actuale privind rezistenţa sistemelor rutiere se caracterizează prin concentrarea de eforturi considerabile pentru elaborarea unei teorii care să reflecte în cea mai largă măsură procesele reale din complexul rutier. Dificultatea constă atît în aprecierea efectelor solicitărilor variabile provenite din trafic şi a acţiunii factorilor naturali care influenţează direct mărimea parametrilor de calcul, cît şi în creşterea volumului de calcule necesare cînd în schemele adoptate se includ toate elementele caracteristice acestor fenomene.

Ipoteza comportării elastice a bistratului în variantele elaborate de Hogg [1] şi Burmister [2] necesită verificări şi completări corespunzătoare pe baza observaţiilor directe în laborator, staţii pilot, şosele laborator şi drumuri în exploatare.

2. Folosind rezultatele obţinute anterior [3], în această Notă se studiază în continuare deformarea sistemelor rutiere nerigide de pe pista inelară a staţiei pilot, sub acţiunea circulaţiei simulate de mecanismul de rulare şi a umidificării realizate cu ajutorul instalaţiilor de ploaie artificială şi inundare subterană.

2. Partea experimentală

În fig. 1 s-au reprezentat sistemele rutiere experimentate în anul 1961. La execuţia celor patru sisteme s-a folosit pentru fundaţie un strat de 15 cm grosime din pămînt stabilizat cu ciment şi adaos de var sau din beton de argilă, iar pentru îmbrăcăminte un strat de uzură de 3 cm grosime din beton sau mortar asfaltic, pe un strat de binder de 4 cm.

3. Măsurarea deformaţiilor permanente şi de uzură s-a efectuat pentru fiecare profil în raport cu un plan de referinţă determinat de trei reazime metalice fixate la partea superioară a pereţilor cuvei. Variaţiile distanţelor verticale ale suprafeţei de rulare faţă de planul de referinţă s-au măsurat cu un dispozitiv cu vernier (fig. 2), iar ale punctelor de pe suprafaţa stratului de fundaţie cu dispozitivul cu microcomparator (fig. 3) al Staţiei pilot de încercări rutiere din Iaşi.

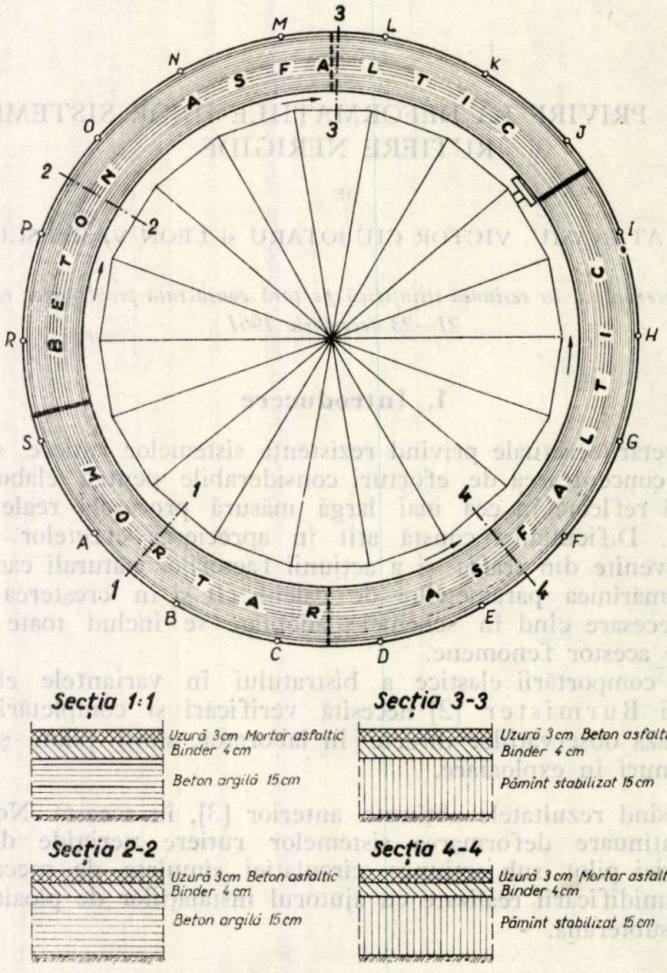


Fig. 1. — Sistemele rutiere experimentate.

Măsurarea deformaţiilor reversibile s-a efectuat cu un deflectometru cu pîrghie (fig. 4) special construit în mod adecvat condiţiilor de studiu din staţia pilot, care elimină influenţa rotaţiilor ce intervin inevitabil la utilizarea pe drumuri a deflectometrului Benkelmann. Aceste deformaţi

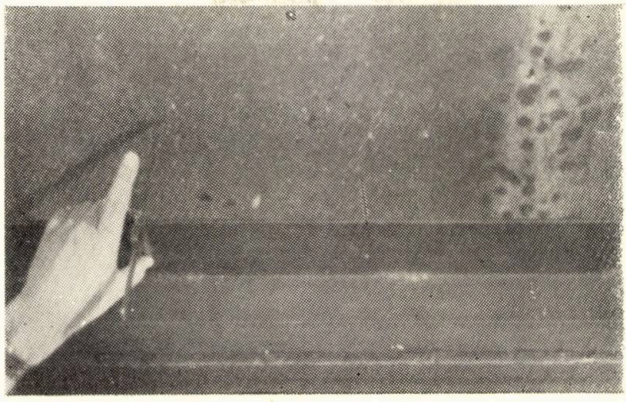


Fig. 2. — Măsurarea tasărilor suprafeţei de rulare.

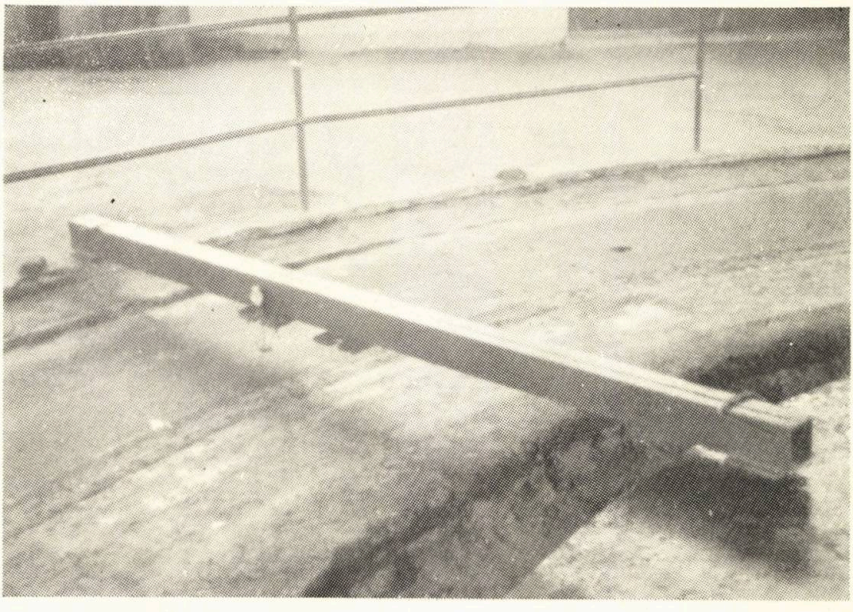


Fig. 3. — Măsurarea tasărilor pe reperii din fundaţie.

s-au măsurat pe suprafața îmbrăcăminții dispunînd acul înregistrator al deflectometrului între roțile gemene avînd presiunea 5,5 kg/cm² și sarcina totală 2,15 t.

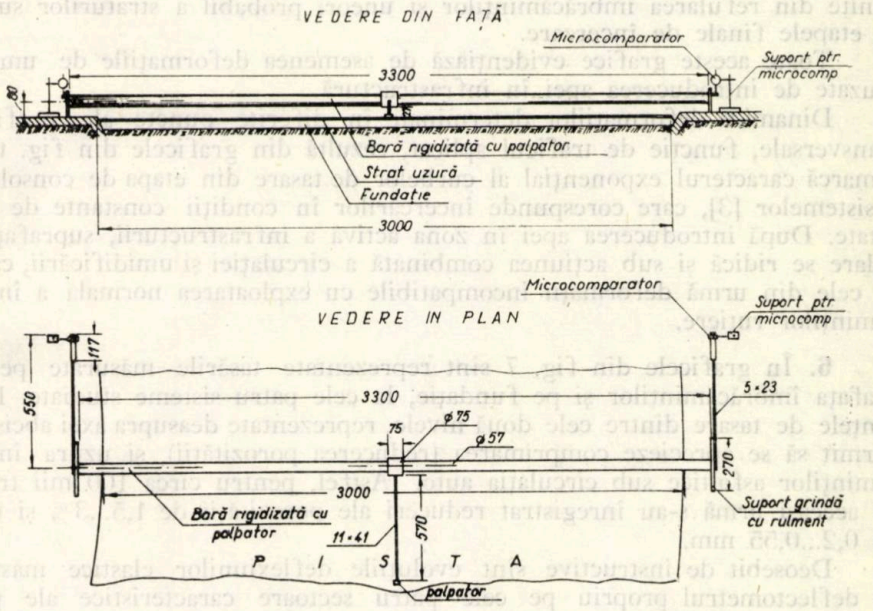


Fig. 4. — Deflectometrul „Stația pilot-Iași".

3. Rezultatele cercetării

4. Conform programului încercărilor, după efectuarea primelor 100 mii treceri convenționale pe aceeași urmă, umiditatea în zona activă a infrastructurii a fost sporită prin inundarea drenurilor de la baza cuvei, iar după alte 10 mii treceri, prin inundarea șanțurilor laterale, folosind instalația de ploaie artificială. Umiditățile medii au fost determinate, pentru fiecare sector caracteristic, la trei adîncimi.

Acumularea deformațiilor permanente în complexul rutier în condiții constante de umiditate, se datorește trecerii repetate a sarcinilor mobile. Modificarea stării fizice a materialelor din straturile complexului introduce schimbări calitative și cantitative esențiale în tabloul fenomenelor observate.

5. In fig. 5 sînt reprezentate deformațiile de tasare ale suprafeței de rulare măsurate în cîte un profil transversal pentru fiecare tip de sistem rutier încercat. Pe banda centrală de 78 cm lățime deformațiile sînt maxime deoarece pe această porțiune a pistei s-a aplicat traficul auto corespunzător la 185 mii treceri convenționale pe aceeași urmă [1]). După 150 mii treceri,

[1]) Sarcinile mobile au fost transmise sistemelor rutiere prin intermediul a două roți de autocamion, avînd 2,15 t sarcină fiecare și circulînd pe spirale sub comanda unui sistem electric automat.

de fiecare capăt al braţului mobil s-a legat cîte un cărucior cu roţi cu obadă metalică, simulînd circulaţia hipomobilă. În acest fel, în cuprinsul lăţimii pistei, s-au obţinut benzi suportînd trafic auto, hipo şi mixt. Se remarcă în toate cazurile tasări negative în exteriorul benzii centrale provenite din refularea îmbrăcăminţilor şi uneori probabil a straturilor suport, în etapele finale de încercare.

Toate aceste grafice evidenţiază de asemenea deformaţiile de umflare cauzate de introducerea apei în infrastructură.

Dinamica deformaţiilor determinate în diferite puncte ale profilelor transversale, funcţie de traficul aplicat, rezultă din graficele din fig. 6. Se remarcă caracterul exponenţial al curbelor de tasare din etapa de consolidare a sistemelor [3], care corespunde încercărilor în condiţii constante de umiditate. După introducerea apei în zona activă a infrastructurii, suprafaţa de rulare se ridică şi sub acţiunea combinată a circulaţiei şi umidificării, capătă în cele din urmă deformaţii incompatibile cu exploatarea normală a îmbrăcăminţilor rutiere.

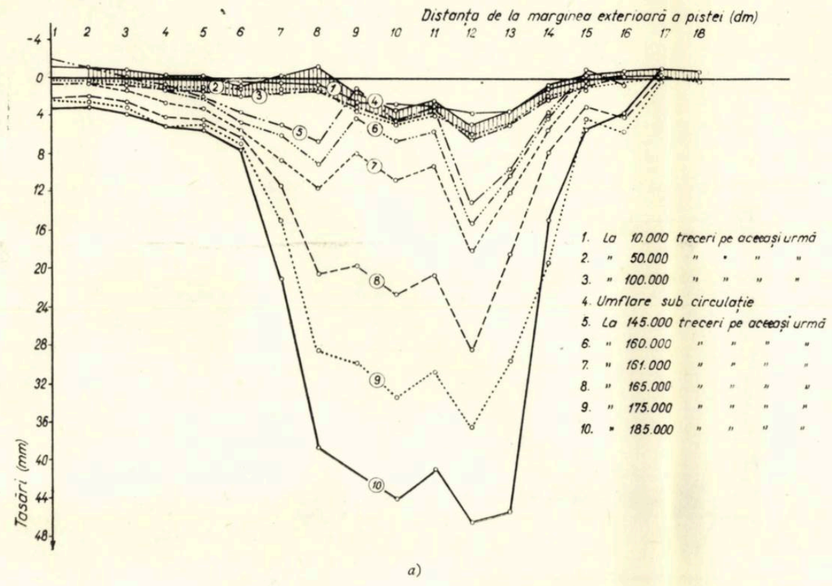
6. În graficele din fig. 7 sînt reprezentate tasările măsurate pe suprafaţa îmbrăcăminţilor şi pe fundaţie, la cele patru sisteme studiate. Diferenţele de tasare dintre cele două nivele, reprezentate deasupra axei abciselor, permit să se aprecieze comprimarea (reducerea porozităţii) şi uzura îmbrăcăminţilor asfaltice sub circulaţia auto. Astfel, pentru circa 100 mii treceri pe aceeaşi urmă s-au înregistrat reduceri ale porozităţii de 1,5...3 % şi uzuri de 0,2...0,55 mm.

Deosebit de instructive sînt evoluţiile deflexiunilor elastice măsurate cu deflectometrul propriu pe cele patru sectoare caracteristice ale pistei experimentale. Măsurarea deflexiunilor după deplasări succesive ale roţii cu cîte 0,25 m în raport cu poziţia acului înregistrator a permis ca folosind principiul reciprocităţii să se construiască cu uşurinţă curbele de revenire elastică (fig. 8) în diferite etape de încercare [2]).

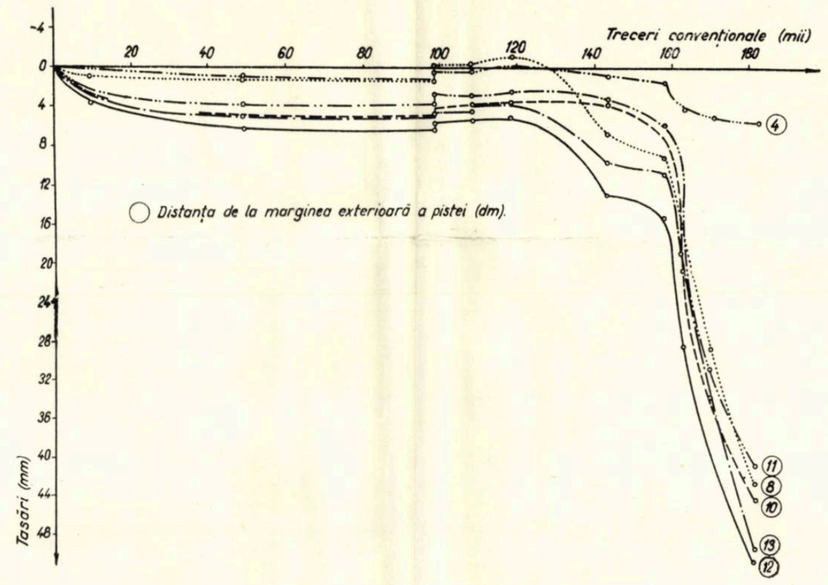
Tabelul 1

Etapa de încercare	Profilul *A—B*		Profilul *O—P*		Profilul *E—F*		Profilul *K—L*	
mii de treceri convenţionale	*E* kg/cm²	1/ϱ m⁻¹	*E* kg/cm²	1/ϱ m⁻¹	*E* kg/cm²	1/ϱ m⁻¹	*E* kg/cm²	1/ϱ m⁻¹
100	2300	0,0025	2270	0,0022	1980	0,0028	3300	0,0011
100,5	1700	0,0035	—	—	—	—	—	—
105	1510	0,0040	1800	0,0034	1540	0,0033	2720	0,0014
135	—	—	1550	0,0038	1300	0,0042	2720	0,0010
150	890	0,0069	1190	0,0056	1000	0,0064	2120	0,0022
155	—	—	—	—	880	0,0064	—	—
162,5	—	—	1076	0,0058	823	0,0080	—	—
175	—	—	900	0,0078	590	0,0148	1530	0,0033

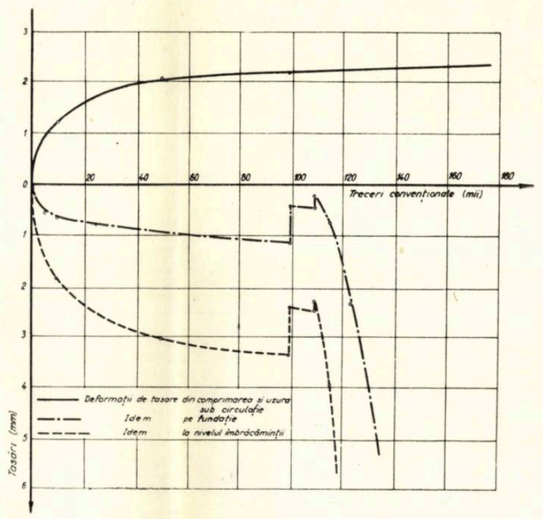
[2]) Măsurătorile s-au început după parcurgerea a 100 mii treceri convenţionale ale sarcinii mobile, deoarece deflectometrul utilizat a fost conceput şi realizat la sfîrşitul anului 1961.



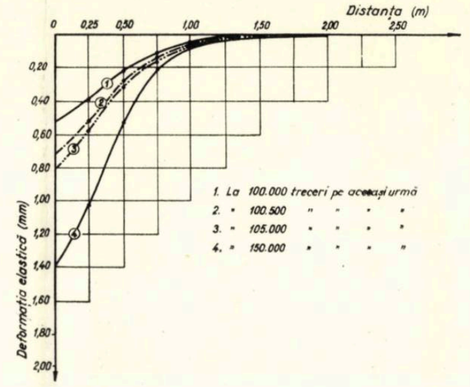
a)



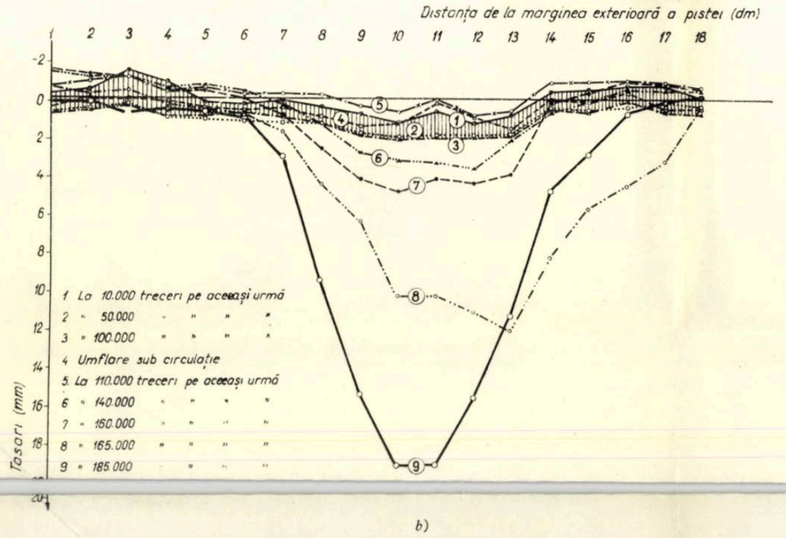
a)



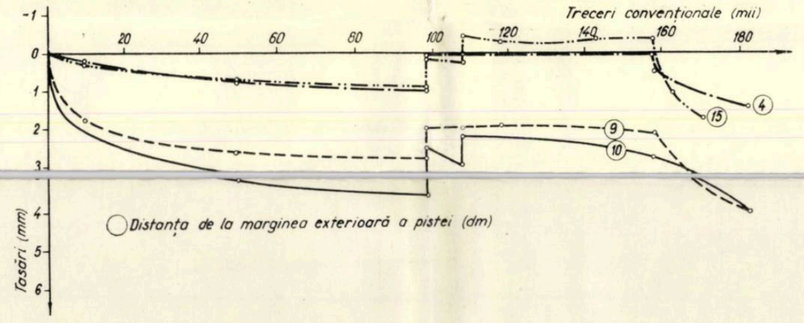
a)



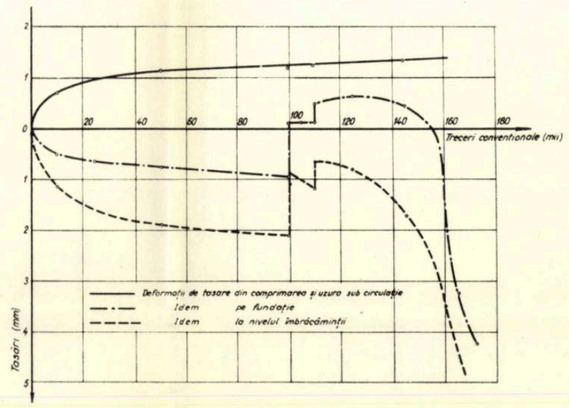
a)



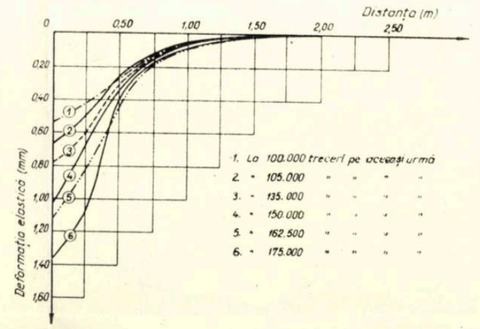
b)



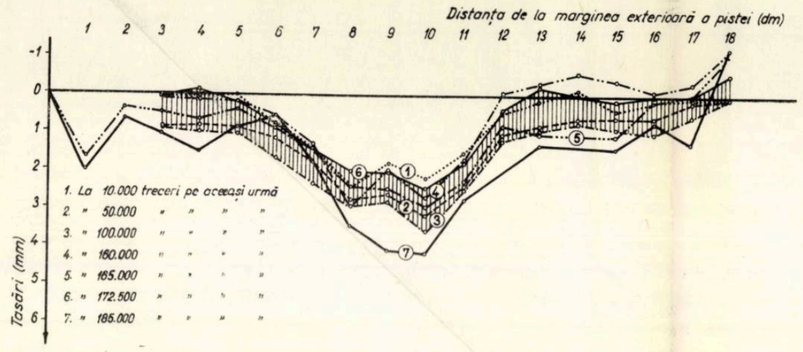
b)



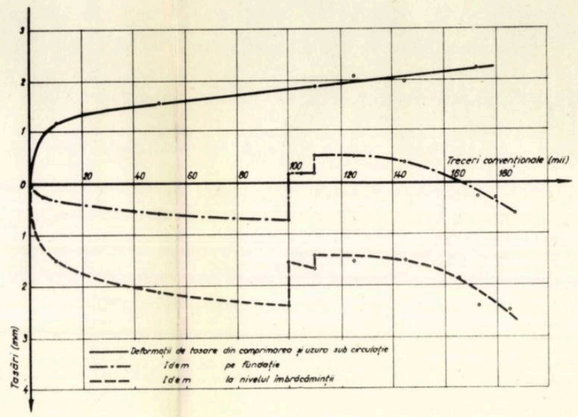
b)



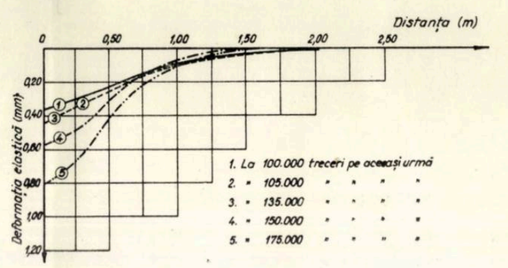
b)



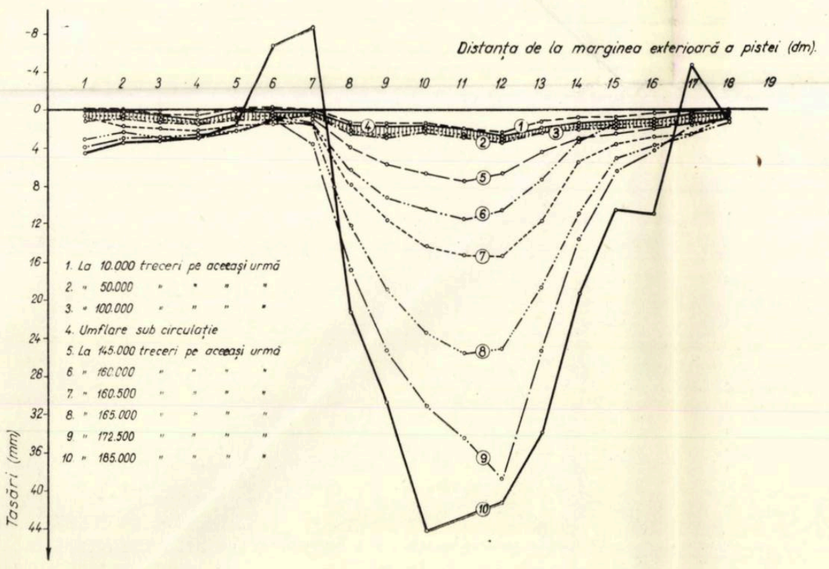
c)



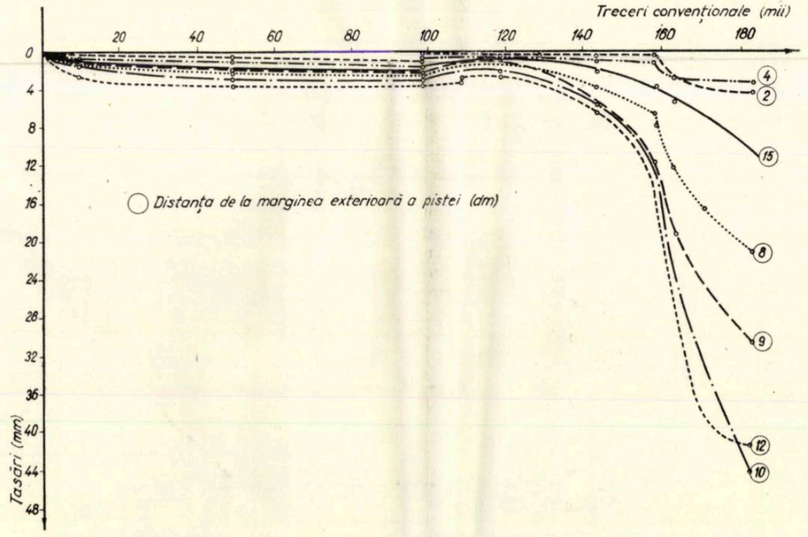
c)



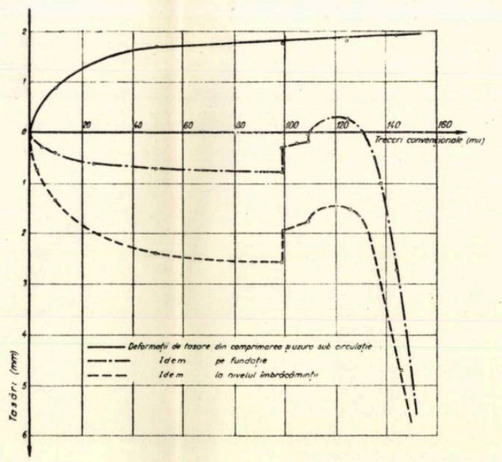
c)



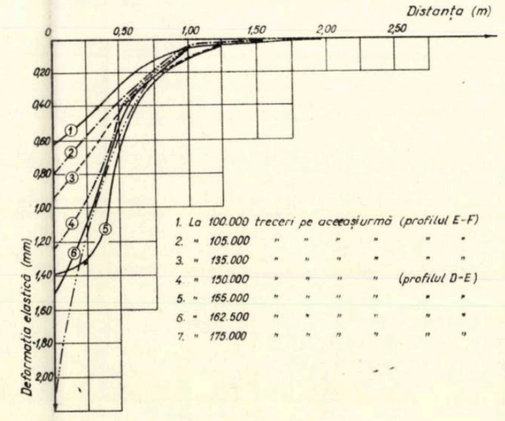
d)



c)



d)



d)

Fig. 5. — Deformaţiile permanente într-un profil transversal. *a*) sistemul *1—1*; *b*) sistemul *2—2*; *c*) sistemul *3—3*; *d*) sistemul *4—4*.

Fig. 6. — Acumularea deformaţiilor permanente în funcţie de numărul de treceri. *a*) sistemul *1—1*; *b*) sistemul *3—3*; *c*) sistemul *4—4*.

Fig. 7. — Deformaţiile medii la nivelul fundaţiei şi îmbrăcăminţii. *a*) sistemul *1—1*; *b*) sistemul *2—2*; *c*) sistemul *3—3*; *d*) sistemul *4—4*.

Fig. 8. — Curbe deflectometrice. *a*) sistemul *1—1* (profilul *A—B*); *b*) sistemul *2—2* (profilul *O—P*); *c*) sistemul *3—3* (profilul *K—L*); *d*) sistemul *4—4* (profilele *E—F*, *D—E*).

Rezultă că sub efectul circulației și al apelor de infiltrație are loc creșterea permanentă a deflexiunilor elastice, pînă la distrugerea sistemelor.

7. Calculul modulului de elasticitate al complexelor rutiere pentru fiecare etapă, cu formula folosită de MADI $E = p/\lambda$ (în care p este presiunea specifică la contactul roții cu suprafața îmbrăcăminții și λ — deformația relativă calculată cu un diametru echivalent $D = 22{,}3$ cm), indică de asemenea micșorarea sa continuă (tabelul 1). Concordă cu aceasta și rezultatele calculului curburii $1/\rho$ a îmbrăcăminților pentru cercurile duse prin punctele + 0,50 m, 0,00 m și — 0,50 m ale suprafeței deformate. Creșterea curburii indică reducerea portanței și a efectului de dală al structurilor rutiere, cu fiecare etapă de încercare.

4. Concluzii

1. Efectul circulației asupra sistemelor rutiere nerigide experimentate determină:

a) consolidarea sistemelor și comportarea elastică a straturilor rutiere în condițiile realizate prin execuție;

b) deformarea pînă la distrugere a acestora, cînd umiditatea materialelor din zona activă se găsește în intervalul plastic.

2. În etapa de consolidare, acumularea deformațiilor remanente încetează după circa 15...20 mii treceri convenționale ale sarcinii.

Pătrunderea apelor în zona activă cauzează deformații de umflare, a căror mărime depinde de natura materialelor din complexul rutier și de cantitatea de apă infiltrată.

3. Depășirea stadiului de consolidare este caracterizată prin creșterea continuă a deformațiilor remanente, a deflexiunilor elastice și a curburii îmbrăcăminților și deci conduce la scăderea modulului de elasticitate al sistemelor experimentate.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de drumuri și poduri
și
Stația pilot de încercări rutiere, Iași

BIBLIOGRAFIE

1. Hogg H. A., Magazine a. J. of Sci., 1938.
2. Burmister M. D., J. of Appl. Physics, 1945, **16.**
3. Atanasiu D. și colab., Bul. Inst. polit. Iași, 1960, **VI (X)**, *3-4*, pp. 399—408.

SUR LES DÉFORMATIONS DES SYSTÈMES ROUTIERS NONRIGIDES

(Résumé)

En continuant les recherches précedentes sur la déformation sous l'action des charges mobiles des systèmes routiers économiques, on présente dans cette Notte les mesures des déformations effectuées dans la Station des essaix routiers de Jassy, dans des conditions variables d'humidité du terrain de fondation. On y met en évidence les déformations permanentes et élastiques en fonction du nombre des passages des charges mobiles sur la même trace.

Il en résulte que pour les systèmes de revêtements asphaltiques sur des couches de base en sol stabilisé les déformations permanentes conduisent à la diminution de leur portance et à la dégradation après environ 185.000 passages conventionelles.

Toutefois on constate l'augmentation de la courbure de la surface déformée, ce qu'indique la diminution progréssive de l'effet de dale.

Explication des figures

Fig. 1. — Les systèmes routiers essayés.
Fig. 2. — Mesure des tassements des surfaces de roulement.
Fig. 3. — Mesure des tassements sur les répères de la fondation.
Fig. 4. — Le déflectomètre de la Station des essais routiers de Jassy.
Fig. 5. — Les déformations permanentes dans un profil transversal. *a*) système *1—1*; *b*) système *2—2*; *c*) système *3—3*; *d*) système *4—4*.
Fig. 6. — L'accumulation des déformations permanentes en fonction du nombre des passages répétes. *a*) système *1—1*; *b*) système *3—3*; *c*) système *4—4*.
Fig. 7. — Les déformations moyennes au niveau de la fondation et du recouvrement. *a*) système *1—1*; *b*) système *2—2*; *c*) système *3—3*; *d*) système *4—4*.
Fig. 8. — Les courbes déflectometriques. *a*) système *1—1* (profil *A-B*); *b*) système *2—2* (profil *O-P*); *c*) système *3—3* (profil *K-L*); système *4—4* (profils *E-F* et *D-E*)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

Д. К. 624.2/8; 625.1

ЖЕСТКОСТЬ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗАГРУЖЕННЫХ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ БАЛОЧНЫХ МОСТОВ

В. П. ТАРАСЕНКО

1. Техническими условиями проектирования мостов [1] в СССР устанавливаются нормы вертикальных прогибов пролетных строений в зависимости от величины пролета.

Горизонтальная жесткость пролетных строений в настоящее время не нормируется. Только для разрезных пролетных строений металлических мостов техническими условиями устанавливается ограничение величины периода свободных горизонтальных колебаний.

Применение новых материалов (низколегированных сталей, алюминиевых сплавов и др.) для изготовления пролетных строений приводит к уменьшению их жесткости, и определяющим может оказаться не расчет на прочность, а расчет на жесткость. Поэтому необходим более строгий, научно-обоснованный подход к установлению как вертикальной, так и горизонтальной жесткости пролетных строений мостов.

Большие горизонтальные прогибы пролетных строений при колебаниях не дают существенного увеличения напряжений в элементах пролетных строений [2], но могут вызвать нарушение устойчивости движения подвижного состава по мосту. Для решения вопроса о нормировании поперечной жесткости пролетных строений необходимо изучение пространственных колебаний пролетных строений, а также совместных колебаний пролетных строений и подвижного состава.

В результате изучения взаимодействия пролетных строений и подвижного состава должны быть установлены условия, при которых происходит обезгруживание отдельных осей подвижного состава, недопустимое из условий безопасности движения, так как оно создает опасность схода с рельсов подвижного состава.

2. Первые исследования по изучению пространственных колебаний пролётных строений балочных мостов в Советском Союзе были выполнены Е. Е. Гибшманом [3] и С. А. Бернштейном [2], [4]. В указанных работах были предложены и разработаны две основные теории пространственных колебаний пролетных строений. Первая из этих теорий получила название теории „балдахина", а вторая — теории колебаний боковой качки. В первой из них рассматриваются только горизонтальные колебания ветровых ферм пролетного строения, упруго соединенных элементами решетки главных ферм и поперечными связями. Вторая теория рассматривает крутильные колебания пролетных строений, но без учета деформации поперечных связей. В обеих теориях не учитывается податливость порталов. Между тем деформации поперечных связей и порталов оказывают существенное влияние на распределение усилий между элементами пролетного строения при работе его на одностороннюю нагрузку и на динамические характеристики пространственных колебаний пролетных строений.

Пролетное строение имеет распределенную по длине и поперечному сечению массу и в динамическом отношении представляет собою сложную пространственную систему с бесконечным числом степеней свободы. Основой предлагаемого автором [5] способа решения задачи о пространственных колебаниях этой системы является замена её динамически эквивалентной системой с несколькими степенями свободы путем приведения масс.

3. Приведенные массы пролетного строения сосредотачиваются в среднем его сечении в пяти точках — по оси пролетного строения в уровне проезжей части и по углам поперечного сечения, как показано на рис. 1.

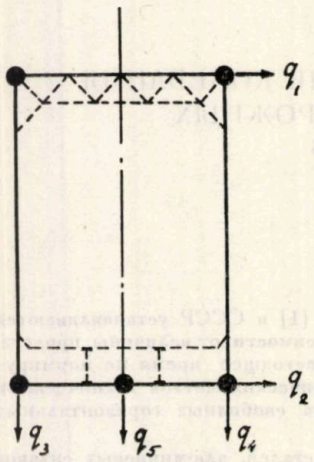


Рис. 1

Пренебрегая продольными деформациями стоек главных ферм, распорок ветровых ферм и деформациями поперечных балок, величины которых незначительны по сравнению с вертикальными и горизонтальными прогибами середины пролетного строения, приходим к системе с пятью степенями свободы. В результате решения системы дифференциальных уравнений для перемещений q_i этой системы можно определить частоты θ свободных пространственных колебаний и формы колебаний.

Значения частот свободных колебаний пролетных строений определяются следующими уравнениями, которые получаем после раскрытия векового уравнения, соответствующего данной системе:

$$(1) \qquad (h_{33} + h_{34})\,[1 + m_5/(2m_3)] - \alpha = 0,$$

$$(2) \qquad \alpha^3 - (h_{11} + h_{22} + h_{33} - h_{34})\,\alpha^2 + [(h_{11} + h_{22})(h_{33} - h_{34}) + (h_{11}h_{22} - h_{12}^2) - 2(h_{13}^2 + h_{23}^2)]\,\alpha - [(h_{11}h_{22} - h_{12}^2)(h_{33} - h_{34}) - 2(h_{11}h_{23}^2 + h_{22}h_{13}^2) + 4h_{12}h_{23}h_{13}] = 0,$$

где $\alpha = 1/\theta^2$, $h_{ik} = \delta_{ik}\sqrt{m_i m_k}$, θ — круговая частота свободных колебаний системы, m_i и m_k — приведенные массы, δ_{ik} — коэффициенты влияния, соответствующие направлениям перемещений, указанным на рис. 1.

Первым из этих уравнений определяются частоты вертикальных колебаний, вторым — частоты пространственных колебаний пролетных строений.

Для определения коэффициентов влияния δ_{ik} необходимо рассмотреть работу пролетного строения как статически неопределимой пространственной системы. Задача решается методом сил. За лишние неизвестные удобно принять вертикальные усилия, передаваемые поперечными связями при односторонней нагрузке с одной главной фермы

пролетного строения на другую. После определения лишних неизвестных легко находятся соответствующие перемещения системы от единичных сил, или коэффициенты влияния.

Для приведенных масс нижней ветровой фермы, главных ферм и проезжей части коэффициент приведения принимается равным половине, как для простых балок. Для верхней ветровой фермы, опирающейся на упруго податливые порталы, величина коэффициента приведения оказывается больше половины и определяется энергетическим методом.

4. Для пролетных строений Проектстальконструкции (ПСК) пролетами 33 + 66 мм, а также для модели пролетного строения были подсчитаны частоты пространственных и вертикальных свободных колебаний, величины которых приведены в таблице 1, где помещены также экспериментальные значения этих частот.

Таблица 1

Тип пролетного строения	Пролет	Частоты пространственных колебаний (гц)						Частоты вертикальных колебаний гц	
		1-я форма		*2*-я форма		*3*-я форма			
	м	расчет	эксперимент	расчет	эксперимент	расчет	эксперимент	расчет	эксперимент
ПСК	33	3,86	3,60	6,04	7,10	16,2	—	10,1	10,1
ПСК	44	3,03	2,71	4,50	5,47	13,2	—	6,70	6,66
ПСК	55	2,50	2,10	3,65	4,58	11,7	—	5,24	4,75
ПСК	66	2,01	1,77	2,93	3,86	11,6	—	4,09	3,87
модель	1,2	7,84	7,60	15,2	—	41,3	—	10,18	10,43

Экспериментальные данные по этим пролетным строениям получены при динамических испытаниях мостов [6], проводимых мостоиспытательной лабораторией Днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта.

При исследовании форм пространственных колебаний, определяющих характер деформаций пролетного строения, установлено, что при колебаниях по первой форме происходят горизонтальные перемещения верхней и нижней ветровых ферм в одну сторону с незначительным закручиванием среднего сечения пролетного строения в ту или другую сторону. Вторая форма представляет собою крутильные колебания с искажением контура поперечного сечения пролетного строения. При колебаниях по третьей форме происходит более сложная деформация поперечного сечения пролетного строения.

Наиболее легко возбуждаются пространственные колебания пролетных строений по первой форме, которой соответствует самая низкая частота.

5. Кроме расчетной схемы в виде дискретной системы (рис. 1), автором рассмотрена в работе [7] расчетная схема с массами, распределенными вдоль поясов пролетного строения, и непрерывно распределенной жесткостью поперечных связей.

Решение задачи о свободных пространственных колебаниях пролетных строений металлических балочных мостов и установление основных их закономерностей позволило перейти к рассмотрению совместных пространственных (боковых) колебаний пролетных строений и подвижного состава.

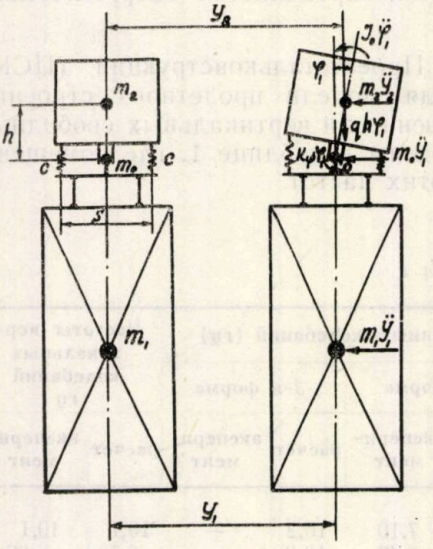


Рис. 2

При проходе подвижного состава по мосту возникают вертикальные, горизонтальные и крутильные колебания пролетных строений, а также вертикальные, боковые, продольные и др. колебания подвижного состава. Изучение совместных пространственных колебаний пролетных строений и подвижного состава в общем случае представляет довольно сложную задачу. В результате исследования свободных пространственных колебаний было установлено, что при колебаниях по первой форме преобладают горизонтальные перемещения поясов пролетного строения с незначительным закручиванием и деформацией контура поперечного сечения. Поэтому при рассмотрении пространственных колебаний загруженных пролетных строений закручиванием и деформацией контура поперечного сечения в первом приближении можно пренебречь. Массу пролетного строения будем считать равномерно распределенной вдоль пролета. Для временной нагрузки массу, жесткость рессор и некоторые другие характеристики будем считать также непрерывно распределенными вдоль пролета.

Исследованиями С. С. Норейко [8] показано, что для вертикальных колебаний загруженных пролетных строений железнодорожных балочных мостов аналогичные предпосылки дают вполне приемлемые результаты.

При указанных предпосылках расчетная схема для совместных свободных пространственных колебаний пролетных строений и подвижного состава будет иметь вид, представленный на рис. 2.

В связи с наличием симметрии пролетного строения и временной нагрузки относительно продольной оси пролетного строения, вертикальные колебания пролетного строения и подвижного состава оказываются не зависящими от остальных форм пространственных колебаний системы. При боковых колебаниях загруженных пролетных строений происходит перемещение промежуточных сечений пролетного строения

и подвижного состава в горизонтальном направлении и наклон подрессоренной части подвижного состава в сторону из-за деформации рессор.

6. Учитывая известные дифференциальные соотношения Журавского для балок, загруженных поперечной нагрузкой, и воспользовавшись принципом Даламбера, а также составив сумму моментов, действующих на подрессоренную часть подвижного состава относительно точки O (рис. 2), получим следующую систему дифференциальных уравнений в частных производных для свободных боковых колебаний загруженных пролетных строений:

$$(3)\qquad \begin{cases} EJ_1 Y_1^{IV} = -m_1 \ddot{Y}_1 - m_0 \ddot{Y}_1 - m_2 \ddot{Y}_2, \\ -\mathcal{J}_0 \ddot{\varphi}_1 - m_2 h \ddot{Y}_2 + qh\varphi_1 - k_\varphi \varphi_1 = 0. \end{cases}$$

Здесь и дальше штрихами обозначены производные по x, а точками — по времени t. В уравнениях (3) обозначено: Y_1 — горизонтальное перемещение пролетного строения, EJ_1 — изгибная жесткость горизонтальных ферм пролетного строения, m_1 — погонная масса пролетного строения, m_0 и m_2 — погонные массы неподрессоренных и подрессоренных частей подвижного состава, φ_1 — угол наклона подвижного состава, $\mathcal{J}_0$ — погонный момент инерции подрессоренной массы подвижного состава относительно продольной оси, проходящей через ее центр тяжести, q — погонный вес подрессоренных частей подвижного состава.

Значения величин k_φ и Y_2 определяются (см. рис. 2) следующими выражениями:

$$Y_2 = Y_1 + h\varphi_1, \quad k_\varphi = cs^2/2,$$

где h — высота центра тяжести подрессоренной массы над плоскостью осей колесных пар, c — погонная жесткость рессор подвижного состава (на одну сторону) и s — расстояние между центрами рессорного подвешивания в поперечном направлении (рис. 2).

После преобразований, система уравнений (3) приобретает вид:

$$(4)\qquad \begin{cases} EJ_1 Y_1^{IV} = -(m_1 + m_0 + m_2)\ddot{Y}_1 - m_2 h \ddot{\varphi}_1, \\ (k_\varphi - qh)\varphi_1 = -\mathcal{J}\ddot{\varphi}_1 - m_2 h \ddot{Y}_1, \end{cases}$$

где $\mathcal{J}$ — погонный момент инерции подрессоренных масс подвижного состава относительно оси, проходящей на высоте осей колесных пар, равный $\mathcal{J} = \mathcal{J}_0 + m_2 h^2$.

Перемещения системы Y_1 и Φ_1 являются функциями двух независимых переменных — координаты x, отсчитываемой от начала пролета, и времени t. Воспользовавшись методом Фурье и введя обозначения

$$Y_1(x,t) = X_1(x)\,T(t) \quad \text{и} \quad \varphi_1(x,t) = \varphi(x)\,T(t),$$

можно разделить независимые переменные. Используя эти обозначения, из уравнений (4) после преобразований получим

$$(5)\quad \begin{cases} X_1^{IV} - \{1 + (m_0/m_1) + (m_2/m_1)\,[\theta_b^2 - (\mathcal{J}_0/\mathcal{J})\,\theta^2]/(\theta_b^2 - \theta^2)\}\,k^4 X_1 = 0, \\ \varphi = \{[(\mathcal{J}_0/\mathcal{J})\,\theta^2]/(\theta_b^2 - \theta^2)\}\,(h/i_0^2)\,X_1 \end{cases}$$

и

$$(6)\quad \ddot{T} + \theta^2 T = 0,$$

где обозначено: θ_b — частота боковых колебаний подвижного состава на жестком основании, θ — частота свободных колебаний системы, k — некоторое постоянное число, i_0 — радиус инерции подрессоренной массы подвижного состава, причем

$$\theta_b^2 = (k_\varphi - qh)/\mathcal{J}, \quad \theta^2 = k^4(E\mathcal{J}_1/m_1) \quad \text{и} \quad i_0^2 = I_0/m_2.$$

Введя обозначение

$$(7)\quad 1 + (m_0/m_1) + (m_2/m_1)\,[\theta_b^2 - (\mathcal{J}_0/\mathcal{J})\,\theta^2]/(\theta_b^2 - \theta^2) = a^4,$$

для первого из уравнений системы (5) получим такое решение:

$$(8)\quad X_1 = C_1 \operatorname{ch} akx + C_2 \operatorname{sh} akx + C_3 \cos akx + C_4 \sin akx,$$

где C_i — произвольные постоянные интегрирования, зависящие от граничных условий.

Для случая шарнирного опирания пролетного строения на опоры из граничных условий

$$X_1(0) = 0, \quad X_1''(0) = 0, \quad X_1(l) = 0 \quad \text{и} \quad X_1''(l) = 0$$

находим, что $C_1 = C_2 = C_3 = 0$ и $C_4 \sin akl = 0$, где l — величина пролета балки. В последнем уравнении $C_4 \neq 0$, так как в противном случае $X_1 = 0$ и колебания будут отсутствовать. Следовательно, $\sin akl = 0$, откуда получаем

$$(9)\quad akl = n\pi, \quad k = n\pi/(al), \quad (n = 1, 2, 3, \ldots).$$

Учитывая (7) и (9) и заметив, что $k^4 = (m_1/E\mathcal{J}_1)\,\theta^2$, получим уравнение частот свободных колебаний системы в таком виде:

$$(10)\quad f\theta^4 - (\theta_0^2 + \theta_b^2)\,\theta^2 + \theta_0^2\theta_b^2 = 0,$$

где приняты обозначения

$$f=(m_1+m_0+\alpha m_2)/(m_1+m_0+m_2),\quad \alpha=\mathcal{J}_0/\mathcal{J},$$
$$\theta_0^2=n^4\pi^4 E\mathcal{J}_1/[(m_1+m_0+m_2)l^4],\quad \theta_b^2=(cs^2/2-qh)/\mathcal{J}. \tag{11}$$

Из уравнения (10) находим

$$\theta^2=(1/2f)(\theta_0^2+\theta_b^2)\pm(1/2f)\sqrt{(\theta_0^2+\theta_b^2)^2-4f\theta_0^2\theta_b^2}. \tag{12}$$

Последним выражением определяются частоты всего спектра колебаний системы.

Вычислив значения частот, нетрудно найти выражения для форм колебаний, характеризующих характер деформаций пролетного строения и перемещений подвижного состава. Учитывая зависимости (5), (8) и (9), получим такие выражения, определяющие формы колебаний:

$$\begin{cases} X_1=C_4\sin(n\pi x/l), \\ \varphi=[C_4\theta^2/(\theta_b^2-\theta^2)]\,(\alpha h/i_0^2)\sin(n\pi x/l). \end{cases} \tag{13}$$

Следовательно, при совместных пространственных колебаниях пролетных строений и подвижного состава по одной из главных форм угол φ наклона подвижного состава пропорционален величине горизонтального перемещения X_1 пролетного строения и зависит от частоты свободных колебаний системы.

Характер изменения перемещений системы во времени определяется уравнением (6), для которого имеем такое решение:

$$T=A\cos\theta t+B\sin\theta t,$$

где A и B произвольные постоянные интегрирования, зависящие от начальных условий.

Для исследования корней уравнения частот (10) в общем случае, преобразуем его к виду

$$\theta^2=\theta_0^2(1-\theta_b^2/\theta^2)/(f-\theta_b^2/\theta^2),\quad \text{или}\quad \theta_b^2/\theta_0^2=(\theta_b^2/\theta^2)\,(1-\theta_b^2/\theta^2)/(f-\theta_b^2/\theta^2).$$

7. Пользуясь последним выражением, можно построить графики (рис. 3) зависимости отношения квадратов парциальных частот θ_b^2/θ_0^2 от отношения θ_b^2/θ^2 для различных значений параметра f. Из анализа этих графиков следует, что при любых значениях парциальных частот θ_0 и θ_b и параметра f (заметим, что $f<1$) имеется две группы частот свободных колебаний системы. Частоты первой из этих групп ниже парциальной частоты θ_b и приближаются к ней по мере возрастания номера n. Частоты второй группы выше большей из парциальных частот θ_b или θ_0 и при $n\to\infty$ растут безгранично.

В соответствии с изменением частот происходит изменение и форм колебаний, как это вытекает из соотношений (13).

При произвольном возмущении система колеблется с частотами нескольких форм. При этом происходит наложение колебаний. Если же частота возмущения совпадает с частотою колебаний по одной из форм, то, как известно, преобладающими будут колебания по этой форме.

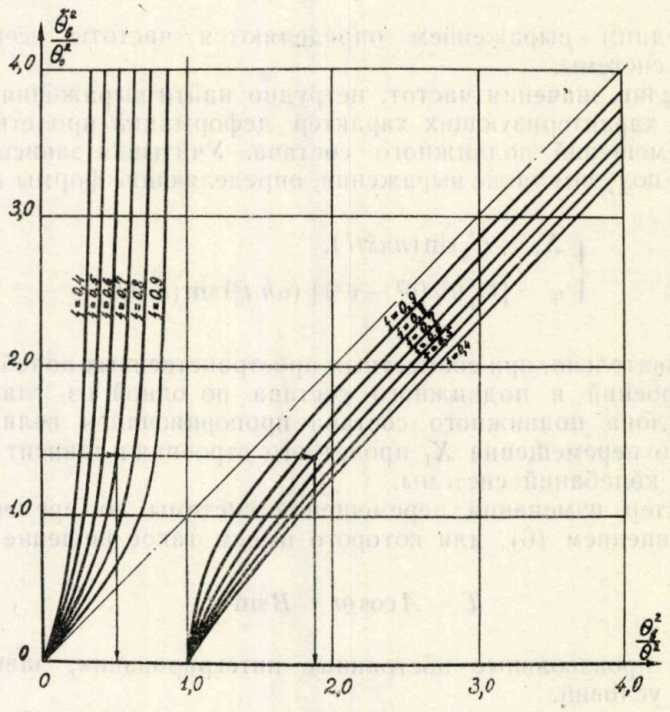


Рис. 3

Таким образом, при резонансе система будет колебаться по одной из главных форм колебаний. При возрастании амплитуд колебаний с ростом горизонтальных перемещений пролетных строений в соответствии с условиями (13) увеличивается и угол наклона подвижного состава, что ведет к перегрузке рессор с одной стороны подвижного состава и разгрузке их с другой стороны. При полной разгрузке рессор подвижного состава с одной стороны и перегрузке их с другой стороны наступает опасность схода подвижного состава с рельсов из-за обезгруживания колесных пар. Учитывая это, из выражений (13) можно получить такое выражение для величины предельно допустимой амплитуды горизонтальных колебаний загруженных пролетных строений:

(14) $$X_{1\text{пр}} = \left| \left(\theta_b^2/\theta\right)^2 - 1\right) \left(h^2 + i_0^2\right)/h^2) \left(2h/s\right) \Delta_{\text{ст}} \Big|,$$

где $\Delta_{\text{ст}}$ — величина статического прогиба рессор подвижного состава.

8. В качестве иллюстрации в таблице 2 приведены некоторые расчетные и экспериментальные данные для пролетных строений ПСК с ездою поверху пролетами 44 и 55 м, загруженных четырех-осными и шестиосными полувагонами.

Таблица 2

Тип нагрузки	Nr. форм колебаний	Пролетное строение пролетом 44 м			Пролетное строение пролетом 55 м		
		частота θ (гц)		предельная амплитуда $X_{1\text{пр}}$ (см)	частота θ (гц)		предельная амплитуда $X_{1\text{ пр}}$ (см)
		расчет	эксперимент		расчет	эксперимент	
Четырехосные полувагоны	1	1,430	1,27	2,78	1,195	0,965	5,81
	2	3,01	3,08	2,71	2,65	2,50	2,25
Шестиосные полувагоны	1	0,924	—	2,18	0,862	—	4,24
	2	2,43	—	9,50	1,935	—	8,34

Полученные величины предельно допустимых амплитуд для данных пролетных строений и нагрузки имеют значительную величину, которая в несколько раз превышает наибольшие амплитуды горизонтальных колебаний этих пролетных строений, полученные при испытаниях. Следовательно, для этих пролетных строений и нагрузки нет опасности обезгруживания колесных пар подвижного состава при существующих скоростях движения.

Поступила 24 IV 1963 г.

Днепропетровский институт инженеров железнодорожного транспорта, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. * * * *Технические условия проектирования железнодорожных, автодорожных и городских мостов и труб* (СН 200—62). Трансжелдориздат, 1962.
2. Бернштейн С. А., *Теория и расчет боковой качки железных мостов.* Вып. *110* ЦНИУ НКПС, Транспечать, М., 1930.
3. Гибшман Е. Е., *О горизонтальных поперечных колебаниях пролетных строений.* **XXI** сб. НТК НКПС, вып. *88*, Транспечать, М., 1929.
4. Бернштейн С. А., *Исследование поперечных колебаний пролетных строений.* **XXI** сб. НТК НКПС, вып. *88*, Транспечать, М., 1929.
5. Тарасенко В. П., Тр. ДИИТ, 1961, **а**, *32*.

6. Дорошенко Е. В., Тарасенко В. П., Тр. ДИИТ, 1961, **а**, *32*.
7. Тарасенко В. П., Тр. ДИИТ, 1962, **а**, *38*.
8. Норейко С. С., *Свободные колебания загруженных железнодорожных мостов*. Сб. ЛИИЖТ, **а**, *144*, Трансжелдориздат, М., 1952.

RIGIDITATEA ŞI OSCILAŢIILE SPAŢIALE SUB SARCINĂ ALE PODURILOR CU GRINZI, DE CALE FERATĂ

(Rezumat)

Se cercetează oscilaţiile spaţiale ale suprastructurii podurilor din grinzi şi interacţiunea dintre suprastructură şi echipajul mobil la trecerea sarcinii peste pod. În urma studierii oscilaţiilor comune ale suprastructurii şi echipajului mobil se stabilesc relaţii pentru amplitudinile limită admisibile ale oscilaţiilor orizontale şi verticale ale suprastucturii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 666.97 ; 624.9

CERCETĂRI ASUPRA CONSOLIDĂRII CONSTRUCŢIILOR ŞI PREFABRICATELOR DIN BETON ARMAT CU MORTARURI ŞI BETOANE DE CIMENT CU ADAOS DE ACETAT DE POLIVINIL

DE

ANATOLIE MIHUL, M. MARINESCU, ARIADNA BOGHIAN, C. LEONTE, CHIMON CAPATU şi AURELIA BRĂDĂŢEANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Consideraţii generale

Datorită unor dificultăţi ce apar la turnarea betoanelor în piesele de dimesiuni reduse, sau a unor greşeli ce se fac la punerea în operă a betonului, parte din elementele executate rezultă cu defecte „din turnare" sub formă de golori, caverne, discontinuităţi, segregări etc., care reduc capacitatea de rezistenţă a construcţiilor (şi în consecinţă micşorează coeficientul lor de siguranţă) sau măresc în mare proporţie gradul de permeabilitate. În aceste cazuri, pentru a se putea da în exploatare astfel de construcţii, este necesar ca defectele semnalate, atunci cînd sînt de importanţă redusă, să fie înlăturate prin recondiţionări locale, iar cînd sînt generalizate, elementele respective sau construcţiile în întregime să fie consolidate.

La unele construcţii din beton armat, în timpul exploatării, în urma acţiunii agenţilor agresivi (fum de locomotivă, vapori de apă cu Cl, N, S etc.), a agenţilor nocivi din pămînt, a uleiurilor sau altor cauze, pot apărea degradări ale betonului şi corodarea armăturii, care necesită, la anumite intervale de timp, efectuarea unor lucrări de consolidare locale sau generale, fără de care exploatarea construcţiei în continuare nu este posibilă. Cînd gradul de degradare este avansat, se impune refacerea în întregime a unora dintre elementele de beton armat, deoarece soluţiile de recondiţionare apar insuficiente sau mult prea costisitoare.

Datorită unor solicitări neprevăzute, excepţionale, sau unor greşeli de proiectare, în elementele construcţiilor din beton sau beton armat pot apărea fisuri importante, care să facă imposibilă exploatarea în continuare a construcţiei.

La elementele prefabricate, în timpul transportului, manipulării sau depozitării, pot apărea fisuri sau dislocări de beton, ca urmare a lovirii lor întîmplătoare, rezemării incorecte, şocului produs de vehicule etc.

În actualele condiţii, degradările datorită cauzelor menţionate conduc la rebutarea elementelor, neexistînd soluţii rentabile pentru recondiţionarea lor.

Fisurile ce apar în zona întinsă a elementelor din beton armat contribuie în multe cazuri la reducerea duratei de exploatare a construcţiilor. Deschiderea fisurilor de la care apare pericolul de corodare nu este stabilită cu suficientă precizie Se poate afirma însă că fisurile de deschideri mai mari de 0,3 mm permit pătrunderea agenţilor exteriori (de

exemplu a vaporilor de apă din atmosferă), fapt care determină corodarea în timp a armăturii, chiar pentru condiţii normale de exploatare. În condiţii speciale de exploatare — în mediu agresiv — prezenţa fisurilor în betonul de acoperire a armăturii, chiar atunci cînd au deschiderea foarte mică ($<0{,}2$ mm), favorizează degradarea betonului şi corodarea armăturii. De exemplu, cercetarea traverselor de cale ferată din beton armat exploatate circa 5 ani, a arătat că armăturile prezintă caverne de 0,75 mm adîncime în dreptul fisurilor cu deschiderea de 0,25—0,3 mm; adîncimea cavernelor din dreptul fisurilor cu deschiderea de 0,1 mm era de 0,5 mm; în dreptul fisurilor cu deschiderea de 0,05 mm, practic nu s-au observat corodări ale armăturilor. Desigur, dacă mediul agresiv ar fi fost mai intens, efectul de corodare ar fi rezultat mai pronunţat, după cum dovedeşte practica de exploatare a construcţiilor din complexele industriale chimice. Închiderea fisurilor din zona întinsă a elementelor din beton armat exploatate în medii agresive, în vederea prelungirii duratei de exploatare a construcţiilor industriale, apare deosebit de avantajoasă.

Adeseori, în practică sînt necesare transformări ale construcţiilor din beton armat, care, după cum se ştie, prezintă mari dificultăţi de execuţie datorită greutăţilor ce apar la realizarea continuităţii dintre betonul vechi şi cel nou.

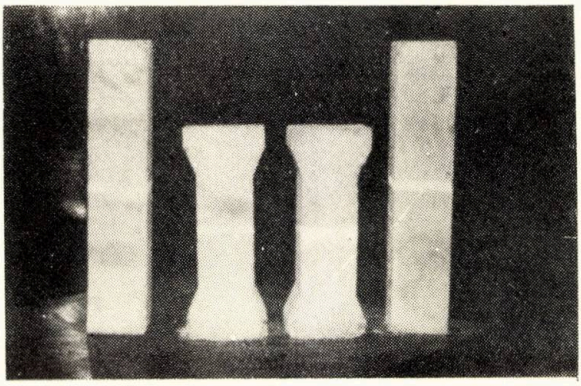
Necesitatea rezolvării problemelor enumerate, privind consolidarea şi transformarea construcţiilor din beton armat, recondiţionarea prefabricatelor cît şi protecţia lor contra acţiunii agenţilor agresivi apare astăzi frecvent, fapt care reclamă găsirea şi experimentarea la scară naturală a unor soluţii ce să poată fi aplicate larg în practică, în condiţii avantajoase de execuţie şi raţionale de cost. Rezolvarea acestor probleme se reduce la găsirea unor materiale cu ajutorul cărora să se poată realiza, cu certitudine, lipirea betoanelor vechi de cele noi.

Pentru a soluţiona această problemă, în cadrul Catedrei de beton armat şi filialei INCERC Iaşi s-au cercetat în laborator şi apoi s-au experimentat la scară mare (pe diverse şantiere din regiunile Iaşi, Suceava, Bacău şi Galaţi) mortaruri şi betoane de ciment cu adaos de acetat de polivinil (sub formă de emulsie-aracet E 50). Parte din rezultatele obţinute sînt prezentate în cele ce urmează.

2. Rezistenţa de aderenţă a mortarurilor de ciment cu acetat de polivinil la suprafeţe de beton vechi

Este cunoscut faptul că mortarurile sau betoanele de ciment aplicate pe suprafeţe de beton vechi nu aderă suficient. După părerea noastră, reducerea rezistenţei în zona de contact se datoreşte micşorării tensiunilor superficiale (care determină legăturile între concreţiunile cristaline şi legăturile între microcristalele din gelul din care se compune piatra de ciment) cauzată de reducerea numărului de contacte şi de mărirea spaţiului dintre particulele din betonul vechi şi cel nou turnat.

Adaosul de acetat de polivinil, în cazul cînd este distribuit raţional în zona de contact, crează o plasticitate mai mare a mortarului de ciment, ceea ce asigură reducerea grosimii peliculelor de apă absorbită şi adsorbită (care se interpun între elementele vechi şi noi), completează în mai mare măsură spaţiile în zona contactului şi asigură realizarea unor tensiuni superficiale mai mari, sporind acţiunea forţelor de natură coulombiană. Acetatul de polivinil, adsorbind o cantitate mare de apă, pe care o cedează în timp, asigură hidratarea în continuare a cimentului, îmbunătăţind calitatea pietrei de ciment, mărind mai cu seamă numărul de contacte, ceea ce de asemenea îmbunătăţeşte gradul de adezivitate.



a)

b)

Fig. 2

Pentru aprecierea rezistenței de aderență între betonul vechi și cel nou și totodată pentru elaborarea unei tehnologii de execuție a lucrărilor de consolidare și recondiționare a elementelor de beton armat, au fost experimentate trei sisteme de asigurare a continuității (fig. 1 a, b, c).

a) Prin aderența directă a mortarurilor sau betoanelor de ciment, cu adaos de acetat de polivinil la suprafața betonului vechi (fig. 1 a).

b) Prin intermediul unei pelicule din lapte de ciment cu adaos de acetat de polivinil (fig. 1 b) care se aplică (înainte de turnarea amestecului de mortar sau beton) pe suprafața betonului vechi; în procesul de turnare, laptele de ciment cu adaos de acetat de polivinil fiind proaspăt, se amestecă într-o anumită proporție, în zona de contact, cu mortarul sau betonul de ciment.

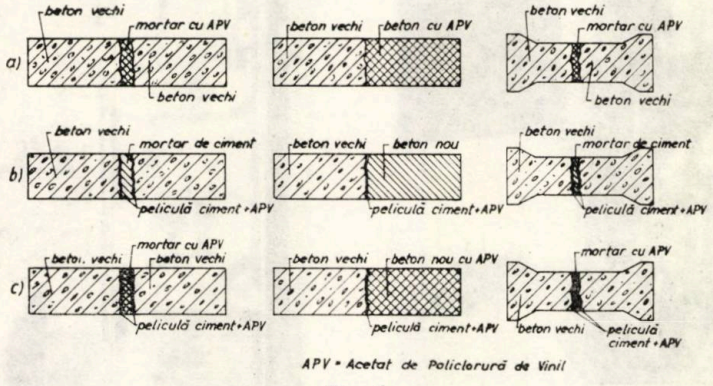


Fig. 1

c) Prin aderența mortarului sau betonului de ciment cu adaos de acetat de polivinil la betonul vechi, ajutat de o peliculă de lapte de ciment cu dozaj ridicat de aracet, aplicat pe suprafața betonului vechi înainte de turnare (fig. 1 c).

Întrucît s-a considerat că recondiționarea sau consolidarea este corespunzător realizată dacă fisura (care apare la o anumită încărcare a elementului) se formează în afara zonei de contact, s-a ales drept criteriu de investigație modul de fisurare a pieselor încercate.

Cercetarea în laborator a aderenței a cuprins încercarea la întindere axială a unor epruvete în formă de prisme cu evazări la capete (fig. 2 a) și încercarea la încovoiere a unor prisme obișnuite (fig. 2 b), alcătuite din două elemente lipite după unul din procedeele indicate schematic în fig. 1. Încercările s-au efectuat la mașinile din fig. 3.

În prima fază a experimentărilor s-au încercat cca. 300 epruvete alcătuite în diferite feluri pentru a se determina modul necesar de strîngere a pieselor după introducerea mortarului sau betonului de legătură, modul de tratare a suprafețelor de contact, gradul de umiditate necesar de realizat, modul de a introduce mortarul de matare sau pelicula de lapte de ciment cu adaos de acetat de polivinil cît și condițiile de tratare a îmbinării în timpul procesului de întărire.

Din observațiile culese în timpul acestor încercări preliminare, s-au putut trage o serie de concluzii asupra tehnologiei de confecționare a probelor

în baza cărora s-au executat epruvetele pe care s-a determinat rezistenţa de aderenţă şi s-au definitivat principiile tehnologiei de execuţie a consolidării betoanelor şi de recondiţionare a prefabricatelor. Reţinem următoarele concluzii mai importante.

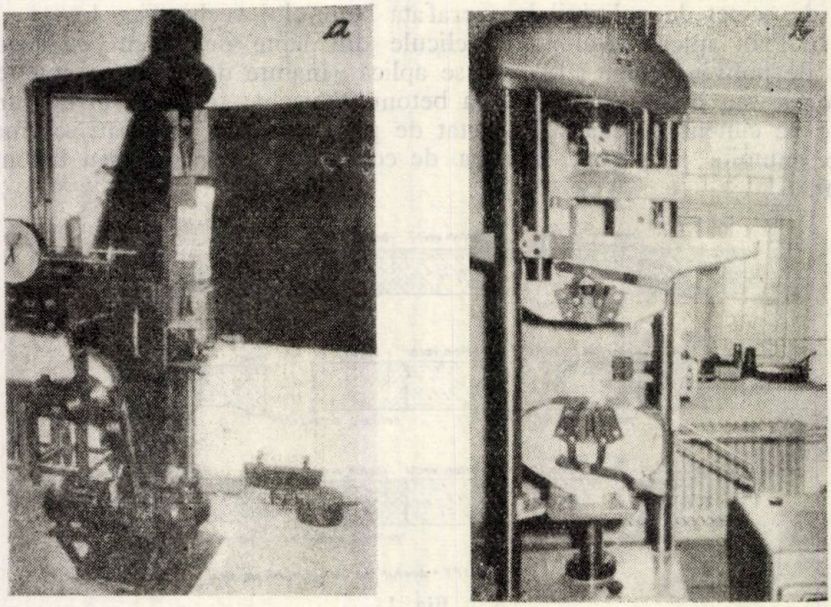


Fig. 3

1. Cele mai bune rezultate (pentru cele trei sisteme de realizare a continuităţii) din punctul de vedere al omogenităţii, se obţin cînd betonul sau mortarul de legătură este introdus forţat între elementele din beton vechi. Rezultate deosebit de bune se obţin prin strîngerea celor două elemente din beton vechi (prin intermediul unor juguri speciale) imediat după matarea rostului şi în continuare, după un interval de cca. 24 ore, pentru a realiza o uşoară precomprimare a sistemului (la vîrstă timpurie a mortarului sau betonului de matare).

2. Revenirea asupra compactării betonului sau mortarului de legătură după o perioadă de odihnă de 20...25 min de la turnare, cînd nu a început încă priza, contribuie la obţinerea unei omogenităţi mai bune a rezultatelor.

3. Curăţirea suprafeţelor de contact cu perii de sîrmă, spălarea lor intensă şi eliminarea betonului îmbibat cu ulei din zona de contact contribuie în mare măsură la sporirea rezistenţei de aderenţă; în cazul cînd suprafaţa betonului vechi s-a patinat, pentru a se realiza o bună aderenţă este necesar ca betonul să fie uşor buceardat.

4. Mortarul de ciment cu aracet sau laptele cu aracet trebuie aplicat pe suprafaţa foarte puţin umedă (mai mult uscată), dar nu trebuie aplicat pe o suprafaţă stropită; rezultate foarte bune s-au obţinut în laborator şi pe şantiere atunci cînd aplicarea mortarului cu polimer s-a făcut la cca. 3 ore după ce betonul a fost spălat şi curăţat cu perii de sîrmă.

5. Pelicula de ciment cu adaos de aracet trebuie aplicată forțat, fie printr-o pensulare intensă, fie prin intermediul unui pistol. În timpul introducerii mortarului pelicula aplicată trebuie să fie încă proaspătă (se introduce mortarul după cca. 10 min de la pensulare). Se impune ca în timpul compactării mortarului pelicula de aracet ciment să nu fie deplasată, la compactarea mortarului urmărindu-se refularea sa de la centru spre suprafața tratată.

6. După betonare (în deosebi cînd se lucrează cu mortar de ciment sau beton cu adaos de acetat de polivinil în masa lor) nu este indicată stropirea pieselor; totodată, pentru a reduce efectul contracției, trebuie create condiții pentru a nu se produce o uscare rapidă a mortarului sau betonului de legătură. Rezultate foarte bune s-au obținut prin pensularea la exterior a suprafeței recondiționate de 2...3 ori, din 12 în 12 ore, cu lapte de ciment cu adaos de polimer. Acest mod de tratare a permis eliminarea în mare parte a fisurilor mărunte și dese care altfel se produc la suprafața betonului cu polimer, în deosebi în zona de contact dintre betonul vechi și cel nou.

7. Condiții potrivite pentru o bună întărire a betonului sau mortarului de ciment cu acetat de polivinil se obțin cînd se asigură o umiditate normală a mediului ambiant (cca. 55%), fără a se forța uscarea (în deosebi în primele zile de întărire).

În tabelele 1...5 sînt prezentate rezultatele obținute la încercarea epruvetelor confecționate cu respectarea strictă a condițiilor tehnologice optime stabili e în baza observațiilor culese la experimentarea probelor preliminare. Prin încercările efectuate asupra acestor probe s-a urmărit stabilirea influenței pe care o au asupra aderenței procedeul de matare al rostului, dozajul de ciment nisip și raportul aracet/ciment.

Din analiza rezultatelor obținute la încercarea celor cca. 600 epruvete se pot trage o serie de concluzii.

a. Dozajul indicat de ciment și nisip pentru confecționarea mortarului este 1/2 sau 1/3 și în nici un caz 1/1 (pentru care rezultatele nu sînt în general mai bune).

b. Adoptînd o tehnologie bine controlată, în vederea economisirii consumului de aracet, soluția de consolidare prin tratarea suprafețelor numai cu lapte de ciment cu adaos de aracet de 40%...60%, deci P/A = 20%...30%, poate rezolva avantajos în multe cazuri problemele de consolidare a betoanelor și de recondiționare a prefabricatelor. În acest caz mărimea deformației de contracție este mult redusă față de contracția care apare o dată cu aplicarea uneia din celelalte două soluții studiate.

c. Cele mai mari rezistențe de aderență se obțin pentru sistemul la care suprafețele de contact se tratează cu lapte de ciment cu adaos de aracet în proporție de cca. 45% (C/P = 22,5%), iar mortarul de legătură de ciment se alcătuiește cu adaos de aracet în proporție de cca. 30% (C/P = 15%). Un dozaj ridicat de aracet în mortarul de matare, 60%, deci P/C = 30%, reduce rezistența de aderență în toate cazurile.

d. Dozajul de aracet/ciment din mortar cuprins între 40% și 30%, deci exprimat în raport cu cantitatea de polimer ciment de 20% și 15%, asigură condiții optime pentru lipirea betoanelor de marcă pînă la B 200 (în cazul cînd se folosesc mortaruri de ciment/nisip cu dozaje de 1/2 și 1/3).

Tabelul 1

Continuitate realizată prin mortar cu adaos de aracet, δ ≃ 2 cm. Încercări prin încovoiere

Marca betonului	Dozaj ciment nisip	Dozaj aracet ciment %	Număr epruvete	Ruperea epruvetelor prin mortar buc.	prin beton buc.	prin deslipire buc.
B 140	1/1	60	6	1	2	3
		40	6	—	4	2
		30	6	—	6	—
		20	6	—	4	2
	1/2	60	6	2	—	4
		40	6	—	6	—
		30	6	—	6	—
		20	6	—	4	2
	1/3	60	5	1	1	4
		40	6	—	6	—
		30	6	—	6	—
		20	6	2	2	2
B 170	1/1	60	6	2	1	2
		40	6	1	4	1
		30	6	—	6	—
		20	6	—	4	2
	1/2	60	6	3	2	1
		40	6	—	6	—
		30	6	—	6	—
		20	6	—	4	2
	1/3	60	6	1	5	—
		40	6	—	6	—
		30	6	1	5	—
		20	6	1	3	2
B 200	1/1	60	4	1	2	1
		40	4	—	4	—
		30	4	—	4	—
		20	4	2	2	—
	1/2	60	6	3	1	2
		40	6	—	6	—
		30	6	—	6	—
		20	6	3	1	2
	1/3	60	6	2	—	4
		40	6	—	6	—
		30	6	—	5	1
		20	6	1	—	5

Tabelul 2

Continuitate realizată prin mortar de ciment cu adaos de aracet, δ ≃ 2 cm, cu suprafața tratată cu lapte de ciment cu adaos de aracet în proporție de 60% și 45%. Încercări prin încovoiere.

Marca betonului	Dozaj ciment nisip	Dozaj aracet ciment în mortar %	Dozaj aracet ciment în peliculă %	Număr epruvete	Ruperea epruvetelor		
					prin mortar buc.	prin beton buc.	prin deslipire buc.
B 140	1/1	60	60	6	1	4	1
		40	45	6	—	6	—
		30	45	6	—	6	—
		20	45	6	1	5	—
	1/2	60	60	6	2	2	2
		40	45	6	—	6	—
		30	45	6	—	6	—
		20	45	6	—	6	—
	1/3	60	60	6	2	3	1
		40	45	6	—	6	—
		30	45	6	—	6	—
		20	45	6	1	5	—
B 170	1/1	60	60	6	1	4	1
		40	45	6	—	6	—
		30	45	6	—	6	—
	1/2	60	60	6	—	5	1
		40	45	6	—	6	—
		30	45	6	—	6	—
		20	45	6	—	6	—
	1/3	60	60	6	1	5	—
		40	45	6	—	6	—
		30	45	6	—	6	—
		20	45	6	—	—	—

Tabelul 3

Continuitate realizată prin mortar de ciment fără adaos de aracet, δ ≃ 5 cm, cu suprafața tratată cu lapte de ciment cu adaos de aracet. Încercări prin încovoiere.

Marca betonului	Dozaj ciment nisip	Dozaj aracet ciment în peliculă %	Număr epruvete	Ruperea epruveteler		
				prin mortar buc.	prin beton buc.	prin deslipire buc.
B 170	1/1	60	6	1	5	—
		40	6	1	5	—
		30	6	3	1	2
		20	6	—	—	6
	1/2	60	6	1	4	1
		40	6	1	4	1
		30	6	2	2	2
		20	6	—	—	6
	1/3	60	6	5	1	—
		40	6	6	—	—
		30	6	3	—	3
		20	6	—	—	6

Tabelul 4

Continuitate realizată prin mortar cu adaos de aracet, δ ≃ 2 cm.
Încercări prin întindere axială

Marca betonului	Dozaj ciment nisip	Dozaj aracet ciment în mortar %	Număr epruvete	Ruperea epruvetelor		
				prin mortar buc.	prin beton buc.	prin deslipire buc.
B 170	1/1	60	6	—	4	2
		40	6	—	5	1
		30	6	—	6	—
		20	6	—	4	2
	1/2	60	6	1	2	3
		40	6	—	6	—
		30	6	—	6	—
		20	6	—	3	3
	1/3	60	6	2	2	2
		40	6	—	6	—
		30	6	1	5	—
		20	6	1	2	3

Tabelul 5

Continuitate realizată prin mortar de ciment cu adaos de aracet, δ ≃ 2 cm, cu suprafaţa tratată cu lapte de ciment cu adaos de aracet în proporţie de 45%.
Încercări prin întindere axială.

Marca betonului	Dozaj ciment nisip	Dozaj aracet ciment în mortar %	Număr epruvete	Ruperea epruvetelor		
				prin mortar buc.	prin beton buc.	prin deslipire buc.
B 170	1/1	60	6	—	5	2
		40	6	—	6	—
		30	6	—	6	—
		20	6	—	—	—
	1/2	40	6	—	6	—
		30	6	—	6	—
	1/3	60	6	1	3	2
		40	6	—	6	—
		30	6	—	6	—

3. Tehnologia de execuţie aplicată pentru rezolvarea diverselor cazuri cerute de producţie

Funcţie de natura lucrărilor cerute de producţie am deosebit următoarele categorii:

a) lucrări de tratare superficială a fisurilor pentru a reduce deschiderea lor în vederea protecției armăturilor;

b) închiderea fisurilor pe toată adîncimea lor sau matarea rosturilor;

c) completarea cu beton a golurilor, cavernelor, zonelor adăugate, refacerea zonelor segregate;

d) asigurarea continuității unor elemente din beton vechi cu elemente turnate din beton nou;

e) completarea betoanelor celulare degradate datorită acțiunii înghețului cît și asigurarea aderenței mortarului de tencuială la suprafața fîșiilor de acoperiș.

I. Pentru categoria de *lucrări de tipul* a) s-a folosit lapte de ciment cu adaos de aracet în proporție de 40...45%. Factorul A/C s-a păstrat 0,60...0,70, funcție de condițiile de injectare. Materialul de injectare este indicat a se prepara în amestecătoare cu viteza paletelor 1 000...1 500 rot/min.

Înainte de a se aplica laptele de ciment cu aracet suprafața de beton s-a curățat cu grijă, cu perii de sîrmă (prin curățire se produce și o lărgire a fisurii, la exterior). Pe suprafața astfel tratată, după ce a fost bine spălată cu apă și apoi uscată, s-a aplicat cu pistolul amestecul ciment aracet. După o dublă injectare, suprafața de beton din dreptul fisurii s-a acoperit prin pensulare cu soluția de ciment aracet, obținîndu-se astfel un strat subțire, superficial, care îmbracă fisura. După un interval de cîteva zile (la sfîrșitul căruia se constată uneori că fisura reapare, avînd însă o deschidere abia vizibilă cu ochiul liber) s-a repetat tratarea superficială cu pensonul. Este important că întărirea să se facă fără umezirea suprafeței, însă totodată și fără o uscare excesivă.

În cazul cînd nu se dispune de pistol se aplică soluția prin aruncarea amestecului ciment aracet de pe pensulă, scuturată forțat prin lovirea de beton, în dreptul fisurii.

Tot în categoria tratamentului superficial al fisurilor se încadrează și matarea lor la suprafață, care a decurs astfel: fisura s-a deschis pe o adîncime de 1...3 cm în formă de șanț cu secțiune triunghiulară (deschiderea maximă 1,5 cm). S-a curățat apoi suprafața cu peria de sîrmă și s-a spălat. După uscarea betonului, suprafața pregătită prin spargerea betonului s-a tratat cu lapte de ciment cu adaos de aracet, peste care s-a introdus mortarul cu dozaj 1/2 de ciment-nisip cu amestec de aracet E 50 în proporție de 30% față de cantitatea de ciment.

Sistemele descrise de tratare superficială a fisurilor au fost aplicate cu rezultate foarte bune la o serie de construcții din panouri mari executate în cadrul T.R.C. Bacău și la Întreprinderea de prefabricate Roman; de asemenea la recondiționarea unor planșee și diafragme la blocul 6 malul stîng Bahlui-Iași, la Brăila (ISCM) etc.

II. Pentru categoria de *lucrări de tipul* b) s-a folosit mortar de ciment cu adaos de aracet E 50 cu tratare prealabilă a suprafeței. Dozajul pentru mortarul folosit a fost ciment/nisip 1/3 și 1/2 (se recomandă în general 1/3), cantitatea de aracet în raport cu cantitatea de ciment, pentru medii uscate 30...35%, iar pentru medii cu umiditate ridicată 20% (deci polimer 15%...18% respectiv 10%). În general, în cazul exploatării construcțiilor în mediu uscat pentru dozajul de ciment/nisip 1/2 s-a folosit 30% aracet, iar pentru dozajul ciment/nisip 1/3, 35% aracet. Cantitatea de apă se pune de la caz la caz, în proporție de 0,40...0,50 (în raport cu cantitatea de ciment), funcție de orificiul în care se introduce mortarul și de condițiile ce există pentru matarea fisurii (în sensul compactării). Mortarul s-a obținut prin amestecarea, apei cu aracet, a nisipului cu ciment și apoi a celor două amestecuri între ele.

Matarea fisurilor s-a făcut astfel: fisura s-a deschis pe toată grosimea piesei. S-a urmărit ca orificiul creat să fie de deschidere cît mai redusă pentru a se putea obţine o împănare cît mai bună a mortarului introdus. În continuare, suprafeţele astfel pregătite s-au tratat cu lapte de ciment cu adaos de 45% aracet, aplicat cu pistolul sau prin pensulare. După ce s-a verificat şi s-a fixat definitiv cofrajul lateral, în spaţiul pregătit fără ca stratul de amorsaj să fie întărit, s-a introdus forţat mortarul de ciment cu adaos de aracet. În exterior, pe cele două feţe sau pe cele patru feţe, după decofrare, suprafaţa de mortar s-a pensulat cu soluţie de ciment cu 50% aracet (similar cu modul indicat la *tipul* a) de lucrări).

Soluţia a fost aplicată cu rezultate foarte bune la recondiţionarea fîşiilor cu goluri şi a panelor prefabricate folosite în cadrul T.R.C. Suceava şi T.R.C. Bacău; de asemenea la recondiţionarea unor diafragme la blocuri în Iaşi. În fig. 4 se prezintă aspectul unor fîşii pregătite pentru a fi recondiţionate, iar în fig. 5 şi 6 încercarea fîşiilor recondiţionate şi distribuţia fisurilor formate înainte de a se produce pierderea capacităţii de rezistenţă a elementelor. Se observă că nici una din fisurile formate în urma încărcării fîşiilor nu a apărut după rostul care a fost recondiţionat.

III. Pentru categoria de *lucrări de tipul* c) s-au folosit pentru umplerea golurilor betoane de o marcă imediat superioară restului de beton, preparate cu cantitatea minimă de apă necesară, vibrate intens cu vibratoare cu frecvenţă mare (8 000 vibraţii/min). Adeseori în golul betonat s-au adăugat bare suplimentare de armătură, sub formă de capete, care s-au sudat de armătura existentă sau au fost legate cu sîrmă arsă de 2 mm. Aceste măsuri aveau ca scop în primul rînd reducerea contracţiei betonului nou turnat şi în al doilea rînd consolidarea elementului. Aracetul folosit numai pentru amorsarea suprafeţei de contact între betonul vechi şi cel nou s-a aplicat în proporţie de cca. 50% sub formă de lapte.

S-a procedat în modul următor: caverna sau golul care urma de tratat s-a curăţat de jur împrejur cu o daltă, pînă la betonul de calitate bună, urmărindu-se dezvelirea granulelor de agregat. Suprafaţa de contact a fost apoi intens curăţată cu perii de sîrmă şi spălată. În continuare, în golurile de dimensiuni mari (peste 25 cm) s-a introdus armătură suplimentară, care s-a sudat de armătura existentă. După fixarea cofrajului suprafaţa ce delimita golul s-a pensulat cu lapte de ciment cu adaos de 50% aracet, introducînd apoi betonul vibrat intens. Operaţia de pensulare se făcea progresiv, pe măsura turnării betonului. Pentru completarea în bune condiţiuni a zonei superioare a golului s-au folosit două procedee.

1. Primul procedeu consta în betonarea golului pînă la cca. 2 cm de faţa superioară a acestuia, care apoi se completa prin împănare forţată cu beton vîrtos (după întărirea betonului din cofraj). Pentru aderenţă, suprafeţele de contact s-au pensulat cu lapte de ciment cu adaos de aracet.

2. Al doilea procedeu a constat în turnarea betonului cu depăşirea marginii golului, prin intermediul unei pîlnii laterale ce se monta în timpul turnării. După o întărire parţială betonul evazat se elimina prin spargere. Imediat după decofrare, care avea loc la o zi după turnare, toată zona de contact s-a pensulat în una sau două reprize cu lapte de ciment cu aracet în proporţie de cca. 50% (cu excepţia zonei evazate). După eliminarea betonului evazat s-a pensulat şi zona de contact de la partea superioară a golului. Pelicula superficială astfel creată asigura o legătură superficială suplimentară între betonul vechi şi cel nou.

Din observaţiile făcute la toate lucrările executate prin aplicarea celor două procedee în cadrul unor consolidări executate de T. R. C. Iaşi, nu s-a constatat apariţia de fisuri în zonele de contact.

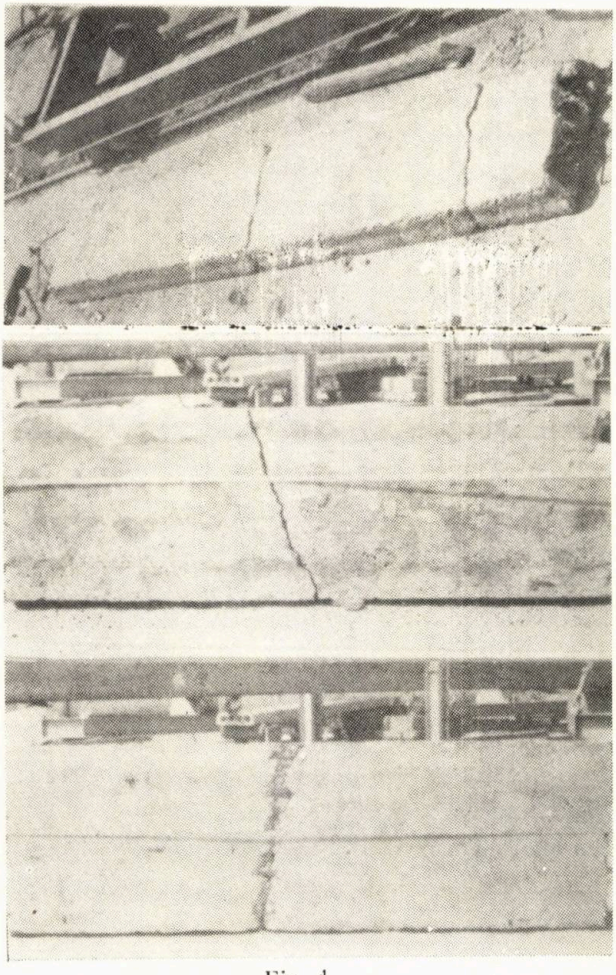


Fig. 4

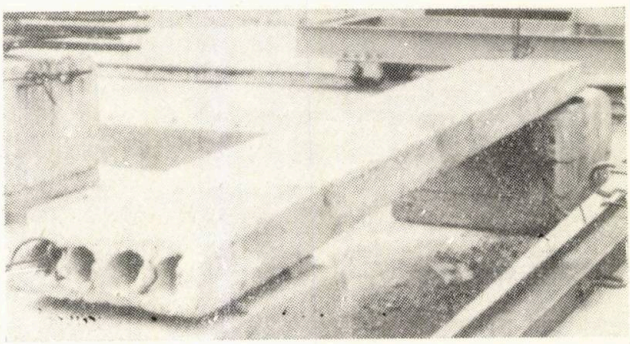


Fig. 5

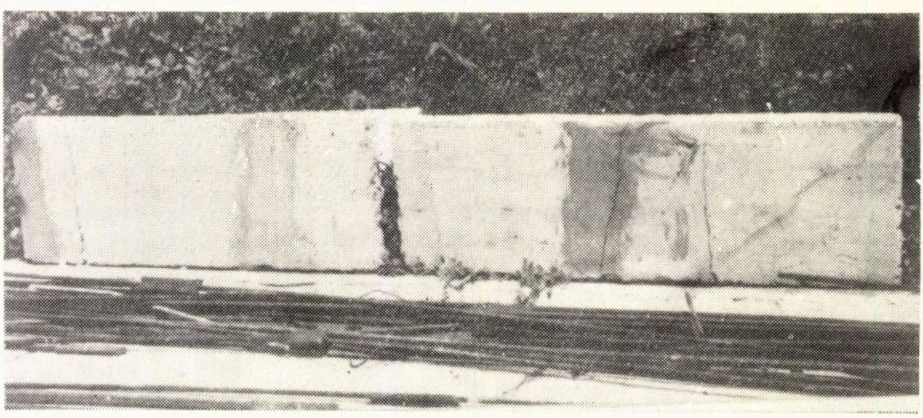


Fig. 6

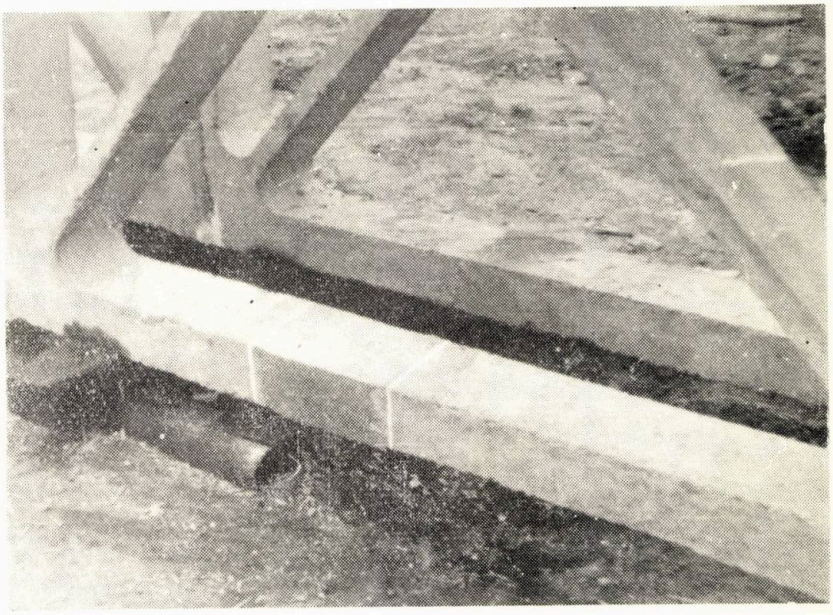


Fig. 7

Menționăm că betonul turnat după ce timp de o zi era lăsat fără a fi stropit, s-a păstrat în continuare cîteva zile într-un mediu umed, realizat cu ajutorul unor rogojini stropite sau al unor țesături de bumbac îmbibate cu apă (cu care s-a acoperit betonul după decofrare).

Adoptînd o tehnologie similară, în cadrul T.R.C. Suceava au fost recondiționate o serie de elemente prefabricate din care s-au alcătuit grinzile arc precomprimate de la Depozitul Scheea (fig. 7).

IV. Pentru categoria de *lucrări de tipul* d) s-a aplicat tehnologia descrisă la categoria de lucrări de tipul c), suprafața de contact dintre cele două betoane fiind tratată cu lapte de ciment și adaos de aracet.

V. La categoria de *lucrări de tipul* e) s-a procedat în modul următor: suprafața pe care s-a aplicat mortarul sau betonul a fost curățată, spălată și uscată. Apoi s-a aplicat laptele de ciment cu aracet de o consistență mai moale, cu un factor A/C pînă la 0,80 și cu dozaj de aracet cca. 40% în raport cu cimentul. Peste acest strat umed, neîntărit, care se aplica prin pensulare în două reprize, s-a așternut forțat mortarul sau betonul.

Soluțiile au fost aplicate cu rezultate foarte bune la executarea unor acoperișuri pentru depozite, construite la Suceava. Același procedeu a fost folosit și la consolidarea unor pereți din beton armat la care mortarul sau microbetonul s-a aplicat prin aruncarea cu mistria sau prin torcretare. Soluțiile au fost aplicate la consolidarea a două construcții turn din Iași.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de beton armat
și
Catedra de tehnologia pieii,
înlocuitorilor de piele și tananților

RECHERCHES SUR LE RENFORCEMENT DES CONSTRUCTIONS ET DES ÉLÉMENTS PRÉFABRIQUÉS EN BÉTON ARMÉ À L'AIDE DES MORTIERS ET DES BÉTONS CONTENANT DE L'ACÉTAT DE POLYVINYLE

(Résumé)

En se basant sur les recherches de laboratoire effectués sur des éprouvettes sollicitées à la tension axiale et à la fléxion, on établit l'influence de l'addition de l'acétat de polyvinyle sur l'adhérence des mortiers et bétons nouveaux à des mortiers et bétons vieux. On étudie trois systèmes de réalisation de la continuité : le premier par l'emploi des mortiers et des bétons de ciment avec addition du polymer, le deuxième à l'aide d'une pélicule de pâte en ciment avec addition du polymer qu'on étend sur la surface du béton vieu et le troisième, par l'emploi des mortiers et des bétons avec un contenu réduit de polymer en même temps que l'emploi d'une pélicule de pâte de ciment avec une riche addition de polymer. On fait des appréciation sur les avantages et les désavantages qui en résultent.

On présente la technologie d'exécution employée pour les opérations suivantes :

a) la fermeture des fissures des grands paneaux de plancher, celle des fissures des parois en béton et celle des fissures des couches de protection en béton pour les isolations thermiques d'ouate en verre appliquées aux grands paneaux exterieurs ;

b) la restauration des éléments préfabriqués fissurés ou dégradés au cours du transport ou en fabrique, par exemple les éléments avec des creux, les panes des toitures, les éléments préfabriqués des poutres en treillis précontraints ;

c) la restauration et la sûreté d'adhèrence des crépis en ciment sur du béton cellulaire.

On présente certains ouvrages auxquels les systèmes mentionnés on été appliqués.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 627.14

PARTICULARITĂŢILE AMENAJĂRII TORENŢILOR PE TERITORIUL AGRICOL

DE

V. BĂLOIU

1. Torenţii care se întîlnesc pe teritoriul agricol sînt situaţi în cea mai mare parte în zonele cu relief de deal şi coline şi prezintă unele deosebiri faţă de torenţii care se întîlnesc în zonele de munte pe teritoriul silvic. Ele constituie un criteriu de bază atît în alegerea diferenţiată a lucrărilor de amenajare cît şi în dimensionarea lucrărilor şi stabilirea volumului necesar de construcţii. Deosebirile sînt următoarele:

a) Bazinul hidrografic al torenţilor de pe teritoriul agricol este mai redus ca întindere, are de cele mai multe ori formă alungită, iar pantele versanţilor sînt mai mici decît în cazul bazinelor torenţilor de munte. Ca urmare, atingerea valorilor maxime ale debitului se realizează după un timp comparativ mai mare decît la torenţii din munţi.

b) Reţeaua de scurgere formată din ogaşe şi ravene active este mai deasă, cu secţiune mai îngustă la fund, taluze abrupte şi maluri foarte neregulate. Fundul şi taluzele prezintă condiţii mai puţin favorabile de fundare şi încastrare a lucrărilor decît în cazul torenţilor de la munte, în schimb condiţiile de prindere şi dezvoltare a vegetaţiei pe reţeaua de scurgere, dacă se asigură stabilitatea terenului, sînt mult mai bune.

c) Cu privire la regimul hidrologic, viiturile au un debit mai redus decît cele de la munte, iar materialele transportate — mîl, nisip, mai rar pietrişuri—au dimensiuni mici. Acţiunea predominantă a curentului de viitură este de săpare în sectorul superior al reţelei de scurgere şi de transport în sectorul inferior. În unele cazuri în zona depunerilor la torenţii de pe teritoriul agricol se constată prezenţa unor bulgări sferici, de dimensiuni mai mari, cu diametrul chiar peste 0,5 m, proveniţi din bucăţile de pămînt desprinse din maluri şi care în rostogolirea lor se amestecă cu nisipul şi pietrişul de pe fund.

d) Pe teritoriile agricole în bazinul de recepţie se pot aplica mai multe genuri de lucrări de regularizare a scurgerii, pe cînd la munte în afară de împădurire nu se aplică de obicei alte lucrări. Posibilităţile de procurare a materialelor de construcţie la torenţii din teritoriile agricole sînt mult mai reduse decît la munte unde lemnul şi piatra se află de regulă chiar pe torent.

2. Din deosebirile enumerate rezultă şi particularităţile amenajării torenţilor pe teritoriul agricol. Astfel, deosebirile a) arată că timpul de formare a stratului de scurgere de grosime maximă sau timpul de concentrare la capătul de jos al versantului este mai mare, ceea ce face să nu mai apară decît incidental unde de viitură de înălţime mare şi deci şocul curentului asupra lucrărilor transversale este mai redus. Datorită debitului mai mic deversoarele lucrărilor transversale pot avea dimensiuni mai reduse, iar sarcina în deversor poate lua valori mici, ceea ce reprezintă o economie considerabilă în materiale de construcţie.

Calculele comparative arată că la un baraj din zidărie de piatră cu mortar de ciment de 3 m înălţime, cînd sarcina în deversor este 0,5 m se realizează o economie de 0,75 m^3 pe 1 m lungime a corpului de baraj, în raport cu situaţia cînd sarcina este 1 m.

3. Particularităţile b) referitoare la secţiunea relativ îngustă a canalului de scurgere şi la taluzele abrupte impun ca în locul de amplasare al unei lucrări să se efectueze mai întîi o taluzare cu panta mai dulce, pămîntul rezultat fiind depozitat în partea amonte a lucrării, creînd astfel un aterisament artificial fără un volum mare de muncă. Această operaţie făcută cu atenţie poate aduce o însemnată economie de materiale de construcţie, deoarece lucrarea poate fi dimensionată la împingerea pămîntului şi nu a apei. Volumul de materiale de construcţie la un baraj de 3 m calculat la împingerea apei este 5,85 m^3/ml, pe cînd calculat la împingerea pămîntului rezultă 3,5 m^3/ml; se realizează deci o economie de peste 40% la corpul barajului.

Datorită condiţiilor de fundare şi încastrare a lucrărilor mai puţin favorabile, se impune ca înălţimea acestora să se aleagă mai mică, realizînd şi din acest punct de vedere o economie însemnată la corpul barajului. Aceasta rezultă din următoarele date: pentru acoperirea unei înălţimi de 3 m cu o singură lucrare, pentru corpul lucrării se obţine volumul de 5,85 m^3/ml; dacă se acoperă aceeaşi înălţime cu trei lucrări a 1 m înălţime, volumul total de construcţie la corpul celor trei lucrări rezultă $0{,}85 \times 3 = 2{,}55$ m^3/ml.

Tot în această ordine de idei, condiţiile mai prielnice de prindere şi dezvoltare a vegetaţiei pe reţeaua de scurgere a torenţilor din teritoriul agricol permit reducerea înălţimii de acoperit cu lucrări transversale prin mărirea valorii pantei longitudinale de amenajare a torentului. Aceasta s-a constatat prin cercetări efectuate pe torenţii din bazinul Chinejii, regiunea Galaţi şi pe torenţii din bazinul Rîmnicul Sărat. Astfel, pe torentul Valea Viilor din regiunea Galaţi, înălţimea de acoperit cu lucrări, în cazul cînd se ţine seama de vegetaţie, reprezintă numai 50% din înălţimea corespunzătoare cazului cînd nu se ia în consideraţie influenţa vegetaţiei.

4. Dimensiunile mici ale materialelor transportate la viitură pe torenţii din teritoriul agricol (v. c)), impun o altă cale de determinare a vitezei limită de antrenare a particulelor de pe fundul torentului şi deci un alt mod de stabilire a pantei longitudinale ce trebuie dată canalului de scurgere după amenajare, în comparaţie cu torenţii de la munte.

Viteza limită de antrenare (afuiere) a curentului de viitură se calculează cu relaţiile stabilite de Levi pentru materialele mici necoezive, ca în cazul torenţilor din teritoriul agricol:

$$(1)\quad \begin{cases} u_0 = 1{,}4\sqrt{gd}\{1 + 0{,}5 \ln [h/(7d)]\}, & \text{dacă } 10 < h/d < 60 \text{ și} \\ u_0 = 1{,}4\sqrt{gd} \ln [h/(7d)], & \text{dacă } h/d > 60, \end{cases}$$

în care h este adîncimea curentului, iar d — diametrul particulelor de pe fund.

În baza cercetărilor efectuate pe torenții din podgoria Valea Călugărească, bazinul Rîmnicul Sărat și bazinul Valea Chinejii-Galați panta necesară amenajării torentului prin lucrări transversale (denumită necorespunzător „pantă de compensație") trebuie stabilită astfel:

α) se alege un sector din canalul de scurgere al torentului unde se constată că după viituri secțiunea, panta și cotele au rămas neschimbate, deci n-au avut loc depuneri sau eroziuni și i se calculează panta de amenajare cu relația lui Chézy, dînd vitezei valoarea limită de afuiere u_0, deci

$$(2)\qquad j_p = u_0^2/(C^2R);$$

β) se determină raportul dintre panta reală a sectorului studiat obținută pe teren și panta calculată, rezultînd un coeficient cu care se corectează pantele calculate pentru toate celelalte sectoare ale canalului de scurgere al torentului; valoarea acestui coeficient de corecție diferă de la torent la torent, prezentînd variații mari în funcție de complexul de factori diferiți care influențează stabilitatea fundului torenților (astfel, pentru patru torenți studiați în bazinul Chinejii-Galați s-au obținut valorile 1,6, 1,75, 2,6 și 4,5).

Dimensiunile mici ale materialelor transportate de curentul de viitură pe torenții din teritoriile agricole permit ca fructul paramentului aval al lucrărilor transversale să fie ales mai mare decît la lucrările de pe torenții din munți, unde materialele de dimensiuni mari pot provoca în cădere solicitări mari ale paramentului aval.

Creșterea valorii fructului în parament atrage după sine o economie de materiale, după cum rezultă din următoarele date de calcul: la un baraj de 2 m înălțime volumul rezultă 3,20 m³/ml cînd fructul este 0,2 și 2,4 m³/ml cînd fructul devine 0,5; la un baraj de 3 m volumul rezultă 5,85 m³/ml cînd fructul este 0,3 și 4,95 m³/ml dacă fructul este 0,5.

5. Deosebirile d) imprimă particularitățile de bază ale amenajării torenților pe teritoriul agricol și anume datorită posibilității de a aplica mai multe genuri de lucrări în bazinul de recepție al torentului, lucrări care pe lîngă reținerea scurgerilor mai contribuie și la ridicarea productivității solului pe versanți, se recurge cît mai rar posibil la lucrările transversale de pe rețeaua de scurgere. Aceasta se impune și datorită lipsei materialelor de construcție care aduse de la depărtare devin prea costisitoare. Numai în cazul cînd torentul produce pagube și altor sectoare (căi de comunicație, construcții, bazine de acumulare etc.) se proiectează și lucrări transversale. Atunci trebuie ținut seama de toate indicațiile menționate mai înainte relativ la posibilitățile de realizare a unui volum de construcții cît mai redus. La acestea s-ar mai putea adăuga și admiterea unui efort de întindere în zidărie, anume cînd se lucrează cu piatră din roci eruptive și mortar de calitate și care poate contribui la o reducere apreciabilă a volumului de construcții. Dar efortul de întindere nu trebuie să depășească 0,5 kg/cm².

Primit la 1 VII 1963

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de combaterea eroziunii solului și agricultură

BIBLIOGRAFIE

1. Băloiu V., *Ameliorarea terenurilor erodate*. Ed. Agro-Silv., Buc., 1955.
2. Băloiu V. şi colab., *Observaţii pe teren şi consideraţii teoretice asupra pantei longitudinale de proiectare la torenţi*. Ed. Agro-Silv., Buc., 1959.
3. Băloiu V. şi colab., *Cercetări asupra lucrărilor transversale de pe torenţii din bazinul Chineja, regiunea Galaţi*. Ed. Agro-Silv., Buc., 1962.

ОСОБЕННОСТИ ВОДНОГО ХОЗЯЙСТВА НА КУЛЬТИВИРУЕМЫХ ТЕРРИТОРИЯХ

(Резюме)

На основе проведенных исследований потоков на культивируемых территориях различных областей страны, заключается, что проектирование гидротехнических сооружений на этих потоках необходимо строить по иным принципам в сравнении с горными потоками. Это исходит из различий между этими двумя категориями потоков, что касается: гидрологического режима, транспортировки материалов на разливы, фундации, необходимые строительные материалы и условия роста растительности.

Освоение в практике результатов этих исследований принесет значительную экономию необходимого объема строительства.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

Д. К. 621.3.087.5

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ФОТОТРИАНГУЛИРОВАНИЕ НА ОПТИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ПРИБОРАХ С УЧЕТОМ УСЛОВИЙ АЗИМУТОВ, БАЗИСОВ И ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ

В. В. ВАЙНАУСКАС

1. В теории способа наименьших квадратов известно, что всякое избыточное условие, включаемое в уравнительный процесс, при обработке результатов измерений всегда приносит определенную пользу в деле повышения точности окончательных данных. Естественно, что это положение полностью распространяется и на фотограмметрические измерения. Однако при уравновешивании сравнительно точных пространственных фототриангуляционных сетей, построенных на приборах универсального типа (стереопланиграф, автограф, стереопроектор и др.) по аэрофотосъемочным материалам более крупных масштабов, когда нельзя включить физические данные, получаемые непосредственно в залете, не всегда используются известные условия азимутов, базисов и горизонтальных плоскостей, которые возникают при соответствующем размещении исходных опорных геодезических точек (рис. 1).

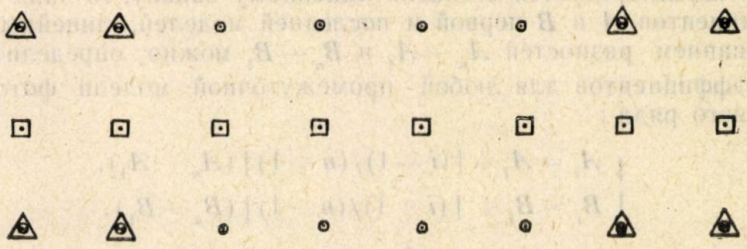


Рис. 1

Сущность вопроса заключается в том, что при наличии на концах пространственных фототриангуляционных рядов минимум по 2 плановых геодезических точек, согласно принятому правилу при обработке геодезических построений, такие сети уравновешивают за условия азимутов, базисов и координат. В фотограмметрической практике часто ограничиваются выполнением условий координат путем линейного или в лучшем случае путем квадратического распределения невязок. Такое же подобное условие возникает при наличии на концах пространственного фототриангуляционного ряда в пределах первой и последней моделей минимум 3 высотных геодезических точек, размещенных по их краям, которое в дальнейшем будем называть условием *горизонтальных плоскостей*.

2. В данной статье рассматривается простой способ учета условий азимутов, базисов и горизонтальных плоскостей, обоснованный законом накопления систематических ошибок фотограмметрических измерений, и при этом исследуется вопрос повышения точности окончательных результатов, т. е. производственный эффект на сокращение наиболее трудоъемких геодезических работ по привязке аэроснимков.

Как правило, такие пространственные ряды строят в произвольном масштабе. Однако желательно, чтобы сеть была приблизительно горизонтирована в процессе ее построения по высотным опорным геодезическим точкам первой стереопары.

Уравновешивание следует произвести аналитическим способом в следующей последовательности:

Для начальной и конечной моделей по имеющимся геодезическим точкам вычисляются коэффициенты преобразования, учитывающие разномасштабность и нетождественность в ориентировании их, по формулам:

$$(1) \qquad \Delta x_f A - \Delta y_f B - \Delta x_g = 0, \quad \Delta y_f A + \Delta x_f B - \Delta y_g = 0,$$

откуда

$$(2) \qquad \begin{cases} A = (\Delta x_f \Delta x_g + \Delta y_f \Delta y_f)/(\Delta x_f \Delta x_f + \Delta y_f \Delta y_f), \\ B = (\Delta x_f \Delta y_g - \Delta y_f \Delta x_g)/(\Delta x_f \Delta x_f + \Delta y_f \Delta y_f), \end{cases}$$

где Δx_f, Δy_f — разности координат относительно точек, принятых за оси вращения, отдельно для первой и последней модели в фотограмметрической системе координат; Δx_g, Δy_g — аналогичные разности координат одноименных точек в геодезической системе координат.

Поскольку систематическое изменение масштаба или угла поворота при построении фоторяда из-за влияния различных источников ошибок характеризуется согласно линейному закону, то зная значения коэффициентов A и B первой и последней моделей, линейным интерполированием разностей $A_n - A_1$ и $B_n - B_1$ можно определить значения коэффициентов для любой промежуточной модели фототриангуляционного ряда:

$$(3) \qquad \begin{cases} A_i = A_1 + [(i-1)/(n-1)](A_n - A_1), \\ B_i = B_1 + [(i-1)/(n-1)](B_n - B_1). \end{cases}$$

Координаты точек каждой стереомодели вычисляются по формулам:

$$(4) \qquad \begin{cases} x_{g_i} = x_{g_{i-1}} + (x'_i - x'_{i-1}) A_i - (y'_i - y'_{i-1}) B_i, \\ y_{g_i} = y_{g_{i-1}} + (y'_i - y'_{i-1}) A_i + (x'_i - x'_{i-1}) B_i. \end{cases}$$

При вычислении за начало координат каждой последующей модели принимают координаты центральной связующей точки предыдущей модели. Окончательное уравновешивание за условия координат может быть выполнено по формулам (1), если предусматривается

линейное распределение невязок, полученных в координатах геодезических точек последней модели. Разумеется, что неисключена возможность применения более строгих способов уравновешивания путем распределения остаточных невязок согласно функциям высших степеней.

Уравновешивание пространственного высотного фототриангуляционного ряда за условие горизонтальных плоскостей производится аналогично, а именно, для первой и последней модели по опорным геодезическим точкам (минимум 3) определяются коэффициенты их разворотов по следующим формулам:

$$\Delta x_1 C + \Delta y_1 D - \Delta z_1 = 0, \quad \Delta x_2 C + \Delta y_2 D - \Delta z_2 = 0, \tag{5}$$

откуда

$$\begin{cases} C = (\Delta y_2 \Delta z_1 - \Delta y_1 \Delta z_2)/(\Delta x_1 \Delta y_2 - \Delta y_1 \Delta x_2), \\ D = (\Delta x_1 \Delta z_2 - \Delta x_2 \Delta z_1)/(\Delta x_1 \Delta y_2 - \Delta y_1 \Delta x_2), \end{cases} \tag{6}$$

где: Δx, Δy — разности координат точек относительно точки, принятой за начало координат в фотограмметрической системе координат, Δz — разности фотограмметрических и геодезических превышений в опорных геодезических точках.

Для промежуточных моделей в пространственном фоторяде значения коэффициентов C_i и D_i вычисляются по формулам:

$$\begin{cases} C_i = C_1 + [(i-1)/(n-1)]\,(C_n - C_1), \\ D_i = D_1 + [(i-1)/(n-1)]\,(D_n - D_1). \end{cases} \tag{7}$$

Аппликаты точек каждой модели вычисляют по формуле

$$z_{g_i} = z_{g_{i-1}} + (x'_i - x'_{i-1})\,C_i + (y'_i - y_{i-1})\,D_i. \tag{8}$$

При вычислении за начало координат каждой последующей модели принимают координаты связующей нижней или верхней точки предыдущей модели в зависимости от размещения опорных геодезических точек в конечных стереопарах. После этого по опорным высотным геодезическим точкам производится окончательное горизонтирование, причем не исключена возможность применения функций высших степеней согласно способу наименьших квадратов.

Следует заметить, что для производственного применения рассматриваемого способа в целях контроля и более надежного определения коэффициентов преобразования резонно рекомендовать полную плановысотную привязку 4-мя геоточками начальной и конечной стереопар. Следовательно, в этом случае вероятнейшие значения коэффициентов могут быть определены по способу наименьших квадратов.

3. В целях обоснования целесообразности применения такого ступенчатого уравновешивания пространственных фототриангуляционных рядов с учетом условий азимутов, базисов и горизонтальных плоскостей рассмотрим общую теорию ошибок при условии, что влияния систематических ошибок всех видов исключается в процессе уравновешивания.

Тогда для остаточных истинных ошибок определения координат фототриангуляционных рядов можно написать следующие равенства общего вида:

$$(9)\qquad \begin{vmatrix} \Delta z_i \\ \Delta x_i \\ \Delta y_i \end{vmatrix} = \sum_1^i \begin{vmatrix} \Delta b_z \\ \Delta b_x \\ \Delta b_y \end{vmatrix} - Q_{x_i} \sum_1^n \begin{vmatrix} \Delta b_z \\ \Delta b_x \\ \Delta b_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \delta_z \\ \delta_x \\ \delta_y \end{vmatrix},$$

где: $\Delta b_z, \Delta b_x, \Delta b_y$ — истинные ошибки определения координат центральных точек, возникающие при построении и объединении элементарных звеньев в фототриангуляционных рядах, $\delta_z, \delta_x, \delta_y$ — ошибки измерения координат точек и Q_{x_i} — неопределенные коэффициенты, по которым распределяются невязки.

После первичного уравновешивания координат пространственного фототриангуляционного ряда за условия азимутов, базисов и горизонтальных плоскостей общая формула получит следующей вид

$$(10)\qquad \Delta R_i = \sum_1^i \left(\Delta b_R - \frac{[\Delta b_R]_1^n}{n} \right) - Q_{x_i} \sum_1^n \left(\Delta b_R - \frac{[b_R]_1^n}{n} \right) + \delta_R,$$

где: $[\Delta b_R]_1^n$ — невязки в азимуте, базисе и горизонтальной плоскости конечной модели относительно начальной,

$$\Delta R = \sqrt{\Delta z^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2} \quad \text{и} \quad \delta_R = \sqrt{\delta_z^2 + \delta_x^2 + \delta_y^2}.$$

Представим выражение (10) в развернутом виде

$$(11)\qquad \begin{cases} \Delta R_i = \{i - i(i+1)/(2n) - nQ_{x_i} + [(n+1)/2]Q_{x_i}\}\Delta b_{R_1} + \\ + \{(i-1) - i(i+1)/(2n) - (n-1)Q_{x_i} + [(n+1)/2]Q_{x_i}\}\Delta b_{R_2} + \dots \\ \dots + \{1 - i(i+1)/(2n) - (n-i+1)Q_{x_i} + [(n+1)/2]Q_{x_i}\}\Delta b_{R_i} + \\ + \{-i(i+1)/(2n) - (n-i)Q_{x_i} + [(n+1)/2]Q_{x_i}\}\Delta b_{R_{i+1}} + \dots \\ \dots + \{-i(i+1)/(2n) - (n-i-1)Q_{x_i} + [(n+1)/2]Q_{x_i}\}\Delta b_{R_{i+2}} + \dots \\ \dots + \{-i(i+1)/(2n) - Q_{x_i} + [(n+1)/2]Q_{x_i}\}\Delta b_{x_n} + \delta_R. \end{cases}$$

Переходя по правилам теории ошибок от истинных ошибок к средним крадратическим ошибкам, путем двойного суммирования арифметических рядов после некоторых преобразований, имеем

$$(12)\qquad \begin{cases} m_{R_i} = \sqrt{\mu_R^2 \left\{ \frac{n(n^2-1)}{12} Q_{x_i}^2 - \frac{i[3i(n-1)+3n-2i^2-1]}{6} Q_{x_i} + \right.} \dots \\ \dots \left. + \frac{i}{12n}[i^2(4n-3i) + 2n(3i+1) - 3i(2i+1)] \right\} + v_R^2, \end{cases}$$

где: $\mu_R = \sqrt{\mu_z^2 + \mu_x^2 + \mu_y^2}$ — заменяет средние квадратические ошибки координат, возникающие при построении элементарных звеньев в фототриангуляционных рядах (средние квадратические ошибки единицы веса), $v_R = \sqrt{v_z^2 + v_x^2 + v_y^2}$ — заменяет средние квадратические ошибки измерения координат определяемых точек.

Формула (12) обладает общностью, так как она пригодна для оценки точности любой точки в пространственном фототриангуляционном ряде при различных способах его уравновешивания с учетом условий азимутов, базисов и горизонтальных плоскостей.

4. В целях получения наглядного представления о повышении точности окончательных результатов по формуле (12) составлена таблица 1 ожидаемых средних квадратических ошибок координат определяемых точек в фототриангуляционных рядах при различных способах их уравновешивания, причем принято $\mu_R = \pm 1$ и $v_R = 0$.

Таблица 1

Способ уравновешивания / Точки фототриангуляционного ряда (i)		Линейное уравновешивание $Q_{x_i} = \frac{i}{n}$	Строгое уравновешивание $Q_{x_i} = \frac{6[k(n-k+1)]_1^{k-i}}{n(n+1)(n+2)}$	Квадратическое уравновешивание $Q_{x_i} = 2\left(\frac{i}{n}\right)^2$
0	20	0	0	0
1	19	±1,29	±0,80	±0,83
2	18	2,39	1,85	1,95
3	17	3,36	2,84	2,96
4	14	4,20	3,76	3,96
5	15	4,95	4,62	4,85
6	14	5,50	5,32	5,58
7	13	5,94	5,81	6,15
8	12	6,27	6,29	6,48
9	11	6,46	6,50	6,53
10	10	6,53	6,53	6,53

Данные таблицы 1 показывают, что при всех способах уравновешивания ожидаемые максимальные ошибки получаются для средних точек фоторяда и они являются одинаковыми по величине. В то время для остальных точек они получаются разные, причем наименьшие имеем в случае применения известной функции Лежандра

$$Qx_i = \{6[k(n-k+1)]_1^{k-i}\}/[n(n+1)(n+2)] \approx \sqrt{2}(i/n)^3.$$

Однако для практических целей вполне достаточно ограничиться применением линейного распределения остаточных невязок после первичного уравновешивания за условия азимутов, базисов и горизонтальных плоскостей, так как незначительное повышение точности отступающих от середины ряда текущих точек сопряжено с некоторым усложнением уравнительного процесса. Это можно считать оправдан-

ным даже и потому, что максимальные ошибки наиболее слабых внутренних звеньев при всех способах уравновешивания получаются одинаковыми.

Таким образом, в случае применения обыкновенного линейного распределения остаточных невязок после первичного уравновешивания неопределенные коэффициенты в формуле (12) принимаются равными $Q_{x_i} = i/n$. После некоторых преобразований получим весьма простую и удобную формулу:

$$m_{R_i} = \sqrt{[\mu_R^2/(12n)]\,[n(ni - 2i^2 + 2) + i(i^2 - 2)] + v_R^2} \tag{13}$$

и максимальные средние квадратические ошибки координат точек имеем при $i = n/2$,

$$m_{R_{max}} = \sqrt{\mu_R^2(n^3 + 8n)/192 + v_R^2}\,. \tag{14}$$

Аналогичные формулы, пригодные для оценки точности пространственных рядов в случае их масштабирования или горизонтирования по опорным геодезическим точкам, имеют следующий вид [1]:

$$m_{R_{max}} = \sqrt{\mu_R^2(n^3 + 2n)/48 + v_R^2}, \tag{15}$$

и при квадратическом уравновешивании [1],

$$m_{R_{max}} = \sqrt{\mu_R^2\,(n^3 + 3n^2 + 5n)/96 + v_R^2}. \tag{16}$$

Из сравнения формул (14)...(16) следует, чро при построении и уравновешивании фототриангуляционных рядов с учетом условий азимутов, базисов и горизонтальных плоскостей точность окончательных результатов повышается в 2 раза по сравнению с получаемыми результатами при обычном их редуцировании и горизонтировании и $\sqrt{2}$ раза по сравнению с результатами, получаемыми при квадратическом уравновешивании.

5. Для нахождения критерия точности обобщенных средних квадратических ошибок, получаемых фактически при оценке точности пространственных фототриангуляционных рядов по избыточным контрольным геодезическим точкам или расхождениям на общих точках со смежных маршрутов, которые вычисляются по формулам

$$\begin{cases} M_z = \sqrt{\dfrac{[\Delta z \Delta z]}{N}} \quad \text{или} \quad M_z = \sqrt{\dfrac{[\Delta z'\,\Delta z']}{2N}}, \\ M_x = \sqrt{\dfrac{[\Delta x \Delta x]}{N}}, \quad M_y = \sqrt{\dfrac{[\Delta y \Delta y]}{N}}, \\ M_s = \sqrt{\dfrac{[\Delta x \Delta x] + [\Delta y \Delta y]}{N}} = \sqrt{\dfrac{[\Delta S \Delta S]}{N}} \quad \text{или} \quad M_x = \sqrt{\dfrac{[\Delta x' \Delta x']}{2N}}, \\ M_y = \sqrt{\dfrac{[\Delta y' \Delta y']}{2N}}, \quad M_s = \sqrt{\dfrac{[\Delta x' \Delta x'] + [\Delta y' \Delta y']}{2N}} = \sqrt{\dfrac{[\Delta S' \Delta S']}{2N}}; \end{cases} \tag{17}$$

воспользуемся правилами интегрального исчисления для отыскания средних значений функций в области фактического их существования [2]:

$$M_R = \sqrt{\frac{1}{n}\int_0^n m_{R_i}^2\,di} = \sqrt{\frac{\mu_R^2}{12\,n^2}\int_0^n [n(ni-2i^2+2)+i(i^2-2)]\,di + \frac{v_R^2}{n}\int_0^n di},$$

$$M_R = \sqrt{\mu_R^2(n^3+10n)/360 + v_R^2}. \tag{18}$$

Величины μ_z, μ_x, μ_y, возникающие при построении и об ъединении элементарных звеньев в фототриангуляционных рядах, могут быть определены эмпирически по формулам (17) и (18) для каждого конкретного случая, что следует считать желательным при решении задач проектного характера. Также они могут быть получены по формулам пространственной засечки [3]:

$$\begin{cases} \mu_z = \sqrt{(4/9)B^2 m_{\Delta a}^2 + (1/4)y^2 m_w^2 + (2/3)(H^2/b^2)m_q^2} \approx \pm 1{,}2\,(H/b)\,m_q, \\ \mu_x = \sqrt{(1/4)(b^4/f^2)m_{\Delta a}^2 + (1/9)(b^2y^2/f^2)m_w^2 + (16/9)(b^4/f^2)m_a^2 + (2/3)m_q^2} \approx \\ \qquad \approx \pm 1{,}5\,m_q, \\ \mu_y = \sqrt{(1/9)(b^2y^2/f^2)m_{\Delta a}^2 + (1/9)(y^4/f^2)m_w^2 + (4/9)(y^4/b^2)m_{\Delta x}^2} \approx \pm 1{,}0\,m_q, \end{cases} \tag{19}$$

где: m_q — средняя квадратическая ошибка измерения или устранения поперечных параллаксов.

Величины v_z, v_x, v_y могут быть вычислены также по формулам (19) без учета ошибок, возникающих при передаче горизонта, масштаба и азимута.

6. На основании проведенных теоретических исследований и анализов можно сделать следующие выводы:

1. В случае пространственного фототриангулирования на оптико-механических приборах с учетом условий азимутов, базисов и горизонтальных плоскостей точность окончательных результатов повышается приблизительно в 2 раза по сравнению с получаемыми результатами при обычном редуцировании сетей по опорным геодезическим точкам и в 1,5 раза относительно результатов, получаемых при квадратическом уравновешивании. Другими словами, в этом случае объем полевых геодезических работ по привязке аэроснимков сокращается примерно в 1,5—2 раза.

2. В связи с этим привязка аэроснимков должна вестись путем размещения опорных геодезических точек по линиям, перпендикулярным направлению аэрофотосъемки, что является весьма экономичным вариантом в смысле выполнения геодезических работ, так как в этом случае объем определения вспомогательных точек будет сведен к минимуму. В целях более надежного контроля в учете данных дополнительных условий желательно начальные и конечные стереопары

обеспечить 4-мя геодезическими точками в высотном и плановом отношении.

3. При оценке точности фототриангуляционных сетей следует пользоваться критериями точности максимальных и обобщенных средних квадратических ошибок, характеризующих наибольшие и усредненные искажения, причем последние получаются при оценке точности их по избыточным контрольным геодезическим точкам или расхождениям в общих точках со смежных маршрутов, получаемых непосредственно в процессе уравновешивания.

4. При таком способе оценки точности фототриангулирования легко и точно определяется средняя квадратическая ошибка единицы веса, в которой нуждаемся при решении целого ряда задач проектного характера.

Поступила 9 XI 1961 г.

Каунасский политехнический институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнаускас В. В., Изв. ВУЗов МВО СССР, Геод. и аэрофот., 1959, *5*.
2. Вайнаускас В. В., Изв. ВУЗов МВО СССР, Геод. и аэрофот., 1961, *4*.
3. Вайнаускас В. В., Геод. и картогр., 1956, *4*.

FOTOTRIANGULAŢIA SPAŢIALĂ CU INSTRUMENTE OPTICO-MECANICE ŢINÎND SEAMA DE CONDIŢIILE DE AZIMUTE, BAZE ŞI SUPRAFEŢE ORIZONTALE

(Rezumat)

Se propune o metodă simplă de compensare a fototriangulaţiei spaţiale cu instrumente optico-mecanice, ţinînd seama de condiţiile de azimute, baze şi suprafeţe orizontale. Trebuie subliniat că în acest caz precizia rezultatelor finale creşte de aproape două ori, ceea ce denotă că volumul de lucrări geodezice devine de două ori mai mic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 691

MATERIALE LOCALE DE CONSTRUCŢIE DE LA GORBAN ŞI GURA BOHOTIN (RAIONUL HUŞI)

DE

ELISABETA PĂUNEL, AL. CHELĂRESCU, OREST NICHITA, LIVIU GROLL, FLORICA VASILESCU şi LEON VASILESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Consideraţii generale

Podişul Moldovenesc a fost mult studiat din punct de vedere geologic şi geografic [1]...[6]; cu această ocazie s-au semnalat şi unele depozite de roci care interesează sectorul de construcţii. Cele patru orizonturi, în majoritate de vîrstă sarmatiană, sînt constituite din argilă bazală sau humă (astăzi apreciată mult în fabricile de produse ceramice[1])), gresie dură (valorificată ca agregat pentru betoane de înaltă rezistenţă [7], ca piatră pentru construcţii de poduri, baraje, drumuri), calcare oolitice (care pot da rezultate frumoase ca piatră pentru zidărie aparentă), conglomerate, gresii oolitice etc.

În raionul Huşi (fig. 1) apele care brăzdează podişul (Jijia, Moşna, Sărata, Elanul, Horincea, Chineja etc. cît şi rîul Prut care le colectează) fac vizibile şi exploatabile parte din aceste depozite şi anume : gresia calcaroasă cu vine de calcar din dealul Marmura ; calcarul gresos oolitic de pe valea pîrîului Bohotin (în preajma satului Bazga), în coasta dealului Gorgului, Poiana Bacalu şi la Gura Bohotin, la Răducăneni, confluenţa pîrîului Moşna cu pîrîul Cetăţuia, Arsura, Buda etc ; gresia dură din jurul satelor Bolheşti, Brădiceşti şi chiar cea de la Buneşti ; gresia şi calcarul oolitic de la Isaia şi din Coasta Voloaga-Răsun, Coasta Pietrăria la Podul Hagiului şi dealul Cîlcea ; nisipurile (care apar în mai multe locuri).

Piatra din carierele existente în coasta Voloaga-Răsun d'n dreptul satului Gura-Bohotin şi Gorban formează obiectul lucrării de faţă care, pe baza proprietăţilor fizico-mecanice ale rocelor, stabileşte posibilităţile de a le utiliza raţional în sectorul de construcţii.

Satele Gorban şi Gura-Bohotin situate în partea nordică a raionului Huşi (fig. 1) se află în mica unitate naturală a Răducănenilor şi a Moşnei [3] din Podişul Sarmatic Moldovenesc. Spre deosebire de celelalte unităţi din sud, aici s-au putut păstra şi dezvolta formele de relief structural (podişuri, cueste) datorită orizontului de gresii calcaroase şi calcare oolitice existente cu o altitudine absolută [3] de 140...176 m. Limita sudică a acestei mici unităţi o formează cuesta Pietrăriei situată pe partea dreaptă a

[1]) Este deja valorificată sub forme eficiente (cărămizi cu goluri, blocuri etc.) acolo unde apare la zi (Vaslui, Holboca-Iaşi).

pîrîului Moşna. Ambele sate sînt aşezate pe colinele line ale culmii care porneşte din Movila Costulenilor şi se apleacă treptat pînă se pierde în şesul Prutului, în apropierea acestor sate.

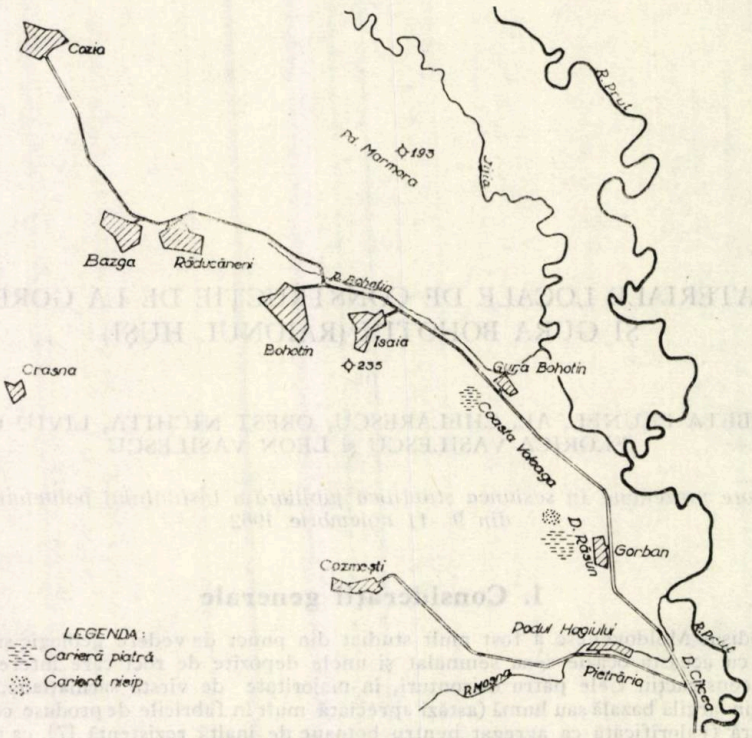


Fig. 1. — Carierele din raionul Huşi.

2. Date de teren

Cariera Gorban se află în coasta dealului Răsun la cca. 2 km NE de satul Gorban. De la drumul regional Iaşi-Răducăneni-Albita pînă la carieră sînt cca. 4 km drum de ţară, slab amenajat şi în pantă. Pe timp ploios drumul nu-i circulabil. În fig. 2 se dă profilul carierei.

Piatra de aici care prezintă interes pentru construcţii este calcarul oolitic de culoare gălbuie, cu oolite mari şi care se pretează la fasonat. În alte zone din cuestă este înlocuit cu un calcar cochilifer, mai puţin rezistent, totuşi fasonabil. Grosimea uneori mare a stratului acoperitor (4...5 m) urcă preţul de cost al acestui material. Extragerea se face numai manual şi nesistematic. Piatra este folosită de localnici pentru construcţii locale.

Cariera Gura-Bohotin se află în coasta dealului Voloaga, în apropierea satului, la cca. 2 km N de drumul regional 284, la 220 m altitudine. Accesul de la drumul regional la carieră se face pe un drum slab amenajat.

Roca considerată utilă aici este gresia. Extragerea se face încă rudimentar, din care cauză terenul în care se află cariera este presărat de o serie de deschideri părăsite, resturile unor vechi exploatări din care piatra a fost extrasă pînă la adîncimea convenabilă (cca. 4 m). Exploatarea se face

manual de către întreprinderile locale (Huşi), numai pentru dislocare folosindu-se explozivi, deoarece gresia este dură. Această piatră s-a folosit pentru întreţinerea drumului regional Albita (km-62) — Răducăneni (km 32) cu rezultate satisfăcătoare. Fig. 3 reprezintă profilul unei deschideri.

În urma celor patru sondaje efectuate recent rezultă că în perimetrul sondat grosimea medie a sterilului este de 4...5 m, iar cea a stratului de gresie exploatabilă 3...4 m. Rezervele sigure de gresie în punctele în care s-au efectuat cele 4 sondaje sînt de cca. 69 000 m^3.

Pe baza aflorimentelor ce s-au întîlnit în pădurea care acoperă aceste terenuri se apreciază că rezervele probabile ar fi cu mult mai mari, roca fiind răspîndită pe o suprafaţă de peste 10 ha. Urmează a se face defrişarea şi sondaje în vederea extinderii exploatării.

În tabelul 1 se reprezintă succesiunea stratigrafică din trei deschideri vecine satului Gura-Bohotin şi anume la Răducăneni (în NV), pe valea pîrîului Moşna (la S) şi pe valea pîrîului Bohotin (la V, în imediată vecinătate).

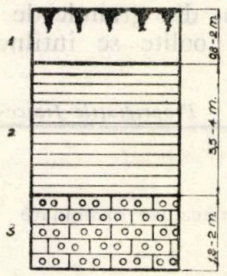


Fig. 2. — Profil prin cariera Gorban
1 — sol vegetal negru cafeniu ; *2* — argilă stratificată cu intercalaţii de nisip ; *3*— calcar oolitic.

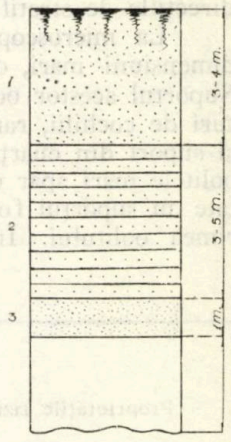


Fig. 3. — Profil prin cariera Gura-Bohotin.
1 — pămînt negru urmat de nisip argilos cu alternanţe de piatră slabă de culoare albicioasă ; *2* — gresie dură gri-deschis şi gri-roşcat ; *3* — nisip.

Tabelul 1

Deschiderea	Răducăneni	Valea pîrîului Moşna, confluenţa cu Cetăţuia	Valea pîrîului Bohotin
Succesiunea stratigrafică	argilă marnoasă nisip alb argilă marnoasă gresie cu oolite nisip argilă bazală	nisip roşcat marnă alburie nisip (0,5 m) gresie calcaroasă oolitică (3 m) nisip (2 m) argilă	nisip marnă nisipoasă oxizi de fier gresie calcaroasă cu oolite nisip argilă marnoasă gresie cu oolite nisip argilă

3. Examen de laborator

S-a studiat calcarul oolitic din cariera Gorban şi gresia calcaroasă din cariera Gura-Bohotin, care reprezintă rocile utile pentru construcţii.

A. Examene mineralogice

Calcarul oolitic, de culoare gălbuie, este alcătuit din oolite cu mărimea de cca. 1 mm; rar apar intercalaţii (paralele cu direcţia de stratificaţie) formate din oolite mari (2...3 mm). Oolitele se desprind destul de uşor din masa rocii. Apar şi rare fragmente de scoici de culoare albă orientate după direcţiile de stratificaţie.

La microscop roca se prezintă alcătuită în majoritate din oolite de dimensiuni mari, de culoare galben brună, cu forme circulare sau ovale. Suportul acestor oolite este foarte variat, fiind frecvent constituit din resturi de cochilii, rar din baghete de biotit şi muscovit; la puţine oolite apare şi suport din cuarţ. Calcita este depusă în zone concentrice vizibile. Între oolitele mari apar o serie de oolite cu dimensiuni mai mici, care în majoritate au suportul format din granule de cuarţ relativ mari în raport cu mărimea oolitului. Între oolite se întîlnesc uneori cochilii mari fosilifere.

Tabe

Proprietăţile fizico-mecanice ale pietrei de la Gorban şi Gura-

Proprietăţile fizico-mecanice examinate	Gorban		Gura-
	calcar oolitic		gresie
	media	limite de variaţie	media
Densitatea (gr/cm³)	2,553	—	2,421
Densitatea aparentă (t/m³)	1,944	1,890+2,060	2,370
Compactitatea (%)	78	75...80	98
Porozitatea totală (%)	22	25...20	2
Higroscopicitatea (%)	16,40	—	8,60
perpendicular pe staturi	17,00	15,30...18,10	9,10
paralel cu straturile	15,80	14,30...16,90	8,10
Capacitatea de absobţie (%)	20,8	—	10,4
perpendicular pe straturi	21	16,70...23,10	11,3
paralel cu straturile	17,4	14,70...19,30	10,5
Comportarea la gelivitate	b u n ă		b u
Rezistenţa de rupere la compresiune (kgf/cm²)	200		650
perpendicular pe straturi	160	150...204	590
paralel cu straturile	240	171...357	710
Rezistenţa la rupere, piatră saturată (kgf/cm²)	170	—	600
perpendicular pe straturi	150	110...170	590
paralel cu straturile	190	120...260	610
Rezistenţa la rupere după gelivitate (kgf/cm²)	130	—	550
perpendicular pe straturi	120	107...290	520
paralel cu straturile	140	111...200	580
Coeficientul de înmuiere după gelivitate	35	—	16,6
Coeficientul de înmuiere după saturare	15	—	8,3
Rezistenţa la uzură, piatră fasonată (%)	65[1])	56...70	—
perpendicular pe straturi	64	56...67	44
paralel cu straturile	65	62...70	42
Rezistenţa la uzură (Deval) (%)	38	36,2...40,2	5
Rezistenţa la şoc, piatră fasonată	12	—	79,5
perpendicular pe straturi	16	12...19,8	102
paralel cu straturile	8	6...12	57
Rezistenţa la compresiune, piatră spartă (%)	38	34,4...41,2	73
Rezistenţa la şoc, piatră spartă (%)	52	51,1...52,2	86

[1]) Încercare s-a făcut la 1000 ture (maşina Dorry) piatra fiind slabă.

Gresia calcaroasă se prezintă dură, cu bobul fin, cu slabe urme de stratificație, de culoare gri-deschis; prezintă suprafața aspră.

La microscop roca apare alcătuită din granule colțuroase de cuarț, care ocupă cca. 70% din masa sa. Frecvente sînt baghetele de muscovit, rare granulele de feldspat plagioclas maclat polisintetic și de glauconit. Liantul este carbonatul de calciu, care adesea apare de culoare slab gălbuie din cauza impurităților provenite din alterarea unor minerale. Nu prezintă fosile.

B. Comportarea la încercări fizico-mecanice

Rezultatele determinărilor fizico-mecanice ale calcarului oolitic de la Gorban și ale gresiei calcaroase de la Gura-Bohotin sînt centralizate în tabelul 2. S-a urmărit comportarea la diferite solicitări atît pe epruvete cît și

lul 2

Bohotin (Raionul Huși) (în comparație cu piatra din alte cariere)

Bohotin	Scheia—Iași		Repedea—Iași		Deleni—Hîrlău	Repedea
calcaroasă dură	La Față	Inima Florești	Mustață	Cîrnu	Fierbătoare	Catarg
limite de variație	calcaroase oolitice					gresie calc.
	media	media	media	media	media	media
—	2,506	2,465	2,638	2,700	2,765	2,610
2,210...2,500	1,700	1,780	2,070	1,863	1,180	2,220
91...95	68	72	22	—	71	86
9... 5	—	—	—	—	29	14
—	13,8	13	5,34	9,6	9,10	—
8,30...10,40	—	—	—	—	—	—
7,20... 9,60	—	—	—	—	—	—
—	16,30	13,60	5,68	9,85	13,8	1,04
9,30...14,10	—	—	—	—	—	—
8,90...11,70	—	—	—	—	—	—
nă	bună	bună	puțin gelivă	bună	gelivă	bună
—	103	126	210	155	130	1390
580...610	—	—	—	—	—	—
680...740	—	—	—	—	—	—
—	85	91	150	150	100	1050
290...680	—	—	—	—	—	—
370...690	—	—	—	—	—	—
—	42	88	—	—	—	—
380...835	—	—	—	—	—	—
404...767	—	—	—	—	—	—
—	59	30	—	—	—	—
—	17	27	28	3	—	—
—	—	—	42	—	—	16
36...58	—	—	45	—	—	—
33...44	—	—	40	—	—	—
4...6	—	—	—	—	—	60
—	—	—	22	—	—	34
70...129	—	—	—	—	—	—
41...71	—	—	—	—	—	83
71,63...73,8	—	—	—	—	—	70
86,0 ...86,8	—	—	—	—	—	83

pe piatră spartă; rezultatele s-au prezentat comparativ cu roci asemănătoare din Podişul Moldovenesc (calcare oolitice de la Repedea-Iaşi, Deleni-Hîrlău, Scheia-Iaşi, gresia dură de Repedea-Catarg, Deleni-Hîrlău).

Calcarul oolitic de la Gorban este un meterial relativ uşor (δ_a = 1 890...2 060 kg/m^3), căci atît porozitatea totală cît şi cea aparentă sînt mari (capacitatea de absorţie 20,8%); totuşi are o comportare bună în mediu umed şi la îngheţuri succesive (rezistenţa la rupere prin compresiune în stare saturată şi după gelivitate este apropiată de a pietrei în stare uscată). Din acest punct de vedere dă rezultate mai bune decît calcarul oolitic de Scheia şi Repedea. Încercările la uzură, şoc, pe epruvete şi piatră spartă s-au făcut numai informativ.

Gresia calcaroasă de le Gura-Bohotin (v. tabelul 2) are o porozitate aparentă mare (capacitatea de absorţie 10,4%), totuşi comportarea în mediu umed şi la îngheţuri succesive este bună. Piatra se comportă bine şi la solicitările mecanice (uzură, şoc), atît la încercarea pe epruvete cît şi pe piatra spartă.

C. Compoziţia chimică

În tabelul 3 se dă compoziţia chimică a calcarului oolitic de la Gorban. Ea este apropiată de a altor calcare oolitice din Moldova [8].

Tabelul 3

Compoziţia chimică a calcarului oolitic

Componenţi	%
P. C.	28,83
Insolubile	12,22
SiO_2	13,02
$Fe_2O_3 + Al_2O_3$	4,85
CaO	37,15
MgO	1,69
SO_3	2,09
Total	99,85
de unde rezultă:	
$CaCO_3$	66,29%
$MgCO_3$	3,53%

4. Utilizările raţionale care se pot da pietrei de la Gorban şi Gura-Bohotin

Pe baza proprietăţilor tehnice stabilite şi a examenului mineralogic se indică următoarele forme de utilizare locală a celor două categorii de piatră de la Gorban şi Gura-Bohotin.

Calcarul oolitic de la Gorban poate fi utilizat drept:

a) agregat pentru betoane uşoare, deoarece are densitatea aparentă sub 2000 kg/m^3;

b) piatră pentru zidărie protejată sau neprotejată la exterior cu tencuială; porozitatea mare aparentă impune o izolare hidrofugă orizontală şi laterală pe porţiunea aflată în contact cu solul pentru a împiedica ascensiunea apei;

c) în oarecare măsură, local, ca materie primă la fabricarea varului (în special ca liant la mortare).

Gresia calcaroasă de la Gura Bohotin se poate utiliza pentru:

a) construcţii de poduri, diguri, fie sub formă de piatră fasonată, fie ca piatră spartă sau ca agregat în betoane, avînd în vedere lipsa de balast în acest raion; această utilizare rezultă din faptul că are rezistenţa la rupere prin compresiune > 500 kg/cm^2 chiar şi după încercarea la gelivitate, iar coeficientul de înmuiere după această încercare este mic (15%);

b) construcţii de drumuri, unde conform normelor actuale (STAS 667-61) ea corespunde sub următoarele forme ca material local:

— piatră brută pentru fundaţii (blocaj) la drumurile cat. A şi B;

— piatră brută pentru pavaje la drumuri, străzi şi acostamente la drumuri cat. B;

— piatră spartă la straturile inferioare de fundaţie (drumuri cat. A şi B).

Aprecieri asupra exploatării

În prezent în cele două cariere de la Gorban şi Gura-Bohotin exploatarea se face încă nesistematic, ceea ce se reflectă asupra productivităţii şi preţului de cost al rocii extrase.

Ţinînd seama că aici există piatră corespunzătoare pentru construcţii, exploatarea trebuie extinsă după un plan bine întocmit pentru a nu deteriora terenul. De asemenea trebuie amenajate în primul rînd drumurile de acces şi înlăturat sterilul ce se află în grosime uneori destul de mare.

Reducerea preţului de cost va contribui la îmbunătăţirea sistemului de construcţii, prin folosirea betonului cu agregate din aceste roci la fundaţiile clădirilor şi a calcarului oolitic pentru zidărie aparentă. De asemenea gresia existentă va contribui la refacerea drumurilor raionale.

Institutul politehnic Iaşi,
Catedra de geologie şi geotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. David M., *Cercetări geologice în Podişul Moldovenesc.* Anuarul Inst. geol. al Romîniei, **IX**, 1922.
2. Gugiuman I., Rev. şt. „V. Adamachi", 1943, **XXIX**, *2.*
3. — *Depresiunea Huşi.* Ed. Şt., Buc., 1959.
4. Jeanrenaud P., Dări de seamă ale Comit. geol. al R. P. R., Buc., 1953, **XXXVI.**
5. Simionescu I., *Constituţia geologică a ţărmului Prutului din nordul Moldovei.* Anal. Acad. Rom., Publ. fond. „V. Adamachi", 1901.
6. — *Contribuţii la geologia Moldovei dintre Siret şi Prut.* Anal. Acad. Rom., 1903.
7. Chelărescu Al. şi colab., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1959, V **(IX)**, *1—2*, pp. 393—404.
8. — Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3—4*, pp. 351—388.

МЕСТНЫЕ СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ИЗ ГОРБАН-БОХОТИН (РАЙОН ГУШЬ)

(Резюме)

Представляются натурные данные о карьерах Горбан-Гура Бохотин и характеризуются минералогически и петрографически основные виды камня : оолитический известняк из Горбана (карьер I) и песчаник из Гура-Бохотин.

На основе исследованных физико-механических свойств устанавливаются возможности рационального употребления в строительстве этих двух видов камня.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — План карьера района Гушь.
Рис. 2. — Профиль карьера Горбан.
Рис. 3. — Профиль карьера Гура-Бохотин.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Industrie uşoară

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 3—4, 1964

Легкая промышленность

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Light Industry Engineering

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

D. Z. 667.66 ; 677.1/5

INFLUENŢA MEDIULUI ŞI A ELECTROLITULUI NEUTRU ASUPRA VOPSIRII FIBRELOR DE RELON CU COLORANŢI DE DISPERSIE

DE

MIŞILIM GRINDEA, RITA ZEIDMAN şi CAMELIA NISTOR

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

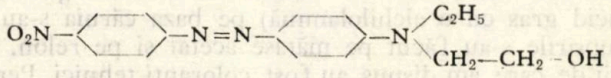
Mecanismul vopsirii fibrelor poliamidice cu coloranţi de dispersie este asemănător cu cel al vopsirii acetatului de celuloză cu aceiaşi coloranţi. Se admite deci că în procesul de vopsire colorantul de dispersie se dizolvă în masa fibrei.

Cercetările cunoscute asupra acestui proces de vopsire se ocupă în foarte mică măsură de factorul pH. Este firesc ca acest aspect să fie mai puţin studiat fiind vorba de coloranţi neionici.

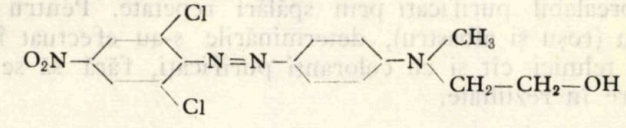
Totuşi, cercetări mai recente [1] asupra coloranţilor de dispersie reactivi (coloranţi de dispersie uzuali combinaţi cu triclortriazină) în care s-a analizat influenţa pH-ului asupra vopsirii, precizează că vopsirea cu coloranţi de dispersie nemodificaţi nu este influenţată de pH-ul băii.

În lucrarea noastră ne-am propus să verificăm aceste afirmaţii. Au fost studiaţi următorii coloranţi:

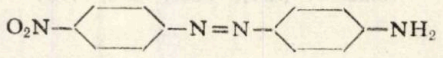
1. Roşu celliton B (C. I. 11110/1)



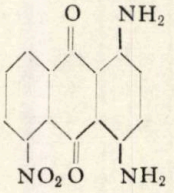
2. Maro celliton 5 RL (C. I. 11190/32)



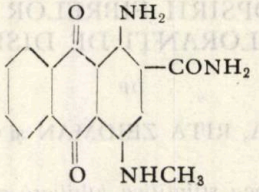
3. Oranj celliton GR (C. I. 11005/3)



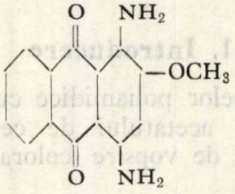
4. Violet celliton B (C. I. 62 030/8)



5. Albastru celliton FF B (C. I. 62 035/5)



6. Roz Celliton FF 3 B (C. I. 62 015/11)



Din colecţia de coloranţi cellitoni de care am dispus am selecţionat pe cei mai fin disperşi, care practic formau pseudosoluţii.

Pentru a asigura totuşi stabilitatea dispersiei formate s-au făcut numeroase încercări de găsire a unui agent emulgator care să îndeplinească în plus şi condiţia de transparenţă perfectă. S-au folosit astfel substanţe ca sare Palatin, Peregall, Disperton, Difazol.

2. Partea experimentală

Cele mai bune rezultate s-au obţinut cu Difazol (produs de condensare al unui acid gras cu o alchilolamină) pe baza căruia s-au alcătuit băile de vopsire. Vopsirile s-au făcut pe mătase acetat şi pe relon.

Coloranţii de care am dispus au fost coloranţi tehnici. Pentru a exclude influenţa unor eventuali auxiliari conţinuţi în produsul tehnic, coloranţii au fost în prealabil purificaţi prin spălări repetate. Pentru doi din coloranţii celliton (roşu şi albastru), determinările s-au efectuat în paralel, atît cu coloranţi tehnici cît şi cu coloranţi purificaţi, fără să se fi înregistrat vreo deosebire în rezultate.

Vopsirile s-au efectuat atît în mediu neutru cît şi acid (pH 2...3 obţinut cu CH_3COOH) şi în timpi diferiţi: 30 s, 1, 3, 5, 10, 20, 30 şi 45 min pentru a urmări şi influenţa duratei asupra vitezei de epuizare.

În toate cazurile s-au apreciat prin colorimetrare rezultatele atît asupra mostrelor cît mai ales asupra soluţiei reziduale de coloranţi (colorimetrarea s-a efectuat cu electrofotocolorimetrul sovietic F. M.).

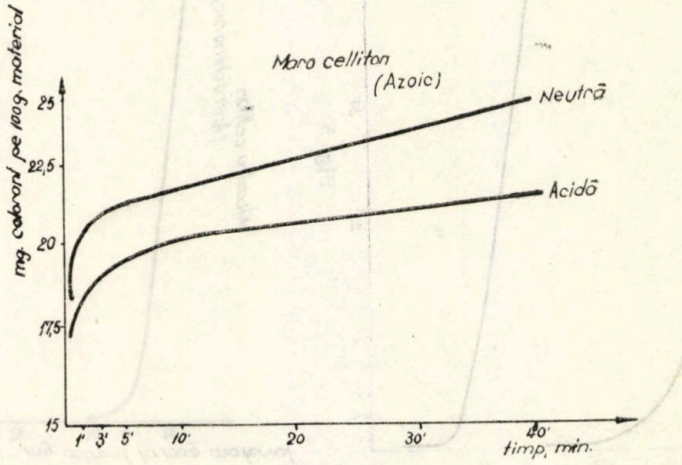


Fig. 1

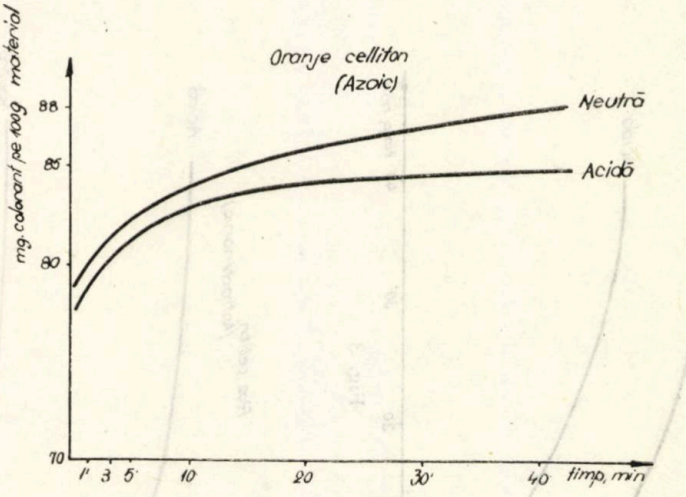


Fig. 2

Din cercetarea diagramelor prezentate rezultă clar că la toţi trei coloranţii antrachinonici acidularea mediului măreşte epuizarea, chiar din primii timpi ai vopsirii. Această decalare se menţine practic constantă la creşterea duratei.

În cazul coloranţilor azoici se observă o influenţă contrarie, epuizarea scăzînd în mediu acid, cu observaţia că diferenţa este mult mai mică.

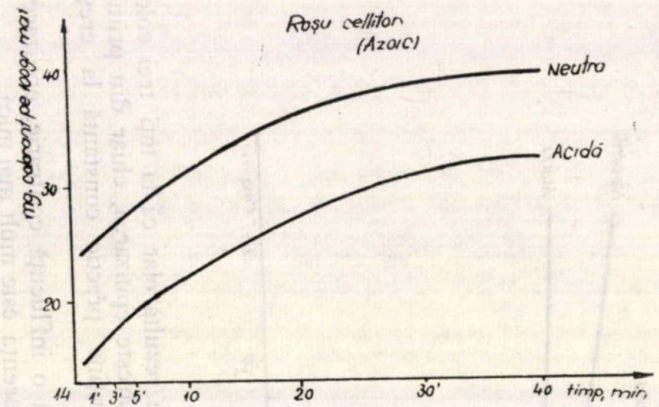


Fig. 3

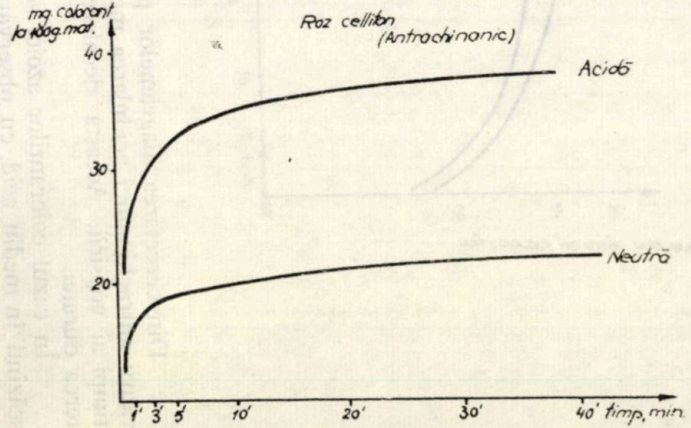


Fig. 4

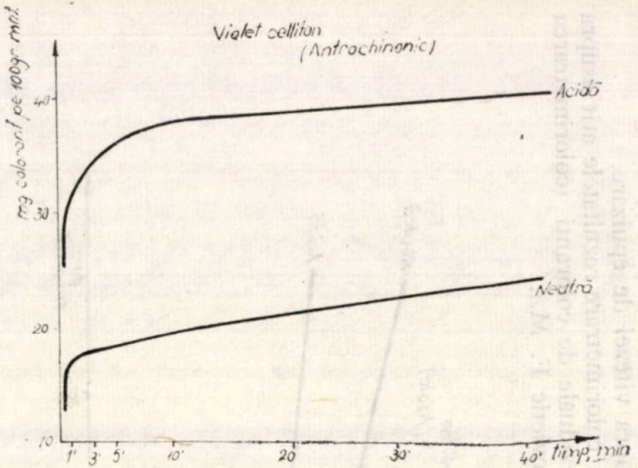


Fig. 5

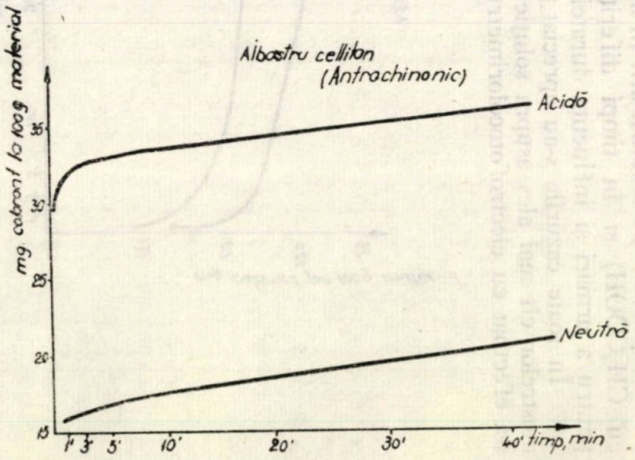


Fig. 6

S-au efectuat vopsiri și la alte două temperaturi, 30°C și 80° C, în aceleași condiții. Intensitatea vopsirii a fost mai mare la 80° C, în schimb comportarea constatată la temperatura de 60° C, pentru cele două medii, este absolut aceeași.

De asemenea s-au efectuat vopsiri și la diferite pH-uri cuprinse între 2,5 și 3,4 (respectiv 1...50 g/l CH_3COOH) constatînd că variația acidității mediului în aceste limite nu produce diferențe sensibile.

S-a studiat și influența electrolitului neutru NaCl, în mediu neutru și acid cu 1, 10 și 20 g/l. Influența NaCl este de asemenea diferențiată la cele două grupe de coloranți. În timp ce la coloranții azoici, independent de concentrație și de mediu, sarea nu exercită nici o influență, la coloranții antrachinonici este evidentă acțiunea sa acceleratoare.

3. Interpretarea rezultatelor

Așa cum s-a indicat mai sus, influența pH-ului băii nu este studiată în literatura de specialitate decît în foarte mică măsură, fapt explicabil dacă se ține seama de caracterul neionic al coloranților de dispersie.

Rezultatele prezentate aici pun în evidență faptul că pH-*ul are o anumită influență asupra desfășurării vopsirii.* Această influență trebuie atribuită în primul rînd faptului stabilit de Bird [2] în 1955, că vopsirea acetatului de celuloză cu acești coloranți se face din soluții saturate, colorantul netrecînd nemijlocit din suspensie în fibră conform mecanismului preconizat de Kartașoff în 1928.

Bird și-a sprijinit ipoteza enunțată pe datele obținute din cercetarea influenței agenților de dispersare cu acțiune solubilizantă asupra vitezei și echilibrului tinctorial. Acești agenți influențează diferit coloranții mai hidrofobi la care viteza de vopsire crește și pe cei mai hidrofili, la care viteza scade, în prezența acestor agenți de dispersare.

Din cercetările noastre rezultă că acidul acetic are o acțiune diferită asupra desfășurării vopsirii. *La coloranții azoici* — doi caracterizați prin grupe hidroxietilice și unul printr-o grupă nitro — *prezența acidului acetic inhibă trecerea colorantului în soluție.* Această inhibare a solvirii colorantului explică alura curbelor obținute în mediu neutru sau acid. *La coloranții aminoantrachinonici acidul acetic are influență acceleratoare și favorabilă solvirii de colorant în fibră* după o durată suficientă de vopsire. (Este clar că toți acești trei coloranți sînt mai solubili în mediu acid datorită grupelor aminice; favorizînd solubilitatea colorantului s-a ușurat trecerea lui în fibră, fapt ilustrat de alura curbelor.)

Datele pe care le-am obținut și interpretarea enunțată confirmă astfel că *vopsirea fibrelor de acetat de celuloză și poliamidice cu coloranți de dispersie se face numai din soluția saturată și nu nemijlocit din dispersie.* Numai comportarea unui colorant solubil poate fi influențată de reacția mediului.

La coloranții mai hidrofili, ca cei trei coloranți azoici studiați, sarea nu are influență însemnată asupra vopsirii. La coloranții mai hidrofobi, adaosul de sare mărește tendința colorantului de a ieși din soluție, accelerînd astfel vopsirea.

Se confirmă astfel, pe altă cale decît cea folosită de Bird, că *mecanismnl stabilit de Kartaşoff trebuie considerat în sensul vopsirii din soluţia saturată şi nu nemijlocit din suspensie.*

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie chimică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Denyer R. L., Fowler M. A., Melliand Textilber., 1961, **42**, 5, S. 535.
2. Bird C. L., J. Soc. Dyers Col., 1955, **71**, p. 139.

ВЛИЯНИЕ СРЕДЫ И НЕЙТРАЛЬНОГО ЭЛЕКТРОЛИТА НА КРАШЕНИЕ РЕЛОНОВЫХ ВОЛОКОН ДИСПЕРСНЫМИ КРАСИТЕЛЯМИ

(Резюме)

На основанне проведенной работы заключается, что pH в определенной мере влияет на процесс крашения. У азокрасителей присутствие уксусной кислоты тормозит переход красителя в растров. У аминоантрахиноновых красителей уксусная кислота служит ускорителем и способствует растворимости красителя в волокне. Полученные результаты подтверждают тот факт, что крашение ацетат-целлюлозных и полиамидовых волокон дисперсными красителями происходит только из насыщенного раствора и отнюдь не непосредственно из дисперсии.

Подтвердилось таким образом, что установленный Карташевым механизм крашения должен быть рассматриваем в смысле крашения из насыщенного раствора и отнюдь не непосредственно из суспензии.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

Д. К. 677.05 ; 531.8

ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА УСТАНОВОК И МЕХАНИЗМОВ ИНТЕРЕСУЮЩИХ ЛЕГКУЮ ПРОМЫШЛЕННОСТЬ

I. ЧЕТЫРЕХКОЛОДОЧНЫЙ ТОРМОЗ С ГИДРАВЛИЧЕСКИМ ПРИВОДОМ

Д. МАНЖЕРОН, С. ГАМРЕКЕЛИ и В. ХАНГАНУ

1. Недавно появившаяся в свет *История механики машин* А. Н. Боголюбова [1] подчеркивает, в частности, работы потеории механизмов и машин, проведенные, под руководством первого из авторов, в Ясском политехническом институте, посвященные, напр., механике вибрационных процессов [2], новому матрично-тензорному методу изучения механизмов, общей теории ускорений высших порядков в точечных или же тангенциальных координатах, имеющих практическое применение в теории быстроходных пространственных механизмов [3], [4] и др. В последние годы применение вышеназванных методов к теоретическому обоснованию многочисленных устройств и механизмов привело авторов к ряду совместных [5], [6] или же отдельных работ [7], [8], в то время как второй из авторов, проводя свои исследования в рамках коллектива ГПИ им. В. И. Ленина по ТММ, руководимого Д. С. Тавхелидзе, провел ряд ценных изобретений [9], [10], получив соответствующие авторские свидетельства.

В настоящей заметке, в рамках ряда работ представляемых к печати и посвященных теории и практике установок и механизмов интересующих легкую промышленность [11], излагается проблематика связанная с четырехколодочным тормозом с симметрическим расположением колодок и гидравлическим замыканием, могущим быть примененным с успехом особенно там, где требуется точная и плавная остановка технологических машин, как напр., ткацких станков, сновальных машин, обувных машин и др. Ниже изложенный принцип для образования равномерного давления на поверхности торможения можно применить и для некоторых технологических операций в обувном производстве, как, напр., для равномерной обтяжки заготовки на колодках, имеющей важное значение для повышения качества выпускной продукции. В работе С. И. Гамрекели и Д. Манжерона [12] излагаются

некоторые теоретические выкладки в связи с нижеизложенными практическими, уже реализованными вторым из автором, в рамках его ряда изобретений, устройствами.

2. На основе развития теории механизмов с двумя степенями свободы, проведенной параллельно в ЯПИ [13] и ГПИ [14] и примененной затем к синтезу кулачковых пространственных механизмов с двумя степенями свободы, используемых, в частности, в механических вычислительных машинах [15], или же совершенно недавно Р. Богданом, в своей диссертации [16], для исследования плоских пятизвенных механизмов стержневых, разработанным им, методом комплексных гармонических рядов [17], изложим в настоящей заметке оригинальную схему четырехколодочного тормоза с гидравлическим приводом.

В новой системе тормоза применяются симметрично расположенные замкнутые кинематические цепи с двумя степенями свободы.

Следует отметить, что, вообще, увеличение числа колодок и повышение степени их подвижности, способствует более равномерному их изнашиванию, лучшему контактированию поверхностей трения, быстрейшей приработке трущихся поверхностей.

На рис. 1 дана принципиальная схема четырехколодочного тормоза, который состоит из тормозного шкива, четырех внутренних колодок, двух шарнирно установленных на корпусе гидравлических цилиндров и рычажной системы. На валу *1*, который свободно вращается в корпусе *2*, с помощью шпонки и гайки *4* жестко закреплено тормозное колесо *3*. Тормозное колесо *3* имеет цилиндрическую выточку, внутри которой помещаются четыре прижимные тормозные колодки *5*, *6*, *7* и *8*. Посредством четырех пружин *9*, *10*, *11* и *12* концы колодок *5*, *6*, *7* и *8* упираются одна в другую и образуют тормозное кольцо.

На шарнирах *K*, *L*, *M* и *E*, т. е. в точках вращения колодок *5*, *6*, *7* и *8*, симметрично закреплены четыре угловых рычага *13*, *14*, *15* и *16*. Концы этих рычагов попарно соединены шарнирами *A*, *B*, *C* и *D*.

По диаметральной линии тормоза на корпусе *2* шарниром *17* и *18* связаны два симметрично расположенных гидравлических цилиндра *19* и *20*. Поршни гидравлических цилиндров соответственно связаны штоками *21* и *22*. Шток *21* шарнирно связан с точкой *C*, а шток *22* с точкой *A*. Между гидравлическими цилиндрами и поршнями на штоки *21* и *22* надеты цилиндрические пружины *23* и *24*. Гидравлические цилиндры *19* и *20* соединены общей гибкой прорезиненой гидропроводкой *27*, через которую нагнетается тормозная жидкость с давлением P_0. При отсутствии в цилиндрах *19* и *20* тормозной жидкости, штоки *21* и *22*, посредством пружин *23* и *24*, перемещаются к центру вращения *O* тормозного колеса *3*, т. е. точки *A* и *C* приближаются одна к другой по диаметральной линии. Это перемещение ограничено регулировочными гайками *25* и *26*, завинченными на штоках *21* и *22*.

Дополнительная подвижность цилиндров *19* и *20* около осей вращения *17* и *18* необходима для равномерного и симметричного распределения нормальных сил на всех колодках.

Принцип действия тормоза заключается в следующем. Тормозная жидкость поступает через трубку *27* в гидравлические цилиндры *19*

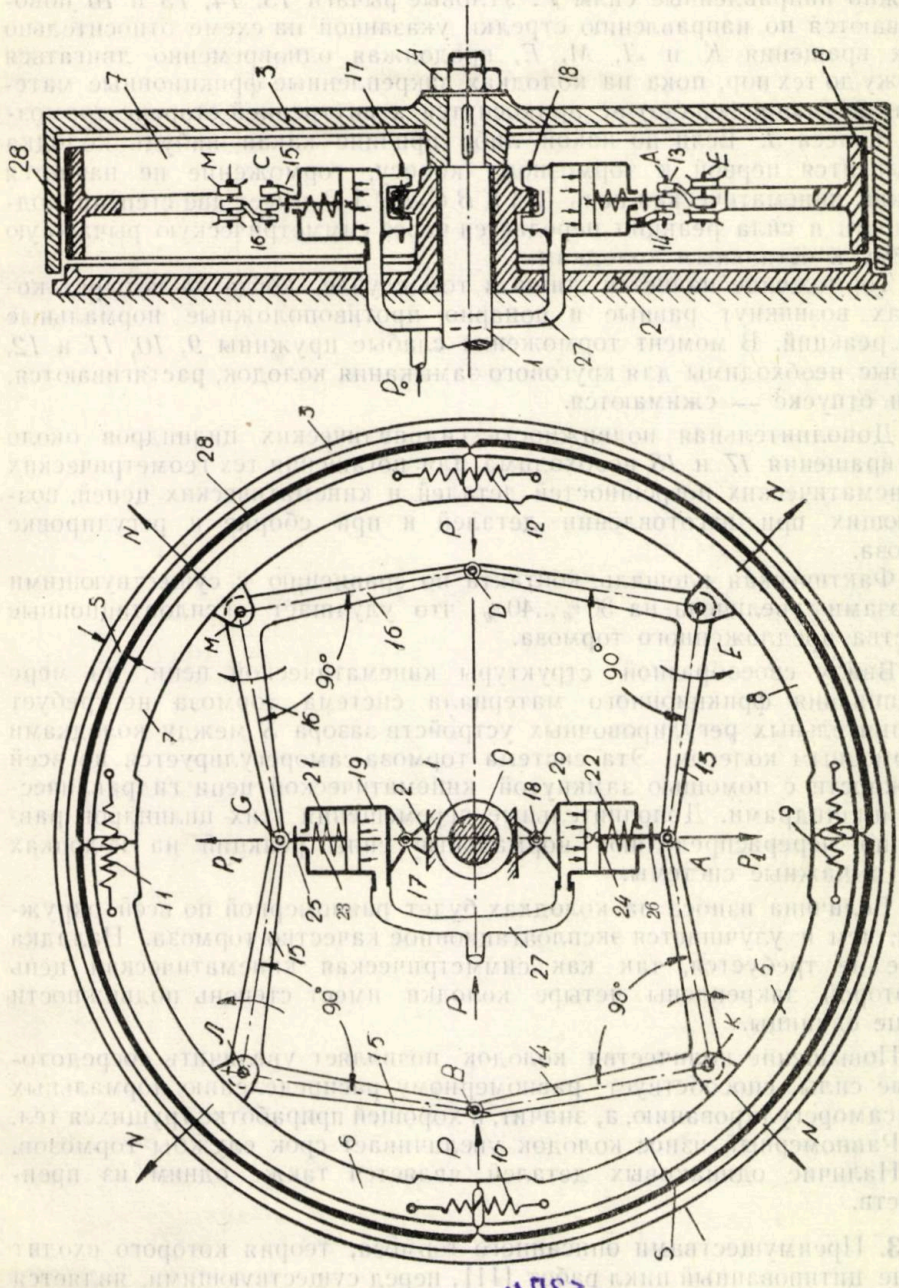


Рис. 1

BUDAPESTI MOSZAKI KÖZPONTI KÖNYVTÁRA ECVETEM 1948

и *20*. Штоки *21* и *22* перемещаются от центра *О*, сжимая пружины *23* и *24*. На шарнирные точки *А* и *С* действуют равные но противоположно направленные силы *Р*. Угловые рычаги *13*, *14*, *15* и *16* поворачиваются по направлению стрелки указанной на схеме относительно точек вращения *К* и *Л*, *М*, *Е*, продолжая одновременно двигаться наружу до тех пор, пока на колодках закрепленные фрикционные материалы *28* (напр. ферадо) не прикоснутся к внутренней стороне тормозного колеса *3*. Если по какой либо причине какая нибудь колодка приблизится первой к тормозному колесу, торможение не начнется так как кинематическая цепь *ОАКВСЛВАО* имеет две степени подвижности и сила реакции передается через симметрическую рычажную систему к остальным колодкам.

Торможение начнется лишь в том случае, когда на четырех колодках возникнут равные и попарно противоположные нормальные силы реакций. В момент торможения слабые пружины *9*, *10*, *11* и *12*, которые необходимы для кругового замыкания колодок, растягиваются, а при отпуске — сжимаются.

Дополнительная подвижность гидравлических цилиндров около осей вращения *17* и *18* необходима для погашения тех геометрических и кинематических погрешностей деталей и кинематических цепей, возникающих при изготовлении деталей и при сборке и регулировке тормоза.

Фактическая площадь контакта по сравнению с существующими тормозами увеличена на 30%...40%, что улучшает эксплоатационные качества предложенного тормоза.

Ввиду своеобразной структуры кинематической цепи, по мере изнашивания фрикционного материала система тормоза не требует дополнительных регулировочных устройств зазора *S* между колодками и тормозным колесом. Эта система тормоза саморегулируется по всей окружности с помощью замкнутой кинематической цепи гидравлическими цилиндрами. Дополнительные перемещения этих цилиндров равномерно перераспределяют нормальные силы реакций на колодках через рычажные системы.

Величина износа на колодках будет равномерной по всей окружности, чем и улучшается эксплоатационное качество тормоза. Наладка также не требуется, так как симметрическая кинематическая цепь на которой закреплены четыре колодки имеет степень подвижности больше единицы.

Повышение количества колодок позволяет увеличить сосредоточенные силы, способствует равномерному распределению нормальных сил и саморегулированию, а, значит, и хорошей приработке трущихся тел.

Равномерный износ колодок увеличивает срок службы тормозов.

Наличие одинаковых деталей является также одним из преимуществ.

3. Преимуществами описанного тормоза, теория которого входит в выше цитированный цикл работ [11], перед существующими, является простота механических частей, компактность, плавность, характеристики рабочего хода торможения, равномерность изнашивания фрик-

ционного материала, саморегулирование зазоров между трущимися поверхностями и увеличение полезной площади торможения.

Все это в особенности применимо — как было сказано выше — в практике легкой промышленности.

Поступила 23 X 1964 г.

Ясский политехнический институт, РНР
и
Грузинский политехнический институт им. В. И. Ленина, Тбилиси, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов А. Н., *История механики машин.* Наукова Думка, Киев, 1964, стр. 433.
2. Gábos Z., Mangeron D., Stan I., *Fundamentele mecanicii.* Cap. **IV.** *Mecanica vibraţiilor.* Ed. Acad. R. P. R., Buc., 1962.
3. Mangeron D., Atti Accad. Naz. dei Lincei, Rend., Cl. Sci. fis., mat. e nat., s. *8,* 1962, **XXXII,** *4,* pp. 505—508.
4. — *New methods in Mechanisms Design.* Proc. Eighth Congress on Theoretical and Applied Mechanics, New Delhi, 1963, pp. 215—218.
5. Манжерон Д., Гамрекели С. М., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1963, **IX (XIII),** *1—2,* pp. 303—310.
6. Манжерон Д., Тавхелидзе Д. С., Тр. Груз. полит. ин-та им. В. И. Ленина, 1964, *3 (96),* стр. 141—148.
7. Гамрекели С. И., Тр. Труз. полит. ин-та им. В. И. Ленина,, 1962, 6 стр.
8. Mangeron D., Hanganu V., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1962, **VIII (XII),** *3—4,* pp. 425—430.
9. Гамрекели С. И., Нацвишвили Р. С., *Моделирующее устройство для расчета стержневых механизмов.* СССР, Описание изобретения к авторскому свидетельству, класс *42,* пг. 138 411, подписная группа пг. 174, 1961 г.
10. Гамрекели С. И., *Четырехколодочный тормоз.* СССР, Описание изобретения к авторскому свидетельству, класс *470,* пг. 148 669, подписная группа пг. 23, 1962.
11. Mangeron D., Gamrekeli S. M., Revue Roum. Sci. Techn., Série Méc Appl. (в печати).
12. — Тр. Груз. полит. ин-та им. В. И. Ленина (в печати).
13. Mangeron D., Drăgan C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, **V (IX),** *1—2,* pp. 331—338
14. Тавхелидзе Д. С., *К вопросу синтеза и кинематики пространственных четырехзвенных механизмов.* Изд. Цодна, Тбилиси, 1960.
15. Uicker John J., Jr., *Velocity and Acceleration Analysis of Spatial Mechanisms using 4×4 Matrices.* Northwestern University, The Technological Institute, Sept. 1963.
16. Bogdan R. C., *Cercetarea grupurilor assurice în construcţia mecanismelor, prin serii armonice complexe şi metoda mecanoelectronică.* Dizertaţie, Inst. polit. Buc.,. 19 XI 1964.
17. Mangeron D., Jasiulionis, A. I., Revue Roum. Sci. Techn., Série Méc. Appl.,. 1964, **9,** *4,* pp. 869—881.

TEORIA ŞI PRACTICA DISPOZITIVELOR ŞI MECANISMELOR INTERESÎND INDUSTRIA UŞOARĂ

I. Frînă cu patru saboţi şi cu mecanism de acţionare hidraulică

(Rezumat)

Autorii expun, în cadrul aplicaţiilor problematicii teoretice, cristalizată în noile metode de studiu a mecanismelor, elaborate la Iaşi [3], [4] şi menţionate deosebit de elogios în volumul recent consacrat *Istoriei mecanicii maşinilor* de A. N. Bogoliubov [1], schema unei noi frîne cu patru saboţi, dispuşi simetric, prevăzuţi cu un mecanism de acţionare hidraulică, de o deosebită utilitate în buna funcţionare a războaielor de ţesut, maşinilor de urzit, maşinilor de pielărie ş. a.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 667.66 ; 677.1/5

COMPORTAREA SELECTIVĂ A ZONELOR FIBREI DE LÎNĂ LA CROMATARE ŞI VOPSIRE

DE

TANIA FORST şi MIŞILIM GRINDEA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. Introducere

Existenţa unor diferenţe structurale în fibra de lînă a fost confirmată de numeroase cercetări care au ajuns toate la concluzia unei degradări fotochimice.

În lucrarea noastră anterioară [1] această ipoteză a fost verificată pe baza unor indici specifici.

Dată fiind existenţa acestor diferenţe structurale în fibra de lînă şi anume degradarea vîrfului fibrei, la prelucrarea ulterioară şi în special la vopsire apar efecte nedorite, porţiunea degradată vopsindu-se în mod diferit cu majoritatea coloranţilor.

Comportarea tinctorială diferită a fost arătată pentru prima dată de Van Bergen [2] care a împărţit coloranţii în pozitivi şi negativi. Au urmat numeroase studii, cele mai recente [3], [4] atribuind vopsirea inegală — cel puţin în primii timpi ai vopsirii — nu atît diferenţelor chimice în structura fibrei cît prezenţei sau absenţei unui strat exterior al fibrei de lînă, epicuticula, avînd un caracter hidrofob. Acesta acoperă la început întreg stratul solzos al fibrei dar este apoi distrus în timpul creşterii lînii în urma unor acţiuni fotochimice şi mecanice [5]. Dispariţia acestui strat duce la vopsiri inegale în lungul fibrei.

Totuşi metoda tinctorială nu răspunde clar la întebarea dacă diferenţele ce apar sînt rezultatul acestor schimbări de suprafaţă sau al unor schimbări în structura principală a fibrei [6].

S-a observat însă că cu cît creşte caracterul hidrofil al colorantului rezultă vopsiri mai inegale. Coloranţii de piuă, coloranţi hidrofobi (cu grad mic de sulfonare) sînt preferaţi deoarece, în afară de unele aspecte legate de proprietăţile lor de migrare scăzute, tind în stadiile iniţiale ale vopsirii să dea diferenţe tinctoriale mai mici pe diferitele zone, decît coloranţii mai hidrofili [3].

Această problemă a caracterului hidrofil al coloranţilor este interesantă deoarece în condiţiile practicii industriale se folosesc amestecuri de coloranţi. Pentru a obţine o combinaţie compatibilă coloranţii trebuie astfel aleşi încît să posede acelaşi grad de sulfonare pentru a avea viteze egale de tragere pe cele trei zone ale fibrei.

Pentru obţinerea de vopsiri egale unii autori [3], [4] au propus folosirea de agenţi cation-activi sau neionogeni care influenţează comportarea coloranţilor în soluţie, mărindu-le caracterul hidrofob.

În Nota de faţă se cercetează dacă materialul cromatat clasic şi cu adaos de formaldehidă şi care — aşa cum rezultă [7] — are indici superiori în raport cu materialul netratat, se vopseşte mai uniform. S-a pornit de la constatarea că ţesătura cromatată se udă mai greu şi se vopseşte mai încet decît cea necromatată. Pe de altă parte ţesăturile clorate pot fi asemănate cu vîrful fibrei de lînă nativă în privinţa caracterului hidrofil. Deci, dacă datorită acestui caracter vîrful se vopseşte mai repede la început, prin cromatare ar trebui să se micşoreze viteza.

2. Partea experimentală

S-a lucrat pe fibre de lînă ţurcană-ţigaizată, degresată cu tetraclorură de carbon şi spălată cu apă distilată. Fibrele au fost supuse următoarelor tratamente:

1. 1,5 % $K_2Cr_2O_7$ + 1 % H_2SO_4 raportat la fibra uscată;
2. 1,5 % $K_2Cr_2O_7$ + 1,8 % HCOOH raportat la fibra uscată;
3. 1,5 % $K_2Cr_2O_7$ + 1 % H_2SO_4 raportat la fibra uscată + 10 g/l HCHO.
4. 1,5 % $K_2Cr_2O_7$ + 1,8 % HCOOH raportat la fibra uscată + 10 g/l HCHO;

La dozarea cantităţii de crom legată (mg crom/100 g lînă) s-au obţinut rezultatele consemnate în tabelul 1.

Tabelul 1

Zone	Tratamente			
	1	*2*	*3*	*4*
Rădăcină	327	387	335	327
Mijloc	299	375	292	298
Vîrf	387	435	390	417

Tabelul 2

Zone	Martor	Tratamente			
		1	*2*	*3*	*4*
Rădăcină	7,80	7,20	5,10	1,50	2,70
Mijloc	7,73	4,10	4,15	1,16	1,97
Vîrf	8,66	7,70	7,35	1,41	2,30

Vîrfurile fibrelor leagă mai mult crom datorită prezenţei grupelor aldehidice rezultate din scindarea punţilor cistinice, care le conferă caracter reducător, în acord cu rezultate anterioare [8].

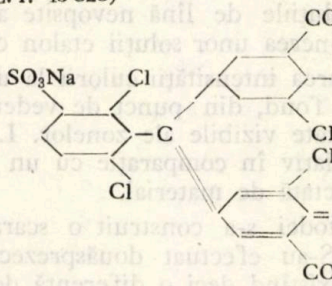
În ce priveşte influenţa tratamentelor aplicate, datele pe zone confirmă cele obţinute pe total fibră, adică cromatarea cu acid formic dă cele mai mari valori de legare iar tratamentul mixt produce o uşoară creştere a can-

tităţii de crom fixată pe rădăcină şi vîrf. Prezenţa formaldehidei la cromatarea cu acid formic s-a dovedit din nou inhibitoare pe toate zonele.

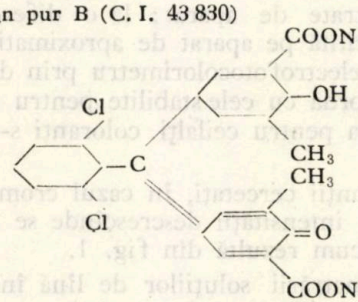
Din tabelul 2, privitor la solubilitatea în alcalii (%), în acord cu rezultatele noastre anterioare, vîrful prezintă o solubilitate în alcalii mai mare decît mijlocul şi rădăcina. Tratamentul mixt urmează aceeaşi legitate ca la fibra totală.

Pentru studierea caracteristicilor tinctoriale s-au făcut vopsiri pe zone cu următorii 4 coloranţi:

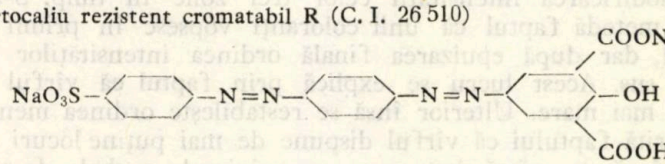
1. Cromazurol S (C. I. 43 825)



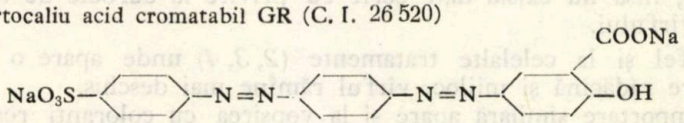
2. Albastru cromoxan pur B (C. I. 43 830)



3. Portocaliu rezistent cromatabil R (C. I. 26 510)



4. Portocaliu acid cromatabil GR (C. I. 26 520)



Vopsirile au fost efectuate în patru variante:

a) cromatare clasică anterioară,
b) cromatare clasică ulterioară,
c) cromatare mixtă anterioară,
d) cromatare mixtă ulterioară.

Cromatarea s-a efectuat în prezenţa acidului sulfuric.

Reţeta de vopsire: 1,5% colorant, 1% acid formic, temperatura 100°C, durata — pînă la epuizarea băii.

Deoarece vopsirile pe cele trei zone s-au efectuat în aceeaşi baie, pentru a realiza condiţiile din practica industrială, nu a fost posibil de determinat colorimetric indirect cantitatea de colorant legată.

Metoda directă de extracţie nu poate fi aplicată la coloranţii de crom.

Pentru unul din coloranţii cu care s-a lucrat, cromazurol S, s-a folosit metoda dizolvării în soluţie de hidroxid de sodiu 10%, indicată în literatură pentru lînurile vopsite cu coloranţi reactivi, şi colorimetrarea soluţiilor obţinute [3]. Utilizarea metodei este dificilă din cauza virării majorităţii coloranţilor în soluţii concentrate de hidroxid de sodiu, a nestabilităţii soluţiilor, a faptului că soluţiile de lînă nevopsite au culoarea lor proprie şi deci nu este posibilă obţinerea unor soluţii etalon cu o coloraţie identică.

S-a încercat determinarea intensităţii culorii la un fotometru universal FM pe considerentul că în fond, din punct de vedere practic, sînt importante diferenţele de intensitate vizibile ale zonelor. La fotometru se obţine coeficientul de reflecţie relativ în comparaţie cu un etalon alb, adică proporţia de lumină albă reflectată de material.

Pentru verificarea metodei s-a construit o scară etalon cu colorantul Albastru cromoxan pur B. S-au efectuat douăsprezece vopsiri de la 1% la 2%, între fiecare vopsire existînd deci o diferenţă de 0,1% colorant. Diferenţele au fost înregistrate de aparat; la o diferenţă de 0,1% colorant corespunde o diferenţă citită pe aparat de aproximativ 0,20%.

Datele obţinute la electrofotocolorimetru prin dizolvarea lînii şi colorimetrarea soluţiilor concordă cu cele stabilite pentru acelaşi colorant la fotometrul universal. Deaceea pentru ceilalţi coloranţi s-a folosit numai această ultimă metodă.

La toţi patru coloranţii cercetaţi, în cazul cromatării clasice anterioare se observă că în ordinea intensităţii descrescînde se dispun rădăcina, vîrful şi mijlocul fibrei, după cum rezultă din fig. 1.

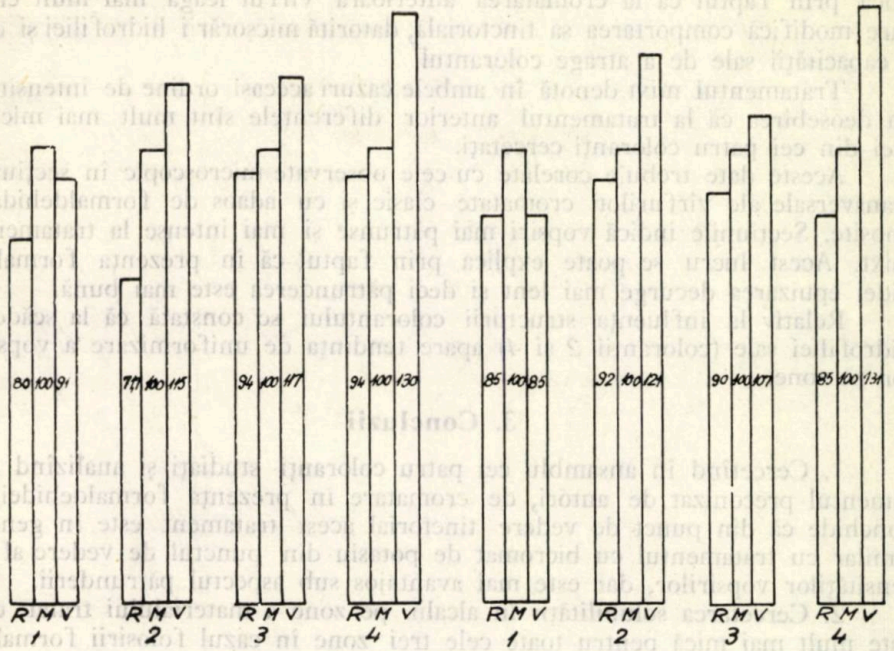
Prin metoda colorimetrării soluţiilor de lînă în hidroxid de sodiu s-a urmărit şi modificarea intensităţii celor trei zone în timp. S-a regăsit şi prin această metodă faptul că unii coloranţi vopsesc în primii timpi mai intens vîrful, dar după epuizarea finală ordinea intensităţilor rămîne cea indicată mai sus. Acest lucru se explică prin faptul că vîrful prezintă o accesibilitate mai mare. Ulterior însă se restabileşte ordinea menţionată mai înainte, datorită faptului că vîrful dispune de mai puţine locuri de legare a coloranţilor, însă nu există date certe cu privire la curbele de titrare a rădăcinii şi vîrfului.

Dealtfel şi la celelalte tratamente (*2, 3, 4*) unde apare o inversare a ordinii între rădăcină şi mijloc, vîrful rămîne mai deschis.

O comportare similară apare şi la vopsirea cu coloranţi reactivi vinilsulfonici. În cazul colorantului Albastru remazol strălucitor R, la o vopsire neutră, deci în condiţiile stabilirii cu precădere a legăturilor covalente (probabil în aceleaşi locuri de vopsire din fibră), vîrful rămîne de asemenea mult mai deschis, practic nevopsit, mijlocul apare puţin vopsit, iar rădăcina mai intens vopsită.

Dacă se examinează datele privitoare la tratamentul clasic ulterior, în afară de inversarea ordinii între rădăcină şi mijloc — în cazul a trei coloranţi — se constată şi că vîrful este mult mai deschis vopsit, ceeace se ex-

Cromazurol S *Albastru cromoxan pur B*



Portocaliu rezistent cromatabil R *Portocaliu acid cromatabil GR*

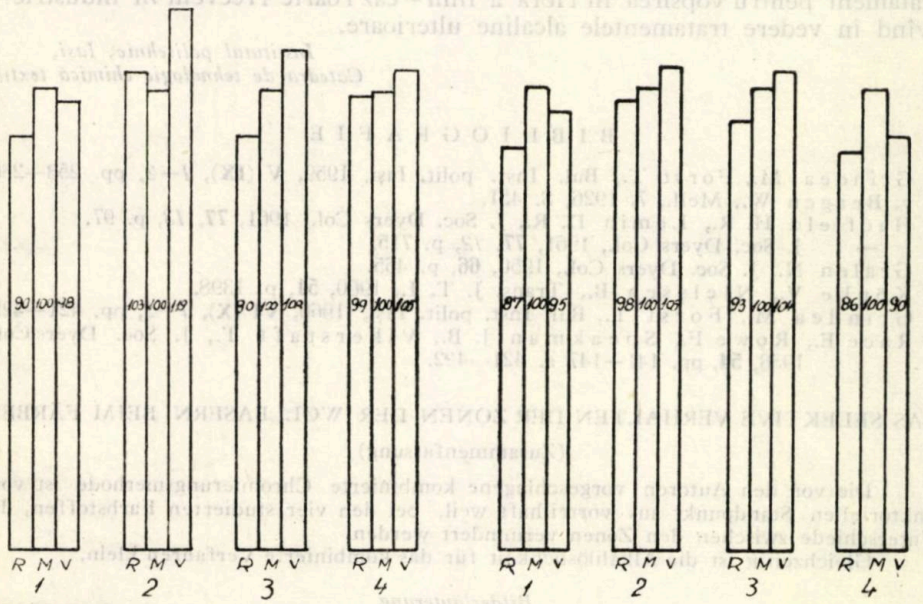


Fig. 1. — Coeficientul de reflecţie al vopsirilor efectuate pe zone (%).
1 —$K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4$ tratament clasic anterior; *2*—$K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4$ tratament clasic ulterior
3 —$K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4$ tratament mixt anterior ; *4* —$K_2Cr_2O_7 + H_2SO_4$ tratament mixt ulterior
R = rădăcină, *M* = mijloc, *V* = vîrf.

plică prin faptul că la cromatarea anterioară vîrful leagă mai mult crom care modifică comportarea sa tinctorială, datorită micşorării hidrofiliei şi deci a capacităţii sale de a atrage colorantul.

Tratamentul mixt denotă în ambele cazuri aceeaşi ordine de intensitate, cu deosebirea că la tratamentul anterior diferenţele sînt mult mai mici la trei din cei patru coloranţi cercetaţi.

Aceste date trebuie corelate cu cele observate microscopic în secţiunile transversale ale vîrfurilor cromatate clasic şi cu adaos de formaldehidă şi vopsite. Secţiunile indică vopsiri mai pătrunse şi mai intense la tratamentul mixt. Acest lucru se poate explica prin faptul că în prezenţa formaldehidei epuizarea decurge mai lent şi deci pătrunderea este mai bună.

Relativ la influenţa structurii colorantului se constată că la scăderea hidrofiliei sale (coloranţii *2* şi *4*) apare tendinţa de uniformizare a vopsirilor pe zone.

3. Concluzii

1. Cercetînd în ansamblu cei patru coloranţi studiaţi şi analizînd tratamentul preconizat de autori, de cromatare în prezenţa formaldehidei, se conchide că din punct de vedere tinctorial acest tratament este în general similar cu tratamentul cu bicromat de potasiu din punctul de vedere al intensităţilor vopsirilor, dar este mai avantajos sub aspectul pătrunderii.

2. Cercetarea solubilităţii în alcalii pe zone a materialului tratat, care este mult mai mică pentru toate cele trei zone în cazul folosirii formaldehidei la cromatarea cu acid sulfuric, pune în evidenţă superioritatea acestui tratament pentru vopsirea în fibră a lînii — caz foarte frecvent în industrie — avînd în vedere tratamentele alcaline ulterioare.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologie chimică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Grindea M., Forst T., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, **V** (**IX**), *1—2*, pp. 253—260.
2. v. Bergen W., Mell., *7*, 1926, S. 451.
3. Hadfield H. R., Lemin D. R., J. Soc. Dyers Col., 1961, **77**, *13*, p. 97.
4. — J. Soc. Dyers Col., 1961, **77**, *12*, p. 715.
5. Gralen N., J. Soc. Dyers Col., 1950, **66**, p. 465.
6. Köpke V., Nielssen B., Trans. J. T. I., 1960, **51**, p. 1398.
7. Grindea M., Forst T., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI** (**X**), *1—2*, pp. 421—428.
8. Race E., Rowe F., Speakman J. B., Vikerstaff T., J. Soc. Dyers Col., 1938, **54**, pp. 141—147 a. 421—422.

DAS SELEKTIVE VERHALTEN DER ZONEN DER WOLLFASERN BEIM FÄRBEN

(Zusammenfassung)

Die von den Autoren vorgeschlagene kombinierte Chromierungsmethode ist vom tinktoriellen Standpunkt aus vorteilhaft weil, bei den vier studierten Farbstoffen, die Unterschiede zwischen den Zonen vermindert werden.

Gleichzeitig ist die Alkalilöslichkeit für das kombinierte Verfahren klein.

Bilderläuterung

Bild. 1. — Remissionskoeficient der Färbungen (%).
1—$K_2Cr_2O_7+H_2SO_4$ Klassische Vorbehandlung; *2*— $K_2Cr_2O_7+H_2SO_4$ Klassische Nachbehandlung; *3*—$K_2Cr_2O_7+H_2SO_4$ Gemischte Vorbehandlung; *4*—$K_2Cr_2O_7+H_2SO_4$ Gemischte Nachbehandlung, *R*=Würtzel, *M*=Mitte, *V*=Spitze.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

Д. К. 675

ЗАВИСИМОСТЬ ПРЕДЕЛА ПРОЧНОСТИ ГОЛЬЕВОГО ВЕЩЕСТВА КОЖИ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ РАСТЯЖЕНИЯ ОТ ВЕЛИЧИНЫ УДЛИНЕНИЯ ПРИ РАЗРЫВЕ

В. А. УСИЛОВ и Н. В. ЧЕРНОВ

1. Для оценки прочности пучков волокон кожи по пределу прочности образца кожи при деформации растяжения проф. Г. Г. Поварнин предложил следующую формулу [1]:

$$\sigma_2 = 143\,\sigma_k/(d_k q_k), \tag{1}$$

где: σ_k — предел прочности образца кожи при растяжении, кг/мм^2; d_k — кажущийся удельный вес кожи, г/см^3; q_k — содержание гольевого вещества в коже, %; σ_2 — предел прочности при растяжении гольевого вещества образца, кг/мм^2.

Если принять, что:

$$143/(d_k q_k) = k_n,$$

где k_n — коэффициент приведения к гольевому веществу, то формула примет следующий вид:

$$\sigma_2 = \sigma_k k_n. \tag{2}$$

Это уравнение не отражает действительного напряжения при разрыве гольевого вещества, так как не учитывает деформации растяжения образца к моменту его разрыва. Действительно, если образец кожи с исходной длиной l_0 (см. рис. 1) растянут к моменту разрыва силой Q_p, то образец приобретает длину $l = l_0(1 + \varepsilon_p)$, где ε_p — величина относительного удлинения образца при разрыве в долях первоначальной длины l_0.

2. Допустим, что вес образца кожи равен p_2. Тогда поперечное сечение образца кожи до деформации будет равно:

$$F_k = V_k/l_0 = 1000\,p/(d_k\,l_0) \text{ мм}^2,$$

где: V_k — объем образца до деформации, мм³; d_k — кажущийся удельный вес, г/см³; l_0 — первоначальная длина образца, мм.

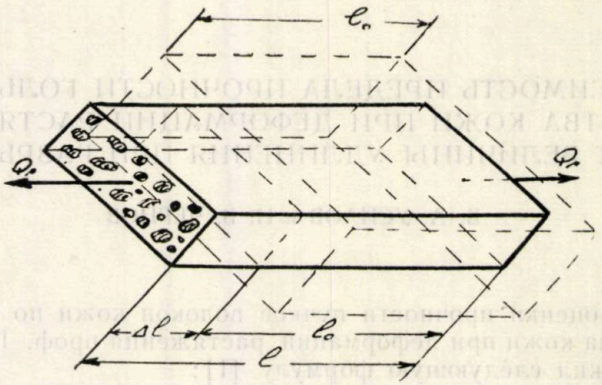


Рис. 1. — Схема деформации рабочей части образца кожи при растяжении (пунктиром обозначены контуры до деформации).

Величина предела прочности образца кожи равна:

$$\sigma_k = Q_p/F_k = Q_p\,d_k\,l_0/(1000\,p) \text{ кг/мм}^2, \tag{3}$$

где Q_p — нагрузка, разрывающая образец, кг.

Перепишем уравнение (3) в виде:

$$\sigma_k/d_k = Q_p\,l_0/(1000\,p). \tag{4}$$

Объем гольевого вещества в образце кожи в мм³ выразится:

$$V_2 = 1000\,pq_k/(100\,d_2) = 1000\,pq_k/143, \tag{5}$$

где d_2 — удельный вес гольевого вещества кожи (равна 1,43 г/см³). Так как объем гольевого вещества при растяжении не меняется (p, q_k и d_2 при деформации постоянные), то поперечное сечение гольевого вещества в мм² перед моментом разрыва выразится:

(6) $$F_2 = V_2/[l_0(1+\varepsilon_p)] = 1000pq_k/[143l_0(1+\varepsilon_p)].$$

Необходимо заметить, что в случае мягких кож поперечное сечение к моменту разрыва как образца кожи, так и гольевого вещества не постоянно вдоль рабочей части образца. Это обусловлено фиксированием концов последнего в зажимах разрывной машины. Поэтому поперечное сечение гольевого вещества образца в формуле (6) представляет собой усредненную величину, несколько большую минимальной величины поперечного сечения, имеющего место в средней части образца. Однако, принимая во внимание, что образец чаще всего разрушается не в средней своей части, а ближе к зажимам разрывной машины, т. е. там, где поперечное сечение большее, чем в средней части образца, можно заключить, что F_2 из формулы (6) лучше отражает поперечное сечение в месте разрыва, чем наименьшее поперечное сечение гольевого вещества средней части образца.

3. Напряжение в гольевом веществе к моменту разрыва, в кг/мм², равно:

$$\sigma'_2 = Q_p/F_2 = 143Q_p l_0(1+\varepsilon_p)/(1000pq_k) = [Q_p l_0/(1000p)]\,[143(1+\varepsilon_p)]/q_k,$$

но из уравнения (4) $Q_p l_0/(1000p) = \sigma_k/d_k$ и окончательно:

$$\sigma'_2 = \sigma_k[143/(d_k q_k)](1+\varepsilon_p).$$

Принимая:

$$143/(d_k q_k) = k_n, \quad 1+\varepsilon_p = k_g,$$

k_g — коэфициент деформации,

(7) $$\sigma'_2 = \sigma_k k_n k_g,$$

где: σ_k — предел прочности кожи при растяжении, кг/мм²; σ'_2 — предел прочности гольевого вещества образца при растяжении, кг/мм².

Из формулы (7) следует, что предел прочности гольевого вещества при деформации растяжения зависит от величины относительной деформации образца кожи при разрыве.

Поступила 19 XII 1964 г.

Московский технологический институт легкой промышленности, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Поварнин Г. Г., Вест. кожев. пром. и торг., 1930, *10—11*, стр. 441.

DEPENDENŢA DE MĂRIMEA ALUNGIRII LA RUPERE A LIMITEI DE REZISTENŢĂ A CONŢINUTULUI DE SUBSTANŢĂ DERMICĂ DIN PIELE, ÎN CAZUL SOLICITĂRII LA ÎNTINDERE

(Rezumat)

Pentru evaluarea variaţiei rezistenţei la rupere a conţinutului de substanţă dermică din piele se propune un calcul al rezistenţei conţinutului de substanţă dermică, ţinînd seama de alungirea la rupere a probei. Aceasta permite punerea în evidenţă a tensiunii reale, care apare în substanţa dermică la rupere.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Schema deformaţiei în porţiunea activă a probei de piele în cazul întinderii (liniile întrerupte reprezintă conturul înainte de deformaţie).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Ştiinţe economice

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том X (XIV), вып. 3 - 4, 1964

Экономические науки

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. X (XIV), Fasc. 3—4, 1964

Economics

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 338 ; 681.14

ACTUALITATEA MECANOGRAFIEI ÎN ECONOMIA ÎNTREPRINDERII (I)

DE

D. RUSU, RONELIA DAVIDEANU şi TEODOR NEAGU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

Directivele celui de al III-lea Congres al P.M.R. subliniază dezvoltarea impetuoasă a economiei ţării noastre, prin introducerea mecanizării şi automatizării în toate ramurile economiei naţionale.

Paralel cu mecanizarea şi automatizarea procesului de producţie se impune tot mai hotărît mecanizarea şi automatizarea calculelor economice din întreprinderi. Aceasta implică lărgirea parcului de mijloace de mecanizare corespunzătoare şi găsirea soluţiilor celor mai eficiente în vederea asigurării dezvoltării mecanizării contabilităţii şi analizei economice, în pas cu ritmul dezvoltării producţiei.

Mecanografia şi apoi trecerea la automatizarea lucrărilor de contabilitate şi analiză în unităţile social-economice, trebuie considerată ca parte integrantă a întregului complex de măsuri privind mecanizarea şi automatizarea producţiei. Mecanografia realizează înlocuirea muncii manuale pentru efectuarea operaţiilor de înregistrare, grupare şi calculaţie prin mijloace moderne de calcul.

În condiţiile socialismului, mecanizarea şi automatizarea sînt introduse în toate ramurile economiei naţionale, ca o cerinţă a legii de bază a socialismului, în scopul uşurării condiţiilor de muncă, reducerii zilei de muncă, repartizării juste a cadrelor cît şi în scopul perfecţionării aparatului de stat, pentru o conducere mai operativă a producţiei.

În ţara noastră, deşi parcul de maşini de calcul şi analiză a crescut în anii puterii populare de aproape trei ori, înzestrarea tehnică a acestui sector de activitate a rămas în urmă faţă de dezvoltarea celorlalte ramuri.

Pe baza sarcinilor izvorîte din documentele Congresului al III-lea al P.M.R. privind extinderea mecanizării lucrărilor de calcul şi analiză economică [1] s-au luat măsuri importante pentru sporirea fondurilor necesare importului de maşini, cît şi pentru fabricarea în ţară a unor tipuri de maşini de calcul moderne necesare mecanizării calculelor economice.

Avantajele folosirii maşinilor de calcul în economia întreprinderii sînt numeroase. Viteza lor mare de lucru asigură reducerea substanţială a consumului de muncă. Consecinţa directă a reducerii volumului de muncă se reflectă în reducerea timpului de prelucrare a datelor şi în reducerea termenelor de prezentare a rezultatelor prelucrării.

Prelucrarea mecanizată a datelor permite analiza unui număr mai mare de situaţii, oferind astfel posibilitatea unor studii analitice aprofundate privind activitatea economică a întreprinderii. De asemenea personalul specializat este eliberat de efectuarea unor lucrări manuale obositoare putînd consacra un timp mai mare muncii de analiză, îndrumare şi control.

Eficacitatea mecanografiei se referă nu numai la economisirea forţei de muncă, ci şi la reducerea preţului de cost. Preţul de cost al lucrărilor executate cu ajutorul mijloacelor mecanice se reduce substanţial faţă de cel realizat în condiţiile folosirii metodelor manuale.

Prelucrarea mecanică a datelor de contabilitate, statistică şi analiză economică simplifică şi îmbunătăţeşte continuu calitatea documentaţiei primare. Mecanografia furnizează date la termene mai scurte şi face posibilă efectuarea controlului operativ asupra îndeplinirii planului. În acelaşi timp sporeşte şi facilitează circuitul intern al documentelor în cadrul birourilor specializate pentru a studia mobilizarea rezervelor nefolosite şi căile productivismului raţional.

Introducerea maşinilor constituie calea raţională pentru creşterea productivităţii muncii de contabilitate şi analiză economică. Maşinile nu scutesc însă pe economişti de raţionamente profunde care să conducă la eliminarea disproporţiilor şi la perfecţionarea activităţii economice.

Raţionamentul rămîne rezervat omului, oricît de multă viaţă ar turna el în materia maşinii [4]. Scopul este de a-l înarma pe om cu mijloace tehnice complexe şi precise, a-i uşura munca şi a o face mai productivă. Este vorba de o redistribuire a funcţiilor între om şi maşină, aceasta din urmă depinzînd în întregime de om [5].

În legătură cu contabilitatea şi calculaţiile economice în unităţile economiei naţionale se poate vorbi de mică mecanizare, mecanizare mijlocie, mare mecanizare şi automatizare. Schema de organizare a unei staţii de maşini de calcul-analiză, modificată după [6], este prezentată în fig. 1.

În condiţiile actuale, mecanizarea mică şi mijlocie este necesară tuturor întreprinderilor ca o primă fază a mecanografiei. Mica mecanizare şi mecanizarea mijlocie fac trecerea de la prelucrarea manuală la prelucrarea mecanizată a datelor şi prezintă multe avantaje imediate faţă de marea mecanizare. Mijloacele tehnice create pînă în prezent de industria modernă sînt corespunzătoare acestor faze de mecanizare.

Formele organizatorice pe care le îmbracă mecanografia sînt multiple. Folosirea individuală a maşinilor de contabilitate şi analiză, cea mai des întîlnită în prezent, este forma care nu asigură exploatarea raţională a capacităţii maşinilor. Comasarea maşinilor de calcul în forme organizatorice superioare este mai avantajoasă.

O formă superioară de organizare a procesului de mecanizare a lucrărilor de contabilitate şi analiză o constituie staţiile de maşini. Dezvoltarea staţiilor de maşini pe grupe de întreprinderi a creat o formă organizatorică superioară — centrele de calcul.

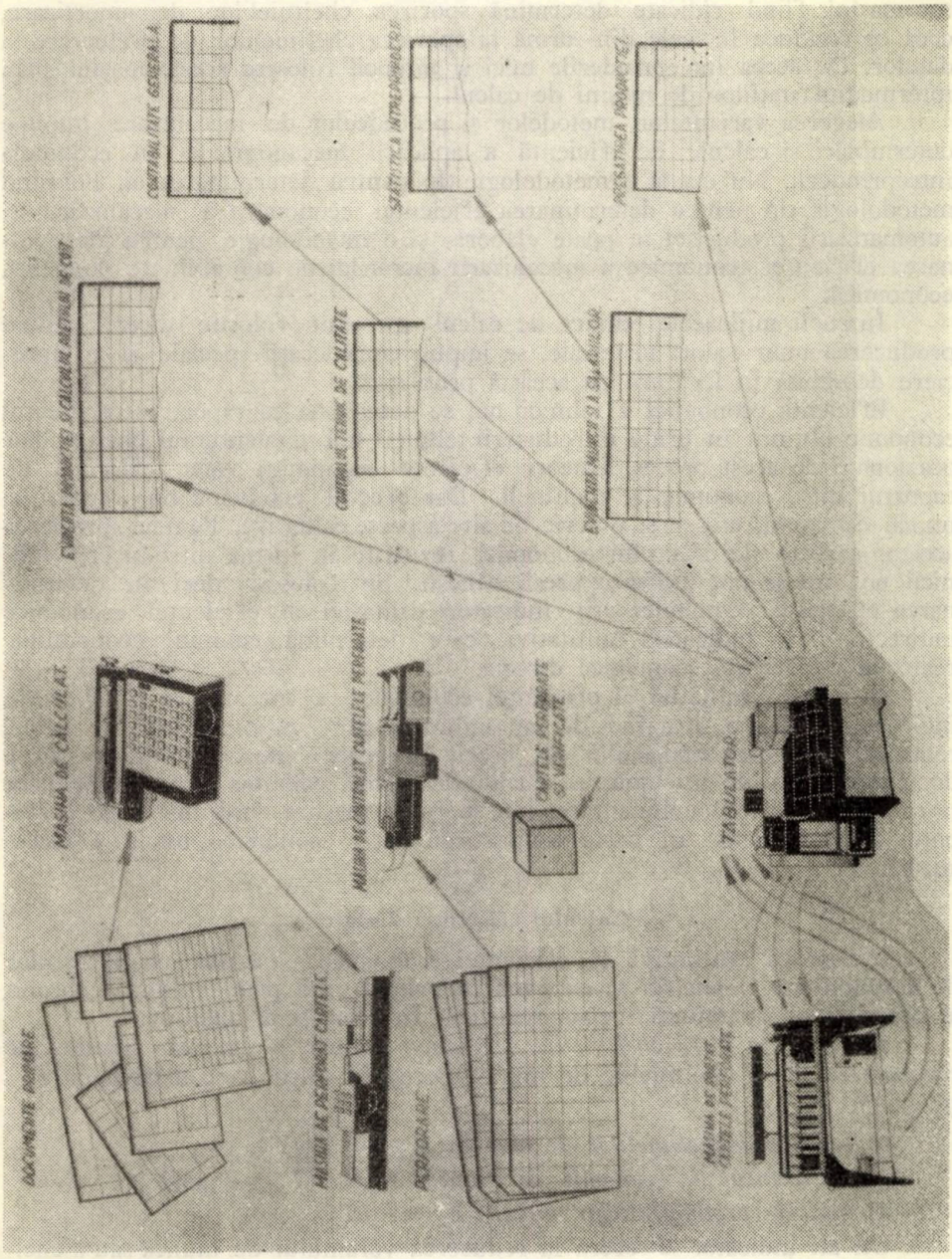

DOCUMENTE PRIMARE
MASINA DE CALCULAT
PERFORARE
TABULATOR
CONTABILITATE GENERALA
STATISTICA INTREPRINDERII
PREGATIREA PRODUCTIEI
CONTROLUL TEHNIC DE CALITATE

Fig. 1

Folosirea raţională a capacităţii maşinilor electronice este posibilă şi eficace cu deosebire în întreprinderile mari. Cheltuielile de achiziţie a acestor maşini fiind ridicate determină sporirea cheltuielilor de amortizare, ceea ce conduce în cele din urmă la sporirea cheltuielilor de prelucrare a datelor. De aceea întreprinderile mici şi mijlocii folosesc aceste maşini prin intermediul staţiilor de maşini de calcul.

Alegerea variantelor, metodelor şi procedeelor de mecanizare impune determinări şi calcule de eficienţă a aplicării mecanografiei în economia întreprinderii. Nu există o metodologie tip pentru determinarea ei. Folosind metodologia tip pentru determinarea eficienţei economice a mecanizării şi automatizării producţiei se poate elabora şi o metodologie pentru determinarea eficienţei economice a mecanizării lucrărilor de contabilitate şi analiză economică.

Întrucît mijloacele tehnice de calcul nu sînt folosite direct pentru producerea unor valori materiale, se impun consideraţii speciale şi o apreciere deosebită în legătură cu această problemă.

Eficienţa economică a tehnicii noi se determină ca raport între efectul economic obţinut în urma introducerii tehnicii noi şi cuantumul cheltuielilor ocazionate de acest proces. Uneori eficienţa economică este reflectată de raportul între economii şi cheltuieli. Dar efectul economic nu reprezintă numai economii, ci are şi o serie de alte aspecte calitative. Pentru aprecierea acestor aspecte ale efectului economic, rezultate în urma introducerii tehnicii noi, nu se pot utiliza expresii băneşti. Se folosesc deci în determinarea eficienţei economice atît indicatori calitativi ai eficienţei economice indirecte, cît şi indicatori cantitativi, care determină volumul economiilor realizate — eficienţa economică directă.

Indicatorii calitativi ai eficienţei economice a mecanizării — eficienţa indirectă — dau o imagine de ansamblu asupra raţionalizării lucrărilor, reliefînd reducerea numărului de erori, creşterea vitezei de circulaţie a documentelor şi de întocmire a dărilor de seamă, calitatea evidenţei primare şi reducerea orelor suplimentare. Nu se poate măsura însă mărimea influenţei fiecărui factor în parte asupra eficienţei economice totale a mecanizării.

Calculul eficienţei directe

Indicatorii cantitativi ai eficienţei economice a mecanizării operaţiilor de contabilitate şi analiză se exprimă în primul rînd prin volumul absolut al economiilor de muncă socială realizată. În acest sens stabilim:

a) *diferenţa între cheltuielile de muncă* pentru o lucrare înainte de mecanizare T_o şi cheltuielile de muncă necesare după mecanizarea ei T_m, $T_e = T_o - T_m$;

b) *reducerea cheltuielilor de muncă,* $R_{ch\,m} = T_m/T_o$;

c) *coeficientul de economii de muncă,* $C_{em} = (T_o - T_m)/T_o$;

d) *indicele productivităţii muncii,* $I_p = T_o/T_m$.

Un alt indicator se referă la reducerea volumului de muncă sau a cheltuielilor de muncă de calificare diferită. Acesta se obţine ca:

e) *diferenţa între cheltuielile de muncă vie* de calificare diferită înainte de mecanizare t_{vo} şi după mecanize t_{vm}, $E_{mv} = t_{vo} - t_{vm}$.

Acest indicator redă numai economia de muncă vie. Calculul nu ţine seama că o dată cu creşterea gradului de mecanizare sporeşte şi ponderea muncii materializate în totalul cheltuielilor de muncă. Indicatorul evidenţiază numai un aspect al eficienţei mecanizării — reducerea cheltuielilor de muncă vie.

De asemenea indicatorul „numărul de lucrători contabili eliberaţi" şi „numărul de muncitori deserviţi de un contabil" nu sînt criterii reale de determinare a eficienţei economice a mecanizării lucrărilor de contabilitate şi analiză. Mecanizarea lucrărilor de contabilitate nu duce întotdeauna la reducerea numărului de lucrători. În cele mai multe cazuri numărul lucrătorilor rămîne acelaşi, însă se reduce numărul orelor suplimentare, parţial sau total — lucrătorilor rămînîndu-le timp pentru munca de analiză şi coordonare sau pentru executarea altor lucrări pe care înainte de mecanizare nu le efectuau din lipsă de timp.

Indicatorul reducerii preţului de cost al prelucrării este cel mai just şi mai apropiat de mărimea reală a eficienţei mecanizării şi acesta trebuie luat în consideraţie în vederea unei juste aprecieri a eficienţei mecanizării lucrărilor de contabilitate şi analiză. El reflectă în expresie valorică atît cheltuielile de muncă vie cît şi cele de muncă materializată şi se poate exprima prin:

f) *indicatorul economiilor de mijloace băneşti* obţinut ca diferenţă între cheltuielile de muncă vie şi trecută înainte de mecanizare C_o şi cheltuielile după mecanizare C_m, $E_c = C_o - C_m$;

g) *indicele reducerii preţului de cost,* $R_{pc} = C_m/C_o$;

h) *coeficientul de reducere a preţului de cost,* $C_{pc} = (C_o - C_m)/C_o$.

De asemenea mai propunem a se calcula:

i) *coeficientul de rentabilitate,* $C_r = E/I$,

în care E este efectul economic obţinut din $C_o - C_m$ iar I valoarea investiţiilor făcute pentru introducerea mijloacelor mecanice; mai introducem şi

j) *termenul de recuperare a investiţiei,* care se determină cu formula $A = I/E$, cu aceeaşi semnificaţie a termenilor.

Din punctul de vedere al eficienţei, unităţile economice mecanizate trec prin trei etape.

1. Prima etapă se referă la introducerea maşinilor şi la adaptarea contabilităţii la noua tehnică de lucru. În această perioadă nu se poate vorbi de o eficienţă propriu zisă datorită randamentelor scăzute ale maşinilor, precum şi faptului că operatorii nu au încă experienţa şi abilitatea necesară lucrului la maşini. De asemenea la cheltuielile făcute pînă acum se adaogă amortizarea maşinilor introduse.

2. A doua etapă este de ordin calitativ. Volumul cheltuielilor este egal cu cel anterior mecanizării lucrărilor, dar se fac simţite efectele calitative ale mecanizării:

— înlăturarea erorilor — total,

— întocmirea la timp a tuturor situaţiilor,

— reducerea orelor suplimentare pe un salariat într-o lună, salariaţilor rămînîndu-le timp pentru a-şi îndeplini munca de îndrumare, control şi analiză economică.

3. Cînd volumul cheltuielilor este mai mic decît înainte de mecanizare iar avantajelor calitative apărute în perioada a doua li se adaogă o reducere importantă a cheltuielilor, obţinîndu-se astfel eficienţa totală a mecanizării lucrărilor de contabilitate şi analiză economică, sîntem în etapa a treia. Aceasta se obţine după ce problemele organizatorice sînt planificate iar personalul în măsură să utilizeze întreaga capacitate a maşinilor în mod raţional.

Elaborarea unei metode de apreciere a eficienţei economice determinate de îmbunătăţirea calităţii lucrărilor de contabilitate şi analiză permite o apreciere şi mai completă a eficienţei totale directe şi indirecte a mecanizării în acest domeniu de activitate.

Prin avantajele economice directe şi indirecte pe care le prezintă mecanizarea, ea contribuie la perfecţionarea şi organizarea superioară a calculelor din întreprinderi şi la efectuarea unor analize economice multilaterale.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de economie de ramură

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Congresul al III-lea al Partidului Muncitoresc Romîn, 20—25 iunie 1960.* E. P., Buc., p. 63.
2. * * * *Eficacitatea economică a mecanizării lucrărilor de evidenţă.* I. D. T., 1962.
3. * * * *Mecanizarea evidenţei în întreprinderi.* I. D. T., 1961.
4. Rusu D., *Capitole speciale de contabilitate teoretică.* Iaşi, 1964 (litografiat).
5. Nicolau E., *Cibernetica şi progresul tehnic în Uniunea Sovietică.* Contemporanul, nr. 5695, 1962.
6. Kameniţer S., Kontorovici V., Pişciulin G., *Economia, organizarea şi planificarea întreprinderilor industriale.* Ed. Şt., Buc., 1962 (trad. din l. rusă).
7. * * * *Probleme de statistică social-economică.* Caiet selectiv, 1961—1964.
8. * * * Revista de evidenţă contabilă, 1961—1964.
9. * * * Revista de statistică, 1961—1964.

МЕХАНОГРАФИЧЕСКАЯ АКТУАЛЬЧОСТЬ В ЭКОНОМИКЕ ПРЕДПРИЯТИЙ

(Резюме)

Авторы отмечают, что механография, а затем переход к автоматике счетоводных работ и экономического анализа необходимо считать как неотъемлимую часть всего комплекса машин, что касается механизации и автоматизации производства. Подчеркивается превосходство механографики и непосредственного расчета в экономике.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 338

FOLOSIREA PROGRAMĂRII LINIARE LA APROVIZIONAREA FABRICILOR DE ULEI DIN REGIUNEA IAŞI CU SEMINŢE DE FLOAREA SOARELUI

DE

EUGEN POPA, ŞARLOTA RIMER, EUGEN FLOREA,
M. NICOLAE şi ROMULUS MANDACHE

Comunicare prezentată la colocviul „Aplicaţii ale matematicii în economie", Iaşi, 3—6 decembrie 1964

1. Introducere

1. Materia primă necesară pentru fabricarea uleiului de floarea soarelui este procurată de fabrici de la centrele regionale de recepţionare (C.R.R.). Centrele regionale de recepţionare a produselor agricole dispun de un număr mare de baze de recepţie şi depozitare a produselor agricole, repartizate în fiecare raion şi amplasate în majoritatea lor pe lîngă staţiile de cale ferată; bazele aprovizionează mai multe fabrici de ulei. Bazele de aprovizionare şi depozitare ale C.R.R.-Iaşi sînt amplasate neuniform pe teritoriul regiunii noastre, la distanţe diferite, nefiind concentrate în general în jurul fabricilor consumatoare.

În aceste condiţii, amplasarea fabricilor de ulei din regiunea Iaşi („Unirea"-Iaşi şi „Republica"-Bîrlad) nu coincide cu centrele de greutate ale celor 30 de baze de recepţionare existente.

Bazele de recepţionare se caracterizează prin capacităţi diferite de depozitare, posibilităţi deosebite de conservare pentru un timp mai îndelungat sau mai scurt, prin modul diferit de încărcare-descărcare (mecanizat sau manual), starea magaziilor şi materialele din care sînt executate etc. In această situaţie, aprovizionarea cu seminţe de floarea soarelui a fabricilor de ulei se poate face după mai multe variante cu indicatori tehnico-economici diferiţi, ca de exemplu: distanţa medie de transport, durata medie a transportului, costul acestuia, rulajul vagoanelor de cale ferată etc.

Problema studiată constă în găsirea unei variante optime de transport a seminţei de floarea soarelui de la bazele de recepţionare şi depozitare din regiunea Iaşi la fabricile de ulei „Unirea"-Iaşi şi „Republica"-Bîrlad, utilizînd procedeele programării liniare.

In prezent, transporturile de produse agricole în general şi de seminţe de floarea soarelui, în special, nu se execută pe baza folosirii metodelor matematice ci pe bază de experienţă şi apreciere a factorilor care intervin de la caz la caz, în anumite situaţii concrete.

2. În rezolvarea problemei puse intervin foarte mulţi factori, care influenţează gradul de economicitate al diferitelor variante de transport. În afara factorilor menţionaţi mai sus, mai trebuie ţinut seama şi de distanţele prea mari sau prea mici între baze şi fabricile consumatoare, transporturile încrucişate, folosirea raţională sau neraţională a capacităţii mijloacelor de transport, capacitatea de transport a unor porţiuni de linie ferată, condiţiile naturale specifice producţiei de floarea soarelui, calitatea seminţei ca atare, condiţiile contractuale etc. Toţi aceşti factori ce caracterizează din punct de vedere calitativ fenomenul studiat au fost analizaţi împreună cu specialiştii de la C.R.R.-Iaşi [1]) pentru ca, la formularea matematică a problemei, schema adoptată să corespundă cît mai mult realităţii.

O mare parte din aceşti factori au fost luaţi în considerare, ca de exemplu evitarea transporturilor neraţionale (încrucişări, distanţe prea mari sau prea mici etc.), stipulaţiile contractuale sau folosirea raţională a capacităţii mijloacelor de transport. Nu au fost însă incluse în schemă condiţiile naturale specifice ale producţiei seminţei de floarea soarelui, calitatea muncii personalului de la bazele de recepţionare, modul de manipulare a seminţei în magazii, calitatea seminţei depozitate în baze etc.

Condiţia impusă în calcul este obţinerea unui minim al cheltuielilor de transport. Această condiţie se reflectă în ultimă analiză în preţul de cost al uleiului de floarea soarelui, în rulajul vagoanelor ca avantaj important pentru calea ferată, într-o mai bună organizare a activităţii la baze, în aprovizionarea ritmică a fabricilor de ulei etc., adică în ultimă instanţă într-o serie de avantaje pentru economia naţională.

2. Formularea matematică a problemelor

3. Centrul regional de recepţionare a produselor agricole Iaşi dispune de 30 baze B_i $(i = 1,...,30)$ în care e depozitată sămînţa de floarea soarelui; întreaga cantitate trebuie livrată la cele două fabrici de ulei „Unirea"-Iaşi şi „Republica"-Bîrlad. Se cunosc cantităţile b_i $(i = 1, 2, ..., 30)$ existente în fiecare bază, cantităţile c_j $(j = 1, 2)$ ce trebuie livrate fabricilor precum şi constantele a_{ij}, costul transportului unei unităţi convenţionale (15 t) de la baza B_i la fabrica F_j.

Problema repartizării produsului, astfel încît costul transportului să fie minim, este o problemă de programare liniară.

Fie $x_{ij} \geqslant 0$ $(i = 1,...,30;\ j = 1, 2)$ cantităţile de sămînţă de floarea soarelui exprimate în unităţi convenţionale ($1u = 15$ t) ce trebuie trimise de la

[1]) Autorii au colaborat de aproape cu tov. ing. Strugaru, dir. adj. al C.R.R.-Iaşi şi tov. Zărnescu, şeful serviciului transport, care au furnizat indicaţii preţioase atît în legătură cu analiza calitativă a fenomenului studiat cît şi cu factorii cantitativi care trebuie luaţi în consideraţie la întocmirea schemei matematice de calcul.

baza B_i la fabrica F_j. Funcţia de optimizat este $f = \sum_{i=1}^{30} \sum_{j=1}^{2} a_{ij} x_{ij}$ iar condiţiile economice se traduc prin egalităţile:

$$\sum_{j=1}^{2} x_{ij} = b_i, \quad (i = 1, \ldots, 30), \qquad \sum_{i=1}^{30} x_{ij} = c_j, \quad (j = 1, 2).$$

Relaţiile de condiţie sînt egalităţi, deoarece din datele problemei rezultă

$$\sum_{i=1}^{30} b_i = \sum_{j=1}^{2} c_j.$$

4. Ţinînd seama de faptul că natura problemei conduce la 32 ecuaţii cu 60 necunoscute, s-au analizat următoarele posibilităţi de simplificare a calculelor.

1. Fie $m = \inf \{a_{i1}\}$, $M = \sup \{a_{i1}\}$ şi intervalul $[m, M]$ împărţit în şase subintervale aproximativ egale. În funcţie de această partiţie s-au grupat cele 30 baze fizice în 6 baze teoretice B_h $(h = 1, \ldots, 6)$. Pentru fiecare bază teoretică s-a considerat drept cost unitar de transport γ_{hj} $(h = 1, \ldots, 6; j = 1, 2)$, media aritmetică ponderată a costului transportului de la bazele fizice din baza B_h la fabrica F_j. Calculele se simplifică astfel în mod sensibil, dar şi rezultatul este afectat de aproximaţii simţitoare.

Urmează de studiat problema determinării legăturii dintre optimul realizat pe această cale şi cel obţinut cînd se lucrează cu toate bazele fizice.

2. Pentru a ţine seama de particularităţile reţelei de cale ferată ce leagă fabricile şi bazele s-au împărţit cele 30 baze în trei grupe, după poziţia lor faţă de cele două fabrici F_1, F_2 (Iaşi, respectiv Bîrlad): B_α pe traseul $B_\alpha \to F_1 \to F_2$, B_β pe traseul $B_\beta \to F_2 \to F_1$ şi B_γ pe traseul $F_1 \to B_\gamma \to F_2$ $(F_2 \to B_\gamma \to F_1)$. Stocurile din bazele B_α nu acoperă necesarul fabricii F_1 iar stocurile din bazele B_β nu acoperă necesarul fabricii F_2. S-au eliminat din calcule aceste baze şi s-a scăzut din necesarul c_j al celor două fabrici cantităţile aflate în bazele B_α, respectiv B_β.

Fie c'_j $(j = 1, 2)$ resturile obţinute. Se reduce astfel problema la 14 baze care aprovizionează cele două fabrici, simplificînd cu mai mult de jumătate volumul calculelor. Funcţia de optimizat devine:

$$f = \sum_{i=1}^{14} \sum_{j=1}^{2} a_{ij} x_j,$$

iar condiţiile:

$$\sum_{j=1}^{2} x_{ij} = b_i, \quad (i = 1, \ldots, 14), \qquad \sum_{i=1}^{14} x_{ij} = c'_j, \quad (j = 1, 2).$$

Calculele efectuate pentru trimestrul IV 1964 au indicat modul cel mai economic de repartizare a seminţei de floarea soarelui: la fabrica „Unirea"-Iaşi trebuie trimisă întreaga cantitate din bazele 1 ... 23, 26 şi 585 t

din una din bazele 28, 29, 30, urmînd ca la fabrica „Republica"-Bîrlad să se trimită întreaga cantitate din bazele 24, 25, 27 şi restul din bazele 28, 29, 30, după scăderea celor 585 t pentru „Unirea"-Iaşi.

5. În unii ani C.R.R.-Iaşi furniza sămînţa de floarea soarelui şi altor 6 fabrici de ulei din restul ţării (două la Bucureşti şi cîte una la Roman, Galaţi, Oradea, Carei). Problema repartiţiei este în acest caz tot o problemă de programare liniară, dar cu 38 ecuaţii şi 240 necunoscute. Într-adevăr, condiţiile economice se transcriu prin relaţiile:

$$\sum_{j=1}^{8} x_{ij} = b_i, \quad (i = 1, \ldots, 30), \quad \sum_{i=1}^{30} x_{ij} = c_j, \quad (j = 1, \ldots, 8),$$

iar

$$f = \sum_{i=1}^{30} \sum_{j=1}^{8} a_{ij} x_{ij}.$$

S-ar putea reduce volumul calculelor, aşa cum s-a procedat mai sus, dar totuşi ele rămîn suficient de ample şi laborioase şi urmează de efectuat cu maşina.

Dacă în cazul a două fabrici C.R.R.-ul poate intui soluţia apropiată de optimul obţinut prin calcul, în cazul a 8 fabrici lucrul devine imposibil şi din aplicarea soluţiei ce se obţine prin metodele matematice pot rezulta avantaje economice importante.

6. În rezolvarea problemei s-a considerat o configuraţie a reţelei de transport de tipul indicat în fig. 1; din linia principală $F_1 F_2$ se desprind p linii secundare, pe care sînt situate bazele B_{ij} $(i = 1, \ldots, p;\ j = 1, \ldots, r_i)$. În bazele B_{ij} sînt cantităţile b_{ij} din produsul ce trebuie transportat la fabricile $F_\lambda (\lambda = 1, 2)$, c_λ $(\lambda = 1, 2)$ fiind cantităţile ce trebuie livrate celor două fabrici. Presupunem îndeplinite şi condiţiile:

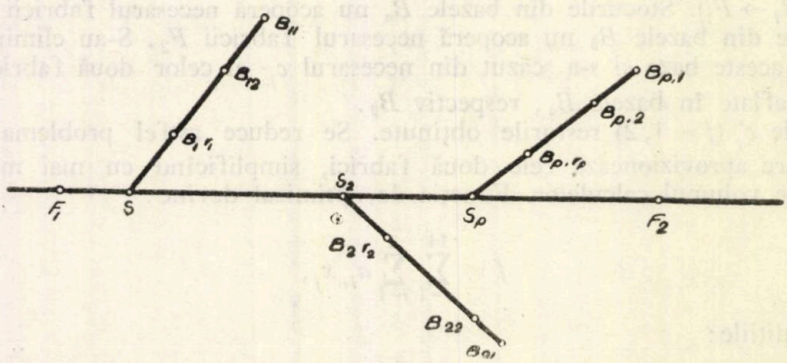


Fig. 1

a) $\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{r_i} b_{ij} = \sum_{\lambda=1}^{2} c_\lambda$; b) preţul unitar a_{ij}^{λ} al transportului de la baza B_{ij} la fabrica F_λ este proporţional cu distanţa.

Fie S_i $(i = 1, 2, ..., p)$ baze teoretice situate la intersecţia liniilor secundare cu linia principală $F_1 F_2$.

Minimul costului transportului, considerînd bazele teoretice, este acelaşi ca şi la considerarea bazelor fizice. Într-adevăr, fie condiţiile economice:

$$\sum_{\lambda=1}^{2} x_{ij}^{\lambda} = b_{ij}, \quad (i = 1, ..., p; j = 1, ... r_i),$$

$$\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{r_i} x_{ij}^{\lambda} = c_{\lambda}, \quad (\lambda = 1, 2).$$

Se defalcă preţul transportului unei unităţi de la baza B_{ij} la fabrica $F_{\lambda}(a_{ij}^{\lambda})$ în două părţi: α_{ij} — preţul unitar de la baza B_{ij} la baza teoretică S_i şi β_i^{λ} — preţul unitar al transportului pe distanţa $S_i F_{\lambda}$. Are loc atunci $a_i = \alpha_{ij} + \beta_i^{\lambda}$. Evident, pentru toate bazele de pe aceeaşi linie secundară, β_i^{λ} sînt aceiaşi.

Funcţia de optimizat (costul total al transportului) este:

$$f = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{r_i} \sum_{\lambda=1}^{2} a_{ij}^{\lambda} x_{ij}^{\lambda} = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{r_i} \sum_{\lambda=1}^{2} (\alpha_{ij} + \beta_i^{\lambda}) x_{ij}^{\lambda}.$$

Dar $\sum_{\lambda=1}^{2} x_{ij}^{\lambda} = b_{ij}$. Notînd $\sum_{j=1}^{r_i} x_{ij}^{\lambda} = z_i^{\lambda}$, se obţine

$$f = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{r_i} \alpha_{ij} b_{ij} + \sum_{i=1}^{p} \sum_{\lambda=1}^{2} \beta_i^{\lambda} z_i^{\lambda},$$

sau

$$f = A + \sum_{i=1}^{p} \sum_{\lambda=1}^{2} \beta_i^{\lambda} z_i^{\lambda}, \quad \text{unde} \quad A = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{r_i} \alpha_{ij} b_{ij} = \text{const.}$$

Deci minimul funcţiei f este egal cu minimul funcţiei $g = \sum_{i=1}^{p} \sum_{\lambda=1}^{2} \beta_i^{\lambda} z_i^{\lambda}$.

Se obţine astfel o simplificare considerabilă a volumului de calcule.

În problema studiată nu s-a putut utiliza acest procedeu întrucît condiţia b) din ipoteză nu este îndeplinită (tariful C.F.R. nu este proporţional cu distanţa).

3. Concluzii

1. Formularea matematică a problemei arată că aplicarea programării liniare duce la avantaje economice importante pentru C.R.R.-Iaşi, în cazul cînd transportul de seminţe de floarea soarelui de la diferite baze de recepţie se face la un număr mare de fabrici de ulei. În această situaţie rezolvarea empirică a problemei nu mai asigură obţinerea soluţiei optime şi impune aplicarea metodei ştiinţifice a programării liniare.

2. Efectul economic ce se poate obţine se reflectă în preţul de cost al uleiului de floarea soarelui fabricat, în rulajul vagoanelor ca avantaj

important pentru C.F.R., într-o mai bună organizare a activităţii la bazele de recepţionare şi în aprovizionarea ritmică a fabricilor de ulei.

3. Aplicarea de către C.R.R.-Iaşi a acestei metode poate conduce la o mai bună organizare a activităţii intreprinderii şi la îmbunătăţirea indicatorilor săi economici.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de organizare şi planificare
şi
Catedra de matematici I

BIBLIOGRAFIE

1. Maslov P., Probleme de economie, 1959, *10*, pp. 103—114.
2. * * * Revista de statistică, 1960, *7*, pp. 43—61.
3. Lelescu George, Revista căilor ferate, 1963, *12*, pp. 685—689.
4. Miasnicov I., Altăr M., Probleme economice, 1962, *11*, pp. 110—126.
5. Simonnard M., *Pragrammation linéaire*. Dunod, Paris, 1962.

ПРИМЕНЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В СНАБЖЕНИИ МАСЛОЗАВОДОВ ЯССКОЙ ОБЛАСТИ СЕМЕНАМИ ПОДСОЛНУХА

(Резюме)

Исследуется применение метода линейного программирования в транспортировке семян подсолнуха от приемного центра на соответствующие заводы яеской области.

Кроме математической формулировки задачи со всеми сделаными предположениями, производятся и конкретные расчеты для периода последней четверти 1964 г. на основание которых предлагается наиболее экономичный способ распределения указанного продукта по этим заводам, учитывая и возможности областной транспортной сети.

В заключение обсуждаются реальные выгоды предлагаемого метода.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

C. Z. 338 ; 677

MĂSURI DE REDUCERE A CONSUMURILOR SPECIFICE ÎN ÎNTREPRINDERILE INTEGRATE DE BUMBAC ŞI EFICIENŢA LOR ECONOMICĂ

DE

I. HĂLĂLĂU, TEODOR NEAGU şi AUREL CUCIUREANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului politehnic din Iaşi, din 9—11 noiembrie 1962

1. În etapa desăvîrşirii construcţiei socialiste, cînd oamenii muncii din ţara noastră desfăşoară larg întrecerea socialistă pentru îndeplinirea şi depăşirea sarcinilor de producţie, o importanţă tot mai mare capătă economisirea muncii sociale, aplicarea în continuare a unui regim sever de economii. În cadrul acestei acţiuni un rol important îl are economisirea şi folosirea raţională a resurselor materiale.

Importanţa deosebită pe care o prezintă această acţiune constă în primul rînd în faptul că ea reprezintă una din căile principale de reducere a preţului de cost al produselor şi a creşterii, pe această bază, a acumulărilor socialiste. După cum se ştie, în industrie cheltuielile pentru materii prime, materiale, combustibil, energie şi unelte reprezintă 2/3 din totalul preţului de cost. În industria textilă, de exemplu, ponderea acestor cheltuieli în structura preţului de cost ajunge la unele produse pînă la 80%.

Din studiul efectuat la întreprinderile integrate de bumbac „Ţesătura"-Iaşi, Întreprinderile textile, Galaţi şi Uzinele textile „Moldova"-Botoşani rezultă că preţul de cost al producţiei marfă şi producţiei globale a întreprinderii are structura indicată de tabelele 1 şi 2.

După cum rezultă, ponderea cheltuielilor materiale în structura preţului de cost reprezintă în medie 67% în producţia globală şi 75,8% în producţia marfă.

Analizînd structura preţului de cost şi la principalele produse fabricate în aceste întreprinderi se desprinde aceeaşi concluzie şi anume că dominante în preţul de cost sînt tot cheltuielile materiale — ele crescînd de la 49% la unele produse din ţesătorie la 79% la unele produse din filatură (tabelele 3 şi 4).

De aici rezultă necesitatea găsirii măsurilor de îmbunătăţire a folosirii materialelor în industria textilă, ca mijloc de reducere a preţului de cost şi de mărire a rentabilităţii activităţii întreprinderilor.

2. În industria textilă planul de şase ani prevede ca în anul 1965 economiile obţinute prin reducerea consumurilor specifice de materii prime să reprezinte circa 350 t de bumbac iar valoarea totală a economiilor inclusiv economiile din industria lînei să reprezinte circa 230 milioane lei.

Faptul că în marea majoritate a sectoarelor din industria textilă tehnologia de fabricaţie are un caracter mai accentuat de stabilitate decît în alte sectoare industriale a permis elaborarea unor norme de consum fundamentate pe calcule tehnico-economice. Stabilitatea materiilor prime folosite în realizarea produselor finite precum şi a tehno-

Tabelul 1

Structura preţului de cost pe articolele de calculaţie ale producţiei de marfă în anul 1961 (%)

Nr. crt.	Articolul de calculaţie	„Ţesătura"-Iaşi		„Moldova"-Botoşani		Întrep. textile, Galaţi	
		Plan	Efectiv	Plan	Efectiv	Plan	Efectiv
1	Materii prime şi materiale directe						
	— materii prime	62,40	62,50	66,64	66,33	61,35	61,43
	— materiale directe	0,70	0,68	0,90	0,93	1,08	1,16
	— materiale auxiliare	2,73	2,69	1,29	1,35	4,55	4,43
	Total materiale	65,83	65,87	68,83	68,61	66,98	67,02
2	Deşeurile recuperabile (se scad)	0,68	0,77	1,01	1,02	1,08	1,17
	Total	65,15	65,10	67,82	67,59	65,90	65,85
3	Salarii de bază — directe	9,10	9,20	8,74	8,86	9,65	9,64
4	Cheltuieli cu întreţinerea şi funcţionarea utilajului	16,31	16,30	15,90	15,64	17,55	17,77
5	Cheltuielile secţiilor de producţie	6,20	6,22	4,47	4,71	4,10	3,95
6	Cheltuielile generale ale întreprinderii	3,24	3,18	3,07	3,20	2,80	2,79
7	Total preţ de cost de uzină	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Tabelul 2

Structura preţului de cost pe elementele primare ale producţiei globale în anul 1961 (%)

Nr. crt.	Elementele primare ale preţului de cost	„Ţesătura"-Iaşi		„Moldova"-Botoşani		Întrep. textile, Galaţi	
		Plan	Efectiv	Plan	Efectiv	Plan	Efectiv
1	Materii prime	65,00	65,00	64,96	64,80	65,26	66,10
2	Materiale auxiliare	5,70	5,00	6,29	6,70	5,76	4,20
3	Combustibil (din afară)	1,30	1,40	0,65	0,69	1,24	1,30
4	Energie (din afară)	4,40	4,20	4,52	4,46	3,56	3,60
	Total materiale	76,40	75,60	76,42	76,65	75,82	75,20
5	Deşeuri recuperabile (se scad)	0,90	0,95	0,94	0,98	1,14	1,20
	Total	75,50	74,65	75,48	75,67	74,68	74,00
6	Amortizarea mijloacelor fixe	4,20	4,30	6,03	5,94	4,56	4,70
7	Salariile de bază	12,60	17,60	15,50	15,32	17,60	17,90
8	Contribuţii asigurări sociale	2,20	2,20	2,16	2,13	2,45	2,60
9	Alte cheltuieli băneşti	0,50	1,25	0,83	0,94	0,71	0,80
	Total preţ de cost	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Tabelul 3

Stuctura cheltuielilor de producţie pe articole de calculaţie la principalele produse din filaturile întreprinderilor studiate (%)

Produsele şi întreprinderile / Articolele de calculaţie	Fir UM 20/1			Fir UM 34/1			Fir UM 40/1			Fir UM 50/1		
	„Ţesătura"-Iaşi	„Moldova"-Botoşani	Întreprinderile textile, Galaţi	„Ţesătura"-Iaşi	„Moldova"-Botoşani	Întreprinderile textile, Galaţi	„Ţesătura"-Iaşi	„Moldova"-Botoşani	Întreprinderile textile, Galaţi	„Ţesătura"-Iaşi	„Moldova"-Botoşani	Întreprinderile textile, Galaţi
Materii prime	79,30	77,35	76,30	71,36	72,01	72,07	75,03	71,32	67,53	68,24	67,17	64,81
Materiale auxiliare	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Materiale directe	0,30	0,94	1,16	0,40	1,08	1,05	0,30	0,98	0,94	0,27	0,90	0,87
Total	79,60	78,29	77,46	71,76	73,09	73,12	75,33	72,30	68,47	68,51	68,07	65,68
Salarii directe	3,84	4,73	7,33	5,26	6,34	6,71	4,90	6,58	7,49	6,18	8,36	8,33
Cheltuieli în întreprinderi şi funcţionarea utilajului	11,50	12,26	11,10	16,33	14,18	14,47	13,94	14,46	17,21	17,80	15,99	19,29
Cheltuielile secţiilor de producţie	3,30	2,83	2,51	4,06	3,75	3,44	3,58	3,94	4,17	4,67	4,45	3,62
Cheltuielile generale ale întreprinderii	1,76	1,89	1,60	2,59	2,64	2,26	2,22	2,72	2,66	2,84	3,13	3,08
Total preţ de cost de uzină	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Tabelul 3

Produsele și întreprinderile din ramura industrială de referință	Pct. UM 201			Pct. UM 341			Pct. UM 10			Pct. UM 501		
	„Țesătura" Iași	„Moldova" Botoșani	Întreprinderile textile Galați	„Moldova" Botoșani	„Țesătura" Iași	Întreprinderile textile Galați	„Moldova" Botoșani	„Țesătura" Iași	Întreprinderile textile Galați	„Moldova" Botoșani	„Țesătura" Iași	Întreprinderile textile Galați
Materii prime	79,30	77,35	76,30	71,36	72,01	72,07	75,03	71,32	07,25	68,21	67,17	64,81
Materiale auxiliare	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Materiale directe	0,30	0,01	1,16	0,40	1,08	1,05	0,30	0,08	0,04	0,27	0,00	0,87
-Total	79,60	78,20	77,46	71,76	73,09	73,12	75,33	72,30	08,47	68,51	67,07	65,68
Salarii directe	3,84	4,73	7,23	5,20	0,31	0,21	4,00	0,36	7,30	0,18	8,30	8,13
Cheltuieli de întreprinderi și întreținere secție	11,00	12,20	11,10	16,33	14,18	14,47	13,04	14,16	17,23	14,80	15,29	19,39
Cheltuieli generale de producere	3,30	2,84	2,81	1,00	3,75	3,14	3,38	3,04	4,17	4,07	4,45	3,02
Cheltuieli generale ale întreprinderii	1,70	1,70	1,00	2,30	2,64	2,30	2,22	2,22	2,80	2,84	3,13	3,08
Total prez de cost de vânz	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

logiei de fabricaţie în industria textilă determină, de asemenea, şi o stabilitate mai mare a normelor de consum, uşurînd în acest fel munca de normare.

Cu toate acestea, exactitatea normelor de consum şi deci şi a calculelor făcute pe baza lor este influenţată de unii factori specifici tehnologiei de fabricaţie a materiei prime şi anume: proprietatea higroscopică a materiei prime, variaţiile ei dimensionale şi caracteristicile calitative ale produselor la a căror fabricaţie participă.

Influenţa acestor factori asupra exactităţii normelor de consum prezintă diferite aspecte în procesul de producţie.

Prelucrarea şi predarea în consum a firelor se face sub diverse forme: ţevi, bobine, suluri de urzeală etc. Prin urmare greutatea netă a firelor nu poate fi determinată decît prin scăderea greutăţii medii a formatelor (ţevi, bobine, suluri) pe care au fost înfăşurate firele, stabilită după prelucrarea firelor, din greutatea brută iniţială. Aceasta duce la apariţia unor abateri de 1...2%.

Pentru a fi prelucrate mai uşor în procesul de producţie, firele sînt supuse operaţiilor de încleiere, parafinare etc. Operaţia de încleiere, de exemplu, determină o creştere cu 2...3% a greutăţii proprii a firelor, ca urmare a absorbţiei unei părţi din apret. O parte din apretul absorbit se pierde în timpul prelucrării — la ţesut, tricotat — iar alta rămîne pe fir, în produsul finit, împiedicînd astfel determinarea exactă a greutăţii firelor consumate.

Faptul că producţia în industria textilă este continuă face ca producţia neterminată să nu poată fi determinată cu precizie. Determinarea producţiei neterminate se face în timpul desfăşurării procesului de producţie prin aprecierea cantităţilor aflate pe maşini, apreciere care produce abateri în stabilirea cantităţii de producţie neterminată.

În unele sectoare ale întreprinderilor integrate de bumbac, ca de pildă în filaturi, pentru executarea aceloraşi produse se folosesc de cele mai multe ori amestecuri diferite, fenomen ce împiedică aplicarea unor norme de consum constante, pe etape calendaristice mari, impunînd recalcularea lor de fiecare dată. Această variaţie a normelor de consum din filatură atrage după sine schimbări corespunzătoare şi în calculul normelor din sectoarele care prelucrează aceste fire.

Pe lîngă aceste elemente care creează greutăţi în determinarea şi controlul realizării unor norme de consum de materiale în filaturi şi ţesătorii, higroscopicitatea materiilor prime produce de asemenea greutăţi în determinarea normelor, în cazul cînd decontarea consumurilor se face în greutate. Variaţia umidităţii aerului în locurile unde sînt păstrate materiile prime face ca greutatea lor să nu corespundă cu cea prevăzută în documentele ce le însoţesc şi nici cu greutatea comercială prevăzută în standarde. Datorită higroscopicităţii mari a produselor, variaţiile de umiditate a acestora sînt cuprinse între 2% şi 8%, avînd ca rezultat modificarea greutăţii lor reale şi a unor caracteristici principale cum ar fi fineţea firelor de bumbac. Faptul că în practica întreprinderilor studiate, determinarea umidităţii între fazele de fabricaţie se face doar orientativ şi sporadic, decontarea producţiei efectuîndu-se pe baza cantităţilor efective, are ca rezultat apariţia unor abateri în determinarea consumului specific.

Variaţiile dimensionale ale materiilor prime din întreprinderile integrate de bumbac influenţează şi ele stabilirea unor consumuri specifice exacte. Întrucît necesarul de fire, calculat în unităţi de lungime, se transformă în unităţi de greutate cu ajutorul numărului de fineţe şi deoarece în practică prevederile STAS cu privire la uniformitatea firelor în grosime nu se respectă întocmai în unele cazuri, se întîmplă ca pe unitatea de greutate să existe o lungime mai mare sau mai mică de fir. De aici un consum mai mare sau mai mic de fire, ca lungime şi implicit ca greutate — pentru executarea unui metru pătrat de ţesătură — şi deci un consum specific realizat mai mare sau mai mic.

Alte variaţii dimensionale care trebuie luate în considerare la determinarea consumului specific şi la stabilirea normelor de consum sînt alungirea şi contracţia firelor — în special în unele faze de prelucrare care le solicită mai mult.

Caracteristicile calitative ale produselor finite, condiţionînd categoriile de materii prime cît şi calitatea acestora, influenţează şi ele stabilirea normelor de consum şi determinarea consumurilor specifice.

În scopul realizării unor produse de calitate superioară şi pentru determinarea cît mai corectă a necesarului de materii prime se impune existenţa unor norme de consum pe categorii şi calităţi de materii prime. Norma de consum se elaborează în momentul introducerii în fabricaţie a noului produs. Ea trebuie să indice atît consumul net şi pierderile tehnologice de materii prime pe faze de prelucrare cît şi pierderile netehnologice

Tabelul 4

Structura cheltuielilor de producţie pe articole de calculaţie la principalele produse din ţesătorie în întreprinderile studiate (%)

Produsele şi întreprind. / Articolele de calculaţie	Vulpe în dungi			„Liviu"		
	„Ţesătura"-Iaşi	„Moldova"-Botoşani	Întrep. textile, Galaţi	„Ţesătura"-Iaşi	„Moldova"-Botoşani	Întrep. textile, Galaţi
Materii prime	54,73	53,01	54,32	55,61	48,79	49,40
Materiale auxiliare	5,86	4,84	6,08	9,51	5,64	7,29
Materiale directe	—	—	—	—	—	—
Total	60,59	57,85	60,40	65,12	54,43	56,69
Salarii directe	11,00	12,43	12,11	12,20	13,29	18,02
Cheltuielile cu întreţinerea şi funcţionarea utilajului	18,41	18,56	18,40	13,17	20,44	16,54
Cheltuielile secţiilor de producţie	6,16	6,82	5,04	6,34	7,36	5,10
Cheltuielile generale ale întreprinderilor	3,84	4,34	4,05	3,17	4,48	3,65
Total preţ de cost de uzină	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Se întîmplă însă ca în timpul desfăşurării procesului de producţie, compoziţia amestecului pentru care s-a determinat norma de consum să se schimbe, fie datorită lipsei categoriilor de materii prime programate, fie datorită înlocuirii unora cu altele. Şi într-un caz şi într-altul aceste modificări sînt admise în măsura în care ele nu duc la depăşirea normelor stabilite pentru anumite sorturi de materii prime în care economia naţională este deficitară sau care sînt scumpe şi numai cu condiţia să nu sufere calitatea produselor.

Aceste schimbări în compoziţia amestecurilor trebuie să aibă ca rezultat realizarea de economii faţă de normele stabilite. Funcţie de noul amestec trebuie determinate pierderile şi stabilite măsurile care permit reducerea lor în scopul de a micşora consumul specific.

3. În întreprinderile în care s-au făcut studiile, măsurile tehnico-organizatorice luate pentru stabilirea unor norme de consum cît mai exacte şi pentru reducerea consumurilor specifice de materii prime şi materiale pot fi grupate astfel:

a) măsuri de ridicare a nivelului tehnic al activităţii întreprinderilor;

b) măsuri privind mai buna organizare a procesului de producţie;

c) măsuri privind creşterea calificării cadrelor.

Printre *măsurile tehnico-organizatorice* care au dus la ridicarea nivelului tehnic al activităţii întreprinderilor şi totodată au avut ca rezultat reducera consumurilor de materii prime şi materiale pot fi citate:

1. echiparea ringurilor din filatură cu pneumafile care are ca efect reducerea numărului de ruperi de fire şi totodată a deşeurilor de fire;

2. automatizarea schimbării suveicii la războaiele mecanice existente — care duce la reducerea deşeurilor de fire şi la obţinerea unor însemnate economii de peste 34 000 lei anual;

3. înlocuirea sulurilor preliminare cu suluri cu flanşe de diametru mai mare precum şi înlocuirea flanşelor existente la sulurile finale cu flanşe din fontă de diametru mai mare — avînd ca efect creşterea lungimii urzelilor şi reducerea în acelaşi timp a procentului de pierderi prin deşeuri;

4. introducerea şi extinderea la toate urzitoarele a instalaţiei de semnalizare a ruperii firului — care duce la scăderea unei mari cantităţi de deşeuri de fire şi prin urmare la reducerea consumului în faza următoare;

5. montarea de grătare sub cilindrul „Briseur" la carde care reduce cantitatea de deşeuri de la 0,450 kg/sul la 0,220 kg/sul.

6. Înlocuirea vechiului sistem „simplex" de formare a marginii false la articolul „Liviu" cu un nou sistem mai perfecţionat care duce la reducerea numărului de ruperi de fire şi altele.

În lupta pentru reducerea cît mai mare a consumurilor de materii prime o importanţă deosebită o prezintă şi *măsurile care privesc mai buna organizare a procesului de producţie* cum ar fi:

1. sortarea canetelor şi a ţevilor pincops defecte, returnate din sala de războaie, după fineţea firului şi apoi rebobinarea şi recanetarea lor, ceea ce reduce foarte mult deşeurile de fire din ţesătorie;

2. fabricarea de ţesături late de 0,90 m în loc de 0,70 m pe războaiele automate, obţinînd economii de peste 42 000 lei anual;

3. elaborarea de fişe limită de către Serviciul Tehnic şi la firele utilizate în ţesătorie, în scopul ţinerii unei evidenţe cît mai clare şi precise a deşeurilor;

4. micşorarea fîşiei de ţesătură pe care se ştampilează datele în legătură cu bucata respectivă, ceea ce reduce considerabil deşeurile de ţesătură etc.

La reducerea consumurilor specifice contribuie într-o mare măsură şi calificarea lucrătorilor. Cu cît vom lucra cu cadre de o înaltă calificare profesională cu atît şi consumurile de materiale pe unitatea de produs vor fi mai reduse. Pe această linie se pot prezenta *măsurile* luate de întreprinderile studiate *pentru ridicarea calificării muncitorilor* cum ar fi:

1. instruirea muncitorilor care lucrează în sectoarele unde au loc ruperi de fire pentru a folosi instrumentul „Başchirov" la înnodarea firelor, ceea ce reduce direct consumul specific prin micşorarea capetelor rămase după înnodare;

2. înfiinţarea de cursuri de perfecţionare a calificării, în afara cursurilor de calificare existente pentru muncitorii calificaţi etc.

Considerăm că multe din aceste măsuri tehnico-organizatorice aplicate în unele din întreprinderile studiate ar trebui generalizate la toate celelalte întreprinderi integrate de bumbac.

4. O problemă care se cere a fi rezolvată ori de cîte ori se propune o măsură tehnico-organizatorică este determinarea eficacităţii economice a acesteia. În raport cu eficacitatea lor economică măsurile aplicate, sau prevăzute a se aplica în procesul de producţie, se pot grupa în următoarele categorii:

a) măsuri care determină economii de materii prime şi materiale;

b) măsuri care determină creşterea productivităţii muncii şi prin aceasta economii de forţă de muncă şi de fond de salarii;

c) măsuri care determină alte economii.

Determinarea economiilor de materii prime şi materiale pe baza măsurilor de ordin tehnic şi organizatoric prezintă mai multe aspecte şi anume:

1. Se poate reduce consumul specific pe unitatea de produs fără ca preţul de aprovizionare al materiilor prime sau al materialelor să se schimbe. În acest caz economia de materie primă se determină astfel:

$$E = (C - C_1)\, Qp,$$

în care E este eficienţa economică, C — consumul specific înainte de aplicarea măsurii, C_1 — consumul specific după aplicarea măsurii, Q — cantitatea ce se produce (kg, buc, etc.), p — preţul de aprovizionare a materialului.

Dacă ne referim la una din măsurile prezentate în lucrarea de faţă, cum ar fi de exemplu înlocuirea vechiului sistem de formare a marginilor false „simplex" la articolul „Liviu" printr-un sistem mai perfecţionat, se reduce consumul specific de la 1,052 g/m² la 1,040 g/m², ceea ce în condiţiile aceluiaşi preţ de aprovizionare a firelor de 27 lei/kg, reprezintă la o producţie anuală de 31 000 m² — o economie de 9 944 lei anual.

b) În cazul folosirii unor materii prime sau a unor materiale a căror preţuri de aprovizionare sînt mai mici (un sort de materie primă se înlocuieşte cu altul), ceea ce modifică consumul specific, eficienţa economică este dată de

$$E = (Cp - C_1 p_1)\, Q,$$

în care notaţiile sînt aceleaşi ca şi în relaţia din primul caz.

În cazul înlocuirii bumbacului din amestec cu celofibră, pentru producerea firelor consumul specific şi preţurile de aprovizionare sînt mai mici. La o producţie anuală $Q = 300$ t fire se obţine astfel o economie de 1 932 000 lei.

c) Economiile rezultate în urma reducerii cantităţii de deşeuri în procesul de producţie se calculează cu relaţia:

$$E = [(d - d_1)\, Q]\,(p - p_1),$$

în care d reprezintă deşeurile înainte de aplicarea măsurii (%), d_1 — deşeurile după aplicarea măsurii (%), p — preţul deşeurilor înaintea aplicării măsurii, p_1 — preţul deşeurilor după aplicarea măsurii.

Referindu-ne la măsura tehnică privind montarea de gratare tip pentru „Briseur" la carde, la care s-a mărit considerabil suprafaţa din tablă perforată, eficacitatea economică calculată în condiţiile reducerii procentului de deşeuri la această fază de producţie de la 4,72% la 4,30% şi în condiţiile unei scăderi a consumului specific de la 1,120 kg bumbac puf/kg bandă la 1,100, pentru o producţie anuală de 1 000 t bandă, rezultă de 126 000 lei anual.

Ca urmare a aplicării cu succes a măsurilor de reducere a consumurilor de materii prime şi materiale s-a obţinut şi o reducere importantă a preţului de cost în întreprinderile analizate.

În tabelul 5 este prezentată reducerea preţului de cost pe articole de calcul în anul 1961 la cele trei întreprinderi integrate de bumbac „Ţesătura"-Iaşi, „Moldova"-Botoşani şi Întreprinderile textile, Galaţi.

Tabelul 5

Reducerea preţului de cost pe articole de calculaţie în anul 1961

Nr. crt	Articolele	Cifre absolute			Procente		
		„Ţesătura"-Iaşi	Uzinele „Moldova"-Botoşani	Întreprinderile textile, Galaţi	„Ţesătura"-Iaşi	Uzinele „Moldova"-Botoşani	Întreprinderile textile, Galaţi
1	Materii prime	— 2	— 318	+ 55	— 0,009	— 0,380	+ 0,032
2	Materii auxiliare	— 268	+ 59	— 47	— 0,124	+ 0,071	— 0,028
3	Materiale	— 29	+ 25	— 131	— 0,013	+ 0,030	— 0,078
4	Salarii directe	— 444	+ 102	— 167	— 0,204	+ 0,122	— 0,098
5	Cheltuieli cu întreţinerea şi funcţionarea utilajului	—2266	— 173	—1312	— 1,048	— 0,207	— 0,773
6	Cheltuielile secţiilor de fabricaţie	+1371	+ 215	— 417	+ 0,639	+ 0,272	— 0,245
7	Cheltuielile generale ale întreprinderii	— 46	+ 149	— 936	— 0,021	+ 0,178	— 0,550
8	Cheltuielile în afara producţiei	+ 9	+ 8	—	— 0,010	+ 0,009	—
	Total	—1675	+ 67	—2955	— 0,78	+ 0,080	— 1,74

Pe total întreprinderile „Ţesătura"-Iaşi şi Întreprinderile textile, Galaţi au obţinut în medie o reducere a preţului de cost de 1,25% pe cînd la întreprinderea „Moldova"-Botoşani preţul de cost a crescut cu 0,08%.

Această creştere a preţului de cost nu este o urmare a creşterii consumului de materii şi materiale. Din contra, la această întreprindere reducerea consumului de materii prime a fost mult superioară celorlalte două întreprinderi. Creşterea preţului de cost la întreprinderea „Moldova" — Botoşani se datoreşte depăşirii cheltuielilor la alte articole de calculaţie (salarii, cheltuielile secţiilor de fabricaţie, cheltuielile generale ale întreprinderii şi altele).

De altfel din tabelul 6 se observă foarte clar influenţa pe care o are mai buna folosire a materiilor prime asupra reducerii preţului de cost.

Calculînd gradul de participare a folosirii mai bune a materiei prime în reducerea preţului de cost se constată că întreprinderile „Ţesătura"-Iaşi şi „Moldova"-Botoşani au luat măsuri mai eficiente de reducere a consumurilor specifice, reducînd preţul de cost cu 0,009% şi respectiv 0,380%, pe cînd la Întreprinderile textile, Galaţi nu s-a reuşit să se reducă pe această cale preţul de cost, ci din contra consumul specific fiind mai ridicat a atras după sine şi o creştere a preţului de cost cu 0,032%.

Tabelul 6

Influenţa mai bunei folosiri a materiei prime asupra reducerii preţului de cost în 1961 (%)

Intreprinderea	Sarcina de reducere a preţului de cost	Reducerea preţului de cost efectiv	Influenţa asupra reducerii preţului de cost a			gradului de participare a folosirii mai bune a materiei prime în reducerea preţului de cost
			reducerii consumurilor specifice	schimbării preţurilor ca urmare a schimbării sorturilor şi proporţiilor în amestec	fabricării articoleor uşurate (sau a celor cumpărate)	
„Ţesătura"-Iaşi	—1,03	—0,780	—0,189	+0,535	—0,355	—0,009
„Moldova"-Botoşani	+0,138	+0,030	—0,377	—0,003	—	—0,380
Întreprinderile textile, Galaţi	—1,90	—1,74	+0,060	+0,063	—0,091	+0,032

5. Din cele prezentate se desprinde faptul că reducerea consumurilor specifice reprezintă o cale importantă pentru reducerea preţului de cost. De aceea e necesar ca întreprinderile industriale să acorde în continuare o atenţie deosebită descoperirii şi aplicării în producţie a unor măsuri tehnice şi organizatorice în această direcţie.

Menţionăm cîteva probleme ce se cer rezolvate.

a) La *maşinile de bobinat* bobinele rezultate se încarcă neuniform, deoarece muncitorii controlează terminarea înfăşurării firului pe o bobină cu ajutorul unui şablon din lemn care nu permite determinarea cu precizie a cantităţii de fir înfăşurat. Neuniformitatea dimensiunilor bobinelor atrage după sine sporirea cantităţii de deşeu rezultată la secţia de urzit. Ramele încărcîndu-se şi descărcîndu-se simultan şi bobinele nefiind uniform încărcate, rezultă cantităţi de fire variind între 1 şi 300 g ce rămîn pe bobină. Cele cu cantităţi mici de fire se consideră deşeuri, restul se trece la rebobinat.

Perfecţionarea dispozitivului de stabilire a cantităţii de fir înfăşurat pe bobină, prin introducerea unei vergele cu inel care să semnaleze muncitoarei momentul terminării înfăşurării bobinei, ar avea ca rezultat încărcarea uniformă a bobinelor şi micşorarea cantităţilor de deşeuri.

b) La *maşinile de urzit* firele sînt înfăşurate neuniform pe sulurile preliminare, lungimea lor fiind diferită. Aceasta datorită faptului că în momentul ruperii unui fir, fenomen destul de frecvent, pentru a înnoda firul, după oprirea sulului preliminar, muncitoarea execută cîteva rotaţii ale acestuia pentru găsirea capătului de fir rupt.

Mărirea distanţei dintre alimentare şi cilindrul debitor sau dintre acesta şi sulul preliminar ar face ca firul rupt să se oprească undeva între aceste zone devenind posibilă înnodarea lui fără înfăşurarea suplimentară a celorlalte fire. Aceasta ar permite micşorarea în proporţii însemnate a cantităţilor de deşeuri de la secţia încleiat.

c) La *războaiele de ţesut* — acolo unde nu sînt maşini de înnodat — în momentul terminării urzelii de pe sul, firele de urzeală de la dispozitivul cu lamele şi pînă la sulul de urzeală devin deşeuri.

Aplicarea unei pînze de lungime egală cu firele care astăzi rămîn după tăiere pe sulul de urzeală ar reduce la fiecare sul de urzeală şi la fiecare război cantitatea de fire care constituie deşeuri.

Dacă se consideră lungimea minimă a firelor de urzeală ce se declară astăzi deşeu ca fiind 1 m, prin aplicarea pe sulul de urzeală a pînzei propuse ele ar putea fi lucrate. Socotind 450 suluri de urzeală pe zi şi 400 fire în medie în urzeală, o reducere de 1 m pentru fiecare fir de urzeală şi număr metric mediu 34, ar da o economie anuală de 1 590 kg fir.

d) *Pentru articolul „Liviu"* — 2×70 cm — se utilizează în majoritatea cazurilor 9...10 suluri preliminare. Prin aşezarea lor în sistemul şah se exercită o tensiune apreciabilă asupra firelor, fapt ce dăunează calităţii urzelilor, influenţînd desfăşurarea lucrului şi majorînd numărul de ruperi în urzeală. Aşezarea pe un singur rînd a sulurilor reduce tensiunea din fir, menţine elasticitatea şi reduce numărul de ruperi. Acest sistem face să se reducă consumul specific cu 0,500 kg pe zi. Realizînd la fiecare maşină cîte 1,5 partizi şi lucrînd în două schimburi se obţin în medie 3 partizi pe zi a 400 gr. Rezultă o economie de 1,2 kg fir pe zi, economia anuală fiind de 367 kg fir sau 5 270 lei.

Aplicarea acestor măsuri precum şi a altora de acest fel, care pot fi descoperite de colectivele din întreprinderi, va conduce cu siguranţă la obţinerea unor însemnate economii de materii şi materiale şi prin aceasta la reducerea preţului de cost.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de economie de ramură

ВОЗМОЖНОСТИ СНИЖЕНИЙ СПЕЦИФИЧЕСКИХ РАСХОДОВ В ХЛОПЧАТОБУМАЖНЫХ ОБЪЕДИНЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЯХ И ИХ ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ВЫГОДА

(Резюме)

Основываясь на структуре себестоимости общей и товарной продукции, а также и на структуре расходов на единицу продукта в некоторых хлопчатобумажных объединенных предприятиях Молдовы, обсуждается необходимость снижения специфических расходов сырья и факторов влияющих на эти расходы.

Предлагаются некоторые возможности снижения специфических расходов в исследуемых предприятиях и расчеты экономической эффективности введения указанных мероприятий.

Доказывается влияние снижения специфических расходов на снижение себестоимости и предлагаются возможности обобщения некоторых мер для сокращения этих расходов.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul X (XIV), Fasc. 3–4, 1964

RECENZII РЕЦЕНЗИИ
BOOK REVIEWS COMPTES RENDUS
BUCHBESPRECHUNGEN RECENSIONI
ANALISIS DE OBRAS

1. FAVARD J., *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique*. Tome **III.** *Théorie des équations*. Fasc. **I.** Équations *différentielles*. Fasc. **XXVI,** de la Collection Cahiers Scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1962, 294 pp.

Puţine cursuri de analiză pentru şcolile politehnice s-au bucurat de atîta succes îndată după apariţia lor ca seria de volume elaborate de renumitul om de ştiinţă J. Favard, profesor la Sorbona şi la Şcoala politehnică din Paris. În adevăr, numai la cîteva luni de la apariţia volumelor *Cursului de analiză* pentru Şcoala politehnică [1]), cîteva edituri din diferite ţări, ca de ex., Editura Tehnică Bucureşti, **Изд. Иностранной Литературы,** Moscova, ş.a., au anunţat traducerea acestei importante opere în limbile respective.

Volumul recenzat conţine expunerea, într-o judicioasă îmbinare a aspectelor clasice cu cele mai noi achiziţii ale ştiinţei în domeniu, păstrîndu-se rigoarea ştiinţifică necesară, a următoarelor capitole referitoare la ecuaţii diferenţiale ordinare: I. Ecuaţii diferenţiale. Metode şi rezultate elementare (aici se include, de ex., problema rezolvantei lui Peano-Baker), (pp. 1—50); II. Ecuaţii diferenţiale în cîmpul real şi ecuaţii cu diferenţiale totale. Teoreme de existenţă. Probleme locale (aici se includ, de ex., teoremele lui Peano şi Frobenius) (pp. 50—113); III. Ecuaţii diferenţiale în cîmpuri reale (urmare). Probleme globale (aici se include, de ex., studiul sistemelor diferenţiale autonome definite pe varietăţi) (pp. 114—182); IV. Ecuaţii diferenţiale în cîmpul analitic (aici se includ, de ex., teoreme şi ecuaţii ale lui Painlevé), (pp. 183—221); V. Ecuaţii diferenţiale liniare în cîmpul analitic. Teorema lui Fuchs (aici se include, de ex., folosirea dezvoltărilor asimptotice). La stilul concis, de înaltă ţinută ştiinţifică şi claritate exemplară, se adaogă şi faptul că fiecare capitol este urmat de o serie de exerciţii şi complemente cu un conţinut deosebit de bogat. (Pentru ilustrare, ajunge să menţionăm că la finele cap. V este tratată problema reductibilităţii sistemelor diferenţiale liniare, determinarea integralelor algebrice ale unei ecuaţii diferenţiale liniare avînd coeficienţi meromorfi pe suprafaţa Riemann a unei funcţii algebrice, problema soluţiilor neregulate ş.a.).

Un astfel de volum de cunoştinţe de matematică într-o şcoală politehnică, volum care întrece pe alocuri programele obişnuite ale facultăţilor de matematică, nu trebuie să ne mire. Ajunge să ne gîndim, de ex., la faptul că noile materiale sintetice create

---

[1]) A se vedea *Bul. Inst. polit. Iaşi,* s. n.

de chimişti reclamă noi modele matematice ale fenomenelor. *Noua ştiinţă, mecanica chimică*, reclamă noi aparate matematice puternice de investigaţie ştiinţifică ş.a. Acelaşi lucru se poate spune despre *mecanica fizico-chimică, hidrodinamica chimică*, toate — componente indispensabile şi actuale ale *mecanicii teoretice* de la facultatea de Chimie Industrială. La rîndul lor, variate ramuri ale mecanicii de astăzi, această bază a tuturor disciplinelor inginereşti, ca de ex. *mecanica mişcărilor dirijate, mecanica arderii* şi *mecanica exploziilor* ş.a. reclamă cunoaşterea aparatului matematic din ce în ce mai perfecţionat, ca de ex. teoria problemelor de contur discontinue, teoria analitică a testelor statistice, teoria asimptotică a oscilaţiilor neliniare ş.a.

Autorul *Cursului de analiză pentru Şcoala politehnică*, prof. J. Favard, a reuşit să cuprindă în cele patru volume (volumul III este constituit din două fascicule, cea de a doua fiind destinată ecuaţiilor cu derivate parţiale, ecuaţiilor integrale şi calculului variaţiilor), o expunere exemplară, sistematică, avînd un caracter eminamente dialectic şi prin urmare dinamic. Aceasta şi explică interesul deosebit al cercurilor ştiinţifice de pretutindeni faţă de această nouă operă a d-sale, prezentată în condiţii de bună îngrijire, tradiţională la Editura Gauthier-Villars.

*

Le réf. indique ci-dessus en langue roumaine nombre de détails concernant ce volume du *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique* par M. J. Favard, dont on peut être bien justement fiers. *D. Mangeron*

2. TRICOMI FRANCESCO G., *Lezioni di Analisi Matematica*. Parte seconda, Ottava Edizione, Casa Editrice Dottore Antonio Milani, CEDAM, Padova, 1962, X + 360 pp.

Ref. consideră aproape de prisos să insiste asupra conţinutului acestui volum, datorat ilustrului om de ştiinţă Francesco Tricomi de la Universitatea din Torino, consacrat lecţiilor de *Analiză Matematică*, şi apărut acum, cu uşoare completări şi modificări, în ediţia a 8-a. Se menţionează îndeosebi îmbunătăţirile aduse capitolelor referitoare la integrale simple şi multiple, îmbunătăţiri care au permis să se ajungă la o generalitate mai mare şi la o rigoare şi mai perfectă, fără a se majora prin aceasta numărul de pagini. Ţinînd seama de faptul că acest curs face parte, după programele facultăţilor de ştiinţe italiene, din ansamblul cursurilor de iniţiere în analiza matematică, autorul a crezut de cuviinţă să rămînă în cadrul integralei în sens Riemann. Iată şi conţinutul celor opt capitole din acest volum: I. Integrala definită; II. Metode de integrare în termeni finiţi; III. Dezvoltarea în serie a funcţiilor. Calculul numeric al integralelor; IV. Calculul diferenţial pentru funcţii de mai multe variabile; V. Elemente de geometria diferenţială a curbelor şi suprafeţelor; V. Integrale de funcţii de mai multe variabile; VII. Ecuaţii diferenţiale ordinare; VIII. Introducere în teoria ecuaţiilor cu derivate parţiale. Calculul variaţiilor.

Prezentarea volumului este şi ea excelentă.

*

Les Réfs., tout en soulignant l'apport essentiel dans le domaine de l'Analyse Mathématique porté par l'illustre auteur de ce second volume des *Leçons d'Analyse Mathématique*, indique ci-dessus quelques détails concernant le contenu de la présente 8-e édition du livre. *D. Mangeron, M. Bercovici, A. Triandaf*

3. CHOQUET G., *Cours d'Analyse*. Tome **III.** *Topologie. Espaces topologiques et espaces métriques. Fonctions numériques. Espaces vectoriels topologiques*. Masson et Cie, Paris, 1964, XI + 310 pp.

Volumul recenzat face parte dintr-o serie de trei volume de Curs de Analiză, profesat de prof. Choquet la Facultatea de Ştiinţe din Paris (Sorbona): t. **I.** Algebră; t. **II.** Topologie; t. **III.** Integrare şi Calcul diferenţial. În imposibilitate de a reda aici conţinutul, în bună parte esenţial nou, al acestui curs de analiză, ref. se

mărgineşte la precizarea marilor subdiviziuni ale lucrării recenzate : *Spaţii topologice şi spaţii metrice :* Topologia pe o dreaptă *R*, Spaţii topologice, Spaţii metrice, Exerciţii, Indice terminologic al capitolului, Bibliografie (Bourbaki N., Dieudonné J., Franklin Ph., Kelley J. L., Kuratowski C., Newman M. H. A., Sierpiński W., Whyburn G. P.). Definiţii şi axiome, Notaţii clasice ; *Funcţii numerice :* Funcţii numerice definite pe o mulţime oarecare, Noţiuni de limită asociată funcţiilor numerice, Funcţii numerice semi-continue, Teorema lui Stone-Weierstrass, Funcţii definite pe un interval din *R*, Exerciţii, Indice terminologic al capitolului, Bibliografie, Definiţii şi axiome ; *Spaţii vectoriale topologice :* Spaţii vectoriale topologice generale, Exemple, Spaţii normate, Familii sumabile, serii, produse infinite, algebre normate, Spaţii Hilbert, Exerciţii, Indice terminologic al capitolului, Bibliografie, Definiţii şi Axiome.

Subliniem, încheind prezentarea acestui remarcabil volum, faptul că autorul a avut grija permanentă de a preciza cîmpul de validitate al teoremelor expunînd şi mai multe exemple şi contra-exemple. Numeroase exerciţii de dificultăţi variate contribuie la verificarea bunei înţelegeri a conţinutului cărţii şi la dezvoltarea facultăţilor creatoare ale cititorilor.

*

Le réf. indique ci-dessus en langue roumaine nombre de détails concernant cet excellent volume, le second de la série de trois tomes du *Cours d'Analyse* professé par M. le Prof. Choquet, dans le cadre d'un enseignement rénové, à la Faculté des Sciences de Paris. *V. Murgescu*

4. BERGE CLAUDE, *Théorie des graphes et ses applications.* Deuxième édition, Collection Universitaire de Mathématique No. **II,** Dunod, Paris, 1963, VIII + 269 pp.

Ref. socoteşte aproape de prisos să prezinte această a doua ediţie a volumului prof. C. Berge, consacrată *teoriei grajurilor şi aplicaţiilor sale,* dat fiind interesul deosebit arătat rezultatelor cuprinse în acelaşi volum apărut în *Colecţia universitară de Matematici,* condusă de H. Hierche. Ajunge să menţionăm că între timp volumul a fost tradus în mai multe limbi, iar conţinutul său aplicat în diferite domenii ale ştiinţei şi tehnicii. La noi în ţară, o aplicaţie deosebit de interesantă a fost făcută de tov. prof. dr. R. Voinea şi M. Atanasiu la unele studii de teoria mecanismelor plane.

*

Les Réfs., tout en renonçant de faire présenter le contenu de ce livre désormais bien connu et très apprécié consacré à la théorie des graphes et ses applications, paru maintenant chez Dunod en deuxième édition, soulignent le fait que depuis sa parution initiale il a été traduit dans diverses langues tandis que la théorie y exposée a été l'origine de nombreuses applications nouvelles.

D. Mangeron, Şt. Ruscior

5. AGOSTINELLI CATALDO, *Istituzioni di Fisica Matematica.* Vol. **II,** Zanichelli Editore, Bologna, 1962, XX + 606 pp.

Ref. au avut fericita ocazie să prezinte sau să citeze în numeroase rînduri din vasta operă ştiinţifică, cu renume mondial, a Prof. C. Agostinelli de la Universitatea din Torino. Astfel, de ex., în paginile aceluiaşi *Buletin* a fost făcută prezentarea primelor două volume dintr-un mare *Tratat de Mecanică teoretică,* elaborat de autor, în colaborare cu prof. A. Pignedoli.

Prezentul volum, primul dintr-o serie consacrată *Fizicii Matematice,* constituie totodată conţinutul introductiv la această importantă disciplină şi răspunde la ansamblul problemelor prevăzute să formeze *nucleul* programei actuale în vigoare la facultăţile de matematică şi fizică italiene.

După expunerea problematicii relative la cîmpuri vectoriale și la omografii vectoriale (pp. 1—134), care formează partea I-a a volumului, se expune teoria potențialului newtonian și a funcțiilor armonice (pp. 135—414), unde se include, natural, ansamblul problemelor de bază de tip Dirichlet și Neumann. Partea a III-a a volumului este dedicată expunerii fundamentelor mecanicii mediilor continue, care cuprinde, în afară de problematica generală în domeniu, teoria elasticității și principiile fundamentale ale mecanicii fluidelor, cu tratarea particularizată apoi a mișcărilor relative la fluide perfecte și la fluide plane.

Intreaga expunere este riguroasă, se sprijină totodată solid pe latura fizică a problemelor, iar forma exterioară este tradițional ireproșabilă.

*

Les Réfs., tout en soulignant ci-dessus la valeur et la portée de cet important volume de la série consacrée par M. le prof. C. Agostinelli aux problèmes de la *Physique Mathématique*, indiquent quelques détails concernant ce beau volume dédié à l'*Introduction* dans ce domaine. *D. Mangeron, A. Oprea*

6. БЕЛЛМАН РИЧАРД, *Процессы регулирования с адапцией*. **Перевод с английского Ю. П. Леонова, И. А. Литовченко, Э. Л. Наппельбаума и Т. И. Товстухи, под. ред. А. М. Летова, Изд. Наука, М., 1964 г.**

Ref., renunțînd la prezentarea conținutului acestui volum, consacrat *studiului proceselor de reglare cu adaptare*, datorit mult apreciatului colaborator al acestui *Buletin*, savant cu renume mondial, Richard Bellman, se mărginesc să sublinieze faptul că volumul cuprinde o expunere sistematică a *ideilor fundamentale de programare dinamică*, extinsă în ultima vreme în mai multe direcții, ca de ex., programarea dinamică a problemelor de contur relative la ecuații polivibrante, elaborată de primul dintre ref.

*

Riff., pur sottolineando il fatto che il volume riferito è dedicato all'*esposizione sistematica del metodo della programmazione dinamica*, dovuto all'illustre autore del libro stesso, ne addittano alla serie di traduzioni dei numerosissimi pregevoli libri dell'A. in varie lingue come pure al fatto di aver esteso in alcuni lavori del primo dei Rif. la vasta gamma di applicazioni della programmazione dinamica di R. Bellman allo studio di una nuova classe di problemi al contorno non ellittici spettanti alle equazioni polivibranti. *D. Mangeron, C. Corduneanu*

7. GRANGER C. W. J., HATANAKA M., *Spectral Analysis of Economic Time Series*. Princeton University Press, Princeton, N. J., 1964, XVIII + 299 pp.

Ref. expun mai jos unele detalii referitoare la acest volum consacrat aplicării analizei spectrale în probleme de economie, care se prezintă adesea sub formă de serii procedînd după variabila t (timp). Volumul este redactat la un nivel matematic înalt și este subdivizat în două părți mari: *Serii staționare în timp* (aici se include Teoria spectrală, Analiza spectrală a datelor economice, Analiza spectrală de tip Cross, Studiul proceselor conținînd și reacție inversă ș.a.), și *Serii nestaționare în timp* (aici se includ capitole ca, de ex., Serii cu spectru ce variază cu timpul, Demodulație, Problema nestaționarității și serii economice ș.a.). După cum se știe, îmbinarea între Matematică și Economie devine din ce în ce mai strînsă. Ajunge să ne gîndim la recenta sesiune (5—7 decembrie a.c.) de la Iași consacrată aplicațiilor matematicii în economie. Bineînțeles că tehnica propusă în volumul recenzat reclamă verificări ulterioare, conlucrarea între matematicieni și economiști devenind astăzi o necesitate.

*

Revs. give oven in Rumanian language some details concerning this volume devoted to the *Spectral Analysis of Economic Time Series.*

D. Mangeron, D. Rusu

8. * * * *Advances in Game Theory*. Edited by M. Dresher, L. S. Shapley, A. W. Tucker, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1964, Annals of Mathematics Studies. Nr. **52,** XII + 679 pp.

Volumul constituie o continuare naturală a seriei *Contribuții la Teoria jocurilor*, teorie care s-a dezvoltat intens în ultima vreme. Volumul prezentat constituie astfel, ținînd seama de faptul că nu există pînă acum vreo revistă specializată exclusiv în această ordine de idei, un mijloc prețios de a scoate în evidență celor interesați ansamblul problemelor la zi în domeniu.

În imposibilitatea de a reda aici conținutul chiar și aproximativ al problematicii teoriei jocurilor expuse în volum și trimițînd pe cei interesați la consultarea revistelor internaționale de bibliografie matematică, *Mathematical Reviews*, *Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete* și *Реферативный Журнал Математика*, ref. se mărginește la citarea numelor autorilor lucrărilor în domeniu, inserate în prezentul volum: L. S. Shapley, R. A. Restrepo, S. M. Johnson, O. Gross, H. Nikaido, J. L. Rosenfeld, M. Davis, J. Mycielski, C. Ryll-Nardzewski, L. D. Berkovitz, W. H. Fleming, L. E. Zachrisson, J. R. Isbell, G. Owen, A. R. Galmarino, M. H. Hebert, R. E. Stearns, G. Jentzsch, R. J. Aumann, M. Maschler, B. Peleg, H. Randström, E. D. Nering, K. Miyasawa, R. Selten, J. C. Harsynyi.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this important volume, conceived as a one-volume cross section of current activity in the theory of games. The names of the authors reproduced here offer the possibility to the reader to consult successively one of the international bibliographical journal: *Mathematical Reviews*, *Zentralblat für Mathematik und ihre Grenzgebiete* and *Реферативный Журнал Математика*.

D. Mangeron

9. DU VAL PATRICK, *Homographies, Quaternions and Rotations*. Oxford Mathematical Monographs, Clarendon Press, Oxford University Press, XIV + 116 pp.

Autorul are meritul de a fi reunit într-un singur tot, prezentat științific și coherent, o serie de probleme, dintre care mai multe clasice, datorite corifeilor științei din secolul trecut, ca, de ex., Riemann, Neumann, Cayley, A. Schoenflies ș.a. Monografia recenzată reunește teoriile relative la omografii cu o singură dimensiune, la matrici unitare de ordinul 2, la cuaternioni, la rotații (în deosebi la grupuri finite de rotații) în trei și în patru dimensiuni, la poliedre regulate și la politopi, reușind cu succes să pună în evidență ansamblul relațiilor și corespondențelor între aceste domenii. Numeroase sînt și problemele noi, ca, de ex., variate legături ce s-au putut stabili între unele aspecte clasice și chestiuni privitoare la spații topologice cu trei dimensiuni sau la topologia punctelor singulare de pe o suprafață algebrică sau, în fine, la involuții în planul proiectiv complex. Subdivizată în cinci părți: 1. Omografii într-o singură dimensiune; 2. Grupuri finite; 3. Cuaternioni și rotații în patru dimensiuni; 4. Politopi regulați; 5. Involuții de grupuri și forme invariante, avînd la bază o bibliografie de 43 titluri și terminîndu-se cu un indice al definițiilor, monografia *Omografii, cuaternioni și rotații* poate fi citită cu ușurință de cercetători și studenți în matematică și mecanică.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this valuable monograph that brings together the theories of onedimensional homographies, of unitary matrices of order 2, of quaternions, of rotations in three and four dimensions, and of regular polyhedra and polytopes, in order to make clear the complex of relations and correspondences between these different disciplines.

I. Enescu

10. KUNTZMANN J., *Méthodes numériques. Interpolation. Dérivées.* Dunod, Paris, 1961.

Apariția mașinilor de calcul cu programare reclamă modificarea profundă a metodelor de calcul tradiționale (ref. a avut ocazia să fundamenteze acest punct de vedere în raportul său întocmit după reîntoarcerea din Franța, unde a ținut o serie de conferințe de specialitate din domeniul cercetărilor proprii, la invitația celor mai mari universități, începînd cu Sorbona). Autorul, cunoscut specialist în domeniul Calculului numeric, colaborator al *Buletinului* — revistă care și-a asigurat colaborarea celor mai de seamă oameni de știință din lumea întreagă — expune în acest volum, ce face parte din șirul de cursuri de Calcul numeric profesate la Universitatea din Grenoble, aspecte introductive referitoare la metode numerice, începînd cu: Valori numerice ale polinoamelor, Diferențe (cap. 1); Interpolare (cap. 2); Complemente asupra tabelării (cap 3); Derivate (cap. 4); Argumente repetate, Polinom definit prin valorile derivatelor (cap. 5); Funcții de o variabilă complexă. Funcții de mai multe variabile (cap. 6); Teoria generală a interpolării printr-o familie liniară (cap 7); Exemple simple de interpolare printr-o familie neliniară (cap. 8).

Tratînd în mod exemplar o serie de probleme intenționat restrînse, însă de adîncimea necesară să poată cuprinde, între altele, cazul punctelor confundate sau al funcțiilor ce nu sînt neapărat polinoame, autorul renunță aici la ansamblul de probleme care ar avea o altă idee diriguitoare, centrată în jurul teoriei aproximărilor și a metodei celor mai mici pătrate. Volumul recenzat constituie, pe de altă parte, punctul de plecare bine cristalizat al volumelor următoare consacrate studiului aprofundat al problemelor de integrare (cuadraturi, cubaturi, ecuații diferențiale și cu derivate parțiale).

*

La réf. indique ci dessus, en langue roumaine, nombre de détails concernant cet excellent livre consacré au Calcul numérique et du à M. le Professeur J. Kuntzmann, Directeur du Service des Mathématiques Appliquées de l'Université de Grenoble, dont l'apport à l'échelle mondiale dans le domaine a pu être personnellement apprécié par le Ref. lors du cycle de ses conférences présentées — à la suite des invitations reçues — auprès les plus grandes universités françaises. Le Réf. attends avec l'impatience, justifiée par la fidélité à sa vocation scientifique, la parution chez Dunod de nouveaux livres et de nouvelles éditions des oeuvres très remarquables de M. Kuntzmann. *D. Mangeron*

11. OWEN G. E., *Initiation aux Mathématiques appliquées.* Dunod, Paris, 1964, VIII + 277 pp., avec 320 fig. Traduit par Jacques de Richemont.

Sînt rare expunerile atrăgătoare și competente, făcute la nivelul marelui public, în domeniul Matematicii. Volumul recenzat — traducerea în limba franceză a cărții *Fundamentals of scientific Mathematics*, elaborată de cunoscutul specialist George E. Owen, profesor de Fizică la Universitatea John Hopkins — conține o expunere făcută într-un mod simplu și original a conceptelor matematice fundamentale, indispensabile tuturor acelora care vor să se inițieze în problematica matematicilor aplicate: Geometrie și Matrici; Calcul vectorial; Geometrie analitică; Funcții; Calcul integral și diferențial.

*

De plus en plus à notre époque, il est nécessaire de savoir vaincre la première barrière des mathématiques pour comprendre, même d'une façon très élémentaire, ce qui relie les mathématiques à toutes les sciences.

Ce livre qui vient de paraître chez Dunod, expose d'une manière simple et originale les concepts mathématiques fondamentaux indispensables à ceux qui veulent s'initier aux mathématiques appliquées.

Une abondante illustration, de nombreux exemples d'applications, donnent a l'exposé un caractère essentiellement concret. La notion de matrices, par ex., est

introduite au moyen de la géométrie et les principales propriétés de cet outil mathématique d'un usage constant sont décrites : c'est ainsi que sont développées les méthodes de calcul approché, manière de traiter ce problème fondamentale pour ceux qui, par exemple, veulent comprende le cheminement logique des opérations qui se déroulent dans les calculateurs.

Les Réff. recommandent trés chaleureusement ce livre à tout ceux — et leur nombre deviendra sous peu la totalité de la jeunesse — qui désirent s'initier aux méthodes mathématiques, universellement applicables à nos jours.

D. Mangeron, A. Oprea

12. KAMKE E., *Théorie des ensembles.* Dunod, Paris, 1964, 328 pp. avec 6 fig. Traduit par A. M. v. d. Lahr.

Teoria mulțimilor constituie, așa cum s-a exprimat Zermelo, „o ramură a matematicii căreia îi revine studiul metodic al conceptelor fundamentale de număr, de ordine și de funcție și, de aici, dezvoltarea bazelor logice ale aritmeticii și ale analizei".

Mai mult, prin noțiunile pe care le-a introdus, teoria mulțimilor a contribuit esențial la dezvoltarea aproape a tuturor ramurilor de matematică și a condus chiar la domenii de cercetare noi, cum sînt, de exemplu, teoria mulțimilor de puncte, topologia, analiza funcțională etc.

Lucrarea cu titlul de mai sus, este o expunere succintă și ușor accesibilă, pentru înțelegerea căreia sînt necesare foarte puține cunoștințe matematice prealabile. Studiul teoriei mulțimilor prezentat în volumul recenzat conduce cititorul, în mod progresiv, de la noțiuni simple, la chestiuni din cele mai subtile, cum sînt axioma alegerii, problema continuului, numerele transfinite.

Utilă matematicienilor, inginerilor, studenților, această lucrare de inițiere în teoria mulțimilor poate fi consultată cu folos de toți cei care se interesează de matematică sau folosesc în cercetările lor metode matematice.

*

Le Réf. donne ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant cet excellent livre, dont un compte rendu relatif à la troisième édition allemande a été déjà inséré dans le même *Bulletin*, t. **II (VI),** fasc. 3—4, 1956, p. 514. *I. Enescu*

13. KLEIN J., REEB G., *Formules commentées de mathématiques. Fascicule* **A** *Formules, commentaires, énoncés d'exercices problèmes d'examen, vocabulaire. Programme M.P.C.* Gauthier-Villars, Paris, 1964, 228 pp.

Volumul recenzat, care urmează a se continua cu fascicula a 2-a ce va apare la începutul anului 1965 și va conține rezolvări de probleme propuse în prezenta fasciculă, formular și tabele sinoptice, este o lucrare didactică avînd o prezentare și o concepție nouă. Lucrarea reunește în cincizeci de rubrici esențialul din programul de Matematici cerut pentru obținerea Certificatului de Matematică, Fizică, Chimie (M.P.C.).

Cele șapte rubrici : 1. Funcția exponențială și ecuații diferențiale liniare ; 2. Teoria elementară a funcțiilor de o variabilă ; 3. Integrale simple ; 4. Funcții de mai multe variabile ; 5. Serii ; 6. Integrale multiple ; 7. Geometrie analitică, sînt precedate de Introducere, Indice al notațiilor, Organigramă, conținutul fiecăreia din ele fiind îmbogățit prin alegerea exercițiilor de control, de sugestii pregătitoare pentru rubricile ulterioare și de probleme concrete.

Fiecare rubrică constă din comentarii, sfaturi, demonstrații și dezvoltări relative la una sau două formule (definiții sau teoreme), enunțate cu grijă la începutul rubricii. Textele inserate la începutul fiecărei rubrici sînt foarte scurte, însă, o dată asimilate și bine aprofundate de către studenți, constituie o bună bază de plecare.

*

Les effortes que l'on observe presque partout de condenser le matériel classique des mathématiques afin de pouvoir introduire le plus tôt possible les points saillants de Mathématiques moderne (Calcul numérique, Programmation,...) se trouvent reflétchis dans cet ouvrage didactique, d'une présentation et d'une conception neuves.

L'ouvrage réunit en cinquante rubriques l'essentiel du programme de Mathématiques du Certificat M.P.C. Chaque rubrique consiste en commentaires, conseils, démonstrations et développements à propos d'une ou deux formules (définitions ou théorèmes) soigneusement énoncées en tête de rubrique. Les diverses têtes de rubrique constituent un texte, très court, qui bien assimilé et approfondi est une référence sure pour l'étudiant.

Le contenu de chaque rubrique est enrichi d'un choix d'exercices de contrôle, de suggestions préparant les rubriques ultérieurs et de problèmes concrets.

A. Triandaf

14. MITRINOVIČ D. S., MITRINOVIČ R. S., *Tableaux d'une classe de nombres reliés aux nombres de Stirling.* **IV**. Éditions de l'Institut Mathématique de l'Université, Béograde, 1964, 115 pp.

Tabelele recenzate aici constituie o continuare naturală a tabelelor editate de către Institutul Matematic al Universității din Belgrad și consacrate diferitelor clase de numere asociate la numerele lui Stirling. Ele conțin numerele $^{\nu}S_n^k$ pentru

$$n = 27\,(1)\,35, \quad k = 1\,(1)\,n-1, \quad \nu = 1\,(1)\,n-2.$$

Calculele au fost făcute cu ajutorul algoritmului lui Horner. Menționăm că numerele tabelate intervin în calculul numerelor lui Cotes.

*

Ces tableaux font suite à ceux publiés dans les mêmes *Éditions spéciales* de l'Institut de Mathématique de l'Université de Béograde sous la direction de M. D. S. Mitrinović. Ils contiennent les nombres $^{\nu}S_n^k$ pour

$$n = 27\,(1)\,35, \quad k = 1\,(1)\,n-1, \quad \nu = 1\,(1)\,n-2,$$

et s'enquadrent dans la vaste série de tables numériques assez utiles dans les applications, promue dans nos temps d'une manières prodigieuse grâce aux caiculateurs électroniques et la programmation.

M. Bercovici

15. NEWTON R. G., *The complex j-Plane.* Mathematical Physics Monograph Series. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1964, VIII + 325 pp.

Procedeele matematice legate de momentul unghiular complex, introduse recent în tehnica cuantică de T. Regge, sînt descrise în mod detaliat în această monografie. Continuînd ordinea de idei a unor autori ca, de ex., G. N. Watson, care a căutat să explice grație unor atare procedee unele aspecte ale teoriei electromagnetice, autorul folosește planul j complex pentru a ne face să înțelegem fizica particulelor dotate de energii mari.

Bazîndu-se pe o bibliografie bogată și cu totul nouă (mai multe articole citate din variate reviste de specialitate poartă data 1964), autorul prezintă un larg cîmp de aplicații al procedeelor momentului unghiular complex în domeniul teoriei lui Schrödinger. Aplicația expusă are la bază dinamica particulei exprimată prin ecuația diferențială a lui Schrödinger.

Volumul se termină cu reproducerea unor articole de specialitate în domeniu, publicate în *Physical Reviews* și *Proceedings of the Physical Society* (London) în 1962 de S. C. Frautschi, M. Gell-Mann, F. Zachariasen, K. Bardakci, G. F. Chew, S. C. Frautschi și S. Mandelstam, P. T. Matthews, precum și cu trei apendice: A. Mărginirea funcțiilor Green; B. Limitarea derivatei de direcție în planul de fază; C. Limitarea elementelor matricii de moment unghiular al potențialului de tip Yukawa.

*

Rev. give oven in Rumanian language some details concerning this up-to-date monograph devoted to extend, by employing the complex j-plane, our undestanding of high-energy physics. A complete bibliography. Index. Some reprints of recent articles published in *Phys. Rev.* and *Proc. Phys. Soc.* (London). Three appendices. Printing very well. *D. Mangeron, Șt. Ruscior*

16. MATHEWS J. and WALKER R. L., *Mathematical Methods of Physics*. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1964, X + 475 pp.

Volumul este dedicat problematicii clasice, precum și unor probleme mai speciale, ca, de ex., normării unor configurații simetrice, expunerii, cu contribuții originale, a determinării soluțiilor ecuațiilor integrale ale lui Fredholm, discuției relațiilor de dispersie și aplicațiilor pe scară largă a teoriei probabilităților în studiul datelor experimentale. Faptul că prezentarea numeroaselor probleme folosește în mod esențial metode de calcul numeric, teoria grupurilor, teoria probabilităților ș.a., subliniază stringenta necesitate pentru orice inginer să posede temeinic analiza matematică și mecanica teoretică. Bibliografia folosită este vastă, recentă, însă constă numai din volume de cărți. Indicele de materii este îngrijit, iar prezentarea cărții excelentă.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this new Benjamin's volume devoted to Mathematical Methods of Physics and elaborated by professors J. Mathews and R. L. Walker of the California Institute of Technology.

D. Mangeron

17. САВИН Г. Н., ПУТЯТА Т. В., ФРАДЛИН В. Н., *Очерки развития Механики*. **Под общей редакцией акад. АН УССР Г. Н. Савина. Киев, Наукова Думка, 1964 г., 376 стр.**

Referenții au recenzat în paginile acestui *Buletin* numeroase volume elaborate de acad. G. N. Savin, singur sau în colaborare. Ajunge să menționăm, de ex., cunoscutul său volum tradus și în limba engleză *Stress Concentration around Holes*, *Cursul de Mecanică teoretică* sau *Dinamica firului* ș.a. Volumul prezentat aici este consacrat unor probleme de istoria dezvoltării noțiunilor fundamentale ale mecanicii. Subdivizat în trei părți, în volum se pun în evidență cele ce urmează: 1. Studiul dezvoltării mecanicii neolonome (aici, în particular, se subliniază rolul de seamă jucat de unul din fondatorii acestei mecanici P. V. Voroneț); 2. Studiul dezvoltării cinematicii și dinamicii sistemelor olonome (și aici se arată pe larg conținutul unei vaste serii de lucrări ale lui P. V. Voroneț, rămase multă vreme necu-

noscute, din domeniile cinematicii şi dinamicii solidelor rigide ş.a.); 3. Unele aspecte de dezvoltare a mecanicii cereşti (aici şi-au găsit loc prezentările istorice relative la problema a două corpuri, problema a *n* corpuri ş.a. În particular, se menţionează şi aici cu detalii preţioase conţinutul studiului lui P. V. Voronet în domeniul mecanicii cereşti, continuat apoi îndeosebi de Iu. D. Sokolov).

Volumul are şi o foarte bogată bibliografie (684 titluri).

Sublinierea problematicii şi contribuţiilor aduse de P. V. Voronet în diferite domenii ale dinamicii, ca, de ex., o extindere de seamă a transformării lui Routh în cazul existenţei coordonatelor ciclice, sau metodele sale de integrare a ecuaţiilor lui Lagrange de specia II-a ş.a., va da naştere fără îndoială la noi lucrări în acest domeniu.

*

I Riff. indicano piu sopra, in lingua romena, alcuni dettagli concernenti questo interessantissimo libro dovuto ai Proff. G. N. Savin, T. V. Putjata e B. N. Fradlin, dedicato ai cenni sulla storia della meccanica razionale, ove si insiste soprattutto sul contributo assai importante, ma non abbastanza noto, del Prof. dell'Università di Kiev P. V. Voronez nel dominio di meccanica analitica, meccanica celeste ed altri ancora. Si deve pure mentovare un altra qualità di questo pregiato volume : una vastissima bibliografia di 684 titoli.

D. Mangeron, N. Irimiciuc, S. Deleanu

18. GÁBOS Z., MANGERON D., STAN I., *Fundamentele Mecanicii*. Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1962, 386 pp.

Ref. indică mai jos unele detalii ale cărţii *Fundamentele Mecanicii*, subdivizată în patru capitole : I. Dinamica punctului material şi a sistemelor de puncte materiale (Z. Gábos); II. Dinamica corpului solid rigid (Z. Gábos); III. Mecanica corpului de masă variabilă (I. Stan); IV. Mecanica vibraţiilor (D. Mangeron) şi recenzată deosebit de elogios, în special în ceea ce priveşte aportul original adus în cap. IV, în diferite reviste de specialitate din ţară şi de peste hotare (de ex., Studii şi cercetări de Mecanică aplicată, Новые книги за рувежом, International Mathematical News ş.a.).

*

Il Rif. sottolinea sopratutto vari apporti pregevoli ed originali dovuti all'autore del Cap. IV dedicato alla *Meccanica delle vibrazioni* (ad esempio, il Metodo delle equazioni integrali, detto anche il metodo integrale di Mangeron; la Teoria spettrale delle molecole poliatomiche; Studio delle vibrazioni aleatorie ed altri ancora). Un ampia bibliografia spettante a quest, ultimo capitole (342 titoli), come pure il raccordo realizzato con successo con i capitoli precedenti dovuti ai suoi collaboratori, fanno da questo libro, di cui redattore fu il compianto professore T. T. Vescan, e che ha già ricevuto parecchi resoconti molto favorevoli tanto nelle più importanti riviste di meccanica romene quanto in alcune riviste di specialità pubblicate altrove, un'opera pregevollissima, di cui una seconda edizione ampliata e riveduta non deve essere aspettata a lungo.

C. Grigoriu

19. AGOSTINELLI C., PIGNEDOLI A., *Meccanica razionale*. Vol. **I**, 1963, XIV + 461 pp. Vol. **II**, 1961, X + 350 pp. N. Zanichelli, Bologna.

Volumul întîi al cursului de Mecanică teoretică elaborat de cunoscuţii specialişti C. Agostinelli şi A. Pignedoli este consacrat expunerii principiilor fundamentale, teoriei vectorilor, cinematicii şi dinamicii punctului, iar volumul al doilea — dinamicii punctului de masă variabilă şi dinamicii relativiste, geometriei maselor, staticii punctului şi staticii sistemelor rigide, staticii sistemelor articulate şi staticii firelor, principiului lucrului mecanic virtual şi ecuaţiilor generale de statică, în fine, teoremelor generale asupra dinamicii sistemelor. Următoarele volume din cadrul acestui *Tratat de mecanică teoretică* vor fi dedicate expunerii mecanicii

analitice, mecanicii impulsive, teoriei relativității și fundamentelor mecanicii ondulatorii și mecanicii statistice, urmate apoi de teoria elasticității și mecanica fluidelor. Fiecare volum din acest tratat, inaugurat în mod fericit prin cele două volume prezentate acum, este dotat de o amplă documentație bibliografică, conținînd atît cele mai de seamă opere clasice, cît și numeroase memorii și articole de specialitate, ce se referă la domeniile corespunzătoare. Volumele, dedicate în semn de devotat omagiu Școlii de mecanică italiene, constituie o bază solidă pentru pregătirea teoretică și tehnică a generațiilor actuale de cercetători ai științelor naturii și ingineri.

*

Il Rif. indica cui sopra alcuni dettagli concernenti questa pregiatissima opera scientifica, dovuta ai Professori Illustri C. Agostinelli ed A. Pignedoli, che costituerà, insieme coi volumi tuttora in preparazione, un vero e proprio *trattato di Meccanica razionale*, offerto in devoto omaggio alla Scuola meccanica italiana, la cui gloria è imperitura. Le pagine di questo *Bollettino* aspettano l'occasione felice di poter presentare ai suoi lettori i volumi seguenti di questa opera, tradizionalmente curata dal N. Zanichelli, Editore. *D. Mangeron*

20. BALAN ȘT., *Culegere de probleme de Mecanică*. Ed. Tehn. Buc., 1964, 458 pp.

Apariția în Editura Tehnică, în aceleași condiții excelente, curînd după publicarea celei de a doua ediții a volumului de *Mecanică teoretică*, sub redacția acad. V. Vâlcovici, acad. Șt. Bălan și R. Voinea, membru corespondent al Acad. R.P.R.., recenzat și el în paginile *Buletinului*, a lucrării *Culegere de probleme de Mecanică*, datorită acad. Șt. Bălan, ce reprezintă în parte o reluare a unor culegeri de probleme similare mai vechi ale autorului — *cu actualizările și completările care pot interveni de-a lungul unei practici de peste 25 de ani, de seminarii și cursuri la această disciplină* — este un fapt remarcabil, menit a întări și promova studiul mecanicii teoretice, atît de indispensabil tuturor inginerilor și tehnicienilor din țara noastră.

În volumul recenzat s-a menținut sistemul de prezentare din lucrările anterioare. Fiecare capitol este precedat de o expunere pe scurt a teoriei corespunzătoare, după care urmează un număr de probleme complet rezolvate și un număr de probleme propuse cititorului, avînd, pentru control, rezultate finale.

Recomandînd cu căldură studenților noștri această culegere ce conține aproape 600 de probleme de mecanică teoretică (213 de statică, 125 de cinematică, 167 de dinamică și 85 de mecanică analitică), ref. își însușește pe deplin cuvintele autorului, recomandînd cititorului „multă atenție și multă răbdare la rezolvarea problemelor, precum și ducerea problemelor pe care le lucrează, pînă la capăt, executînd și aplicațiile numerice, pentru a pătrunde mai bine toate amănuntele".

*

Il Rif. indica cui sopra in lingua romena alcuni dettagli concernenti una nuova raccolta di *Problemi di Meccanica razionale*, che, associata all'eccellente volume di *Meccanica razionale* (seconda edizione, București, 1963, Editura Tehnică), pubblicato sotto la redazione di V. Vâlcovici, Șt. Bălan e R. Voinea e presentato col debito riguardo nel volume precedente del medesimo *Bollettino*, costituisce un pregiatissimo insieme, indispensabile per la coltura di base di ogni ingegnere.

D. Mangeron

21. * * * INTERNATIONAL UNION OF THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS (IUTAM). *Kreiselprobleme Gyrodynamics*. Symposion Celerina, Herausgeber Editor H. Ziegler, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1963, XII + 303 S. mit 152 Abb. (davon 224 S. in englischer, 16 S. in französischer und 63 S. in deutscher Sprache).

Acest volum conține textele tuturor conferințelor prezentate la Simpozionul din Celerina, organizat de Uniunea Internațională de Mecanică teoretică și aplicată (IUTAM), consacrat dinamicii giroscopului. În imposibilitate de a reda aici conți-

nutul importantelor comunicări prezentate (63 reprezentanți din 13 țări au luat parte la acest important simpozion), ne mărginim a indica cititorilor numele autorilor lor: R. Grammel, K. Magnus, G. Grioli, H. Leipholz, P. H. Savet, W. Wrigley, C. S. Draper, O. Rellensmann, G. Colombo, R. H. Cannon Jr., R. N. Arnold, Th. Erismann, W. Haeussermann, T. A. Buchhold, P. Costensou, Ch. Wehrli u. A. Jacob, L. Maunder, R. S. Read, J. S. Ausman, J. M. Buchanan, G. R. Pitman, Jr. and R. E. Goodson, J. P. Den Hartog, W. G. Wing, A. Stratton and G. H. Hunt. Prezentarea volumului îngrijită de redactorul său, prof. dr. H. Ziegler, este excelentă.

*

Revs. give öven in Rumanian language some details concerning this excellent Springer volume devoted to IUTAM Celerina Symposium concerning Gyrodynamics.

The indication of the authorsnames allows subsequent consultation of periodicals devoted to international bibliography: *Applied Mechanics Reviews, Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete, Mathematical Reviews. Реферативный Журнал Математика, Реферативный Журнал Механика.* *D. Mangeron, N. Irimiciuc*

22. HALE J. K., *Oscillations in Nonlinear Systems.* Mc-Graw-Hill Series in advanced Mathematics with Applications. Mc-Graw-Hill Book Co., Inc., New York-Toronto-London, 1963, IX + 180 pp.

Ref. subliniază conținutul actual al cărții prof. J. Hale, consacrat oscilațiilor sistemelor neliniare. Printr-o aproximare succesivă rapid convergentă autorul a reușit, paralel cu punerea în evidență a contribuțiilor de bază în acest domeniu de seamă, jalonate de H. Poincaré, Lord Rayleigh, van der Pol, Krilov și Bogoliubov, să expună un număr de probleme cu totul actuale, expuse în diferite reviste de specialitate pînă în 1961 inclusiv. Astfel, găsim aici numeroase rezultate ale lui L. Cesari, M. Urabe, Iu. A. Mitropolski, J. K. Hale, dintre cele mai noi. Ajunge să menționăm faptul că unele din ele, ca de pildă acelea relative la existența soluțiilor mărginite aproape periodice ale ecuațiilor cu termeni perturbatori dotați cu singularități, și-au găsit cristalizarea abia în cadrul Conferinței internaționale consacrată oscilațiilor neliniare, organizată în mai 1964 la Berlin, de către Academia Germană de Științe (DAW, 25—30 mai, Berlin, R.D.G.).

*

The Rev., being happy to meet Prof. Hale during the 3-rd International Conference on Nonlinear Oscillations (German Academy of Sciences, Berlin, 25—30 May 1964), underlines above in Rumanian language some details concerned this completely up-to-date, compact approach to the theory of nonlinear oscillations. By choosing a very rapidly convergent method of successive approximations, the Author starts with a brief but pregnant account concerning classical contributions we all are indebted to Poincaré, Lord Rayleigh, van der Pol, Krylov and Bogoliubov. He not only offers numerous, clearly presented examples to illustrate the application of the exposed methods, but also presents extensive material never published in book form before, especially due to the Author's own research work as well as to that by L. Cesari, C. Imaz, Yu. A. Mitropolski, M. Urabe, and many others, fast all very appreciated collaborators of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Iassy*.

Some details concerning the 18 chapters of this valuable book, which we recommend to be translated into other languages. Ch. I through IV consist of the necessary introduction and background material. Ch. V discusses periodic solutions for some special situations. Ch. VI gives the general theory for periodic solutions based on the work of Cesari-Hale-Gambill. Ch. VII is a detailed discussion of specific examples that illustrate the theory of Ch. VI. Ch. VIII through X are applications of the theory of Ch. VI in the finding of characteristic exponents of linear periodic systems, and in the finding of periodic solutions of nonautonomous equations and autonomous equations.

Ch. XI is an abstraction of the ideas of Ch. VI, with applications to other problems. Ch. XII is basic material needed for Part Two, and Ch. XIII concerns the existence of almost periodic solutions in some special situations. Ch. XIV is a motivation for the method of averaging, based on what was learned in Part One. Ch. XV gives the most recent results of the methods of averaging and the existence of integral manifolds, extensively discussed by Yu. A. Mitropolski during the above mentionated 3-rd Conference. Ch. XVI through XVIII are general applications of the theory of Ch. XV, together with specific examples as illustrations.

Rev. congratulates Solomon Lefschetz and Joseph P. LaSalle, Consulting Editors of the McGraw-Hille Series in Advanced Mathematics with Applications, for their excellent selection. *D. Mangeron*

23. КОНОНЕНКО В. О., *Колебательные системы с ограниченным возбуждением.* **Изд. Наука, М., 1964, 254 стр.**

Autorul expune în monografia recenzată cele mai recente rezultate obținute astăzi în studiul sistemelor oscilatorii liniare și neliniare, acționate de izvoare de energie cu putere mărginită. Cele trei capitole ale cărții sînt consacrate respectiv: 1. Studiului celor mai simple sisteme oscilatorii cu izvoare imperfecte de energie (pp. 22—79); 2. Studiului sistemelor neliniare oscilatorii cu un grad de libertate, cu acțiune reciprocă asupra izvoarelor de energie imperfecte; 3. Studiului sistemelor neliniare cu mai multe grade de libertate, cu acțiune reciprocă asupra izvoarelor de energie imperfecte. Problemele tratate în carte, ce pun în evidență interacțiunile ce interced între sistemele oscilatorii considerate și izvoarele de energie cuplate cu ele, prezintă un interes vădit pentru specialiști din diferite domenii ale mecanicii, teoriei reglării automate, electrotehnicii, radiotehnicii și fizicii.

*

Les Réfs. soulignent ci-dessus l'intrerêt des problèmes traités par M. le Prof. V. O. Kononenko dans sa monographie, consacrée à l'étude des interactions entre différents systèmes oscillatoires, linéaires ou non linéaires à un ou plusieurs degrés de liberté, et les sources imparfaits d'énergie. Nombre de problèmes y exposés trouvent leur fondement dans différents travaux publiés dans ces dernières années par l'auteur. *D. Mangeron, A. Oprea*

24. MATOSSI FRANK, *Gruppentheorie der Eigenschwingungen von Punktsystemen.* Struktur und Figenschaften der Materie, Bd. **XIII,** Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961, VIII + 191 S, mit 25 Abb.

Lucrările cu totul recente ale Congresului internațional de Mecanică aplicată (30 august — 5 septembrie 1964, München) au scos în evidență necesitatea stringentă de a se găsi *noi modele matematice și mecanice* adecvate comportării nenumăratelor materiale sintetice, create în anii din urmă de către chimiști (a se vedea, în particular, referatele elaborate de L. I. Sedov, C. Truesdell, H. Ziegler ș.a.). Astfel, cresc și se dezvoltă *în cadrul Mecanicii teoretice* noi ramuri deosebit de importante, ca *Mecanica chimică* (ce include *mecanica polimerilor, hidrodinamica chimică* ș.a.), *Mecanica fizico-chimică* (ce cuprinde *mecanica arderii* și *mecanica exploziilor, mecanica mișcărilor dirijate* ș.a.) ș.a. Progresele realizate în aceste noi domenii ale mecanicii teoretice sînt de pe acum atît de apreciabile, încît sînt instituite de învățămînt superior care au inclus în planul de învățămînt pentru studenții chimiști *cursul de Mecanică chimică*. Ref., răspunzînd de îndată nevoilor de modernizare imediată a cursurilor de mecanică teoretică la facultățile de Chimie industrială, a și inclus sistematic — ținînd seama de timpul actual disponibil la această disciplină de bază pentru chimiști — în perioada cînd avea sarcină de predare la Facultatea de Chimie Industrială a Institului politehnic Iași — capi-

tole noi, indispensabile înțelegerii stadiului actual al proceselor chimice, ca de ex. *aplicarea teoriei micilor oscilații la studiul oscilațiilor moleculelor poliatomice* [1]).

Volumul recenzat aici al Prof. F. Matossi, făcînd parte din cunoscuta și mult apreciata colecție Springer *Struktur und Eigenschaften der Materie, XXIII*, este centrat pe aceeași ordine de idei. El cuprinde o prezentare sistematică, ca metodă de lucru, a teoriei grupurilor de substituții, deosebit de importantă în tratarea problemei oscilațiilor moleculelor. Luînd ca punct de plecare cele mai noi lucrări apărute în acest domeniu, atît din cadrul matematicii și mecanicii (H. Herzberg, B. I. Stepanov ș.a.), cît și din acel al chimiei fizicale (Bhagavantam-Venkatarayudu și Wilson-Decius-Cross), autorul reușește să expună, la nivelul accesibil studenților chimiști buni, într-o prezentare excelentă ca fond și ca formă, problemele fundamentale relative la: I. *Teoria grupurilor în vibrații de molecule* și II. *Calculul spectrelor moleculare*. Indicele de nume și acel de materii, redat în limbile engleză și germană cu grija tradițională a editurii Springer, ridică și mai mult valoarea cărții.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning the excellent XXIII-rd volume of the appreciated Springer Series Structure and Properties of the Matter; *Gruppentheorie der Eigenschwingungen von Punktsystemen* by F. Matossi.

D. Mangeron

25. MATTHEWS P. T., *Introduction to Quantum Mechanics*. McGraw-Hill Co., New York-London-Toronto, 1963, XII + 170 pp.

O vastă gamă de cărți consacrate introducerii în mecanica cuantică, apărute în anii din urmă în diferite țări (de ex., D. I. Blochințev, D. Bohm, L. de Broglie, S. Franchetti, E. Persico ș.a.), subliniază interesul păturilor din ce în ce mai largi de cititori față de această ramură de bază a mecanicii moderne. Volumul, subdivizat în patru părți, cuprinde 13 capitole și anume: 1. Introducere; 2. Operatori; 3. Mecanica cuantică; 4. Mișcarea într-o singură dimensiune; 5. Oscilatorul armonic; 6. Moment unghiular; 7. Potențial central (atomul de hidrogen); 8. Spin și statistică; 9. Dispersia Rutherford și deviația α; 10. Teoria dispersiei; 11. Interacțiunea nucleon-nucleon; 12. Operatori și vector de stare; 13. Ecuații ale mișcării. Apendice. Indice. Volumul poate fi consultat cu profit de tinerii noștri fizicieni și mecanicieni, care au la dispoziție și o vastă literatură publicată în romînește în domeniu.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this valuable *Introduction to Quantum Mechanics*.

N. Calinicenco

26. KITTEL C., *Quantum Theory of Solids*. John Wiley and Sons, London-New York, 1963, XI + 435 pp.

Volumul constituie o prezentare modernă a principiilor fundamentale relative la teoria cuantică a solidelor. Prima parte a cărții expune problema cîmpurilor de fononi, magnoni și electroni, precum și interacțiunile lor, culminînd prin tratarea teoriei superconductivității (pp. 151—178).

Partea a doua a cărții (cap. 9—18) tratează despre suprafețele lui Fermi și funcțiile de undă electronice în metale, aliaje, semiconductori. Partea a treia expune problema funcțiilor de corelație și aplicarea lor la studiul efectelor dependente de timp privitoare la solide. Ultimul capitol (21) este consacrat expunerii

---

1) A se vedea și § 10 în volumul *Fundamentele Mecanicii* de Z. Gábos, D. Mangeron, I. Stan, Cap. IV, *Mecanica vibrațiilor*, pp. 357—371, Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1962.

aplicării funcțiilor lui Green în fizica solidelor. Fiecare capitol este urmat de un număr de probleme. Bibliografia indicată este la zi. Indicele de materii este destul de dezvoltat. Volumul poate fi consultat cu deosebit folos de orice fizician și cercetător în științele fizice, inițiat în mecanica cuantică.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this excellent volume devoted to *Quantum Theory of Solids* belogning to C. Kittel, the author.

E. Luca

27. *** *Phonons and Phonon Interactions*, Thor A. Bak. Editor, W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1954, XIV + 640 pp.

Volumul conține textele conferințelor ținute de diferiți specialiști, ca. de ex., H. Jensen, W. Ludwig, A. Sjölender, W. Cochran, J. J. Quinn, H. G. Reik, K. S. Singwi, A. R. Mackintosh, B. N. Brockhouse, E. Burstein, J. de Boer, J. R. Schrieffer, A. A. Maradudin, E. H. Jacobsen, R. G. Kepler, în perioada cursurilor de vară din august 1963, organizate de către Universitatea din Aarhus. Introducînd pentru prima oară noțiunea de fonon (P. J. W. Debye, H. H. Jensen), se expune în continuare problematica relativă la interacțiunea între fononi, fononi și electroni, fononi și radiația electromagnetică externă și fononi și neutroni. Lărgirea cîmpului de aplicații se vădește apoi în expunerea unor probleme speciale legate de chimia stării solide și fizica solidelor.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this important volume devoted to new problems in solid-state physics and solid-state chemistry, by using the first introduced concept of phonon. It represents the lectures given at the Aarhus Summer School in August 1963.

C. Ruscior

28. JACOB M., CHEW G. F., *Strong-Interaction Physics*. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1964, XII + 154 pp.

In prima parte a volumului dr. Maurice Jacob expune metodele de determinare a numerelor cuantice referitoare la particulele elementare. Se trec în revistă în așa fel diferite probleme relative la invariația lui Lorentz, independența de sarcină ș.a., care conduc astfel la analiza fenomenologică actuală a rezonanței, cu privire specială asupra interacțiunilor între pioni-nucleoni și noi mezoni. Această parte se încheie (cap. 7, pp. 85—102), cu studiul singularităților și a modelului periferic. Prof. Chew își consacră partea a doua a cărții prezentării, pe baza echivalenței dinamice, a interacțiunii tari a particulelor, din vasta gamă a pionilor în stare excitată pînă la nucleele transuranice. Expunerea este bazată pe considerarea aspectelor dinamice ale matricilor *S*. Exemple nerelativiste și relativiste completează expunerea acestei noi probleme de seamă din fizica actuală. Bibliografie bogată și recentă. Ilustrații. Indice de materii.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this new Benjamin's volume concerning *Introduction to the Analysis of Strong-Interaction Processes.*

N. Calinicenco

29. *** *Strong, Electromagnetic and weak Internations*. A. Zichichi, Editor. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1964, 248 pp.

Volumul conține textele conferințelor prezentate de J. S. Bell, S. Berman, N. Cabibbo, H. Harari, P. Puppi, T. Regge, L. van Hove, în cadrul primului curs al *Școlii internaționale de fizică „Ettore Majorana"*, organizat la Erice

în mai-iunie 1963. Succesul conferințelor este caracterizat prin participarea a 120 fizicieni notorii din 23 țări : Anglia, Austria, Belgia, Canada, Danemarca, Elveția, Finlanda, Franța, R. F. Germană, Grecia, India, Israel, Italia, Japonia, Jugoslavia, Mexico, Olanda, Norvegia, Romînia. Spania, Suedia, S.U.A., U.R.S.S.. Seminariile au fost conduse de R. Diebold, G. Giacomelli, Y. Goldschmidt-Clermont, V. Silvestrini, R. Weinstein, Dr. A. Zichichi, editor al volumului, este director al Școlii internaționale de fizică din Erice. Problematica cursului este axată pe problema interacțiunilor tari, electromagnetice și slabe.

*

Rif. indica più sopra in lingua romena alcuni dettagli concernenti questo importante volume, dedicato ai corsi svoltisi per la prima volta nel quadro della Scuola internazionale di Fisica „Ettore Majorana" ad Erice in Sicilia, nei masi di maggio-giugno 1963, sul tema consacrato alle interazioni forti, elettromagnetiche e deboli. *Cornelia Ciobanu*

30. SCHIEFFER J. ROBERT, *Theory of Superconductivity*. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1964, XIV + 282 pp.

Monografia recenzată este scrisă de unul dintre inițiatorii teoriei, cunoscută sub numele de „BCS Theory", din teoria superconductivității. În cele 8 capitole ale sale volumul expune teoria microscopică a superconductivității și pune în evidență conceptele fizice și metodele matematice menite să conducă la înțelegerea acestui fenomen important.Bibliografia cuprinde 172 titluri ; indicele de materii este bine îngrijit iar prezentarea exterioară a cărții este excelentă.

*

This important monograph is written by one of the originators of the pairing theory of superconductivity (BCS Theory). It provides a concise up-to-date account of the microscopic theory of superconductivity and emphasizes the physical concepts and mathematical methods involved in understanding the phenomenom. The book subdivided in 8 chapters contains : 1. Introduction ; 2. The pairing theory of superconductivity ; 3. Applications of the pairing theory ; 4. Electron-Ion System ; 5. Field-theoretic method in the many-body problem ; 6. Elementary excitations in normal metals ; 7. Field-theoretic methods applied to superconductivity ; 8. Electromagnetic properties of superconductors. Conclusion. Appendix : Second quantization Problem. Literature : 172 titles. Index. Printing very nice. *E. Luca*

31. HOCHSTRASSER R. M., *Behavior of Electrons in Atoms*. The General Chemistry Monograph Series. W. A. Benjamin, Inc. New York-Amsterdam, 1964, XII + 162 pp.

Acest volum, al șaptelea din seria de monografii editată de Benjamin, consacrată Chimiei generale, constituie o expunere propedeutică a problematicii relative la teoria electronilor dintr-un atom. Prezentarea este de un nivel științific mai scăzut, folosind descrierea nematematică a unor aspecte din mecanica cuantică și din spectroscopia experimentală. Subdiviziunile cărții se succed după cum urmează : 1. Spectre atomice ; 2. Interacțiunile între atomi și electroni ; 3. Teoria cuantică a structurii atomice ; 4. Principiul lui Pauli și structura electronică a atomilor ; 5. Termenii energetici și termenii de stare din atomi ; 6. Probabilități de excitație atomică ; 7. Procese de coliziune referitoare la atomii excitați ; 8. Comportarea atomilor în cîmpuri magnetice ; 9. Unele din forțele interatomice. Cele mai simple molecule.

Expunerea sugestivă a conținutului volumelor din această serie permite ca ele să fie consultate cu folos de studenții începători, urmînd ca înțelegerea și aprecierea cantitativă a fenomenelor să fie însușită în cadrul unui al doilea ciclu, care reclamă — pentru orice viitor chimist — cunoașterea temeinică a matematicii și mecanicii teoretice.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this volume devoted to *Behavior of Electrons in Atoms* and included in the succesful initiated by Benjamin the General Chemistry Monograph Series, of interest in the teaching of introductory chemistry. Suggested Readings. Index. Printing very nice. Rev. expresses suggestion concerning the usefulness of review of all Benjamin's series in this *Bulletin*. *M. Şchiopu*

32. GARY HARRY B., *Electrons and Chemical Bonding*. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1964, XVI + 223 pp.

Volumul constituie o introducere în teoriile moderne relative la legături chimice. Începînd cu discuţia asupra structurii atomice, volumul procede succesiv — reflectînd preocupările unui curs de un semestru în acest domeniu — aşa cum a fost predat la Columbia College în primăvara anului 1962 : 1. Electroni în atomi ; 2. Molecule diatomice ; 3. Molecule triatomice liniare ; 4. Molecule plane triunghiulare ; 5. Molecule tetraedrale ; 6. Molecule triunghiulare — piramidale ; 7. Molecule unghiulare triatomice ; 8. Legături în molecule organice ; 9. Legături cuprinzînd valenţe *d* orbitale. Bibliografia recomandată cuprinde 12 cărţi apărute recent în editurile Benjamin, McGraw-Hill, Wiley, Oxford University Press, Butterworths, Cornell University Press.

*

The material of the book is designed for one-semester course in bonding. The book starts with a discussion in atomic structure and proceeds to the principal subjects of chemical bonding. Each chapter in the bonding discussion is devoted to an important family of molecules. It includes also problems. Most of them are accompanied by the worked-out solutions. Literature : 12 books recent. In all : A very useful for the undergraduate students in chemistry and very well printed Benjamin's book. *M. Şchiopu*

33. CHOPPIN GREGORY, *Nuclei and radioactivity*. W. A Benjamin, Inc., New York—Amsterdam, 1964, 8^0, 150 pp.

Interesul pentru energia nucleară a făcut să crească nevoia unei cărţi, cu o expunere sistematică şi concisă, în acest domeniu. Autorul, profesor la Florida State University şi colaborator la Lawrence Radiation Laboratory, expune cu măiestrie cele mai însemnate fapte şi progrese din fizica nucleară. Cartea conţine 7 capitole, din care fiecare capitol se divide, în medie, în 10 subcapitole. Aceste capitole sînt : Nucleul, Radioactivitatea, Detecţia radiaţiei, Fisiunea, Acceleratori, Spectroscpie nucleară şi reacţii nucleare şi Utilizarea radioizotopilor. Cartea se încheie cu o bogată bibliografie şi cu două apendice : A — efectele biologice ale radiaţiei şi B — tabelul izotopilor.

Cartea nu abundă în date istorice şi rareori se fac referiri la iluştrii fizicieni, totuşi se dau explicaţii suficient de cuprinzătoare la fiecare subcapitol. Figurile din text, foarte sugestive şi citeodată în culori, graficele bogate, întregesc înţelesul expunerii şi ajută mult la însuşirea datelor şi la adîncirea celor citite. Aparatul matematic este folosit cu mare simţ de întindere. Fiecare capitol se încheie cu un scurt rezumat şi cu cîteva probleme de rezolvat. Considerăm că interesul ei ar creşte şi mai mult dacă ar fi însoţită şi de cîteva fotografii.

Cercetătorii, studenţii, cît şi cei ce se interesează de problemele actuale ale fizicii vor găsi în această carte un izvor bogat de informaţii, actuale şi necesare.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this excellent volume devoted to problems on *Nuclei and Radioactivity*. *N. Calinicenco*

34. HILL TERRELL L., *Thermodynamics of Small Systems*. Part II. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1964, XII + 210 pp.

Volumul completează problematica termodinamicii sistemelor non macroscopice, expusă în partea I-a, publicată în 1963.

Autorul subliniază faptul că sarcina termodinamicii non macroscopice constă din punct de vedere practic în deducerea — analog cu termodinamica macroscopică — a ecuațiilor care stabilesc interdependențele între diferite funcții termodinamice. In această ordine de idei, cap. 7—10 tratează, respectiv, în vederea aplicării rezultatelor obținute atît în practică cît și în cercetări teoretice, problema legăturilor între macromolecule și stări de agregare. Cap. 8—10 completează în plus problematica relativă la unele alegeri ale variabilelor mediului, importante în analiza modelelor de mecanică statistică a sistemelor finite. În fine, cap. 11—15 conțin expunerea unor probleme cu totul speciale din domeniu. Volumul prezintă interes pentru chimiștii, fizicienii, biochimiștii care lucrează în domeniile particulelor coloidale, polimerilor sau macromoleculelor. Consultarea lui reclamă cunoașterea temeinică a analizei matematice, mecanicii teoretice și termodinamicii — premise indispensabile pentru inginerii chimiști de astăzi.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this important Benjamin's series Frontiers in Chemistry volume devoted to *Thermodynamics of small Systems*.

It is desired to possess the whole set for review in this *Bulletin*.

G. D'Albon

35. KLOTZ IRVING M., *Introduction to Chemical Thermodynamics*. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1964.

Prima ediție a acestui manual a apărut în 1949, iar această a doua ediție a fost complet revizuită pe baza experienței de predare a autorului și a sugestiilor primite în acest interval din partea specialiștilor. Cartea este un manual introductiv în domeniul termodinamicii chimice, destinat chimiștilor.

Față de alte lucrări similare, cartea se distinge prin accentul pus pe aspectul pedagogic al expunerii, ceea ce îi conferă o valoare deosebită. In legătură cu aceasta vom menționa următoarele.

Pentru a facilita înțelegerea și reținerea materialului studiat, s-a realizat o gradație judicioasă a problemelor tratate după complexitatea lor și o succesiune logică. Aplicarea principiilor termodinamice la problemele de chimie este urmărită cu multă grijă. La început sînt reamintite succint principalele cunoștințe de matematici necesare, insistind asupra calculului grafic și analitic. Numeroasele probleme din text ilustrează treptat materialul expus și stimulează aprofundarea lui. Conceptele fundamentale sînt definite prin operațiile fizice necesare pentru măsurare, ceea ce clarifică unele aspecte esențiale care, altfel, ar putea rămîne neobservate.

Limitînd în mod intenționat varietatea subiectelor tratate și dimensiunea volumului (468 pagini), manualul conține 23 de capitole care se referă la următoarele probleme: principiul I cu aplicații la căldura de reacție și la gaze, principiul al II-lea urmat de potențiale termodinamice aplicate la transformări de fază și reacții chimice, principiul al III-lea, mărimi molare parțiale, efectul caloric al proceselor de dizolvare, fugacitatea gazelor, soluții ideale, soluții diluate de neelectroliți, activitatea și alegerea stării standard la neelectroliți, activitatea și incrementul energiei libere la soluții de electroliți.

Autorul, profesor de chimie la Northwestern University este cunoscut prin activitatea sa de cercetare în domeniul termodinamicii aplicată la sistemele biochimice.

*

Rev. gives oven in Rumanian language details concerning the new edition of the excellent *Chemical Thermodynamics* due to prof. Irving Klotz. *M. Schiopu*

36. KLOTZ IRVING M., *Introduction to Chemical Thermodynamics*. W. A. Benjamin. Inc., New York—Amsterdam, 1964.

Cartea expune pe 237 de pagini o introducere în termodinamica chimică, destinată studiului individual al studenților din primii ani de studii de la facultățile de chimie, biologie, biochimie, geologie.

Autorul reușește să expună cu claritate și în același timp cu rigoare științifică cele trei principii ale termodinamicii, din punctul de vedere al termodinamicii fenomenologice. Pentru o fixare mai bună a ideilor, aplicațiile sînt limitate la sisteme simple, cu compoziție constantă. Conceptele fundamentale sînt definite cu multă atenție, cititorul este ajutat și condus cu abilitate în efectuarea calculelor, iar materialul teoretic este însoțit de numeroase exemple și exerciții judicios alese.

Lucrarea poate fi considerată ca un ghid inteligent, cu înalte calități pedagogice, pentru toți cei care doresc să abordeze studiul termodinamicii chimice. Autorul este cunoscut atît prin activitatea sa de cercetare în domeniul termodinamicii chimice, cît și prin manualul său de bază *Chemical Thermodynamics* apărut în aceeași aditură, în a doua ediție.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this W. A. Benjamin's excellent book devoted to the *Introduction to Chemical Thermodynamics*.

M. Șchiopu

37. EDWARDS J. O., *Inorganic Reaction Mechanisms. An Introduction*. W. A. Benjamin, Inc., New York—Amsterdam, 1964, 190 pp.

In actualul stadiu de dezvoltare a chimiei anorganice, apariția tratatului *Mecanismul reacțiilor anorganice* de John O. Edwards, constituie o introducere generală remarcabilă în domeniul mecanismelor reacțiilor anorganice, destinată studenților și cercetătorilor.

Cu toată bogata bibliografie indicată și din domenii foarte variate conținutul lucrării abundă de concluzii și contribuții originale din activitatea științifică a autorului. Problemele tratate folosesc ca îndreptar în aprofundarea mecanismelor reacțiilor anorganice.

Într-o succesiune logică, J. O. Edwards sintetizează în cele zece capitole ale lucrării problemele de bază ale mecanismului reacțiilor anorganice și pune accentul pe diversitatea reacțiilor compușilor anorganici.

Primele trei capitole cuprind materialul general fundamental pentru înțelegerea mecanismelor de reacție. Următoarele șase capitole tratează principiile mecanismelor de reacție în chimia anorganică contribuind prin multe exemple la înțelegerea lor. Capitolul final prezintă probleme nerezolvate arătînd necesitatea elucidării lor.

Mecanismul reacțiilor anorganice a fost alcătuit pe baza lucrărilor de chimie anorganică, chimie organică, chimie analitică, chimie fizică apărute în decursul anilor și pînă în prezent. Clarificarea multor mecanisme de reacție se datorește aplicării metodelor și concepțiilor de cercetare fizice și fizico-chimice la problemele de chimie anorganică. Autorul remarcă specificul metodelor moderne de cercetare, existența aspectului cantitativ al fenomenelor fizice și chimice ca justificare pentru larga aplicare a metodei matematice.

Procese destul de complicate sînt explicate cu claritate și sînt însoțite cu referiri la literatura de specialitate ceea ce permite studenților și cercetătorilor să pătrundă în problemele de interes particular, constituind prin aceasta și un punct de plecare pentru literatura de cercetare a problemelor interesate. Combinațiile complexe suscită desigur discuții foarte largi și înțelegem pasiunea autorului pentru aceste probleme, J. O. Edwards fiind unul dintre remarcabilii cercetători din acest domeniu.

Mecanismul reacțiilor cu transfer de electroni expus într-o succesiune adecvată și în corelație cu ultimele cercetări, întregește conținutul științific al acestei lucrări.

Cu ajutorul atomilor radioactivi se dovedesc mecanismele multor reacții anorganice și în mod special al mecanismelor de oxido-reducere. Sînt arătate explicit mecanismele transferurilor de electroni pentru elementele cu stări de valență multiple. Așa de exemplu un loc deosebit îl ocupă transferul de electroni pentru Cr (III) și

Cr (VI), Fe (II) și Fe (III). De asemenea folosind metode radioactive de analiză chimică se elucidează și problemele ridicate de echilibrele chimice ale combinațiilor complexe. Astfel, substituirea sau legarea adenzilor în compușii complecși ai Co (II), Co (III), Cr (III), Pt (IV), Fe (III) etc., sînt dovedite cu ușurință folosind adenzi cu atomi radioactivi.

Un capitol întreg (cap. VIII) este rezervat mecanismului reacțiilor oxiacizilor, îmbogățit în mare parte de cercetările autorului în acest domeniu. Cap. IX prezintă reacțiile radicalilor liberi exemplificate prin descompunerea persulfatului, a pentaoxidului de azot, prin reacții în lanț, reacții între hidrogen și halogen, reacții între persulfat și apa oxigenată etc.

Autorul scoate în evidență în ultimul capitol inepuizabilitatea problemelor nerezolvate încă în domeniul reacțiilor anorganice printre care: cataliza cu urme de metal, constituția unor compuși coordinați, reacțiile de nitrozare etc.

Prin bogatul și remarcabilul conținut științific, precum și prin forma agreabilă în care sînt prezentate reacțiile anorganice. J. O. Edwards reușește să trezească interesul cercetătorilor și studenților pentru înțelegerea și aprofundarea cineticii și a mecanismului reacțiilor anorganice.

*

Rev. give oven in Rumanian language some details concerning this new and remarcable Benjamin's volume devoted to *Inorganic Reaction Mechanisms.*

Tiberiu Golgoțiu, Ioan Roșca
Gh. Moroi

38. WASER JÜRG, *Quantitative Chemistry. A laboratory text.* W. A. Benjamin, Inc., New York—Amsterdam, 1964, 432 pp., 8 Appendices, 1 Index.

Manualul recenzat este utilizat ca îndrumar pentru lucrările practice la cursul de Chimie generală și analitică cantitativă, predat la Institutul de tehnologie din California.

Introducerea detaliată inițiază pe studenți în operațiile elementare ale analizei cantitative. Se descrie aici aparatura pentru încălzire, spălarea sticlăriei, manipularea și cîntărirea substanțelor solide, manipularea și măsurarea lichidelor, filtrarea, prelucrarea sticlei.

In cuprinsul manualului este prezentată suficientă teorie pentru înțelegerea principiilor chimice. Sînt totodată descrise și instrumentele utilizate în fiecare laborator.

Ansamblul lucrărilor prezintă o bogată varietate de tipuri diferite de măsurători și reacții. Aici se adaugă și lucrarea consacrată determinării formulei unui compus prin metoda variației continue.

La sfîrșitul fiecărei lucrări practice sînt propuse spre rezolvare probleme legate de partea teoretică și practică a lucrării respective; în continuare se dă un chestionar în vederea verificării însușirii materialului predat și apoi bibliografia.

Ref. recomandă atenției cadrelor didactice acest manual interesant, precum și studenților, în vederea completării noțiunilor de Chimie analitică cantitativă.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this new excellent W. A. Benjamin's *Quantitative Chemistry. A. Laboratory Text.*

Gh. Moroi

39. GERO A., *Textbook of Organic Chemistry.* John Wiley and Sons, London-New York, 1963, IX + 679 pp.

Autorul expune în volumul recenzat ansamblul problemelor fundamentale de Chimie organică folosind în acest scop *metoda ciclurilor.* Într-o primă prezentare, să-i zicem de primă aproximație, se face o trecere în revistă rapidă pentru a-l iniția și a-l deprinde pe student cu problematica acestei discipline de seamă. Introducerea menționată este urmată apoi de o trecere în revistă rapidă a teoriei electronice moderne.

În partea a doua a cărții, problematica chimiei organice este abordată cu rigoarea cuvenită. Autorul a reușit să coreleze temeinic capitolele expuse. S-a renunțat la clivajul obișnuit între componenți alifatici și aromatici. Este evident că orice carte de chimie organică prezintă doar unele aspecte din cadrul materialului enorm, acumulat într-un timp în acest domeniu. Efortul autorului este demn de atenție. Prezentarea clasică, caracterizată prin tratarea fenomenelor chimiei organice pornind de la teoria legăturilor de valențe, este predominantă, prin expunerea în cap. 30 a *teoriei moleculare orbitale*. Fără îndoială că la o viitoare ediție, autorul va adînci și mai mult acest punct de vedere. Înțelegerea chimiei organice tratată modern, va reclama însă de la cititor și studentul-chimist (universitar sau politehnician), cunoștințe de matematică și de mecanică teoretică cu totul temeinice.

*

Rev. gives even in Rumanian language some details concerning this new Wiley *Textbook of Organic Chemistry*, succesfully presented by its author, Prof. A. Gero, by going over the field of organic chemistry twice.

I. Matei

40. БОГОЛЮБОВ А. Н., *История механики машин*. Наукова Думка, Киев, 1964, 461 стр.

Apariția unei cărți destinate *Istoriei mecanicii mașinilor* este un fapt demn de toată atenția; el marchează perioada actuală de preocupări ale științei și tehnicii înaintate, consacrată îndeosebi adîncirii proceselor de dinamica mașinilor, spre deosebire de perioadele anterioare, întinse de-a lungul ultimului secol și jumătate, cînd practica făuririi noilor mașini și mecanisme a mers succesiv în paralel cu dezvoltarea teoretică a analizei și apoi și a sintezei mecanismelor. Autorul a reușit — similar cu ceea ce a făcut recent René Dugas în volumul său destinat Istoriei dezvoltării ideilor fundamentale ale mecanicii [1]), consultînd numeroase documente originale, cercetînd primele ediții ale variatelor lucrări de specialitate, studii și articole de reviste — să prezinte o primă lucrare închegată pe scară mondială, consacrată istoriei dezvoltării teoriei mecanismelor și mașinilor. Numeroase figuri, portrete, date bibliografice etc., ridică și mai mult valoarea cărții. Autorul, exprimîndu-și recunoștința pentru sprijinul primit din partea Academiei de Științe a R.S.S. Ucrainene, în persoana președintelui ei, acad. I. Z. Stokalo, subliniază regretul că nu a putut da în cuprinsul cărții date bibliografice referitoare la totalitatea cercetătorilor și oamenilor de știință citați într-însa. Ref., exprimînd nerăbdarea, justificată prin fidelitatea față de vocația noastră științifică, de a vedea apărută o altă carte a autorului, destinată să cuprindă o bibliografie completă a lucrărilor de teoria mecanismelor și mașinilor, cu scurte adnotări biografice asupra specialiștilor în domeniu, menționează faptul că un număr de pagini din volum este consacrat cercetărilor oamenilor de știință romîni. Astfel, de ex., sînt deosebit de apreciate metoda tensorială și teoria accelerațiilor reduse de ordin superior, care și-au găsit o aplicație practică în teoria mecanismelor spațiale de mare viteză (pag. 433, contribuțiile aduse de prof. dr. D. Mangeron).

*

La parution d'un livre consacré à *l'Histoire de la mécanique des machines* constitue un évènement scientifique digne de toute attention. Les Réff. ont eu l'occasion bien heureuse de souligner la portée de l'Histoire de la Mécanique par René Dugas dans les pages de ce „Bulletin" [1]). Le volume de l'Histoire de la mécanique des machines élaboré très soigneusement par son auteur, qui a consulté nombre impressionant de documents, de mémoires originaux etc., sera accueuilli très chaleureusement par le monde des ingénieurs.

D. Mangeron, S. Deleanu.

1) A se vedea acest *Buletin*, 1956, **II (VI)**, *3—4*, pp. 527—528.

41. ЗИНОВЬЕВ В. А., БЕССОНОВ А. П., *Основы динамики машинных агрегатов.* Машиностроение, М., 1964 г., 239 стр.

Ref. indică mai jos unele detalii relative la acest volum, consacrat expunerii problemelor de bază interesînd dinamica agregatelor de mașini, cu unul sau cu două grade de libertate și cu elemente cu masă variabilă. Sistematizarea materialelor, apărute în reviste, dintre care unele sînt datorate autorilor romîni (E. Bugaiewski și N. Irimiciuc) și publicate în paginile *Buletinului* și în *Studii și cercetări de Mecanică aplicată*, ridică apreciabil valoarea volumului, iar expunerea metodelor inginerești de analiza mișcării agregatelor complexe de mașini va interesa fără îndoială cercurile largi de ingineri constructori de mașini.

*

Авторы, активно принимающие участие в исследовании задач касающихся современных проблем динамики машин (см., напр., статью Реф., помещенную в журнале Studii şi cercetări de Mecanică aplicată, посвященную Трудам Второго Всесоюзного Съезда по теоретической и прикладной механике, в которой особое место уделяется докладу акад. АН СССР И. И. Артоболевского и А. П. Бессонова, связанного с вопросами исследованными в книге), излагают в своей книге современные методы динамического исследования машинных агрегатов с одной и двумя степенями свободы и машинных агрегатов со звеньями переменной массы. Динамические исследования связаны с практическими расчетами машинных агрегатов различных отраслей машиностроения. Разработаны инженерные методы анализа движения сложных машинных агрегатов с различными характеристиками двигателей и рабочих машин, а также методы их силового расчета. Реф. подчеркивают богатую литературу консультированную авторами (191 заглавие), будучи рады констатировать использование ряда статей появившихся в свет в выше названном *журнале по механике АН РНР* или же в *Известиях Ясского политехнического института.* Факт хорошей систематизации журнальных статей, из которых многие совершенно новы, скажется несомненно в будущем переводе книги и на другие языки.

D. Mangeron, R. Bogdan

42. VOINEA R., ATANASIU M., *Metode analitice noi în teoria mecanismelor.* Ed. Tehn., Buc., 1964, 142 pp.

Recentul volum consacrat *Istoriei mecanicii mașinilor* (Naukova Dumka, Kiev, 1964), datorat lui A. N. Bogoliubov, scoate în evidență dezvoltarea rapidă și cu totul remarcabilă a cercetărilor în domeniul Teoriei mecanismelor și mașinilor efectuate în ultimul deceniu în Republica Populară Romînă, menționînd faptul că unele metode elaborate la Iași sub conducerea primului referent — dintre care unele au constituit recent izvor de inspirație pentru numeroase teze de doctorat elaborate în S.U.A., R.P. Chineză, R.P. Bulgaria, Rep. Senegal ș.a. — ca de ex., metoda accelerațiilor reduse, metoda matricial-tensorială ș.a. „au aplicație practică în teoria mecanismelor spațiale de mare viteză" (pag. 433).

Volumul recenzat cuprinde o metodă analitică nouă, originală, pentru calculul vitezelor și accelerațiilor elementelor unui mecanism și al reacțiilor din cuplele lui. Bazat pe o bibliografie recentă bogată (77 de titluri, dintre care 41 aparțin autorilor romîni) și luînd ca punct de plecare teoria recentă a grafelor, autorii parvin la elaborarea unei metode generale, precise și indeajuns de maniabile referitoare la problema de distribuție a cîmpurilor de viteze și accelerații în mecanisme. După expunerea capitolelor premergătoare referitoare la: Ecuații de condiție (cap. 2); Sisteme conjugate (cap. 3); Ecuații de condiție pentru viteze și accelerații la mecanisme plane (cap. 4); Ecuații de echilibru cinetostatic (cap. 5), se dau numeroase exemple de calcul practic interesînd mecanisme diferențiale și planetare, mecanisme plane, mecanisme spațiale, ca de ex., mecanismul mașinii de cusut în zig-zag (pp. 127—134).

Lucrarea este deosebit de utilă inginerilor mecanici, în special inginerilor care proiectează mașini și mecanisme. Sistematizarea într-un singur tot a lucrărilor autorilor (în număr de 11) notate în bibliografie, este salutată cu deosebită căldură de Ref.

*

Le fait que dans le volume récent consacré à *l'Histoire de la mécanique des machines* (A. N. Bogoliubov, Naukova Dumka, Kiev, 1964) est mise en relief la contribution efficace, bien appréciée à l'échelle mondiale, due aux hommes de sciences roumains, spécialistes dans le domaine de la théorie des machines et des mécanismes, est confirmé, entre autres, par la parution de cet autre volume, consacré à l'élaboration d'une nouvelle méthode de détermination des champs de vitesses et d'accélérations ayant à la base la théorie des graphes. Les Réfs. donnent ci-dessus nombre de détails concernant ce remarquable sujet.

D. Mageron, C. Drăgan

43. GRUMĂZESCU M., STAN A., WEGENER N., MARINESCU V., *Combaterea zgomotului și vibrațiilor*, Ed. Tehn., Buc., 1964, 334 pp.

Literatura științifică crește și se adîncește pe zi ce trece la noi în țară și în domeniul teoriei și tehnicii vibrațiilor .Se cunosc, sînt apreciate și au fost recenzate în paginile revistelor noastre de specialitate, scoțîndu-se în evidență și unele contribuții pe scară mondială, mai multe volume, monografii și broșuri, apărute la noi în anii din urmă, consacrate mecanicii vibrațiilor, precum și elaborării bazelor de combatere a zgomotului și vibrațiilor. Ref. subliniază aportul deosebit adus în paginile volumului recenzat, apărut într-o formă de prezentare remarcabilă în Editura Tehnică, București, la problema generală menționată mai sus, a cărei rezolvare se încadrează în preocuparea generală și complexă de protecție a muncii, care este după cum se știe o problemă de stat.

Cartea este subdivizată în nouă capitole și anume: 1. Sunete și zgomote; 2. Vibrații mecanice; 3. Perceperea zgomotului și vibrațiilor; 4. Principii și soluții generale de combatere a zgomotului; 5. Principii și soluții de combatere a vibrațiilor; 6. Zgomotul industrial și combaterea lui; 7. Combaterea zgomotului și vibrațiilor la mijloacele de transport; 8. Combaterea zgomotului în clădirile de locuit și social-culturale; 9. Măsurarea zgomotului și vibrațiilor. Grație competenței în domeniu a autorilor ei, cartea reușește să expună această problemă complexă atît sub aspectul tehnic, cît și economic și medical.

Cu ocazia tratării diferitelor cazuri concrete întîlnite în practică, sînt indicate o serie de măsuri de reducere a nivelului zgomotului și vibrațiilor la mașini și în hale industriale, la mijloacele de transport rutiere, pe calea ferată, pe apă și în aer, la clădirile de locuit și în orașe. La întocmirea lucrării, în care s-au căutat căile de urmat în rezolvarea variatelor probleme de combatere a zgomotului și vibrațiilor, autorii au ținut seama de cele mai noi realizări în acest domeniu, din țară și străinătate. Menționăm, încheind, faptul demn de a fi subliniat, că, în afară de un număr remarcabil de titluri bibliografice consultate (47), autorii au avut grijă să urmărească problema de combatere a zgomotelor și vibrațiilor în variate reviste de specialitate (29 la număr).

*

La legge contro il francasso constituisce, nei suoi lati pratici, la preoccupazione odierna nel quadro della protezione del lavoro, promossa col vigore dal nostro stato. Gli AA. hanno riuscito, consultando un numero elevato di riviste di specialità (29) e la letteratura mondiale in dominio, di esporre nel loro volume una grande messa di problemi concernenti la teoria e la pratica del problema di protezione contro il fracasso e le vibrazioni nocivi.

D. Mangeron, N. Irimiciuc

44. МАШНЕВ М. М., КРАСКОВСКИЙ Е. Я., ЛЕБЕДЕВ П. А., РОМАДИН И. С., *Теория механизмов и машин и Детали машин*, Росвузиздат, 1963 г., 447 стр.

Volumul recenzat corespunde cu programa analitică a cursurilor mixte (reduse) de Teoria mecanismelor și Organe de mașini în vigoare astăzi în U.R.S.S. Bazat pe un număr de cărți cunoscute cercetătorilor noștri, ca, de ex., volumele de TMM ale lui I. I. Artobolevski, C. G. Baranov, V. A. Zinoviev, S. N. Kojevnikov, N. I. Kolcin ș.a., sau volumele de Organe de mașini ale

lui V. A. Dobrovolski și colab., V. A. Zinoviev și colab., D. N. Reșetov ș.a., ansamblul materiei expuse în volum este subdivizat în trei părți și anume: I. *Structura mecanismelor și mașinilor, mecanica lor și bazele proiectării* (aici și-a găsit loc: Studiul mișcării elementelor mecanismelor plane; Mecanisme cu came; Bazele dinamicii mecanismelor și mașinilor; Frecarea în mașini; Noțiuni fundamentale asupra reglării mișcării mașinilor; Echilibrarea forțelor de inerție a elementelor mecanismelor și mașinilor); II. *Organe de mașini și îmbinări* (aici și-au găsit loc: Bazele de calcul și de construcție a organelor de mașini; Îmbinări cu șurub; Îmbinări prin pană înclinată transversală, îmbinări prin pană, îmbinări prin caneluri; îmbinări prin nituri, îmbinări sudate; Transmisii în mașini; transmisii prin fricțiune, prin curele; dințate; teoria angrenării dințate; calculul și construcția transmisiilor dințate; îmbinări complexe de roți dințate; transmisii melcate; transmisii prin lanț; transmisii hidraulice și pneumatice; Elemente ale transmisiilor; Arbori și Osii; lagăre și lagăre axiale de alunecare; lagăre cu rulmenți; manșoane); III. *Mașini de ridicat și transportat și elementele lor.*

Redactarea este clară. Calculele sînt făcute cu grijă. La fel și figurile.

*

I Riff. indicano cui sopra in lingua romena alcuni dettagli concernenti il volume del Prof. P. A. Lebedev e collaboratori, elaborato secondo il programma tuttora vigente nell'U.R.S.S. per il corso di *Teoria dei Meccanismi e delle macchine ed elementi delle machine*.

O. Munteanu, Gh. Tudor

45. MANOLESCU N. I., ERCEANU I., PIELMUȘ M., ANTONESCU P., *Culegere de probleme din teoria mecanismelor și a mașinilor*. **I**, Ed. de stat did. și pedag., Buc., 1963. 414 pp.

Ref., salutînd cu deosebită căldură apariția prezentului volum de *Culegere de probleme din teoria mecanismelor și mașinilor*, care va constitui un auxiliar prețios al cursurilor de *Teoria mecanismelor și a mașinilor* și de *Mecanisme și organe de mașini*, subliniază că ansamblul de probleme enunțate și rezolvate într-însul se referă la: I. Cuple cinematice. Clasificarea în clase și tipuri; II. Lanț cinematic. Mecanism. Grad de mobilitate. Clasificarea în familii; III. Clasificarea structurală a mecanismelor plane-articulate (Assur, Artobolevski); IV. Transformarea mecanismelor; V. Trasarea pozițiilor mecanismelor. Traiectorii; VI. Calculul grafic al vitezelor și accelerațiilor; VII. Cinematica analitică a mecanismelor; VIII. Centrele de curbură ale traiectoriilor diferitelor puncte de pe elementele unui mecanism.

Originalitatea volumului constă în faptul că numeroase probleme sînt preluate sau prelucrate după articole apărute în anii din urmă în diferite reviste de specialitate. Se remarcă totodată și faptul că din ansamblul de 24 articole de specialitate citate în bibliografie, 19 aparțin autorilor români (1 articol datorit lui R. Bogdan și colab., 5 articole ale lui V. Manafu, 5 articole ale lui D. Mangeron și colab., 5 articole ale lui N. I. Manolescu și colab., 2 articole ale lui A. Orănescu, 1 articol al lui R. Voinea și colab.) și alte două au fost înserate în publicații periodice românești (1 articol al acad. I. I. Artobolevski publicat în *Buletinul Institutului politehnic din Iași* și 1 articol al prof. I. S. Zilberman, publicat în *Studii și cercetări științifice. Fizică și științe tehnice*, Acad. R.P.R., filiala Iași). Așteptăm cu nerăbdare și cel de al doilea volum, în care se vor trata problemele din capitolele: Sinteza mecanismelor; Frecarea în mecanisme și mașini; Cinetostatica mecanismelor; Mecanisme cu came; Mecanisme cu roți cu fricțiune și dințate; Dinamica mașinilor. Apariția volumului recenzat, în condiții tehnice remarcabile, va contribui la extinderea mecanizării și automatizării producției, la aplicarea în producție în măsură tot mai largă a proceselor tehnologice moderne.

*

Les Réfs. indiquent ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant le premier volume du *Recueil de problèmes de la Théorie des Mécanismes et des Machines*, élaboré avec beaucoup de soin par M. le Prof. Manolescu et ses

collaborateurs. On y remarque entre autres nombre de problèmes puisés directement des articles insérés dans différents périodiques de specialité.

D. Mangeron, O. Munteanu

46. ЛЕВИТСКИЙ Н. И., *Кулачковые механизмы.* Машиностроение, М., 1964, 287 стр.

Cartea cunoscutului specialist în Teoria mecanismelor şi maşinilor, prof. dr. N. I. Levitski, conţine expunerea celor mai moderne metode de calcul şi de proiectare a mecanismelor cu came.

Bazîndu-se pe o bogată literatură (483 titluri, dintre care 261 constituie articole sau cărţi publicate în limba rusă), autorul reuşeşte să scoată în evidenţă, pe de o parte, cuceririle ştiinţei în domeniu, realizate în ultimii cinci ani, iar, pe de alta, să reunească într-un singur tot cele două aspecte privitoare la problematica mecanismelor cu came, dezvoltate, respectiv, cu precădere, în cunoscutele cărţi ale lui K. V. Tir şi H. A. Rothbart şi anume: alegerea legii de mişcare a elementului condus şi dinamica mecanismelor cu came de mare viteză. Ordinea de expunere este aceeaşi ca şi în volumul autorului *Metode de calcul a mecanismelor cu came* (1954).

*

I Riff. indicano cui sopra in lingua romena alcuni dettagli concernenti l'eccellente volume del Prof. N. I. Levitski devoto all'esposizione dei metodi più moderni e più efficaci di calcolo dei meccanismi con came. Addittiamo pure ad una vastissima bibliografia consultata e riprodotta alla fine del volume (483 titoli).

D. Mangeron, Gh. Tudor

47. BUZDUGAN GH., *Calculul de rezistenţă la solicitări variabile.* Ed. II-a, Ed. Tehn., Buc., 1963, 254 pp.

Ref., subliniind faptul că ediţia I-a a acestei cărţi a apărut în 1955 cînd, la noi în ţară, calculul de rezistenţă la solicitări variabile era privit încă cu rezervă, atît în învăţămînt cît şi în proiectare, insistă asupra interesului deosebit pe care-l prezintă acest studiu, consacrat oboselii materialelor, sub variatele sale aspecte. În această ediţie, volumul este subdivizat în şapte capitole: 1. Solicitarea variabilă; 2. Rezistenţa la oboseală; 3. Tehnica determinării rezistenţei la oboseală; 4. Factorii de care depinde rezistenţa la oboseală; 5. Metode tehnologice şi constructive de mărire a rezistenţei la oboseală; 6. Calculul de rezistenţă la solicitări variabile şi 7. Aplicarea calculului la solicitări variabile la diferite piese de maşini. În afară de vasta bibliografie suplimentară consultată pentru elaborarea prezentei ediţii (97 titluri), printre care şi numeroase lucrări romîneşti, ca de ex., Manea Gh., Săveanu L., Buzdugan Gh., Chişu A., *Organe de maşini*; Teodorescu C. C., Mocanu D. R., *Calculul şi încercările îmbinărilor sudate*; Nădăşan Şt., Horowitz B., Bernath Al., Safta V., *Oboseala metalelor* ş.a., la § 6.4 s-a elaborat o metodă proprie nouă, care prezintă o serie de avantaje faţă de cele cunoscute. În exemplele de la cap. 7 se arată modul de aplicare a acestei metode.

Prezentarea metodelor actuale de calcul de rezistenţă la solicitări variabile se face în mod critic, cu recomandări pentru cele mai potrivite. De asemenea se face o prezentare a stadiului actual al teoriilor metodelor de tratamente superficiale pentru îmbunătăţirea rezistenţei la oboseală.

*

I Riff., pur sottolineando il fatto che la pubblicazione della prima edizione di questo pregiato volume, aggiornato e completato in questa seconda edizione con alcuni risultati originali propri (ad es., § 6.4), è avvenuta allorchè il *calcolo di resistenza alle sollecitazioni variabili* era trattato con riserva nel nostro paese tanto negli istituti tecnici superiori quanto nelle aziende per la costruzione delle macchine, indica cui sopra alcuni dettagli concernenti le suddivisione ed il modo di presentazione di questo nuovo volume dovuto al Prof. Gh. Buzdugan.

O. Munteanu, Gh. Tudor, N. Popinceanu

48. СТРЕЛЬБИЦКАЯ А. И., *Предельное состояние рам из тонкостенных стержней при изгибе с кручением.* Наукова Думка, Киев, 1964, 255 стр.

Monografia autoarei, subimpărțită în 4 capitole și bazată pe o vastă literatură științifică, care cuprinde între altele și 8 lucrări proprii, este consacrată studiului comportării ramelor constituite dintr-un singur contur, formate din tije metalice cu pereți subțiri, în condițiile încovoierii sau încovoierii cu torsiune, metodele de calcul ce se propun ținînd seama de starea limită. Titlurile capitolelor sînt : 1. Unele dependențe între componentele forțelor în stare limită la profilele cu pereți subțiri ; 2. Capacitatea portantă a ramelor simple la încovoiere ; 3. Încovoierea cu torsionare a ramelor formate dintr-un singur contur în cazul sarcinii pe traversă paralelă cu planul ramei ; 4. Calculul ramelor constituite dintr-un singur contur în cazul sarcinii pe traversă perpendiculară pe planul ramei. Expunerea îmbină datele teoretice actuale cunoscute cu experiența.

Ref. consideră că monografia autoarei este deosebit de utilă în construcții de aviație, de mașini, vagoane, nave etc. Bazată pe o serie de lucrări fundamentale în domeniu datorite lui V. Z. Vlasov, A. A. Iliușin, I. M. Rabinovici, W. Prager, G. Colonetti ș.a., ținînd seama de numeroasele experiențe în domeniu, această monografie contribuie din plin la elaborarea metodelor eficace pentru calculul construcțiilor indicate în titlu și permite precizări noi în ceea ce privește economia de metal.

*

Реф. излагает выше, на румынском языке, некоторое из многочисленных достоинств реферируемой книги, основанной в частности и на 8 работах автора, опубликованных ранее, указывая на факт того, что монография послужит основанием для создания эффективных методов расчета рам из тонкостенных стержней при изгибе с кручением, и приведет к экономии металла. *A. Grecu*

49. WINTER J., *Bibliographie der Veröffentlichungen über den Leichtbau und seine Rendgebiete im deutschen und ausländischen Schrifttum aus den Jahren 1955—1959.* Springer—Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961.

Ref., subliniind importanța apariției monografiilor sistematice destinate diferitelor ramuri ale științei și tehnicii și menite a face față creșterii vertiginoase a numărului de publicații de specialitate, indică mai jos unele detalii relative la tematica inclusă în volumul, editat în condiții tradiționale excelente de către Springer-Verlag, elaborat de prof. Winter, consacrat *Bibliografiei publicațiilor asupra construcțiilor ușoare*, apărute în intervalul 1955—1959.

*

Реф., подчеркивая важность появления в свет библиографических изданий, посвященных различным отраслям науки и техники и восполняющих необычайно быстрый темп развития научно-технической литературы нашего времени, указывает на вклад проф. Винтера, вложенный в его труд, изданный в традиционно хорошей форме изд. Шпрингер, в котором излагается библиография работ появившихся в печати за период 1955—1959 гг., относящихся к *Легкой конструкции и смежным с ней областям.* Сюда относятся, напр., конструкции вычисленные для выдержки землетрясений, списки монографий, учебников и учебных пособий на разных языках на задачи на прочность, керамические материалы в конструкциях, конструкции арок и т. д. выдерживающих колебания, авиационные конструкции, оболочки, пластины, рамы, стержневые системы, фермы : из алюминевого сплава, антисейсмические, балочные, висячие, каркасы и др., а также и литература по соответствующим экспериментальным исследования.

D. Mangeron

50. PADUART A., *Sollicitations et déformations des constructions.* **I.** Presses Universitaires de Bruxelles, 1963, 245 pp., 243 fig. ; **II.** Eyrolles, Paris 1964, 250 pp., 269 fig.

Ref. indică mai jos unele detalii referitoare la cele două volume ale prof. A. Paduart de la Universitatea din Bruxelles consacrate studiului solicitărilor și deformațiilor construcțiilor.

*

Dieses ausgezeichnetes Werk, neben aus allgemeiner Zirkulation Berechnungsverfahren (Gehlers, Cross'sches, Grinter Methode u.s.w.), unfasst noch einige in letzter Zeit gewidmete an bestimmten Stabtragwerke spezifischen Verfahren (Z. b., Guyons, Massonet-sches Methode für Berechnung der querverbändlichen Parallelebalkensysteme u.s.w.). *N. Preda*

51. *** *Ingenieur — Handbuch.* Bd. **I,** 78-ste Ausgabe, Redaktion Kurt F. Kollbrunner. Schweizer Druck-und Verlagshaus A. G., Zürich, 1963 S., mit zahlreichen Photos u. Zeichnungen.

Lucrarea se adresează studenților de la institutele de învățămînt tehnic superior și în special inginerilor constructori din proiectare și execuție.

Manualul cuprinde următoarele capitole: I. Statica construcțiilor, II. Organizarea execuției, III. Sistematizarea urbană a circulației, IV. Construcția străzilor (va fi continuată în vol. II), V. Construcții subterane (galerii, puțuri, tunele), VI. Beton precomprimat, VII. Norme de desen în construcții metalice, VIII. Proprietățile și încercările oțelurilor, IX. Macarale și căi de macarale, X. Șuruburi pentru îmbinări în constucții metalice. Fiecare capitol cuprinde bibliografie.

Manualul conține elementele de calcul necesare proiectării, elementele practice necesare execuției, extrase din normative, date statistice, tabele etc.

Remarcăm conținutul cap. III prin noutățile pe care le cuprinde (statistică, prelucrarea electronică a datelor, analiza circulației etc.) și prin bogatul său conținut. Semnalăm ca o noutate inserarea într-un manual inginerese a cap. VI, care cuprinde elemente pentru proiectarea și execuția straturilor din beton precomprimat.

Ref. consideră că *Manualul inginerului*, apărut sub redacția lui Kurt Kollbrunner, constituie un prețios ajutor în munca inginerilor constructori. Așteptăm nerăbdători apariția vol. II. Aspectul exterior al volumului este ireproșabil.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning this excellent *Engineers'Handbook*. *N. Preda*

52. *** *Session de 1964 de l'Association Technique Maritime et Aéronautique*, Bulletin Nr. 64, Association technique maritime et aéronautique, Paris, 1946, 800 pp.

Lucrările celei de a 64-a sesiuni științifice a Asociației tehnice, maritime și aeronautice din Franța, cuprinse în volumul recenzat, s-au desfășurat la Paris în mai 1964, sub președinția numerosilor specialiști de mare renume, ca de ex., J. Dieudonné, M. Roy, R. Legendre ș.a. În imposibilitate de a reda aici în detaliu conținutul rapoartelor și comunicărilor prezentate, ref. subliniază interesul deosebit al lucrărilor consacrate studiului controlului de comportare al sateliților (G. Cahen, P. Bizouard, P. Godin), perspectivelor zborului atmosferic în domeniul vitezelor orbitale (P. Contensou), studiului de automatizare completă a unui aparat de propulsie (M. Chollet, M. Feillet), studiului zgomotului în compartimentul mașinilor [1] (H. Callamand) ș.a.

Deosebit de prețioasă pentru cercetări este și lista comunicărilor expuse în cadrul ultimelor zece sesiuni (Nr. 1140—1430, pp. 779—797).

*

Le réf. expose ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant ce nouveau volume consacré aux travaux de la 64-e Session de l'Association Technique Maritime et Aéronautique, dont les travaux présentent un intérêt incontestable pour les spécialistes du monde entier. Dans l'impossibilité de reproduire ici quelques peu

[1] Menționăm în această ordine de idei volumul recenzat în acest *Buletin*, consacrat combaterii zgomotului și vibrațiilor în întreprinderi.

de résultats de recherches y contenues, nous soulignons entre autres nombre de travaux profonds relatifs à l'étude des causes des ruptures d'hélices marines en service (H. de L e i r i s), à l'étude des mouvements de l'eau dans les piscines de navires (C. B r u n), à la détermination statistique des mouvements de roulis et de tangage du navire à la mer (H. C h e n e a u et A. M o r e a u) ou bien aux études relatives au moteurs diesel à 4 temps (J. G a l l o i s, J. D e l e s a l l e), au groupe turbine-compresseur de la Soufflerie Supersonique continue de Modane (M. P i e r r e) et d'autres encore.

On doit saluer bien chaleureusement la publication de la liste des mémoires publiés dans les dix derniers volumes. *C. Enăchescu*

53. *** *Mécanique de la turbulence*. Colloques Internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique, Marseille, 28 aout—2 septembrie 1961. CNRS, Paris, 1962, 470 pp.

Volumul recenzat, conținînd actele Colocviului internațional de mecanica turbulenței, organizat de prof. A. F a v r e, director al Institutului de mecanică statistică a turbulenței, reflectă un număr de preocupări actuale de deosebită importanță ce se încadrează astăzi în mecanica turbulenței și reflectă variate probleme științifice relative la turbulența în mecanica fluidelor, geofizică, astrofizică, magnetohidrodinamică, termodinamică, acustică. Specializarea noului domeniu, transformat într-o știință de sine stătătoare, constă în folosirea sistematică a metodelor de investigație dezvoltate în statistică.

Ref., subliniind procedeul valoros adoptat de organizatorii colocviului, care a constat în permisiunea de a se revizui totalitatea memoriilor și a textelor de intervenții prezentate în cursul colocviului pentru ca materialul inserat să reflecte beneficiul muncii colective efectuate, menționează îndeosebi comentariile de ansamblu ale următoarelor secții, care permit cititorului să capete o viziune globală asupra rezultatelor obținute: I. Difuziunea și punctul de plecare al lui Lagrange; II. Turbulența staționară complet dezvoltată; III. Turbulența liberă; IV. Straturi limită turbulente; V. Turbulența mediilor compresibile și electroconductoare; VI. Noi concepții și contribuții recente.

*

Ce volume contient les Actes du Colloque International sur *La Mécanique de la Turbulence*, organisé par M. le Prof. A. F a v r e, Directeur de l'Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence. Le réf., tout en soulignant ci-dessus, le rôle actuel jour par la *nouvelle science*, la *Mécanique de la Turbulence*, et l'organisation impeccable du Colloque qui a mis à la disposition des chercheurs une mise au point remarquable dans ce domaine, bénéficiant du travail collectif effectué, attire l'attention des lecteurs surtout sur les textes qui donnent une vue d'ensemble des travaux effectués, à savoir: Commentaires des sections: Diffusion et point de vue de Lagrange (M. S. C o r r s i n, pp. 81—84); Turbulence stationnare pleinement développée (pp. 207—210); Turbulence libre (pp. 251—254); Couches limites turbulentes (M. H a n s, W. L i e p m a n n, pp. 353—356); Turbulence en milieux compressibles et électroconducteurs (M. L e s l i e, S. G. K o v a s z n a y, pp. 405—408); Nouvelles conceptions et contributions récentes (M. J. K a m p é d e F é r i e t, pp. 467—468). *C. Ciobanu*

54. NIȚĂ M. M., ANDREESCU D. ȘT., *Zborul Rachetei*. Ed. Militară, Buc., 1964, 503 pp.

Lucrarea cuprinde cele mai importante probleme ale dinamicii rachetei dirijate și nedirijate. Ref, indică mai jos unele caracteristici ale volumului, expunîndu-le, pentru cititorii de peste hotare, în limba italiană.

*

Il libro dovuto ai Proff. N i ț ă ed A n d r e e s c u risponde alla vastissima gamma di preoocupazioni odierne nel dominio del lancio dei razzi ed è consacrato alla presentazione dei più importanti problemi dinamici relativi ai razzi. Vi si trovano esposti i problemi fondamentali della dinamica dei sistemi di masse variabile,

si analizzano vari moti dei razzi spettanti agli stadi caratteristici del volo e vi si trova pure un'introduzione alla cinematica ed alla dinamica dei razzi guidati.

Come ben giustamente ne additta nella sua prefazione l'accademico romeno Elie Carafoli, l'insieme dei capitoli (15) del libro è esposto ad un alto livello scientifico. Risultato dell'analisi critica di un ampio materiale bibliografico (82 titoli), tra cui 5 lavori sono dovuti al prof. Niță e l'uno al prof. Andreescu, il libro *Il Volo dei Razzi*, presentato impeccabilmente anche in ciò che riguarda la sua forma esteriore, presenta un interesse che sorpassa le frontiere del nostro paese.

D. Mangeron

55. *** *Interstellar Communication. A Collection of Reprints and Original Contributions.* Cameron A. G. W. Editor. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam 1963, XII + 320 pp.

Cunoscutul specialist în problematica zborurilor cosmice A. G. W. Cameron (a se vedea, de ex., volumul *Physical Investigations of the Universe*) prezintă în acest volum o serie de 32 articole și studii recent apărute, relative la această ordine de idei, datorite editorului însăși (5 articole) sau oamenilor de știință ca Iosif S. Șklovski (deosebit de apreciat de cititorii revistelor noastre de popularizare pentru o serie de ipoteze legate de sateliții planetei Marte ș.a.), Melvin Calvin, Su-Shu Huang (5 articole); Freeman J. Dyson; Edward Purcell; Sebastian von Hoerner; Giusepe Cocconi, Philip Morrison; Frank D. Drake; J. A. Webb; M. J. E. Golay; R. N. Bracewell; B. M. Oliver; R. N. Schwarz, C. H. Townes, J. P. T. Pearman; Robert Ascher, Marcia Ascher. Tema generală a volumului prezentat răspunde — în condițiile nivelului nostru actual de cunoștințe în domeniu — la întrebările pasionante: „Cîte societăți avansate din punct de vedere tehnologic există în galaxia noastră și cum am putea reuși să comunicăm cu ele?".

*

Rev. give oven in Rumanian language some details concerning this fascinating book devoted to give solutions at the actual level of our knowledge at the questions: „How many technologically advanced societies exist in our galaxy and how can we communicate with them?".

D. Mangeron, S. Deleanu

56. LOH W. H. T., *Dynamics and Thermodynamics of planetary Entry.* Prentice — Hall Space Technology Series. C. W. Besserer and Floyd E. Nixon, Editors. International Series in Space Techonology. Englewood Cliffs, N. J., 1936, XIV + 268 pp.

Creșterea rapidă a interesului specialiștilor pentru ansamblul problemelor de dinamică și de termodinamică relative la reintorcerea în atmosfera terestră a navelor cosmice a condus la elaborarea în anii din urmă a numeroase soluții, atît teoretice cît și practice. Cartea este subdivizată în trei părți. Partea întîia este consacrată problemelor de dinamică relative la reintoarcerea în atmosfera terestră; partea a doua — problemelor similare de termodinamică, iar partea a treia tratează dinamica și în general mecanica orbitală. Volumul are la bază o serie de lucrări recente (46), dintre care și raportul prezentat în 1963 la cel de al XIII-lea congres Internațional de Astronautică de la Varna, despre care referentul a avut ocazia să scrie în detaliu în *Studii și Cercetări de Mecanică aplicată*. Ref. subliniază că un număr de soluții în domeniul problemelor discutate au fost propuse și la noi în țară în paginile revistelor de mecanică ale Acad. R.P.R.

*

Rev. underlines above in Rumanian language some details concerning this valuable book based on 46 recent research works (18 of them belonging to the authors), devoted to entry dynamics. A great deal of the discussed problems, reffered by the author in his conference presented at the XIIIth International Congress of Astronautics at Varna, was reviewed by the Rev. in the *Studii și Cercetări de Mecanică aplicată*.

D. Mangeron

57. КУЧЕРА Я., ГАПЛ Й., *Обмотки электрических вращательных машин.* Изд. Чехосл. АН, Прага, 1963 г., 981 стр.

Ref. expune mai jos, în limba rusă, unele detalii referitoare la volumul cunoscuților specialiști cehi J. Kucera și J Hapl, consacrat studiului, pe bază de considerente tehnico-științifice de înaltă ținută academică, bobinajelor mașinilor electrice rotative.

Originalul a apărut în limba cehă în 1959 și a atras foarte curînd atenția forurilor competente de pretutindeni.

*

Выпущенная в 1959 г. книга *Обмотки вращательных электрических машин* вызвала интерес у чехословацких специалистов. Книга была издана на чешском языке, вследствие чего круг ее читателей был сравнительно ограничен. Поэтому горячо приветствуется издание этой книги также и на русском языке, тем более, что авторы успешно изложили теорию обмоток на строго научной базе. Обмотки различных видов исследовались на основании потенциальных многоугольников, дающих возможность определять различные свойства обмоток.

Разбитая на три больших главы: Обмотки машин постоянного тока, Обмотки машин переменного тока и Обмотки коллекторных машин переменного тока, в книге решается ряд важнейших проблем, среди которых из за недостаточности места упоминается о проблеме сил короткого замыкания в лобовых частях, угрожающих нормальному ходу крупных альтернаторов и турбоальтернаторов. Так как для крупнейших машин часто требуются высокие напряжения, приводится детальный анализ вопросов, связанных с указаными выше требованиями.

В предлагаемом труде рассматриваются демпфированные обмотки коллекторных машин. Этот раздел книги был систематически разработан и были показаны способы расчета таких обмоток.

В конце книги приведены таблицы для обмоток постоянного тока, с целью облегчить расчет таких обмоток в практике (стр. 927—975).

Алфавитный указатель увеличивает ценность книги.

Заметим, наконец, вклад переводчиков, введших для ряда новых понятий новые специальные эквивалентные термины. Таким образом перевод в многих случаях носил характер переработки оригинала с целью приблизить его к принятым русским понятиям и терминам.

Реф. горячо поздравляет авторов за обширный, богатый новыми результатами труд, который будет несомненно переведен и на другие языки.

I. Filipiuc

58. JERRARD H. G., McNELL D. B., *A Dictionary of Scientific Units.* Second Edition, Chapman and Hall. London, 1964, 203 pp.

Faptul că intervalul de timp scurs între prima ediție și cea de a doua a dicționarului recenzat este mai mic decît un an, arată interesul deosebit al marelui public față de problema cunoașterii unităților științifice, a numerelor adimensionale și a scărilor. Volumul conține sisteme de unități, un dicționar al unităților (pp. 16—160) și un număr de apendice consacrate: 1. Constantelor fizice fundamentale; 2. Comitetelor și conferințelor de standardizare; 3. Tabelelor de măsuri și greutăți și 4. Factorilor de conversiune. Referințele de la finele volumului se referă indeosebi la date bibliografice, în corespondență cu denumirile unităților științifice, aranjate în ordine alfabetică.

Dată fiind importanța problemei unităților științifice, cristalizate astăzi în SIU, în vasta gamă a problemelor interesînd știința și tehnica actuală, începînd cu domeniul de seamă referitor la teoria modelelor și a similitudinii, dicționarul recenzat, ca și altele similare cu el ca nivel și prezentare, apărute în alte țări, este indispensabil oricărui cercetător al științelor naturii.

*

Rev. gives oven in Rumanian language some details concerning the second edition of this up-to-dav *Dictionary of Scientific Units*, including dimensioneles numbers and scales, by, H. G. Jerrard and D. B. McNeill, published by Chapman and Hall, London indispensable for scientists throughout the world. *S. Deleanu*

BUDAPESTI MOSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848